

双対性分析によるオッファー曲線の 導出とその応用について¹⁾

久 保 田 肇

I はじめに

双対性分析は応用ミクロ経済学においては基本的な分析手法であり、近年国際貿易論にもその基本手法として用いられている²⁾。双対性分析は必要となる方程式の数を少なくするために分析を簡明にすると同時に、価格面を前面に押し出すために実証面にもその優位性がある。一般的にこの双対性分析では生産関数や効用関数に対して費用関数及び利潤関数や支出関数が対応している³⁾。そし

1) 本稿は池間(1987)に触発されて書かれた Kubota(1989)に加筆・修正を加えた物である。この場を借りて一橋大学の池間誠教授には筆者が大学院に入学して以来頂いた御指導に対して心よりお礼を申し上げます。また一橋大学の長谷川かおりさんには草稿の段階でいろいろと有益なコメントを頂きました。ここに記して感謝いたします。

2) Dixit - Norman(1980), Woodland(1982), や Sgro(1987)は双対性分析を用いて国際貿易論を解説した標準的なテキストである。また双対性を用いて貿易論の基礎理論を日本語で解説した物としては小田他(1989, 第2章), Ethier(1992邦訳, 補論), や小田(1997, 第4章)がある。

3) 関数解析学或いは線形位相空間論において数学的に双対性(Duality)が取扱われている。そこでは一般的な無限次元の原空間に対してその双対空間(これも一般的に無限次元)を対応させ、そして両者間の数学的な構造を考えている。これについては例えば Dunford - Schwartz(1958), Shaefer(1966), および Robertson - Robertson(1964)で取扱われている。(一般的な無限次元の)原空間とその双対空間を経済理論に対応させて考えてみると, Debreu(1954)においてなされたように, 原空間は財空間として, そしてその双対空間は価格空間として解釈する事ができ, 現在では無限次元財空間の均衡理論として確立している。これについては例えば Aliprantis - Brown - Burkinshaw(1989)や Mas-Colell - Zame(1989)が基本文献である。ただし本稿では財や要素の数が有限となっている有限次元の経済を取扱っているのでは実は原空間と双対空間は同じ有限次元の空間になっていて, 財空間と双対空間についての本質的な違いは現れていない。

てこれらの関係を特に二次元において幾何学的に表わすと、等量曲線に対しては要素価格フロンティア、生産可能性曲線に対しては国民所得曲線、そして無差別曲線に対しては支出曲線という形で表されている。

双対性分析が適している国際貿易論の基本命題に財価格と生産要素価格との関係についての Stolper - Samuelson 命題や要素価格均等化命題がある。これらの命題については幾何学的には労働量と資本量を両軸に取った等量曲線を用いる伝統的な分析を利用するよりも、その双対関係にある賃金率や資本レンタルを両軸に取った要素価格フロンティアを用いる双対性分析を利用する方が価格面を前面に押し出すため、これらの命題の価格面の効果、特にその絶対水準の変化、をはるかに容易に表す事になる。この意味でストルパー・サムエルソン命題には双対性分析が適している事になる。

もちろん生産要素や財の数量面の関係に関している Rybczynski 命題や Heckcher - Ohlin 命題も幾何学的には双対性分析の要素価格フロンティアや国民所得曲線を用いても表す事が出来るが、こちらについては伝統的な等量曲線や生産可能性曲線を用いた方が表しやすい。また貿易利益の存在や比較優位の原理も幾何学的には生産可能性曲線や社会的無差別曲線を用いた伝統的な手法でも、国民所得曲線や支出曲線を用いた双対性分析を用いた手法でもどちらでも表す事は出来る。この意味で幾何学的には双対性を用いる手法は伝統的な手法を補完すると考える事が出来る。

