

積分方程式を用いた磁気シールドルームの特性解析 —2次元モデルでのシミュレーション—

Method for Calculating Characteristics of Magnetic Shielding Room used by Integration Equation —Simulation of Model in Three Dimensions—

笠 嶋 善 憲

要 約

一般に磁界解析には有限要素法が用いられるが、磁気シールドルームの場合は実質的に計算の対象になる壁・天井・床の磁性材料部分に比べて室内空間の体積が大きく計算メッシュ数が膨大になるため、部屋一つの3次元的特性は有限要素法で求めることは困難である。そこで、今回大部分の空間では解析解を用い、磁性材料部分のみを計算の対象とする積分方程式を用いた磁界解析法を定式化し、磁気シールドルームの2次元モデルでの計算例を示した。この結果、積分方程式を用いた磁界解析法では磁気シールドルーム一つの3次元的特性解析が十分に可能であると分った。

目 次

- I. はじめに
- II. 積分方程式を用いた磁界解析法
- III. 2次元モデルでの計算例
- IV. おわりに

I. はじめに

近年、マイクロエレクトロニクス技術の急速な進歩で、家庭、オフィスでのパソコンなど電子機器の普及は著しい。また、病院、研究所、生産施設などでもMRI、電子顕微鏡、半導体製造装置などの高度な電子機器の利用が増加している。これらの機器は、周辺の送電線、電源装置、電車などから発生される磁界の影響によりモニタ画像が揺れたり、機器本来の性能が十分に発揮されないことが起こる場合がある。そのため対策としての磁気シールドの需要が増加している。特に、MRI、半導体製造装置を設置する建物での高性能な磁気シールドルームのニーズが多くなっている。

通常の磁気シールドルームは、天井・床・壁の6面を純鉄、珪素鋼板、パーマロイなどの高透磁率材料で覆うものであるが、現在このシールドルームの性能・特性の予測は全て実験で求めている。そこで、材料、形状、寸法を変化させた場合にシールドルームの最適設計を可能とするシミュレーション技術の開発が強く望まれている。

しかし、磁界解析の一般的手法である「有限要素法」でこのような磁気シールドルームの特性を3次元的に解析する場合、解析の対象となる空間が壁面の磁性材料部分に比べて極めて大きく、また壁面の厚さ方向にも計算要素（メッシュ）を割り与えなければならないことなどから、莫大な計算要素数となり事実上解析は不可能であるといえる。

一方、「積分方程式法」で磁界解析をする場合は、大きな空間部分では解析式を用い、少ない磁性材料部分にのみ計算要素を作り方程式を解く。またこの一つの要素寸法もかなり大きくすることができ

るため全体の要素数が「有限要素法」に比べて極めて少なくなり、磁気シールドルームの特性を3次元的に解析が可能であると考えられる。本報告では、積分方程式法を用いた磁界解析の定式化、及びそれを用いた2次元シミュレーションの計算結果を示し、3次元シミュレーションの可能性を検討する。

II. 積分方程式を用いた磁界解析法

1. 解析法の概要

磁気シールドルームは、高透磁率の材料で目的の空間を取り囲んだものである（多くは天井・床・壁の6面体）。磁界源が室内、外にある場合があるが、正の磁界源（N極）から発生した磁力線は磁力線が通り易い磁性体（透磁率が大きい）に向けて流れ、その多くは磁性体中を通り負の磁界源（S極）方向に戻っていく。このため磁気シールドルームは取り囲む材料の透磁率、厚さが大きいほど、部屋は小さいほど室内、外での磁力線密度差が大きくなり、シールド効果も大きくなる。これを積分方程式法で解析する場合は、磁性体部分を小さい磁性体に分割し、それぞれの磁性体が磁界源、及びそれぞれの磁性体による磁界によって磁化される方向とその強さを未知数として求める。そして、磁性体周辺の磁界分布は、その磁界源とそれぞれの磁性体の磁化による磁界の総和として求める。

