

超低周波帯電磁波の伝搬解析

Analysis of Propagation of Superlow-Frequency-Band Electromagnetic Waves

江 寄 智 和 横 田 依 早 彌

要 約

地中構造物のモニタリングデータの伝送手段として、超低周波帯電磁波を搬送波とした無線データ伝送装置の開発が進められている。しかしながら、この伝送媒体である超低周波帯電磁波（100Hz～10kHz程度の電磁波）は、テレビ電波や携帯電話などの高周波電磁波に比べて周波数が極めて低く、情報伝送容量が少ないため、これまでほとんど利用されることがなかった。このため、空気中を含め、媒質中の超低周波帯電磁波の伝搬特性は、未知の部分が多かった。本報では、媒質中における超低周波帯電磁波の伝搬理論式を導出し、理論値と実験値を比較した。その結果、今回導出した伝搬理論式が妥当であることを示した。

目 次

- I. はじめに
- II. 超低周波帯電磁波の伝搬解析手法
- III. 理論値と実験値の比較
- IV. 高周波電磁波と超低周波帯電磁波の距離減衰の計算例
- V. おわりに

I. はじめに

地中構造物の温度、歪などの各種モニタリングは、現状では地中に埋設されたセンサからの情報をケーブルによって伝送している。ケーブルによるデータ伝送は、情報通信の面では信頼性の高い方法であるが、その反面、ケーブル切断の恐れやケーブル敷設により作業が煩雑になるなどの問題も多く抱えている。

最近、ケーブル伝送の諸問題を抜本的に解決すべく、超低周波帯電磁波を利用した無線データ伝送方式の開発が進められている。ここで使われている超低周波帯電磁波は、テレビ電波や携帯電話などの高周波電磁波に比べて周波数が極めて低く、情報伝送容量が少ないため、これまでほとんど利用されることがなかった。このため、空気中を含め、媒質中の超低周波帯電磁波の伝搬形態には未知の部分が多かった。

本報では、空気中及び媒質中における超低周波帯電磁波の伝搬理論式を導出し、その理論値と実験値を比較して理論式の妥当性を検証する。

II. 超低周波帯電磁波の伝搬解析手法

無線データ伝送で用いる電磁波は、100Hz～10kHzの超低周波であり、その電磁波の発生源であるアンテナは、一般的な電磁波の波長に共振させるダイポール等のアンテナでは長大になる理由から、ループ形状のアンテナを採用している。そこで、本文ではアンテナ

が伝送距離に比べて無視できるほど小さい微小ループアンテナを用いて、アンテナからの放射電磁界及び伝搬を解析する。本解析では、ループアンテナの電流分布から求められるベクトルポテンシャル A 及びスカラーポテンシャル V を用いて説明する。

一方、超低周波帯電磁波の伝搬特性と比較するために、高周波電磁波いわゆる電波についても微小ダイポールアンテナを用いた伝搬解析を併せて行う。本文中の太字で示す記号は、ベクトル量である。

1. 微小ループアンテナからの放射電磁界

磁束密度 B とベクトルポテンシャル A には式(1)の関係が成り立ち、これは式(2)のマックスウェルの式の一部（ $\text{div} B = 0$ ）を満足する。また、磁束密度 B と磁界 H の関係式、式(3)-(a)を用いると式(1)は式(3)-(b)に置き換えることができる。ここで、 μ は透磁率である。

$$B = \text{rot} A \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{div} B = \text{div} \text{rot} A = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} B &= \mu H & (a) \\ H &= \frac{1}{\mu} \text{rot} A & (b) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

なお、 rot の直交座標表示は、次式で表される。

$$\text{rot} A = \nabla \times A = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 a は直交座標における各成分の単位ベクトルを示す。