このように上記の命題については既に多くの研究で双対性分析が用いられ、対応する幾何学的表現も描かれて有効なツールとなっている。ところが双対性分析でも二国二財の場合の貿易均衡については、筆者の知る限り、その幾何学的表現が伝統的な分析でのオッファー曲線に対応するような形で表現された物は存在せず、依然として伝統的な分析での各軸に各財の輸出入量を取ったオッファー曲線を用いて表現されているのである。そこで本稿の目的はこのギャップを埋めるべく、横軸に価格をとった図において描かれる双対性分析によるオッファー曲線を導出し、この新しいオッファー曲線を用いて二国二財の自由貿易の均衡及び、その一つの応用として輸入関税がある場合の二国二財の貿易均

衡を幾何学的に表現する事にある。こうする事により双対性分析による国際貿易論において不完全となっていた部分はより補強される事になるのである。

II A.Marshall によるオファー曲線の導出

まず本節において、以下の議論で必要と思われる範囲でマーシャルにより図示された伝統的なオファー曲線と、それに基づいて図示された貿易均衡について簡単にしておく事にする。

二国二財の枠組みの中ではマーシャルによるオファー曲線の間係を用いると貿易均衡は以下の様に表される。

$$E_1(p^*) + E^*_1(p^*) = 0 \quad (2.1)$$

$$E_2(p^*) + E^*_2(p^*) = 0 \quad (2.2)$$

$$p \cdot E_1(p^*) + E_2(p^*) = 0 \quad (2.3)$$

$$p \cdot E^*_1(p^*) + E^*_2(p^*) = 0 \quad (2.4)$$

ここで第2財をニューメレールに取っており、 $E_i(p) [E^*_i(p)]$ ($i = 1, 2$) は第1財の(第2財に対する)相対価格が $p(>0)$ で表された時の、自国[外国]の第*i*財の純輸出を表し、その値が正の時は輸出を、そして負の時は輸入を表している。そして(2.1)と(2.2)が各財の世界市場での市場均衡条件を表し、(2.3)と(2.4)が各国の貿易収支の均衡を表しているので、従って上記の関係を満たすような第1財の相対価格 p^* の下で自由貿易均衡が達成され、この p^* がこの場合の均衡価格となる。

この時にマーシャルによって描かれた自国のオファー曲線は、第1財の相対価格 p の各々に対して得られる自国の第1財と第2財の純輸出の組合せ $E(p) = (E_1(p), E_2(p))$ の軌跡として表され、例えば第2財が自国の輸入財であれば第1財の相対価格が p の時に、自国は第2財を $-E_2(p) (>0)$ だけ輸入するために第1財を $E_1(p)$ だけ輸出しても良いと考えている事を表している事になる。

この関係は通常のように横軸に第1財、縦軸に第2財を取った図である第1図で曲線 FF として描かれている。またこの時、第1財の相対価格 p は原点 O

から対応する純輸出の組合せ $E(p) = (E_1(p), -E_2(p))$ を結んだ直線の縦軸についての傾きとして表されている。もちろん同様の事が外国についても言え、その場合の外国のオファー曲線は第1図で曲線 F^*F^* として描かれている。そしてマーシャルは自由貿易均衡をこのようにして描かれた両国のオファー曲線の交点 E として表した。

ただしマーシャルは各国のオファー曲線を表す第1財及び第2財の純輸出を直接的に用いており、それらが国内の需給と関連してどのように得られたのかは理論的には議論しておらず不明となっている。この点を明らかにしたのが Meade(1954)であり、次節で述べるように、いわゆる貿易無差別曲線を用いて両者を繋ぎ合わせ、オファー曲線上の純輸出を貿易収支均衡という下での貿易効用関数の最大化から得られる事を示した。