2. 磁界の積分表現

磁性体と磁界の発生源を導体電流とした場合の空間をFig. 1に示す。P点に生じる磁界 $H(r)$ は、電流 $I(r')$ による磁界 $H_c(r)$ と磁性体の磁化 $M(r')$ による磁界 $H_m(r)$ の和であり、(1)式となる。

$$H(r) = H_c(r) + H_m(r) \quad (1)$$

電流 $I(r')$ によるP点の磁界 $H_c(r)$ はビオサバールの法則から(2)式となる。

$$H_c(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \frac{I(r') \times (r - r')}{(r - r')^3} dV' \quad (2)$$

キーワード：シールドルーム、積分方程式法、磁界、磁性体、透磁率

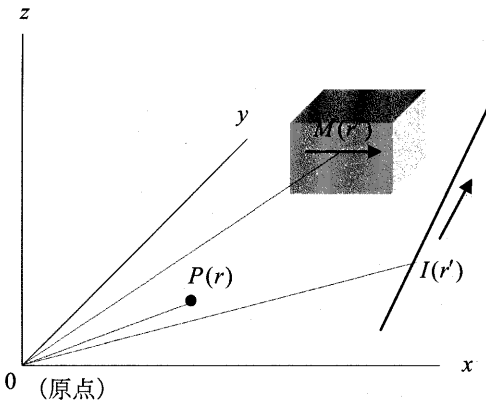


Fig.1 磁性体と導体電流のある空間
(Space having Magnetic Substance and Conductor Current)

この場合の積分領域 V' は電流 $I(r')$ の存在する範囲を示す。
 $H_m(r)$ は磁位 $\phi_m(r)$ の勾配であり、(3) 式となる。

$$H_m(r) = -\text{grad } \phi_m(r) \quad (3)$$

P 点の磁位 $\phi_m(r)$ は磁性体の磁化 $M(r'')$ によって生じ (4) 式で示される。

$$\phi_m(r) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V''} \frac{M(r'') \cdot (r - r'')}{(r - r'')^3} dV'' \quad (4)$$

この場合の積分領域 V'' は磁化 $M(r'')$ の存在する範囲を示す。

(1), (3), (4) 式から (5) 式を得る。

$$H(r) = H_c(r) - \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V''} \text{grad} \frac{M(r'') \cdot (r - r'')}{(r - r'')^3} dV'' \quad (5)$$

(5) 式から磁性体周辺空間での磁界を求めるためには、まず右辺第2項中の磁性体の磁化 $M(r'')$ を求め、次にこの磁化による任意点の磁界の積分計算結果を第1項に加える。具体的には、(5) 式の積分領域 V'' 中の磁化が生じている磁性体をほぼ同一磁化ベクトル要素単位に分割し、それらの磁化 $M(r'')$ を未知数とする行列方程式をつくる。そして、磁化 $M(r'')$ が求められれば (5) 式から空間の任意点の磁界が求められる。

3. 磁化による積分方程式

(5) 式はその右辺の第2項の $r - r'' = 0$ の点の値が特異点となり直接に求められないため、この場合の値を別途 $H_m(r'' = r)$ として (6) 式とする。

$$H(r) = H_c(r) + H_m(r'' = r) - \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V''} \text{grad} \frac{M(r'') \cdot (r - r'')}{(r - r'')^3} dV'' \quad (6)$$

