

5 時間・周波数標準の発生と供給

5 Generation and Dissemination of Time and Frequency Standard

5-1 原子時決定アルゴリズム

5-1 Algorithm of Ensemble Atomic Time

花土ゆう子 今江理人 相田政則 細川瑞彦 伊東宏之 中川史丸
清水義行

HANADO Yuko, IMAE Michito, AIDA Masanori, HOSOKAWA Mizuhiko,
ITO Hiroyuki, NAKAGAWA Fumimaru, and SIMIZU Yosiyuki

要旨

本稿では、原子時決定アルゴリズムについて紹介する。複数の原子時計の重み付き平均をとることで、各時計の安定度を上回る平均原子時を作り出すことができる。その計算方法は唯一のものではなく、最適なアルゴリズムは状況や目的に応じて変化する。代表的なアルゴリズムとして、長期安定性に優れた国際原子時 (TAI) のアルゴリズム ALGOS (BIPM)、リアルタイム性に優れた時系 AT1 (NIST) を紹介する。また、日本標準時の元である UTC (CRL) のアルゴリズムを紹介し、幾つかの問題点の改良についても述べる。

This article introduces the algorithm of ensemble atomic time. We can make a more stable time scale than each component atomic clock by calculating the weighted average of each clock. This calculation method is not the only one but the optimum algorithm changes to meet the research purposes and situations. We introduce the ALGOS (BIPM) and AT1 (NIST) as the representative algorithms. ALGOS (BIPM) is for TAI (International Atomic Time) which has an excellent long-term stability, and AT1 (NIST) is for AT1 time-scale at NIST (National Institute of Standards and Technology) which is a real-time time scale. We also describe about the algorithm of UTC (CRL) and some improvements of it.

【キーワード】

協定世界時, 時系アルゴリズム, 平均原子時, UTC (CRL)

UTC (Coordinated Universal Time), Time scale algorithm, Ensemble atomic time, UTC (CRL)

1 はじめに

時刻の決め方の一つに、周期的な事象 (等間隔に起きると理論的に言える事象) を数えあげていく方法がある。原子時もこの一種であり、ある原子が特定の条件で吸収放出する電磁波の周期を数えあげて作っていく時系である。原子時は、現在最も安定度の良い時系として1秒の定義にも

用いられ、また世界的な標準時の元にもなっている[1]。

「原子時をどのように決めていくか」についての考え方や手順を、原子時決定アルゴリズムと呼ぶ。1秒の定義はセシウム原子の遷移周波数により厳密に決められるのだから、原子時はおのずと一意に決められ、決定方法に選択の余地などないように思えるが、現実にはそうではない。

実際に存在する原子時計においては、理論上で語られる理想的な状態からのずれが生じ、それが出力信号に影響するため、この実状を踏まえた上でいかに安定な時系を作るか、が重要な問題となってくる。

例えば、市販のセシウム原子時計を2台用意してその1秒信号出力を比較しても、完璧に一致はしない。これは、原子時計内部の磁場環境や電子回路に機差があり、かつ通常の原子時計には自己校正能力がないためである。では、どちらの時刻を信じればよいのだろうか。この場合この2台だけでは正しい時刻を知ることはできない。自分の時刻誤差を自分自身で決めることができるのは、自己校正機能を持つ一次周波数標準器と呼ばれる原子時計だけである[2][3]。それ以外の原子時計においては、一次標準器や他の標準時と比較することにより、自分の時刻ずれを知ることになる。

一次周波数標準器や他の標準時と定期的に比較するとしても、その間の時刻はどのように保てばよいのだろうか。複数台の原子時計を比較して最もふらつきの少ない時計を選び、その時刻を信じる方法もあるが(マスタークロック方式)、同じような性能の時計が複数台ある場合には、それらを平均した時系を作ることにより、各時計のいずれよりもゆらぎの少ない信頼性の高い時系を作ることができる。この方式はアンサンブルクロック方式と呼ばれ、時計の台数が多い場合には特に有効な方法である。このようにして作られた時系を平均原子時と呼ぶ。一次周波数標準器は、自己評価のため時折運用を止める必要があり、連続稼働には不向きなため、平均原子時の校正用に用いられるのが一般的である。

平均原子時の計算においては、幾つか考慮しなければならない問題がある。例えば、安定度の悪い時計が計算に混じると全体の安定度に悪影響を及ぼすため、各時計の善し悪しに応じて重み付けをして平均するが、その重みをどのように決定するか。各時計の安定度の善し悪しをどのように評価するか。また、アンサンブル構成時計が故障などにより途中で抜けた場合の影響を抑えるにはどうすればよいか。これらに対処する最適な計算方法は、材料となる原子時計

の性質や目的とする時系に応じて様々である。つまり、最適な原子時決定アルゴリズムは、状況に応じて変化するものである。

本稿では、**2**でアンサンブルクロック方式について基本的な計算法を説明する。**3**では、代表的なアルゴリズムとして、事後処理(ポストプロセス)で決定されていく国際原子時TAIのアルゴリズムALGOS(BIPM)と、リアルタイム時系であるAT1(NIST)のアルゴリズムの2例を紹介する。**4**では、通信総合研究所(CRL)の発生する標準時UTC(CRL)のアルゴリズムを紹介し、現状の問題点と改良について述べる。なお、文献[4][6]については、本稿全般にわたり参考にした。また、**3-1**及び**3-2**全般において文献[4][5]を、**4-1**全般において文献[6][7]を参考にしたが、個々の箇所での引用は省略している。

2 平均原子時の計算方法

2.1 基本的な定義

以後、完全に一定な時系である「理想時」を基準として、理想時からの時刻差を「時刻」と呼ぶことにする。理想時は概念的なものであり、実際に計算や測定で得られるものではない。時計# i の時刻を h_i 、平均原子時を TA と表記する。

平均原子時は、理論上の定義として、以下のように表される(図1(a))。

$$TA0(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) h_i(t), \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (1)$$

i は各時計を表す指標、 w_i は各時計の重みである。各時計が独立な場合、最適な重みで重み付き平均をとることにより、どの時計よりも安定な時系を作ることができる。