このようにして描かれたオファー曲線は各軸に各財を取り、そして原点からの直線の傾きとして第1財の相対価格を取った第1図に描かれていたのである。ところが例えば縦軸は依然として第2財の純輸出を取るが横軸には第1財の相対価格を取り、しかも原点からの直線の傾きが第1財の純輸出を表す様にすれば、上記の(2.3)や(2.4)を満たし、通常の市場の超過需要曲線(もしくは輸入需要曲線)と似た形のオファー曲線 FF , F^*F^* を描く事が出来る。これが第2図で表されている。この場合も自由貿易均衡はこのようにして新しく描かれた両国のオファー曲線の交点 E で表す事が出来る。

4) Marshall(1879)ではオファー曲線を最初から用いているが、Marshall(1923, Appendix J)では数値例から得られるオファー曲線の(だいたい)形状に基づいて、オファー曲線を描いている。

5) もちろんこの時も E 点よりも右側では第2財については自国の輸入の方が外国の輸出よりも大きく、したがって世界市場で超過需要があり、そのために第1財の相対価格は低下して結局 E 点まで戻っていく。同様に E 点の左側では世界市場で第2財に超過供給があり、第1財の相対価格は E 点まで上昇していく。したがって第2図での国際貿易均衡を表す E 点もまた第1図の E 点のように、ワルラスの価格調整メカニズムにおいて安定的となっている。さらにマーシャルーラーナー条件が満たされている事もこの図より判る。今この図の中で輸入需要の価格弾力性 η がどのように表されるのか考えると、自国については第2図において $\eta = (dE_2/dp) \cdot (p/E_2) = (P^*E/AP^*) \cdot (OP^*/P^*E) = OP^*/AP^*$ と表される事ノ

もちろんこのようにして得られた新しいオファー曲線も(2.3)と(2.4)に基づいて描かれているので、マーシャルによる伝統的なオファー曲線の時と同じように、それらが国内の需給と関連してどのように得られたのかは依然として不明となっている。

したがって、ミードが貿易無差別曲線を用いて第1図で描かれた伝統的なオファー曲線を国内需給と関連づけて導出したのに対応して、第2図で描かれた新しいオファー曲線を国内需給と関連づけて導出できるかどうかが問題となる。すると実は、後に第4節で説明する双対性分析で得られる第1財の相対価格が横軸に取られている図に描かれた貿易収支無差別曲線を用いると、ミードが貿易無差別曲線を用いて第1図で描かれた伝統的なオファー曲線を導出したの同様に、この第2図に描かれている新しいオファー曲線を導出する事が出来るのである。もちろんこれは可能なのは第2図に描かれている新しいオファー曲線の導出が第1図で描かれた伝統的なオファー曲線の導出についてのミードの(貿易収支均衡下での貿易効用)最大化問題の双対問題として定式化されているからなのである。

ところが筆者が知る限り、ミードが貿易無差別曲線を用いて第1図で描かれた伝統的なオファー曲線を導出したのに対応する、双対性分析による貿易収支無差別曲線を用いて第2図で描かれている新しいオファー曲線を導出する

が分かる。したがってAが原点Oと等しくなるようなオファー曲線F F'上の点で η は1となり、またそのような点より左下(右上)のオファー曲線上では η は1より大きく(小さく)なる。よってE点では η は1より大きくなっている。外国については $\eta^* = (dE^*/dp) \cdot (p/E^*) = (dE^*/E^*) / (dp/p) = [(dE^*/E^*) - (dp/p)] / (dp/p) = [(dE^*/E^*) / (dp/p)] - 1 = [(dE^*/dp) \cdot (p/E^*)] - 1 = (P^*E/P^*B) \cdot (OP^*/P^*E) - 1 = OP^*/P^*B = OB'/P^*B'$ と表され、B'点が原点Oと一致するF*F'*上の点で η^* は0となり、その点より右下のF*F'*上の点では0より大きくなる。よってE点では η^* は0より大きくなる。したがって第2図での安定的な国際貿易均衡であるE点では両国の輸入需要の価格弾力性の和が1より大きく、マーシャル＝ラーナー条件が満たされている。またここでは考察しないが、マーシャルによって考えられた三つの均衡が存在し、そのうちの2つだけが安定的である図も第2図と同様に考える事ができる。何故このように均衡の数が奇数個なのかという問題は今ではSardの定理やIndex定理を用いたDebreu(1970)やDierker(1972)による結果によって明らかとなっている。