式(3)-(b)の両辺を時間微分すると、次式となる。ここで、時間微分は、 $\partial/\partial t = j\omega$ として取り扱う。

$$\text{rot}(j\omega A) = j\omega \mu H \quad \dots \dots \dots (5)$$

この、 A の説明を進めるために、電磁界が単一正弦波で変化している場合のマックスウェルの式を次式に示す。

キーワード： 超低周波帯電磁波、地中データ伝送、無線、モニタリング、センサ

$$\left. \begin{aligned} \text{rot} \mathbf{E} &= -j\omega\mu\mathbf{H} & (a) \\ \text{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{J} + j\omega\epsilon\mathbf{E} & (b) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

式(6)に示す $\mathbf{E}$ 及び $\mathbf{H}$ は、電界及び磁界であり、また、 $\mathbf{J}$ は電流密度である。

式(6)は、交流の電流がアンテナなどの導体に流れている場合、その電流を取り巻くように磁界が発生し、その磁界が時間的に変化することで磁界を取り巻くような電界が発生していることを示している。また、発生した電界は、時間的に変化することで、磁界を発生させる。このように、電界と磁界が交互に作用することで、最終的に空間に電磁波として伝搬していくことを示している。

式(5)を式(6)-(a)に代入すると、式(7)を得る。

$$\text{rot}(\mathbf{E} + j\omega\mathbf{A}) = 0 \dots \dots \dots (7)$$

式(7)を積分すると次式を得る。

$$\mathbf{E} = -\text{grad}V - j\omega\mathbf{A} = -\nabla V - j\omega\mathbf{A} \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 V は任意のスカラー量であり、式(8)の両辺の rot をとると、式(8)右辺の第一項は、ベクトルの公式から、 $\nabla \times (-\nabla V) = 0$ となるため、結果的に式(6)-(a)になり、ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ 及びスカラーポテンシャル V から電界 $\mathbf{E}$ 及び磁界 $\mathbf{H}$ を求めることが可能となる。

ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を求めるために、式(3)-(b)及び式(8)を式(6)-(b)に代入すると、次式を得る。 $\nabla \times$ は前述のように、 rot と同様の意味を持つベクトル演算子である。

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = k^2 \mathbf{A} - j\omega\epsilon\mu \nabla V + \mu \mathbf{J} \dots \dots \dots (9)$$

ここで、 k は伝搬定数であり、次式で示される。

$$k = \sqrt{-\omega^2 \mu \epsilon + j\omega \mu \sigma} = \sqrt{j\omega \mu (\sigma + j\omega \epsilon)} \dots \dots \dots (10)$$

また、式(9)を置き換えると、式(11)となる。

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A} + j\omega\epsilon\mu V) \dots \dots \dots (11)$$

式(11)のカッコ内は、ローレンツ条件から任意に設定が可能であるため、下記の条件を与える。

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + j\omega\epsilon\mu V = 0 \dots \dots \dots (12)$$

結果的にベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ は次式から得られる。

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \dots \dots \dots (13)$$

一方で、スカラーポテンシャル V は、式(8)と式(12)を組み合わせ、これを解くことで式(14)を求めることができる。ここで、 q は電荷密度である。

$$\nabla^2 V + k^2 V = -\frac{q}{\epsilon} \dots \dots \dots (14)$$

式(13)の $\mathbf{A}$ と式(14)の V を解くと次式となる。

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV' \\ \mathbf{A} &= \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

式(15)を解くと次式が得られる。

$$\nabla V = \mathbf{a}_R \frac{\partial V}{\partial R} + \mathbf{a}_\theta \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \dots \dots \dots (16)$$

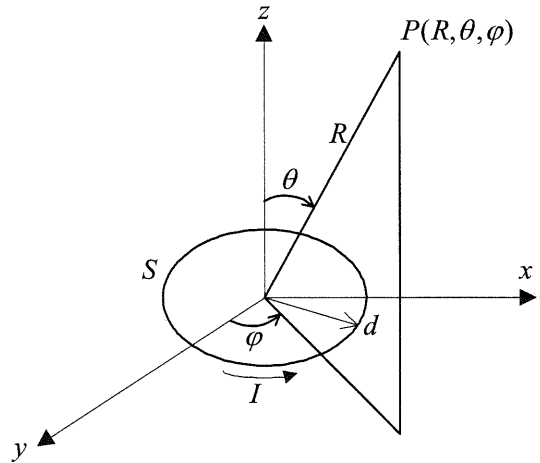


Fig.1 極座標系
(Polar Coordinate System)