式(1)では、ある時点 t_0 で時計#1が抜けたとすると、時刻 $h_1(t_0)$ がそのまま計算から抜けるために加算結果の変動が大きい。ではどうすればよいのか。そもそも、各時計のゆらぎをならすために平均処理をするのが式(1)の目的であるから、ゆらぎ分だけを取り出して平均してもよいはずである。この考えによれば、原子時は次式で計算してもよい。

$$TA(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h_i(t) - h'_i(t)\}, \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (2)$$

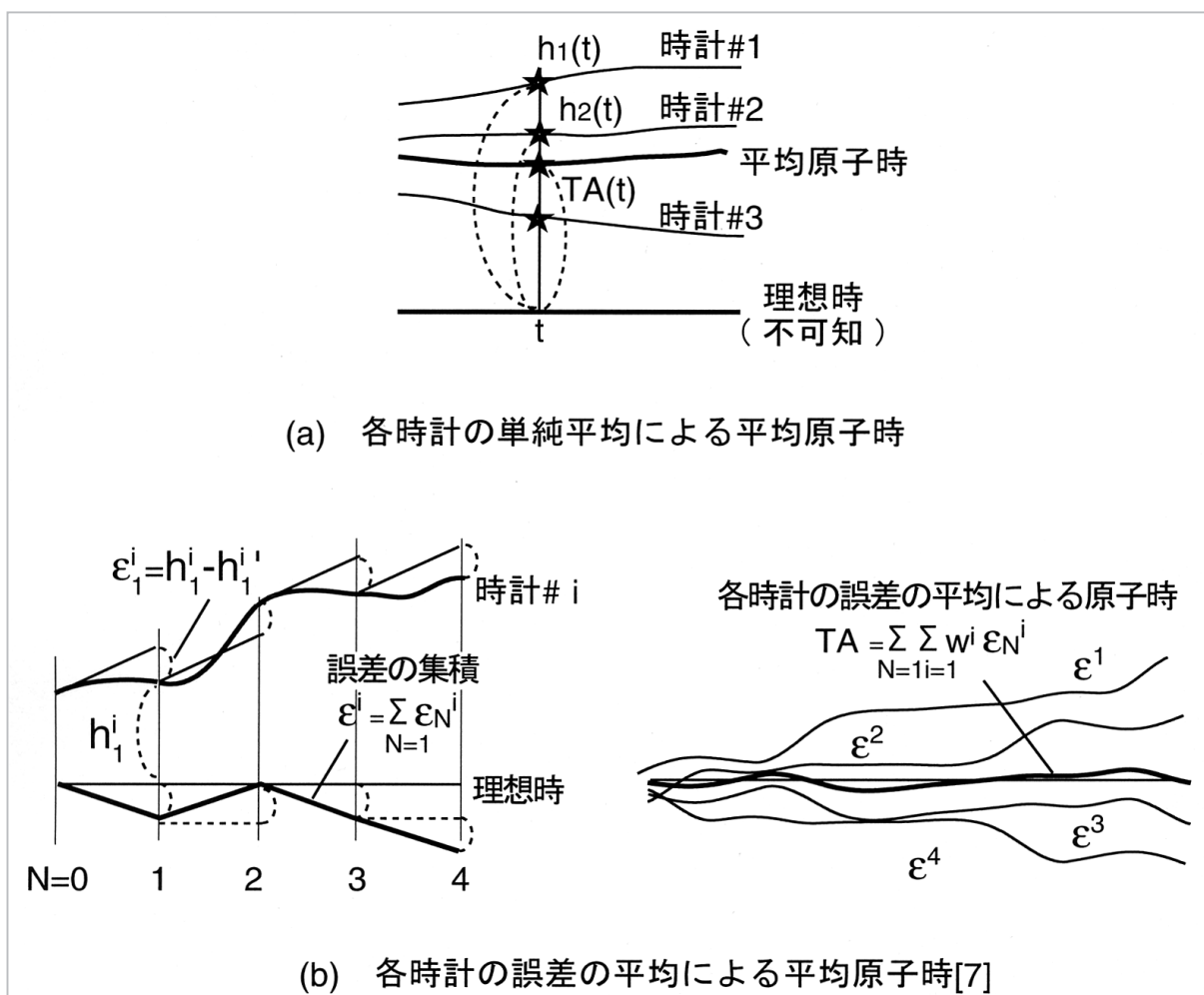


図1 平均原子時の計算方法

つまり、時計 # i の実際の時刻 $h_i(t)$ から、予測可能な変化分 $h'_i(t)$ を取り除き、それ以外の変動分をゆらぎとみなし、これを重みつき平均したものが平均原子時 TA である (図1 (b))。重み $w_i(t)$ 及び予測変動分 $h'_i(t)$ は、各種モデルに沿って与えられる (2-2 参照)。

$h_i(t)$ は、基準となる理想時が不可知なので、絶対値を知ることができない。つまり、 $TA(t)$ の絶対値をこの式から直接計算することはできない。値を計算することができるのは、平均原子時と各時計との時刻差 x_i なる量だけである。

$$x_i(t) = TA(t) - h_i(t) \quad (3)$$

x_i は、時計同士の時刻差 X_{ij} から求めることができる。 X_{ij} は、唯一実計測で求められる値であり、 TA 計算の材料である。

$$X_{ij}(t) = x_i(t) - x_j(t), \quad i = 1, \dots, N, \quad i \neq j \quad (4)$$

式 (2) (3) 及び (4) からは、次の連立方程式により、 $x_i(t)$ が一意に求められる。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N w_i(t) x_i(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) h'_i(t) \\ X_{ij}(t) = x_i(t) - x_j(t), \quad i=1, \dots, N, \quad i \neq j \end{cases} \quad (5)$$

式 (4) において、 N 個の時計から独立な $N-1$ 個の関係式が求められるので、式 (5) と合わせると N 個の方程式が得られる。未知数は N 個の $x_i(t)$ であるので、式 (4) (5) より、 $x_i(t)$ は一意に求めることができる。具体的に書き記せば、以下の式となる。

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h'_i(t) - X_{ij}(t)\} \quad (6)$$

$h'_i(t)$ は一般的に、一次式で予測される。

$$h'_i(t) = x_i(t_0) + y'_i(t)(t - t_0) \quad (7)$$

t_0 は、最後に x_i を計算したエポック、 $x_i(t_0)$ は t_0 における時計# i とTAとの時刻差、 $y'_i(t)$ は時計# i の時刻の予測変化率(予測周波数)である。 $y'_i(t)$ の基準となるのは原子時自身であることに注意する。最も信頼できる時系TAが基準となるのである。これは、過去の自分自身を基準として原子時が決められていくことを意味し、 $y'_i(t)$ の計算方法が不適切であった場合、上記の計算は発散の危険をはらむことが分かる。