という試みは、今までのところ池間(1986)を除いてはなされていない。例えば双対性分析を用いた国際貿易論の基本文献である Dixit - Norman(1980), Woodland(1982), や Sgro(1987)や双対性分析を用いた貿易均衡を扱っている国際貿易論のテキストである Ethier(1986)や小田(1997)でも国民所得曲線や支出曲線の性質を用いた双対性分析による貿易均衡を扱ってはいるが、幾何学的説明では双対性分析による第2図のようなオファー曲線の導出は全くなされておらず、たとえオファー曲線が用いられたとしても用いられているのは依然として第1図のような伝統的なオファー曲線であり、従って、その導出は次節で述べるミードの貿易無差別曲線によってなされているに過ぎない。唯一池間(1986)においてだけ第2図のようなオファー曲線に対応する物が双対性分析に基づいて導出されている。ただしここでの導出方法の方が次節で述べるミードの導出方法により沿っている⁶⁾。

そこでまず次節でミードによる貿易無差別曲線を用いた伝統的なオファー曲線の導出を必要な範囲で考える事にする。

6) より詳しく述べれば、Dixit - Norman(1980, p. 81)では、貿易均衡は双対性分析を用いて数式でのみ示されていて対応する図表はない。Woodland(1982, Fig. 6.5, p. 167, Fig. 6.6, p. 168)では純輸出曲線が相対価格を横軸に取った図で描かれているが、オファー曲線としては伝統的な物の方が用いられていて、第2図のようなオファー曲線は依然として描かれていない。Sgro(1987, Fig. 3.10, p. 101(または Fig. A3.1, p. 111), Fig. 3.11, p. 102)では、双対性分析で用いられる国民所得曲線と国民支出曲線は両国のそれぞれについて相対価格を横軸に取った図と一緒に描かれているが、オファー曲線に対応する物として用いられているのは依然として伝統的な分析に基づく物の方で、第2図の様なオファー曲線は描かれていない。Ethier(1986, Fig. 2.3, p. 58, Fig. 2.12, p. 83, Appendix)では双対性分析による国際貿易論が付録で議論されているが、貿易均衡は双対性分析を用いた数式では示されておらず、用いられたオファー曲線は本論での伝統的な物のみで、この付録でも依然として第2図の様なオファー曲線は描かれていない。小田(1997, 図4 p. 68, 図4 p. 75)ではSgro(1987)の様に貿易均衡は双対性分析を用いて数式で示して、両国の国民所得曲線と国民支出曲線が相対価格を横軸に取った別々の図で描かれているが、オファー曲線に対応する物として用いられているのは依然として伝統的な分析に基づく物の方で、第2図のようなオファー曲線は描かれていない。池間(1986, 第4図)において第2財の貿易均衡曲線が導出されているが、後に示すように、実はこれがまさにここで求めようとしている第2図のオファー曲線なのである。ただしそこではこの事については触れられていない。

III J.E.Meade によるオッファー曲線の導出

それではこの節でミードによる貿易無差別曲線を用いたオッファー曲線の導出を考察する。貿易無差別曲線を用いる事により、マーシャルがオッファー曲線を導出した時には明らかにしなかった国内需給との関係が幾何学的に明らかにされる。⁷⁾さらにここでの議論は、次節で明らかにするように、双対性分析を用いる時のオッファー曲線の導出と議論の進め方が同じになっている事を付け加えておく。