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{A} &= \mathbf{a}_R \frac{1}{R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial(A_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right\} + \\ &\quad \mathbf{a}_\theta \frac{1}{R} \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_R}{\partial \phi} - \frac{\partial(R A_\phi)}{\partial R} \right\} + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{R} \left\{ \frac{\partial(R A_\theta)}{\partial R} - \frac{\partial A_R}{\partial \theta} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、 ∇V 及び $\nabla \times \mathbf{A}$ を Fig.1 に示す極座標表示にして次式に示す。Fig.1 に示す I は、ループアンテナの電流、 S はループの面積、 R は伝送距離であり、原点はループアンテナの中心で、そこから R 離れた位置を P 点としている。

次に、ループアンテナからの電界 $\mathbf{E}$ 及び磁界 $\mathbf{H}$ を求めるために、式(16)、(17)で求めた V 及び $\mathbf{A}$ を式(3)-(b)及び式(8)に代入する。これを計算すると、式(18)及び式(19)を得る。

$$\left. \begin{aligned} E_R &= -(\nabla V)_R - j\omega(A)_R = -\frac{\partial V}{\partial R} - j\omega A_R = 0 \\ E_\theta &= -(\nabla V)_\theta - j\omega(A)_\theta = -\frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial \theta} - j\omega A_\theta = 0 \\ E_\phi &= -(\nabla V)_\phi - j\omega(A)_\phi = -\frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} - j\omega A_\phi \\ &= -\frac{j\omega \mu I S e^{-jkR}}{4\pi} \left(\frac{1}{R^2} + \frac{jk}{R} \right) \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} H_R &= \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A})_R = \frac{I S e^{-jkR}}{2\pi} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{jk}{R^2} \right) \cos \theta \\ H_\theta &= \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A})_\theta = \frac{I S e^{-jkR}}{4\pi} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{jk}{R^2} - \frac{k^2}{R} \right) \sin \theta \\ H_\phi &= \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{A})_\phi = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

式(18)及び式(19)で求めた電界及び磁界の各成分を整理し、電界及び磁界が0になる成分を除くと、次式となる。

$$\left. \begin{aligned} E_\phi &= -\frac{j\omega \mu I S e^{-jkR}}{4\pi} \left(\frac{1}{R^2} + \frac{jk}{R} \right) \sin \theta & (a) \\ H_R &= \frac{I S e^{-jkR}}{2\pi} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{jk}{R^2} \right) \cos \theta & (b) \\ H_\theta &= \frac{I S e^{-jkR}}{4\pi} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{jk}{R^2} - \frac{k^2}{R} \right) \sin \theta & (c) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

式(20)に示す伝搬定数 k は、周波数を 1kHz (波長 300km)、媒質の導電率を 0.001[S/m]、伝送距離を 1000m とすると、 2.64×10^{-7}

になる。ここで、 $1/R^3$ に比例する項は、 1×10^{-9} 、 $1/R^2$ に比例する項は、 2.64×10^{-13} 、 $1/R$ に比例する項は、 6.97×10^{-17} になり、波長よりも十分短い領域の電磁界強度は、 $1/R^3$ の項が支配的となることが分かる。

本解析では、ループアンテナを取り扱ったため、アンテナの極近傍では電界よりも磁界が支配的（空間インピーダンスが定常状態のインピーダンス 377Ω に比べて極めて低い領域）となるため、このような領域では磁界のみを取り扱えばよく、式(20)の E_θ は無視することができる。

なお、今回の超低周波帯電磁波による無線伝送は、伝送距離 R が 1000m 程度を想定しており、超低周波帯電磁波の周波数を 1kHz とすれば、そのときの波長 λ は、 300km になる。そこで、 $R \gg \lambda$ の条件のもとで、式(20)は近似的に式(21)となる。

$$\left. \begin{aligned} H_R &= \frac{ISe^{-jkR}}{2\pi R^3} \cos \theta \quad [A/m] \\ H_\theta &= \frac{ISe^{-jkR}}{4\pi R^3} \sin \theta \quad [A/m] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