磁性体中の磁束密度 $B(r)$ 、磁界 $H(r)$ 、磁化 $M(r)$ の間には、(7) 式の関係がある。

$$B(r) = \mu_0 H(r) + M(r) \quad (7)$$

次に、 $H_m(r'' = r)$ を $M(r)$ で表現する。磁界に関するガウスの定理から (8) 式を得る。

$$H_m(r) = -M(r) / \mu_0 / 2 \quad (8)$$

また、磁性体に与えられる磁界 $H(r)$ 、その磁性体の磁化 $M(r)$ 、その比磁化率 χ との間には (9) 式の関係がある。

$$H(r) = M(r) / (\mu_0 \chi) \quad (9)$$

したがって、(7), (8) 式により (6) 式は (10) 式となる。

$$\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\chi} \right) M(r) = H_c(r) - \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V''} \text{grad} \frac{M(r'') \cdot (r - r'')}{(r - r'')^3} dV'' \quad (10)$$

4. 離散化

z 軸方向に無限に長い柱状の磁性体に平行な導線に電流 I が流れている場合の xy 断面を Fig.2 に示す。このモデルによって (10) 式の2次元での離散化を示す。Fig.2 の磁性体柱断面を N 個の要素に分割し、各要素中は一様に $M_j(r'')$ で磁化されているとして (10) 式を離散化すると (11) 式となる。

$$\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\chi_i} \right) M_i(r) = H_{ci}(r) - \frac{1}{4\pi\mu_0} \sum_{j=1}^N \int_{V''} \text{grad} \frac{M_j(r'') \cdot (r - r'')}{(r - r'')^3} dV'' \quad (11)$$

(11) 式の右辺の積分項は、要素 j の磁化 $M_j(r'')$ が要素 i の位置に生じさせる磁界を示し、要素 j の幅、厚さ、高さ (x, y, z 軸) 方向の三重積分である。ここで、 $M_j(r'')$ は xy 平面上のベクトルであるので、それぞれの成分を $M_{jx}(r'')$ 、 $M_{jy}(r'')$ として (12) 式で表す。

$$M_j(r'') = i_x \cdot M_{jx}(r'') + i_y \cdot M_{jy}(r'') \quad (12)$$

i_x : x 軸方向の単位ベクトル

i_y : y 軸方向の単位ベクトル

このようにすると (11) 式の磁化 $M_i(r)$ 、 $M_j(r'')$ は、それぞれの x, y 成分 $M_{ix}(r)$ 、 $M_{iy}(r)$ 、 $M_{jx}(r'')$ 、 $M_{jy}(r'')$ に分けられ、そうして $M_{jx}(r'')$ 、 $M_{jy}(r'')$ は要素 i において x, y の2方向に磁界を生じるため、(11) 式で右辺の Σ で $j = j$ の場合 (13) 式で示されるような二つの方程式になる。なお、 H_{ci} 、 H_{ciy} は要素 i での電流による磁界の x, y 成分である。また、 C_{ijxx} は要素 j の磁化 M_j の x 成分が要素 i の x 方向に与える磁界係数であり、 C_{ijxy} 、 C_{ijyx} 、 C_{ijyy} も同様である。これらの磁界係数に磁化 M_{jx} 、 M_{jy} を乗じたものが i 点での磁界となる。これを Fig.3 に示す。

	$M_1(r)$	$M_2(r)$	$M_3(r)$	$M_4(r)$
I	$M_5(r) \cdots M_i(r) \cdots$			
$\odot$			$\cdots M_j(r'') \cdots$	
				$\cdots M_N(r)$

Fig.2 離散化モデルとしての磁性体断面
(Section of Magnetic Substance for Discrete Model)