まず自国を考え、 Y を第1財と第2財の生産量を表す生産可能性集合とし、原点 O を含み、有界閉かつ凸としておく。また Y のうち北東方向にある境界線を生産可能性曲線とする。 Y についての条件よりこの曲線の形状は原点に対して凹となる。さらに自国の選好は(連続で単調増加な)社会的厚生関数 $U(z)$ であわす事が出来るとし、それから得られる社会的無差別曲線 $I_U \equiv \{z : U(z) = U, z = (z_1, z_2) \geq 0, \text{ある } U \text{ に対して}\}$ は原点に対して凸であるとする。そこで x で表される貿易量(純輸入量)から得られる最大の社会厚生水準を社会的貿易厚生関数 $u(x)$ とすると、それは次のように定義できる：

$$u(x) = \max_z \{U(z) : z(\geq 0) \in Y + x\}. \quad (3.1)$$

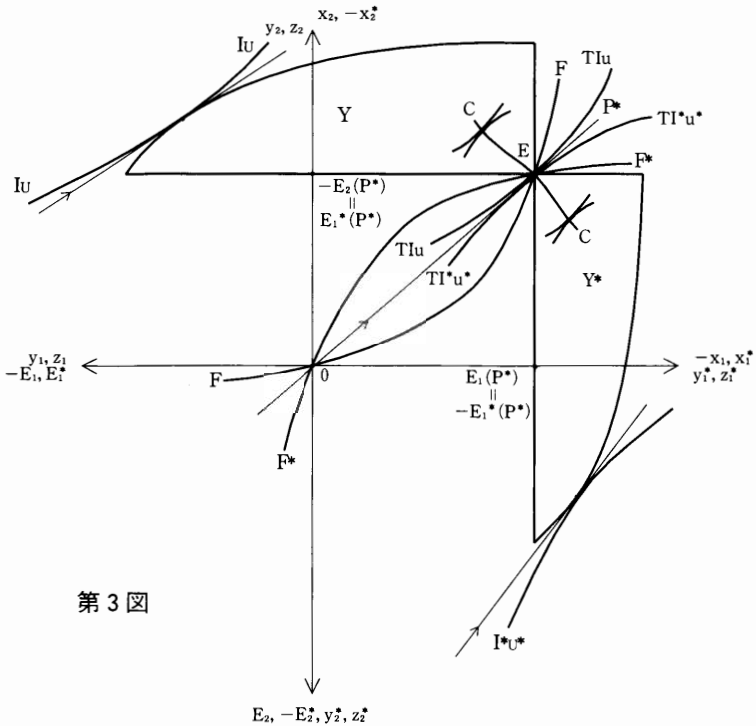
するとミードの貿易無差別曲線 TI_U は $\{x : u(x) = U \text{ となる } x\}$ として定義され、一定の社会厚生をもたらす純輸入量の組合せとなる。それはまた $I_U - Y$ によって表される領域の下方の境界線でもあり、社会的無差別曲線から生産可能性集合を差し引いた物となっている。これらの関係は第3図に描かれている。

この時両財の純輸入 $x(p)$ は次のようにして求められる：

$$x(p) = \arg.\max \{u(x) : p \cdot x_1 + x_2 = 0, x = (x_1, x_2)\} \quad (3.2)$$

つまり両財の純輸入 $x(p)$ は貿易収支均衡という制約の下で純輸入量から得られる社会厚生を最大化する問題の解であり、第3図において幾何学的に貿易収支の均衡を表す原点を通る直線と貿易無差別曲線が接する所として得られてい

7) ただし Edgeworth (1925, Fig. 6, p. 39) において、明示的に国内需給と関連づけて導出してはいないが、このミードの貿易無差別曲線と同じ物が既に描かれている。