まとめると、原子時TAの計算とは、実際には平均原子時と各時計との時刻差 $x_i(t)$ を計算する作業である。 $x_i(t)$ は、各時計間の時刻差 $X_{ij}(t)$ 、最後に計算を行ったエポック t_n 、 t_0 での計算値 $x_i(t_0)$ 、各時計に与える重み $w_i(t)$ 、各時計に与える予測周波数 $y'_i(t)$ 、から計算することができる。時計の時刻 $t_i(t)$ が不可知なので、 $TA(t)$ の時刻を数値として求めることはできないが、その変化分を計算することはできる。また、時刻比較により他局のTAとの時刻差で規定することができる。

2.2 計算において考慮すべきこと

原子時決定アルゴリズムを考える際の、二つの大前提を挙げておく。

1. 時計間の時刻差 X_{ij} の測定誤差が、時計自身のノイズに比べて無視できるほど小さい。
2. 各時計は独立であり、時計間の時刻差計測結果に相関がない。

この条件が満たされなければ、2-1の平均原子時計計算方式は有効でない。

「どんな時系(周波数標準)がほしいのか。」により、最適なアルゴリズムは変わる。例えば、リアルタイムで必要か後日報告で十分なのか、どの程度の時間間隔の安定度を重視するか、といったことは、計算間隔の決め方や周波数の予測方法を左右する。例えば、計測間隔 T は、計測誤差を抑えるのに十分な平均時間よりも長く取る必要があるが、リアルタイム性が目的なら、両者の兼ね合いで T を決定する必要がある。また、周波数予測の方法は、時計の性質やどのくらいの区間で予測するか、によって変わってくる。一つの時計においても、計算間隔が異なると考慮すべきノイズの性質が異なってくる。例えば、

- [1] ホワイトFMが支配的な場合：

- ・商用セシウム時計で、平均化時間 $\tau = 1 \sim 10$ 日の場合。

- ・ある区間 τ の予測周波数は、それまでの τ 間周波数の平均値、とするのが適当。

- [2] ランダムウォークFMが支配的な場合：

- ・実用セシウム時計で、 $\tau = 20 \sim 70$ 日の場合。

- ・ある区間 τ の予測周波数は、直前の区間 τ の周波数を踏襲する、のが適当。

- [3] 周波数のリニアドリフトが支配的な場合：

- ・水素メーザー周波数標準器で、 τ =数日の場合。

- ・ある区間 τ の予測周波数は、直前の区間 τ の周波数からドリフトを除いたもの、が適当。

となる。各時計の重みは、周波数分散の逆数で与えられるのが一般的であり、制限がなければ、TAの周波数分散は原理的には各時計の分散より小さくなるはずである。基準となる時系を原子時そのものにとると、重みの大きな時計に原子時が引きずられるので、その時計の周波数分散は小さく評価され、重みの大きな時計はどんどん大きな重みを得ることになる。このような偏りを防ぐため、重みに上限を設けるのが一般的である。ただしこの場合の安定度は、上限値を付けない場合の最良値よりも劣る可能性がある。重みの付け方は、時計の種類や台数により、様々な方法が取られている。また、アンサンブル構成時計が異常なふるまいをした場合の検出法や対処法も、実運用時には重要な項目となってくる。

これらを考慮しどのように時系を作っていくのかを、代表的な二つのアルゴリズムALGOS(BIPM)及びAT1(NIST)について見ていく。

3 各種アルゴリズム

3.1 ALGOS(BIPM)

ALGOS(BIPM)は、TAIの元となるEALという時系の計算アルゴリズムである。EALは世界中の多数の原子時計(現在約250台)を重み付き平均した時系であり、EALに一次標準器による周波数調整を加味したものがTAIである。EALを

TA(t)とすると、定義式は、

$$\begin{aligned} TA(t) &= \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h_i(t) - h'_i(t)\}, \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (2) \\ x_i(t) &= TA(t) - h_i(t) \quad (3) \\ h'_i(t) &= x_i(t_0) + y'_i(t)(t - t_0) \quad (7) \end{aligned}$$

で表され、実際の計算は、

$$\begin{aligned} X_{ij}(t) &= x_i(t) - x_j(t), \quad i = 1, \dots, N, \quad i \neq j \quad (4) \\ x_j(t) &= \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h'_i(t) - X_{ij}(t)\} \quad (6) \end{aligned}$$

により行われる(2-1参照)。

データは5日ごとの計測値を用いる。TA計算は30日ごとに行い、30日を計算における1区間とする。5日ごとの計測データ7個のセットから、5日ごとのTAをまとめて計算する。

$$t = t_0 + mT/6, \quad m=0, 1, \dots, 6, \quad T=30\text{days} \quad (8)$$

t_0 は前区間の計算における最終日、つまり30日前の日付、 t はTA計算のタイミング、 T は計算間隔である。1区間内の計算においては、予測周波数と重みを変更しない。

現区間 $[t_0, t_0 + T]$ の予測周波数 $y'_i(t)$ は、直前の区間 $[t_0 - T, t_0]$ の周波数 $y_i(t_0)$ をそのまま採用する。これは計算間隔が30日の場合、セシウム原子時計の主ノイズはランダムウォークFMとなるためである(2-2参照)。

$$y'_i(t) = y_i(t_0), \quad t = t_0 + mT/6, \quad m=0, 1, \dots, 6 \quad (9)$$

$y_i(t_0)$ は、前区間 $[t_0 - T, t_0]$ 内の7点の $x_i(t)$ から求めた最小二乗の傾きである。ランダムウォークノイズの場合、本来は、 $y_i(t_0) = [x_i(t_0 + T) - x_i(t_0)]/T$ で計算するのが適当なのだが、最終データが異常だった場合のリスクが大きいので、最小自乗を選択しているとのことである。

現区間 $[t_0, t_0 + T]$ 内の重みは、以下の手順で計算される。

[1] 前区間 $[t_0 - T, t_0]$ の重み及び式(9)の予測周波数 $y'_i(t)$ から、式(6)(7)により現区間の $x_i(t)$ を求める。