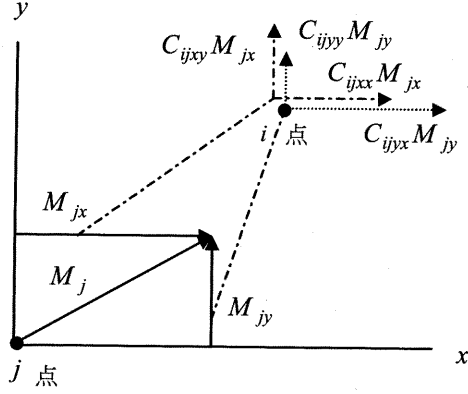


Fig.3 磁化ベクトルと磁化係数
(Vector and Coefficient of Magnetization)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\chi_i} \right) M_{ix} + \sum_{j \neq i} C_{ijxx} M_{jx} + \sum_{j \neq i} C_{ijyx} M_{jy} &= H_{cix} \\ \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\chi_i} \right) M_{iy} + \sum_{j \neq i} C_{ijxy} M_{jx} + \sum_{j \neq i} C_{ijyy} M_{jy} &= H_{ciy} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{ただし, } C_{ijxx} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V_j} \text{grad}_{(x)} \frac{i_x \cdot (r_i - r_j)}{(r_i - r_j)^3} dV$$

$$C_{ijxy} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V_j} \text{grad}_{(y)} \frac{i_x \cdot (r_i - r_j)}{(r_i - r_j)^3} dV$$

$$C_{ijyy} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V_j} \text{grad}_{(y)} \frac{i_y \cdot (r_i - r_j)}{(r_i - r_j)^3} dV$$

$$C_{ijyx} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{V_j} \text{grad}_{(x)} \frac{i_y \cdot (r_i - r_j)}{(r_i - r_j)^3} dV$$

(11) 式の右辺の Σ を $j=1 \dots N, (j \neq i)$ とした場合、全要素の x, y 2方向の磁化 $M_{1x}, M_{1y} \sim M_{Nx}, M_{Ny}$ を未知数とし、上記係数を用いると次の行列方程式となる。

$$\begin{bmatrix} K & 0 & C_{12xx} & C_{12yx} & \vdots & C_{1nyx} \\ 0 & K & C_{21yx} & C_{21yy} & \vdots & C_{1nyy} \\ C_{21xx} & C_{21yx} & K & 0 & \vdots & \vdots \\ C_{21xy} & C_{21yy} & 0 & K & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1xy} & C_{n1yy} & \vdots & \vdots & \vdots & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{2x} \\ M_{2y} \\ \vdots \\ M_{ny} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{c1x} \\ H_{c1y} \\ H_{c2x} \\ H_{c2y} \\ \vdots \\ H_{cny} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\text{ただし, } K = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\chi_i} \right)$$

ここで Fig.2 のモデルで、電流 (I) を 1A、磁性体透磁率 (μ_s) を 500 とし、磁性体柱を 25 等分割した場合と 100 等分割した場合での空間磁界の計算結果を Fig.4, Fig.5 に示す。(磁界分布である。電流源近傍は等高線を省いてある。)両磁界分布は磁性体柱に対する電流の反対位置では若干異なるが、その他ではほぼ一致していることが分る。すなわち、このような単純な形状の磁性体では要素分割

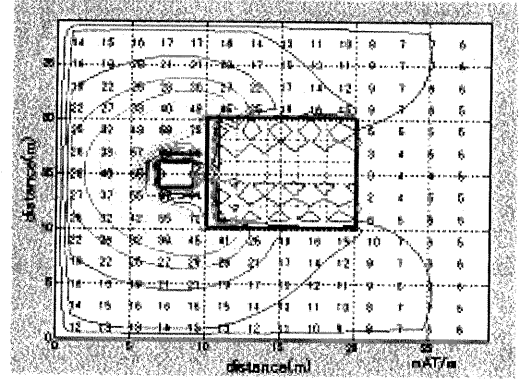


Fig.4 25 分割での磁性体柱周辺磁界分布
(Magnetic Field in the Vicinity of the Magnetic Substance
under Calculation Condition that it is Divided into 25
Sections)