第3図

るのである。しかもその時貿易収支の均衡という制約が用いられているので、当然前節の(2.3)も得られる。すると第1図のマーシャルの伝統的なオッファー曲線を描く上で必要であった両財の純輸出 $E(p)$ は $-x(p)$ として得られ、この場合のオッファー曲線は(横軸に対する傾きとして表される)第1財のそれぞれの相対価格 p に対して、このようにして得られる $E(p)$ の軌跡として描かれる事になる。同様の議論が外国にも当てはまるので、結局ここでも(2.1)から(2.4)によって自由貿易均衡を表す事ができ、しかも第3図においてはこの自由貿易均衡が第1図のようにマーシャルによる両国の伝統的なオッファー曲線の交点として導かれる事になる。ミードの貿易無差別曲線を生産可能性曲線や社会的無差別曲線を用いて導く事により、マーシャルのオッファー曲線是国内需給と関連付けられたのである。

しかしながらたとえミードの貿易無差別曲線を用いたとしても、依然として第2図で表されたようなオッファー曲線は導く事は出来ないのである。そこで次節では双対性分析を用いてその場合にミードの貿易無差別曲線に対応する貿易収支無差別曲線を導出し、それに基づいて双対性分析による第2図で描かれたようなオッファー曲線を導出する事を考える事にする。

IV 双対性分析によるオッファー曲線の導出

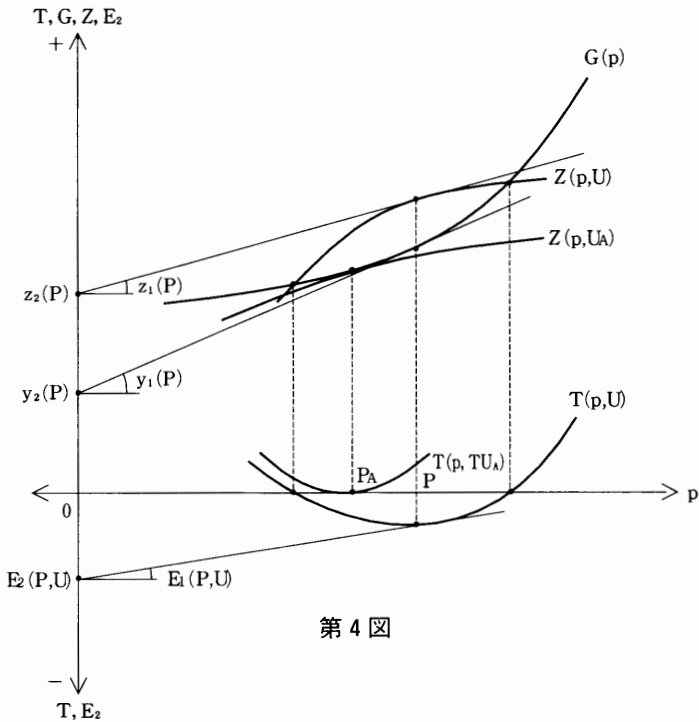
いよいよこの節で双対性分析を用いた場合のオッファー曲線の導出を行う。最初に第3節のミード流の手法で用いられた生産可能性曲線、社会的無差別曲線、及び貿易無差別曲線のそれぞれの双対的対応物である国民所得曲線、社会的支出曲線、及び貿易収支曲線⁸⁾を考察する。

まず生産可能性曲線の双対的対応物である国民所得曲線から考える。国民所得曲線 $G(p)$ は第1財の相対価格 p に対して生産可能性曲線に沿って動いた時に得られる国民所得の最大額として表され、次のように定義される：

$$G(p) \equiv \max\{p \cdot y_1 + y_2 : y = (y_1, y_2) \in Y\}. \quad (4.1)$$

Y が（有界閉かつ）凸集合なので、国民所得曲線 $G(p)$ は第1財の相対価格 p について連続かつ凸関数である。また上記の問題の解である最適生産量を $y = (y_1, y_2)$ とすると Shephard の補題より p についての偏導関数 $G_p(p)$ はこの最適な第1財生産量 y_1 になっている事がわかる。するとこの最大化された国民所得は $p \cdot y_1 + y_2$ となっているので、結局国民所得曲線の p での接線を考えるとその傾きが y_1 でそして縦軸との切片が y_2 となる。この関係は第4図に描かれている。