[2] 求めた $x_i(t)$ の最小二乗フィットの傾きから、現区間の周波数 $y_i(t_0 + T)$ を求める。

[3] 現区間及び過去11区間の周波数より、過去1年間における古典的周波数分散 $\sigma_i^2(12, T)$

を計算。

$$\sigma_i^2(12, T) = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} \{(y_i^k - \langle y_i^k \rangle)^2\} \quad (10)$$

ここで k は区間を示す指標、 y_i^k は時計 # i の区間 k での周波数である。

[4] $\sigma_i^2(12, T)$ から、 $w_i(t)$ を計算する。

$$w_i(t) = p_i / \sum_{i=1}^N p_i, \quad p_i = \frac{1}{\sigma_i^2(12, T)}, \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (11)$$

TAIを構成するアンサンブル時計は、高性能セシウム時計HP5071A、水素メーザー、それ以外、の3種に大別される。少数の時計に重みが偏ってしまうのは問題だが、できるだけ安定度の良いタイプの時計が大きな重みを持つように設定したい。この要望を満たすため、重みの定義は幾つかの変遷を経てきたが、現在は以下のように定義される[8]。

$$w_i(t) \geq w_{\max} \quad \text{の場合} \quad w_i(t) = w_{\max} \quad (12)$$

$$w_{\max} = A/N \quad (13)$$

ここで、 N は時計の台数、 A は経験的に決められる定数である。式(11)(12)(13)より、 A が大きいほど、最大重み $w_{\max}$ を得るための $\sigma_i^2(12, T)$ のしきい値は小さくなり、安定度の良い時計しか最大重みを得られなくなる。時計の差別化のためには A を大きくしたいが、大きすぎると $w_{\max}$ を獲得できる時計台数が減ってしまうため、その兼ね合いで A 値が決定されている。

アンサンブル構成時計の異常データに対する対策としては、現区間の周波数 $y_i(t_0 + T)$ が過去11区間分の周波数平均 $\langle y_i \rangle_{11}$ から大きくずれたら重み0とする、という方法を採用している。

$$y_i(t_0 + T) - \langle y_i \rangle_{11} > 3s_i(12, T) \quad \text{なら} \quad w_i(t) = 0 \quad (14)$$

12サンプル分散 $s_i^2(12, T)$ は、ノイズがランダムウォークFMの場合、過去11サンプルの分散 $\sigma_i^2(11, T)$ から推定できる。

$$s_i^2(12, T) = \frac{12}{11} \sigma_i^2(11, T) = \frac{1}{11} \sum_{k=1}^{11} \{(y_i^k - \langle y_i^k \rangle)^2\} \quad (15)$$

ALGOSの特色としては、後処理(post-process)方式であるため、作られた時系(EAL、TAI)にリアルタイム性はないが、反面、異常データの

検出はしやすい。世界中の時計データは主にGPSコモンビュー方式により時刻比較されるため、GPSコモンビュー計測データの平均化に必要な日数として、1区間30日となった。今後時刻比較精度が上がるにつれ、計算間隔は短縮されると思われる。また、重み決定に用いる分散 σ_i^2 (12, T)は過去1年間のデータから計算されるため、季節変動の影響を受けにくいメリットがある。

3.2 AT1(NIST)

AT1(NIST)は、約10台の実用セシウム時計から構成されるリアルタイム時系である。定義式は、

$$TA(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h_i(t) - h'_i(t)\}, \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (2)$$

$$x_i(t) = TA(t) - h_i(t) \quad (3)$$

$$h'_i(t) = x_i(t_0) + y'_i(t)(t - t_0) \quad (7)$$

で表され、実際の計算は、

$$X_{ij}(t) = x_i(t) - x_j(t), \quad i = 1, \dots, N, \quad i \neq j \quad (4)$$

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h'_i(t) - X_{ij}(t)\} \quad (6)$$

により行われる(2-1参照)。

データの測定間隔は2時間、TA計算間隔も2時間である。この2時間を計算の1区間とする。計算に使う計測データは1個、つまり直前の区間のデータだけで現区間の原子時を計算する。

$$t = t_0 + mT, \quad m=1, \quad T=2\text{hours} \quad (16)$$

前区間での最終計算時刻 t_0 は2時間前、 t はTA計算のタイミング、 T は計算間隔である。重み及び予測周波数は、1区間(2時間)ごとに更新される。

予測周波数 $y'_i(t)$ は、過去値と現在値の、指数関数的重みつき平均で計算される。 $y'_i(t)$ は、次の $y'_i(t+T)$ 計算に使われる。

$$y'_i(t) = \frac{1}{m_i+1} (y_i(t) + m_i y'_i(t_0))$$

$$y_i(t) = \frac{x_i(t) - x_i(t_0)}{t - t_0} \quad (17)$$

主ノイズがホワイトFM及びランダムウォークFMの場合、 m_i は次式で求める。

$$m_i = \frac{1}{2} \left[-1 + \left\{ \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \frac{\tau_{\min,i}^2}{T^2} \right\}^{1/2} \right] \quad (18)$$

$\tau_{\min,i}$ は、個々の時計が最も良い安定度を示す期間とする。

時刻 t での重みは、前区間の値から計算される。

$$w_j(t) = p_i / \sum_{i=1}^N p_i, \quad p_i = \frac{1}{\langle \varepsilon_i^2 \rangle}, \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (19)$$

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle_t = \frac{1}{N_t+1} (\varepsilon_i^2 + N_t \langle \varepsilon_i^2 \rangle_{t_0}) \quad (20)$$

$$|\varepsilon_i| = |h'_i(t) - x_i(t)| + K_i \quad (21)$$

$$K_i = 0.8 p_i \langle \varepsilon_i^2 \rangle^{1/2} \quad (22)$$

定数 N_t は、20から30日の値に設定される。これは過去値の寄与を軽くする効果を持つ。 ε_i は、変動の予測値と実際との差である。 K_i は時計 $\#i$ とTAとの相関を考慮して加えた補正項であり、時計台数が多いときには無視できるが、時計の台数が少ない(～10台程度)場合には必要となる項である。