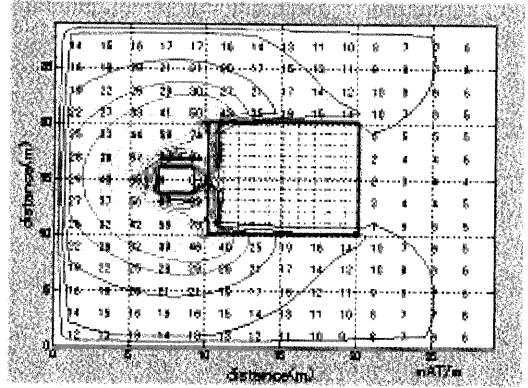


Fig.5 100 分割での磁性体柱周辺磁界分布
(Magnetic Field in the Vicinity of the Magnetic Substance
under Calculation Condition that it is Divided into 100
Sections)

方法による差は小さいことを示している。

Ⅲ. 2次元モデルでの計算例

磁気シールドルームの2次元計算モデル (z 軸方向に無限長のシールド壁、電流とする) を Fig.6 に示す。

磁気シールド壁左下コーナ部分の座標を $S[4m \ 4m]$ 、壁の厚さ $t=20mm$ 、一辺 $L=10m$ 壁断面分割要素数 $N=240$ (300mm (壁幅方向) $\times$ 10mm (壁厚方向) $\times$ 2 層 $\times$ 4 (面))、磁性材料の比透磁率 $\mu_s=500$ とし、磁界発生源電流 $I=10(A)$ の位置が磁気シールドルーム中央部 $q[9 \ 10]$ 、ルームの外、壁中央部 $q'[2 \ 9.5]$ でのシミュレーション結果を Fig.7, 8 (磁束密度である。図面上の壁厚は拡大されている。)に示す。また、比透磁率 $\mu_s=1000$ の場合のそれぞれの電流位置での計算結果を Fig.9, 10 に示す。 $\mu_s=500$ の場合では室内、外の磁束密度比は平均 2~3 倍、 $\mu_s=1000$ では平均 3~4 倍となっているが、これらの計算結果の妥当性は今後実験などでの検証が必要である。

次に、 $5 \times 5 \times 3m$ の 6 面シールドルームの特性を 3 次元的に従来の FEM と本報告の積分方程式法で解析する場合を比較してみる。FEM で解析する場合計算要素数は 1 億近くなり、事実上計算は不可能で

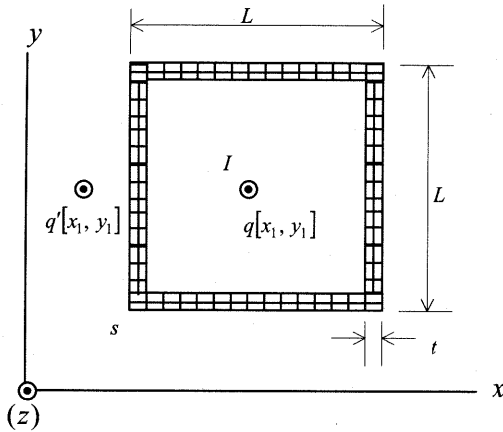


Fig.6 磁気シールドルームの2次元モデル
(2D Model of Magnetic Shielding Room for Calculation)

ある。一方、積分方程式法の場合は一つの壁面(5m×5m)を6cm×6cm壁厚の要素とすれば、6面全体での要素数は約3万程度、未知数は要素数の3倍(3次元)の約10万となる。10万程度のフルマトリックスの連立一次方程式は現在のパソコン程度で十分に解ける。

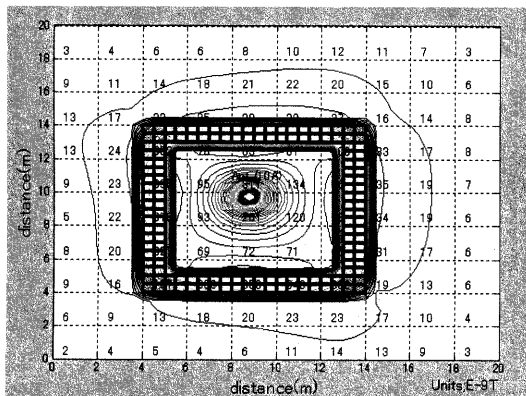


Fig.7 磁界源が部屋の中央にある場合の磁束密度
($\mu_s=500$) (Magnetic Flux Density in case of Source
being at Center in Room)