受信点 P を Fig.1 に示す z 軸上のみとすれば式(21)は $\theta = 0$ になるため、次式となる。

$$H_R = \frac{ISe^{-jkR}}{2\pi R^3} \dots \dots \dots (22)$$

ループアンテナからの放射電磁界は、波長に比べて伝送距離が極端な距離となる条件から、結果的に式(22)が導出できる。よって、超低周波帯電磁波のアンテナ近傍での電磁界は、空気中では伝搬定数 $k=0$ であるため $1/R^3$ に比例して減衰することが分かる。また、式(22)からも明らかのように、磁界の強さは、電流 I 及びループアンテナの面積 S に比例して増加する。

2. 超低周波帯電磁波の伝搬定数

伝搬定数は、媒質中における電磁波の減衰を示すものである。ここで、式(10)で示した伝搬定数を用いて、花崗岩中の超低周波帯電磁波の伝搬定数を計算する。 ϵ_r は比誘電率、 ϵ_0 は真空中の誘電率、 σ は導電率である。

$$f = 1[\text{kHz}], \quad \epsilon_r = 30, \quad \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [F/m], \quad \sigma = 10^{-3} [S/m]$$

$$\omega\epsilon = 2\pi f\epsilon_r\epsilon_0 = 2\pi \times 1 \times 10^3 \times 30 \times 8.854 \times 10^{-12} = 1.67 \times 10^{-6}$$

$$\sigma (= 10^{-3}) \gg \omega\epsilon (= 1.67 \times 10^{-6})$$

したがって、式(10)に示した伝搬定数 k は次式に近似的できる。

$$k \approx \sqrt{j\omega\mu\sigma} \dots \dots \dots (23)$$

以上に示したように、超低周波帯電磁波の伝搬は、周波数、透磁率及び導電率に影響されることがわかる。

3. 微小ダイポールアンテナからの放射電磁界

次に、超低周波帯電磁波との比較のために一般的な高周波電磁波（電波）の場合の放射電磁界を示す。式(24)は、前述したように微小ダイポールのベクトルポテンシャル及びスカラーポテンシャルから導出したものである。このように、本式は式(20)に類似していることがわかる。

$$\left. \begin{aligned} E_R &= \frac{pe^{-jkR}}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{jk}{R^2} \right) \cos \theta \quad (a) \\ E_\theta &= \frac{pe^{-jkR}}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{R^3} + \frac{jk}{R^2} - \frac{k^2}{R} \right) \sin \theta \quad (b) \\ H_\phi &= \frac{j\omega pe^{-jkR}}{4\pi} \left(\frac{1}{R^2} + \frac{jk}{R} \right) \sin \theta \quad (c) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

ここで、 p はダイポールのモーメントといい、次式となる。

$$p = \frac{I}{j\omega} l = -j \frac{I}{\omega} l \dots \dots \dots (25)$$

電波は、波長よりも十分に長い伝送距離での定常的な電磁波を指し、電磁波の電界と磁界の比（波動インピーダンス）が常に一定となる。

次に、伝送距離が電磁波の波長に比べて十分に長い条件のもとで式(24)を計算し、式(25)を代入すると、式(26)及び式(27)を得る。式(26)及び式(27)における伝搬定数 k は、式(10)に示したものである。

$$E_\theta = -\frac{pk^2 e^{-jkR}}{4\pi\epsilon R} \sin \theta = jkIl \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{e^{-jkR}}{R} \sin \theta \dots \dots \dots (26)$$

$$\cong j60\pi Il \frac{e^{-jkR}}{\lambda R} \sin \theta \quad [V/m]$$

$$H_\phi = -\frac{(j\omega p)(jk) e^{-jkR}}{4\pi R} \sin \theta = jkIl \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \sin \theta \quad [A/m] \dots \dots (27)$$