AT1(NIST)は、過去の周波数の絶対値は記憶せずに、変化分だけを追っていく。これはアラン分散に似ている。ただしこの方法の場合、長期変動情報を失う可能性もある。再計算・追計算はしないためリアルタイム性に優れている。重み付けにおける指数フィルタの採用はアクシデントの軽減に有効であるが、季節変動などの長期変動は除去できない。異常データ対策としては、上式には含まれないが、周波数ノイズの4倍値をしきい値とする周波数ステップの検出が採用されている。

4 UTC (CRL)

本章では、CRLにおけるリアルタイム原子時UTC(CRL)について紹介する。セシウムアンサンブルによる原子時アルゴリズムの採用は1986年からであり、以後計算方法を変えることなく時系を維持してきた。しかし、近年の原子時計の品質向上などにより、アルゴリズムの改良が必要となってきた。4-1ではまず現状の方式について説明し、4-2で課題とその改良について述べる。

4.1 現在の計算方法

UTC (CRL) は、CRL 小金井本所にある 12 台の実用セシウム原子時計から計算するリアルタイム時系である。定義式は、

$$TA(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h_i(t) - h'_i(t)\}, \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (2)$$

$$x_i(t) = TA(t) - h_i(t) \quad (3)$$

$$h'_i(t) = x_i(t_0) + y'_i(t)(t - t_0) \quad (7)$$

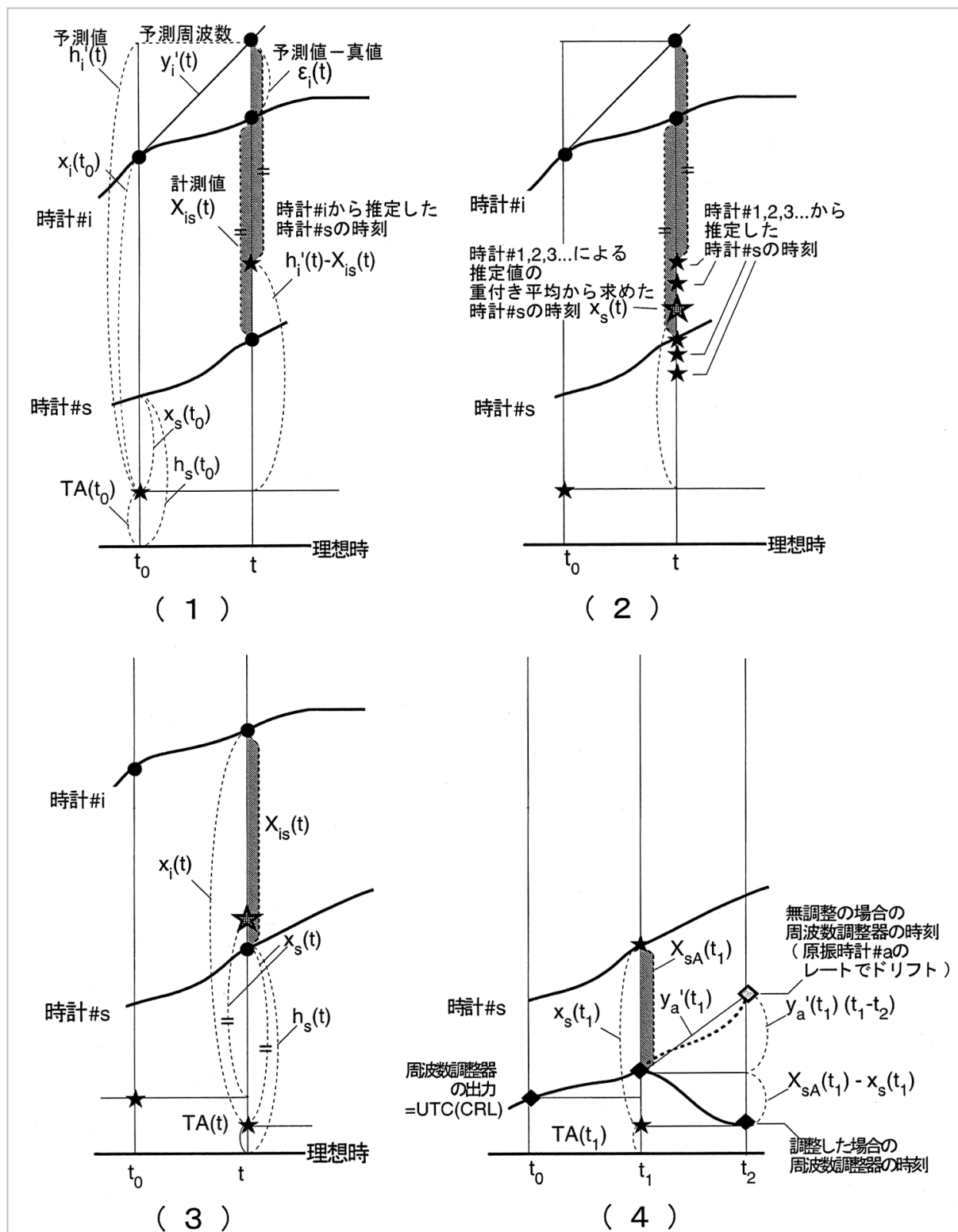


図2 UTC (CRL) 計算に関連する各値の関係

で表され、実際の計算は、

$$X_{is}(t) = x_i(t) - x_s(t), \quad i = 1, \dots, N, \quad i \neq s \quad (4)$$

$$x_s(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h_i'(t) - X_{is}(t)\} \quad (6)$$

$$x_i(t) = x_s(t) + X_{is}(t) \quad (23)$$

により求められる(2-1 参照)。各量の関係については、図2を参照のこと。

データの測定間隔は1日、TA計算間隔も1日である(実際には4時間ごとに時計間時刻差を計測しているが、計算に用いるのはUTC0時のデータだけである)。1日を1区間とする。計算に使う計測データは前日のデータ1個だけである。

$$t = t_0 + mT, \quad m=1, \quad T=1 \text{ days} \quad (24)$$

前区間の最終計算時刻 t_0 は1日前、 t はTA計算のタイミング、 T は計算間隔である。重み及び予測周波数は、1区間(1日)ごとに更新される。

計測開始から61日目以降の予測周波数 $y_i'(t)$ は、以下の定義により計算される。

$$\begin{cases} |y_{10}'(t) - y_i'(t-T)| \leq 1 \times 10^{-12} \text{ なら } y_i'(t) = y_i'(t-T) \\ |y_{10}'(t) - y_i'(t-T)| > 1 \times 10^{-12} \text{ なら } y_i'(t) = y_{10}'(t) / (1 - w_i(t)) \end{cases} \quad (25)$$