8) 以下では用いられる性質の詳しい証明は与えないが、それらについては、Chipman (1979), Dixit - Norman (1980), Woodland (1982), Sgro (1986), および池間 (1986) を見よ。微分可能性をはずしたより一般的な状況で、いわゆる劣微分 (subgradient) や一般双対定理 (例えば Ekeland - Temam (1976) や Ekeland - Turnbull (1983)) を用いてこれらの結果を証明する事や、またこのような議論を脚注3) で述べたようなより一般的な無限次元の財空間で考える事も興味深いと思われるが、これらの問題は別の機会に譲り、本稿では扱わない事にする。



第 4 図

次に社会的無差別曲線の双対的対応物の国民支出曲線 $Z(p, U)$ は社会的無差別曲線に沿って動いた時の国民支出の最小額によって表され、次のように定義される：

$$Z(p, U) \equiv \min\{p \cdot z_1 + z_2 : U(z) = U, z = (z_1, z_2)\}. \quad (4.2)$$

するとこれは $U(\cdot)$ が連続な準凹関数なので p について連続な凹関数になり、更に U について増加関数になる。また上記の問題の解である最適な消費量(いわゆる補償需要関数)を $z(p, U) = (z_1, z_2)$ とすると、再びシェパードの補題により、 p についての偏導関数 $Z_p(p, U)$ は最適な第 1 財の消費量 z_1 になっており、結局この最小化された国民支出は $p \cdot z_1 + z_2$ となっているので、国民所得曲線の時と同じように、国民支出曲線の p での接線を考えると、その傾きが z_1 をそしてその縦軸との切片が z_2 を表している。そしてこの関係も第 4 図に描

かれている。

ところで今所得額 I の下での社会厚生最大化の結果得られた社会厚生水準を間接社会的厚生関数 $V(p, I)$ として定義し、上記の U としてこの (p と I の下での) 間接社会的厚生関数の値を選ぶと、(選好の局所的非飽和の下では) その時の国民支出額はちょうどその時の所得額に等しくなり ($Z(p, V(p, I)) = I$)、補償需要関数は通常の需要関数 ($z(p, V(p, I)) = z(p, I)$) となる。また社会厚生水準が U の時の支出額 $Z(p, U)$ を所得額として与えられた時の社会厚生最大化を考えると、その時の問題の解となる (補償されていない) 通常の需要関数は補償需要関数に等しくなり、 $z(p, Z(p, U)) = z(p, U)$ が成り立つ。

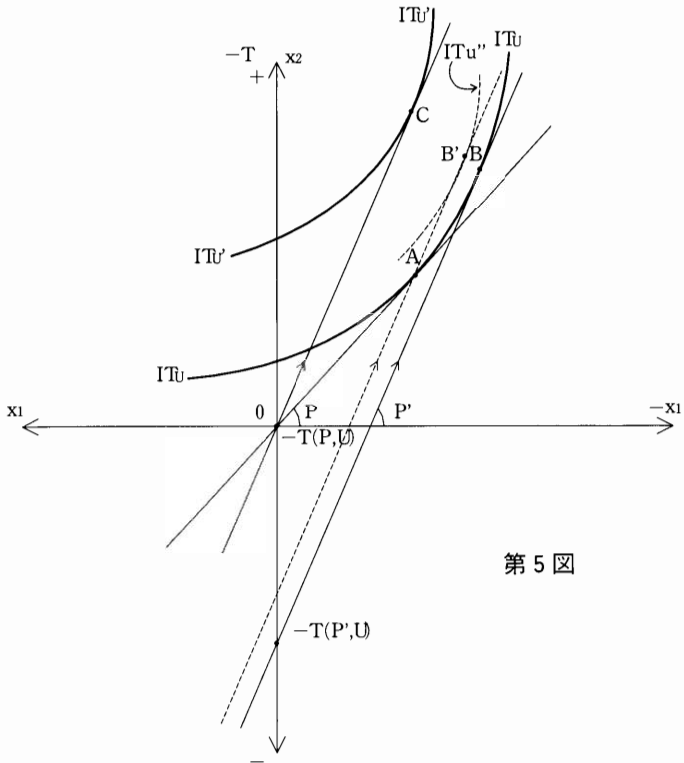
ここで貿易無差別曲線の双対的対応物である貿易収支無差別曲線 $T(p, U)$ を考える。この貿易収支無差別曲線は対応する貿易無差別曲線に沿って動く時に得られる貿易収支の最大額を表し、次のように定義される：