ここで、 I は微小ダイポールに流れる電流、 l はダイポールの長さである。

式(26)及び式(27)に示す k は、周波数を 100MHz （波長 3m ）、媒質の導電率を $0.001[\text{S/m}]$ 、伝送距離を 1000m とすると、 0.188 になる。ここで、式(24)の $1/R^3$ に比例する項は、 1×10^{-9} 、 $1/R^2$ に比例する項は、 1.88×10^{-7} 、 $1/R$ に比例する項は、 3.53×10^{-5} になり、波長よりも十分長い領域の電磁界強度は、距離に反比例すると考えてよいことが分かる。

III. 理論値と実験値の比較

1. 実験装置の概要

超低周波帯電磁波の伝搬解析の妥当性を検証するために、地中—地上間で通信試験を行った。試験に用いた装置の仕様を Table 1 に示す。通信周波数は、 1.2kHz であり、 9kHz 以上を対象にしている電波法には該当しない。また、送信される電磁界強度についても送信機から 1m 以上離れた位置で WHO (World Health Organization) のガイドラインである“ $0.8 \sim 3\text{kHz}$ の交流磁界の強さが 5A/m 以下”を満足している。

Table 1 送受信機の仕様
(Specification of the Communication System)

通信周波数	1.2 [kHz]
送信出力	7 [W]
送信機寸法	$\phi 320\text{mm} \times 540\text{mm}$
受信機寸法	$\phi 400\text{mm} \times 95\text{mm}$
伝送レート	75 [bps]

2. 実験方法

実験方法は、地中部（トンネル内）と地上部の間で送受信を行い、その電磁波の受信強度を測定した。実験では、送受信距離を 40m から 150m の間で変えて行った。また、実験を行った場所の地質は、事前のボーリング調査の結果から、ほぼ花崗岩から構成されている。なお、送受信機の位置は、事前に測量を行い、送受信機が対向する状態で試験を行った。

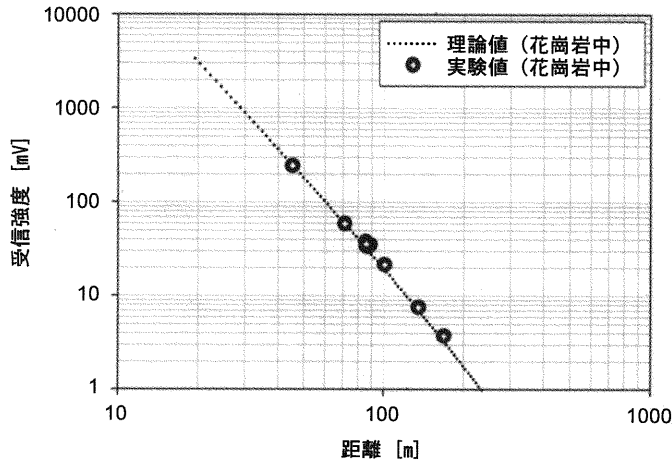


Fig.2 実験と解析結果
(The Experiment and the Calculation Results)

3. 実験結果及び計算結果

実験結果を Fig.2 に示す。図中の理論値は、式(22)の伝搬理論式と式(23)の伝搬定数から計算した花崗岩中（導電率 0.001[S/m]）の計算値である。理論値と実験値はほぼ一致しており、今回導出した超低周波帯電磁波の伝搬解析式は妥当であると判断できる。

IV. 高周波電磁波と超低周波電磁波の距離減衰の計算例

式(27)から求めた高周波電磁波の空气中、花崗岩中及び淡水中の距離減衰特性を Fig.3 に示す。一方で、式(22)を用いた超低周波帯電磁波の空气中、花崗岩中、淡水中及び海水での距離減衰特性を Fig.4 に示す。計算に用いた周波数は、それぞれ 100MHz と 1.2kHz である。