ここで $y_{10}'(t)$ は直近10日のレートである。

$$y_{10}'(t) = \{x_i(t) - x_i(t-10T)\} / 10T \quad (26)$$

$y_i'(t)$ の初期値は、初期60日間のデータから計算したレートとする。この定義においては、直近10日のレートが前日のレート値から 1×10^{-12} 以上ずれない限り、 $y_i'(t)$ は前日値を踏襲する。この場合、時計の異常変動に影響されにくいメリットはあるが、直近の変動が反映されにくいデメリットもあり、時計の性能が向上した現在最適なものではなくなっている。この定義の変更については、3-2で述べる。

重みの決定に関しては、特定の時計への偏りを避けるため、不偏分散[6][7]を導入している。

$$w_j(t) = p_j / \sum_{i=1}^N p_i, \quad p_i = \frac{1}{z_i}, \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (27)$$

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-w_1(t_0))^2 & (w_2(t_0))^2 & \dots & (w_N(t_0))^2 \\ (w_1(t_0))^2 & (1-w_2(t_0))^2 & \dots & (w_N(t_0))^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (w_1(t_0))^2 & (w_2(t_0))^2 & \dots & (1-w_N(t_0))^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_4 \end{pmatrix} \quad (28)$$

p_i は $\tau=10$ 日における $x_i(t)$ のアラン分散、行列中の $w_i(t_0)$ は前日の重み、 z_i は不偏分散を表す。

式(3)から、ある時計の実際出力 $h_i(t)$ を計算値 $x_i(t)$ 分だけ補正すれば、原子時 $TA(t)$ が実信号として得られることになる。だが、アンサンブル計算の材料であるセシウム原子時計に人為的な周波数調整を施すわけにはいかないので、代わりにセシウム原子時計を基準とする周波数調整器の出力を調整し、 $TA(t)$ の実信号とみなす。これをUTCに合うよう維持することでUTC(CRL)の実信号とする。周波数調整器の出力を $h_A(t)$ (これがUTC(CRL)となる)、基準時計 #s との時刻差を $X_{sA}(t)$ とすると、

$$TA(t) = h_A(t) + x_A(t) = h_A(t) + \{x_s(t) - X_{sA}(t)\} \quad (29)$$

と表せる。 TA を計算し周波数調整をするのは1日1回なので、現在の $h_A(t)$ を明日まで一定に保つような調整値を与えることにする。周波数調整器は、その原振であるセシウム時計 #a のレートに従ってドリフトするので、明日の周波数調整器の出力は、与える調整値 $y_{adj}(t)$ も考慮すると、

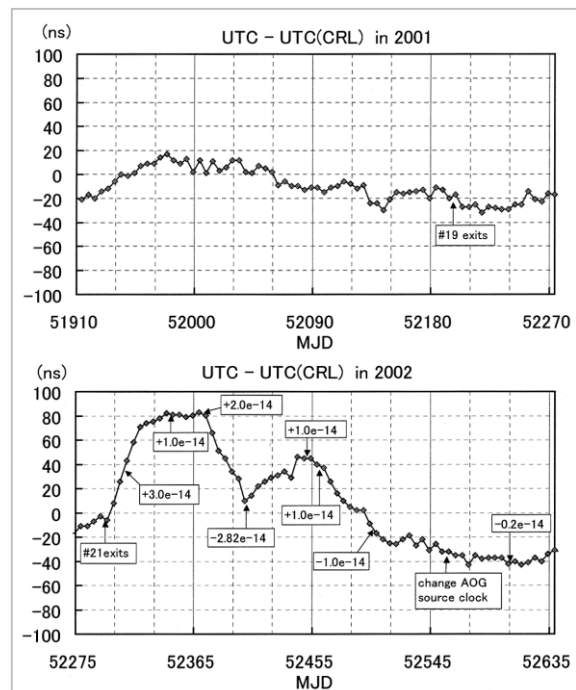


図3 UTC に対する UTC(CRL) の時刻差 (Circular-T による報告値)

図中の数値は、UTC に合わせるための周波数調整量。MJD52296 (2002/1/22) に時計 #21 が故障によりアンサンブルから脱退し、その影響で UTC(CRL) が大きく変動している。

次式のように表される。

$$h_A(t+T) = h_A(t) + y'_a(t)T + y_{adj}T \quad (30)$$

ここで $y'_a(t)$ は時計 #a のレートであり、直近 10 日のデータから計算している。式 (30) の $h_A(t+T)$ 値が式 (29) の $TA(t)$ に等しくなるよう、 $y_{adj}(t)$ を決定する。

$$y_{adj}(t) = \frac{X_{sA}(t) - x_s(t)}{T} - y'_a(t) \quad (31)$$

実際の運用においては、UTC との時刻差をできるだけ小さく保つため、BIPM より毎月発行されるレポート (Circular-T) の UTC-UTC (CRL) 時刻差を参照して、随時周波数調整を実施している。

図 3 に、2001 年及び 2002 年における UTC - UTC (CRL) の変動を示す。具体的な発生システムについては本特集号 5.2 にて紹介する。

4.2 UTC(CRL)の改善

現状の UTC (CRL) における問題点の一つに、ある時計がアンサンブルから抜けると原子時が大きく変動してしまうという現象がある。例えば 2002 年においては、時計 #21 が故障で抜けたことによる変動が生じている (図 2)。これはレート計算方法が実状にそぐわなくなっていたことが原因であった。原子時は

$$TA(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \{h_i(t) - h'_i(t)\}, \quad \sum_{i=1}^N w_i(t) = 1 \quad (2)$$

$$h'_i(t) = x_i(t_0) + y'_i(t)(t - t_0) \quad (7)$$

で計算されるが、 $y'_i(t)$ が適正に各時計のレートを表していないと、時計の実際の時刻差と予測値との誤差 $h_i(t) - h'_i(t)$ が大きくなる。このような誤差の大きな時計がアンサンブル計算から抜けた場合、その影響は TA に大きく反映されてしまう。現状のレート計算方式では 10^{-12} 以下の変動は計算に反映されないため、最悪の場合、 10^{-12} 近い周波数誤差が日々蓄積されていく可能性がある (4.1 参照)。時計の性能が低かった時代には、時計のふらつきにあまり左右されない現方式 (式 (25)) が、危険回避の意味で有効だったと思われる。だが原子時計の性能が向上し信頼性も増した昨今では、時計の変動をより反映する計