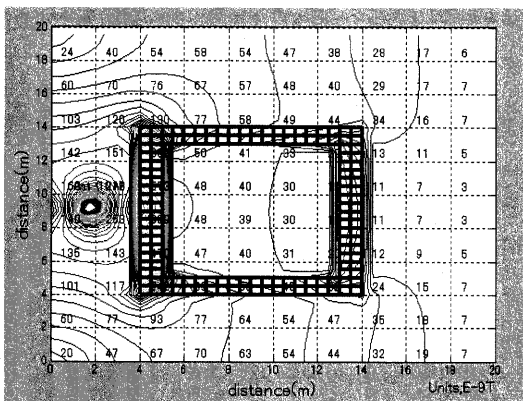


Fig.8 磁界源が部屋の外にある場合の磁束密度
($\mu_s=500$) (Magnetic Flux Density in case of Source
being in the Vicinity of Wall outside Room)

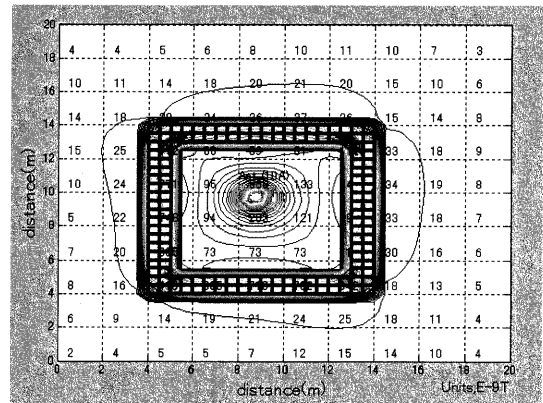


Fig.9 磁界源が部屋の中央にある場合の磁束密度
($\mu_s=1000$) (Magnetic Flux Density in case of Source
being at Center in Room)

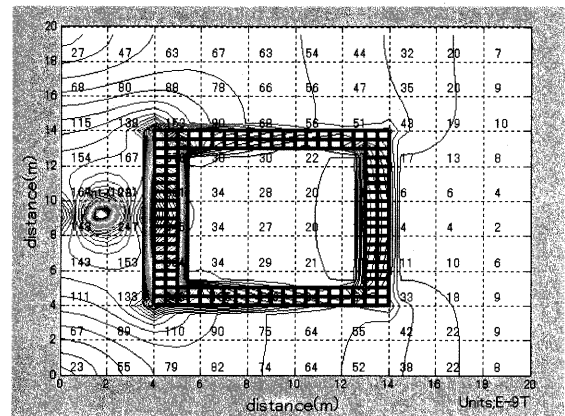


Fig.10 磁界源が部屋の外にある場合の磁束密度
($\mu_s=1000$) (Magnetic Flux Density in case of Source
being in the Vicinity of Wall outside Room)

また、要素をそれ以下に小さくし、要素数を増やす場合は主要な磁化係数以外を0とし、連立1次方程式をバンドマトリックス的にして解くことが可能となる。この場合はさらに十倍程度要素数を増やせると考えられる。

IV. おわりに

本報告では、積分方程式を用いた磁界解析の定式化と2次元モデルの計算例を示し、その結果この解析手法により6面磁性鋼板の3次元磁気シールドルーム一つの特性が求められることを示した。しかし、このようなシミュレーションでは、要素の分割方法、数によりその精度は大きく左右される。例えば、実際のシールドルームのコーナ部では磁性材料の磁化の方向が複雑になり、この個所の要素は十分に分割を細かくする必要があると考えられる。よって、今後この計算方法の検証実験を行い、その結果を十分に検討した後に3次元シミュレーションプログラムを開発していく予定である。