高周波電磁波の場合、媒質中における減衰は周波数及び導電率に影響されるが、その内周波数による影響が大きい（超低周波の 10⁵ 倍）ため、花崗岩や淡水などの媒質中では減衰が大きくなる。このように、岩盤中、水中では減衰が大きいため、高周波電磁波によって地中での長距離の通信を行うことは理論上不可能といえる。

一方で、超低周波帯電磁波の減衰は、空气中では $1/R^3$ に比例して減衰するため、電波に比べると空气中では減衰が大きくなる。しかしながら、花崗岩中をはじめ水中での減衰は、周波数及び導電率の影響を受けるものの、周波数が低いことにより高周波電磁波に比べて減衰が小さくなり、地中の通信に有利であるといえる。

V. おわりに

超低周波帯電磁波の媒質中における伝搬解析式を導出し、伝搬解析式の検証実験と比較した結果、実験結果と計算結果はほぼ一致し、

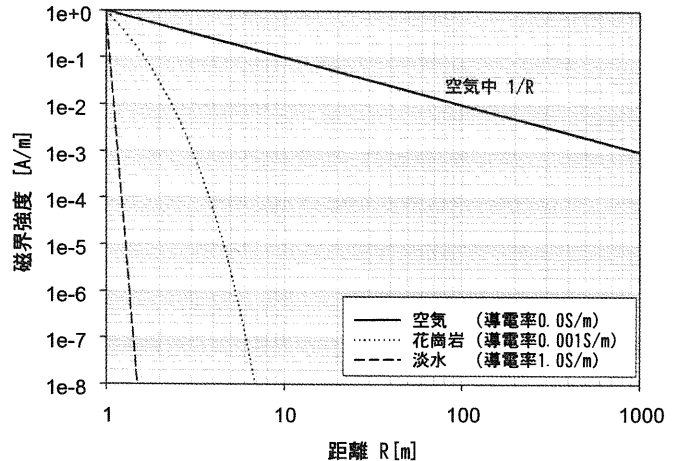


Fig.3 高周波電磁波の距離減衰特性
(Distance Decrease Characteristic of High Frequency Electromagnetic Waves)

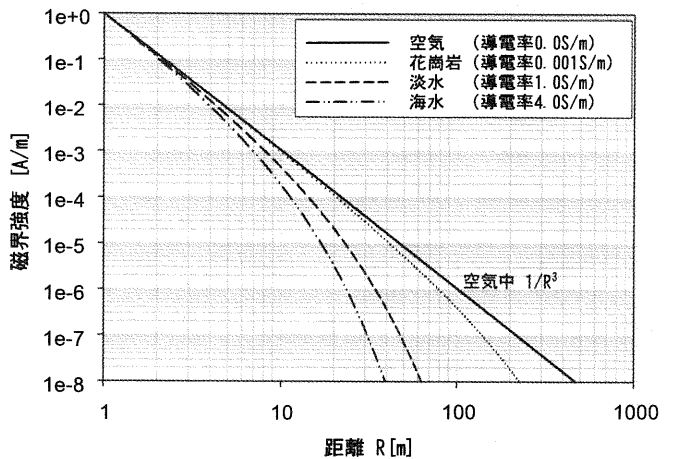


Fig.4 超低周波帯電磁波の距離減衰特性
(Distance Decrease Characteristic of Super Low Frequency Band Electromagnetic Waves)

今回導出した伝搬解析式は妥当であると判断できた。伝搬解析式が導出できたことにより、無線データ伝送の現場適用に際しては、基本的には計算によって通信の可否を確かめることができる。

今後の課題としては、伝搬経路の途中に局所的に金属物などの高透磁率の媒質や含水率の高い地層がある場合などには、今回導出した解析式では計算できないことが考えられるため、地中の複雑な形状、または局所的な媒質をモデル化して超低周波帯電磁波の伝搬解析を行うことが必要であり、三次元有限要素法などの数値解析手法を開発する計画である。

参考文献

- 1) 遠藤敬二；アンテナ工学，総合電子出版社，1979.
- 2) 三輪 進；高周波電磁気学，東京電機大学出版局，1992.
- 3) 後藤尚久；図説・アンテナ，電子情報通信学会，1995.