算方法が妥当と思われる。

試みに、現在の $y'_i(t)$ の代わりに直近 30 日のレート $y_{30}'_i(t) = [x_i(t) - x_i(t-30T)]/30T$ を用いたテスト時系 RTA30 を作り、時計抜けの影響を調べてみた。シミュレーション結果を図 4 に示す。RTA30 においては、UTC (CRL) に比べて、時計抜けの影響が明らかに小さくなった。直近 10 日のレート、直近 60 日のレートでもテストしてみたが、直近 30 日のレートを用了結果が最も良かった。これは、セシウム原子時計の周波数安定度が 30 日近辺で最良値を示すためと思われる。

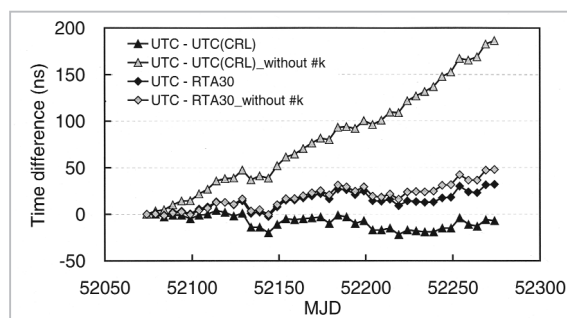


図 4 UTC (CRL) 及びテスト時系における時計抜けの影響の比較

RTA30 は、直近 30 日の値から求めた時計レートを用了テスト時系。添字 without_#k は、時計 #k をアンサンブルから抜いた場合を表す。

もう一つの問題点は、UTC (CRL) の短期安定度である。UTC (CRL) は周波数調整器の出力であり、この調整値は式 (31) で日々計算される。図 5 は周波数調整量の前日値との差を示したものであるが、時折 1×10^{-13} を越える変動があることが分かる。セシウム原子時計の 1 日当たりの周波数安定度は約 3×10^{-14} なので、UTC (CRL) の日々

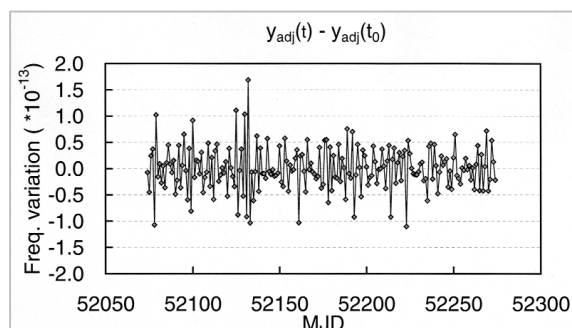


図 5 UTC (CRL) における AOG 周波数調整量の変動

$y_{adj}(t)$ は当日の調整量、 $y_{adj}(t_0)$ は前日の調整量を表す。

の周波数調整値をこの値程度に抑えたい。

式(31)によれば、周波数調整値 y_{adj} は、基準時計 s と周波数調整器出力(UTC(CRL))の時刻差測定値 X_{sA} 、その計算値 x_s 、周波数調整器の原振時計のレート $y_a'(t)$ 、の3要素の合計から決定される。調整値 y_{adj} をこの3要素に分解して各々の変動を調べたところ、ばらつきの要因は主に時刻差測定値 X_{sA} であることが分かった。 X_{sA} には1ppsのワンショット計測値を平均せずにそのまま使用しているので、計測誤差及び時計の短期のふらつきがそのまま計算に反映していると思われる。だが、測定器及び計測方法を変更するのはシステム全体への影響が大きい。次善の策として、1日の計測データ(4時間ごとに6点)すべてから最小自乗フィットによりその日の代表点を求め、現状値の代用としてみたが、さほど効果は見られなかった。6点ではデータ点数が少ないためと思われる。最小自乗フィットの日数を延ばすのはノイズの性質上適当でなく、シミュレーションでも効果は見られなかった。

図5をよく見ると、 y_{adj} は1日ごとに $+/-$ の値を繰り返す傾向がある。これは、現状の y_{adj} が過補正気味であることを示す。そこで周波数調整値を1/2に緩和する方法を試みたところ、周波数の変動は穏やかになった(図6)。UTCとの時刻差も現状と同程度で済むことから、この方式が現実的に有効と思われる。

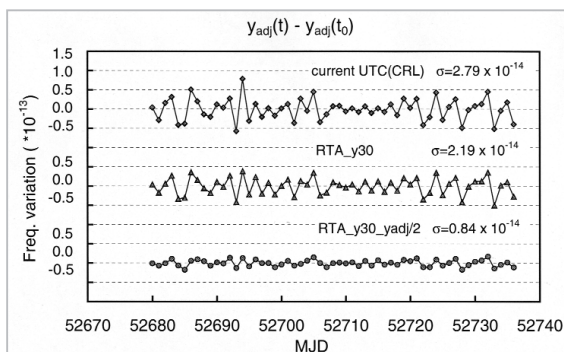


図6 UTC(CRL)及びテスト時系におけるAOG周波数調整量の変動

現状のUTC(CRL)での変動に比べ、調整値 y_{adj} を半分に抑えたテスト時系 $RTA_{y30_yadj/2}$ では、変動が1/3に減少している。 $RTA_{y30_yadj/2}$ では直近30日のレートを採用していたので、比較のためレートだけを直近30日のものに変えた時系 RTA_{y30} でもテストしたところ、さほどの効果は見られなかった。

上記の2点(レート計算法の変更、周波数調整値の変更)を改良した時系について、短中期の安定度を調べた。現状のUTC(CRL)、レート計算法だけ改良した時系 RTA_{y30} 、 RTA_{y30} に更に y_{adj} の1/2がけを加えた時系 $RTA_{y30_yadj/2}$ 、の3時系について、水素メーザーに対する周波数安定度を計算した(図7)。 RTA_{y30} における安定度は、1~8日の全区間において現状UTC(CRL)よりも改善されている。これは、レート計算法を変えたことにより予測誤差が小さくなった結果と思われる。また、 $RTA_{y30_yadj/2}$ においては、1日での周波数安定度は RTA_{y30} よりも改善され、それより長期では RTA_{y30} と同じ結果となる。調整値 y_{adj} の変更は、1日における不安定度は改善するが他の区間には影響を及ぼさないはずなので、この結果は妥当である。

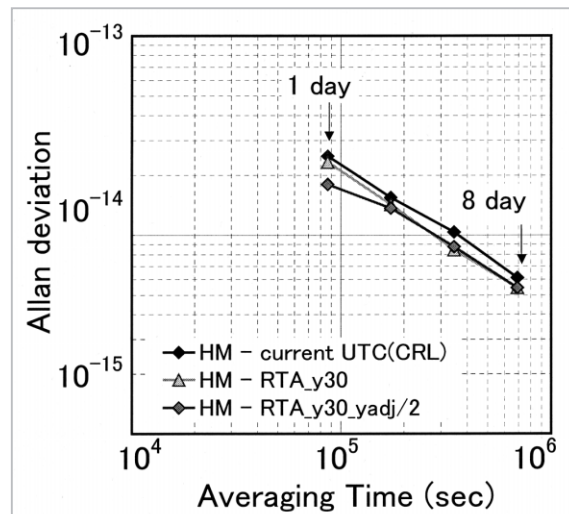


図7 UTC(CRL)及びテスト時系における周波数安定度の比較

この2点を改良した時系は、2003年4月より予備系での運用を開始しており、近々現用系へも適用される予定である[9]。

5 まとめ

アンサンブルクロック方式によれば、最も安定度の良い1台の実時計よりも安定度の良い仮想時計を作ることができる。代表的な二つのアルゴリズムALGOS(BIPM)及びAT1(NIST)において、時系構築の基本方針は同じであった。つまり、複数の原子時計の重み付け平均により平

均原子時を計算するが、その際、原子時に対する各時計のレートをあらかじめ取り除き、それ以外の変動を重み付け平均していく。基準とする時系は安定度の最も良い平均原子時そのものであり、自分自身を基準として計算を進める課程が必要となることから、発散や偏りの危険もあるので注意が必要である。この方式は、他の複数の標準機関でも採用されている。紹介した以外のアルゴリズムとして、短期と長期で重みの計算方法を変える方法や、カルマンフィルタを用いる方法等があるが、本稿では省略した。

ただし、実際の計算においては、原子時計の種類や台数、リアルタイム性が必要かどうか、どのスパンでの安定度を重視するか、等により、最適な計算方法が変化してくる。時刻差データの計測間隔、原子時計計算の間隔、レート計算区間の長さ及び計算方法、重み付けの方法、については、各機関においてそれぞれの方法が採用されてきた。例えば、リアルタイム時系である UTC (CRL) は、AT1 (NIST) と類似の計算方法を採用しているが、重みの計算については独自の方法を取り入れている。また、標準時として運用される時系においては、品質に加えて信頼

性も重要な要素になってくる。例えば、異常発生時の影響をいかに排除・緩和するか、といったことも重要な課題である。目的によっては、多少品質を犠牲にしても異常発生時にリスクの少ない方法を選ぶ、という選択肢もあるだろう。アルゴリズム決定においては唯一の正解というものはなく、条件や目的に最も合った方法を探していくことになる。

UTC (CRL) については、約 20 年前に計算アルゴリズムが決定されて以来大幅な変更はなく、安定した運用を続けてきたが、長期運用につれて幾つかの問題点も明らかになってきた。今回各問題点の理由を探り、改良方法を提案し、その効果を確認した。近々これらの改良を現用系に適用する予定である。また、この改良と並行して、新 UTC (CRL) 発生システムの構築を進めている。このシステムにおいては短期安定度改良のため水素メーザーを導入する予定であり、これまでのアルゴリズムを改変する必要がある。現在各種シミュレーションを実施しているところであるが、今後急ぎ研究を進め、実用化していく予定である。

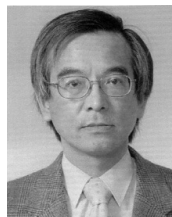
参考文献

- 1 森川容雄, "時間・周波数の定義と国際原子時/協定世界時", 本特集.
- 2 福田京也他, "光励起型周波数標準器", 本特集.
- 3 熊谷基弘他, "CRLにおける原子泉型一次周波数標準器開発", 本特集.
- 4 C. Thomas, P. Wolf, and P. Tavella, "Time scale", BIPM Monographie 94/1, pp.23-32, 1994.
- 5 P. Tavella, and C. Thomas, "Comparative study of time scale algorithms", Metrologia, Vol. 28, pp.57-63, 1991.
- 6 吉村和幸他, 「周波数と時間」, 電子情報通信学会, 1989.
- 7 吉村和幸, 「原子時のアルゴリズム」, 通信総合研究所季報, Vol.29、No.149、pp.175-192, 1983.
- 8 J.Azoubib, "A Revised Way of Fixing an Upper Limit to Clock Weights in TAI Computation", Proc. of 32nd PTTI meeting, pp.195-209, 2000.
- 9 Y. Hanado, K. Imamura, and M. Imae, "Upgrading of UTC(CRL)", Proc. of FCS2003, printing.



はなど ゆうこ
花土 ゆう子

電磁波計測部門時間周波数計測グループ主任研究員
ミリ秒パルサータイミング計測、原子時アルゴリズム
yuko@crl.go.jp



いま え ちひと
今江 理人

電磁波計測部門時間周波数計測グループリーダー
周波数標準
imae@crl.go.jp



あいだ まさのり
相田 政則

企画部企画室主任研究員
周波数時刻標準
aida@crl.go.jp



ほそかわ みずひこ
細川 瑞彦

電磁波計測部門原子周波数標準グループリーダー 理学博士
原子周波数標準、時空計測
hosokawa@crl.go.jp



いとう ひろゆき
伊東 宏之

電磁波計測部門原子周波数標準グループ研究員 博士(理学)
原子周波数標準
hito@crl.go.jp



なか がわ ふみまる
中川 史丸

電磁波計測部門時間周波数計測グループ専攻研究員 博士(理学)
衛星測位、衛星時刻比較
fumimaru@crl.go.jp

しみず よしゆき
清水 義行

電磁波計測部門日本標準時グループ特別研究員