$$\begin{aligned} T(p, U) &\equiv \max\{p \cdot (-x_1) + (-x_2) : u(x) = U\} \\ &= -\min\{p \cdot x_1 + x_2 : u(x) = U\} \\ &= G(p) - Z(p, U). \end{aligned} \quad (4.3)$$

第5図では上の最初の関係に基づいて貿易収支無差別曲線を描く方法を表している。⁹⁾ ちょうど国民支出曲線が社会的無差別曲線に沿って動く時の国民支出額を表していたように、貿易収支無差別曲線は貿易無差別曲線に沿って動く時の貿易収支額 (第2財表示の) を表している。もちろんその値はある時はプラスになって貿易黒字となり、またある時にはマイナスになって貿易赤字となる。

また第4図には上の三番目の関係を用いた時の貿易収支無差別曲線が描かれている。この図は池間(1986)によって初めて明らかにされた。このように貿易収支無差別曲線が描かれた事により、以下で見るように、双対性によるオッファー曲線が第2図のように表せるようになったのである。そこでは国際マクロ

9) 因みに第5図において、価格が p から p' へ上昇した時の純輸出の A から C への変化は A から B への代替効果と B から C への所得効果にスルツキー分解されている。Mundell (1968, Fig. 1-3, 邦訳第1-3図, p. 17) では代替効果を測るのに A 点を通る P' の傾きを持った直線を用い、 A から B' への代替効果と B' から C への所得効果に分解している。



第 5 図

経済学におけるアブソープション・アプローチと同じように、貿易収支が国民所得から国民支出を差し引いた物となっている事に対応して、貿易無差別曲線が第 3 図でちょうど社会的無差別曲線と生産可能曲線の差として表されていたように、この図でもそれと双対的な貿易収支無差別曲線が国民所得曲線と国民支出曲線の差として表されている。

すると既に述べたシェパードの補題から得られる国民所得曲線と国民支出曲線のついで性質を考慮すれば、(4.3)の関係から貿易収支無差別曲線の(p についての)偏微係数について次の結果が得られる：

$$T_p(p, U) = G_p(p) - Z_p(p, U)$$

$$=y_1(p)-z_1(p, U)=E_1(p, U)。(4.4)$$

つまり貿易収支曲線の p についての偏微係数が第1財の補償純輸出量になっている。すると国民所得曲線と国民支出曲線のついで性格を再び考慮して貿易収支曲線 $T(p, U)$ の各 p での接線を考えると、その傾きが $E_1(p, U)$ そしてその縦軸との切片が第2財の補償純輸出 $E_2(p, U) (=y_2(p)-z_2(p, U))$ となっている。これらの関係も第4図に描かれている。

さてここでなくてはならない事はこの貿易収支無差別曲線を用いて第2図のような、横軸に第1財の相対価格をとった図に描かれたオッファー曲線を導出する事である。そのために必要な事は(4.3)の問題の解として得られる補償純輸出 $E(p, U)$ がどういう時にオッファー曲線で表される通常の(補償されていない)純輸出 $E(p) (= (E_1(p), E_2(p)))$ に等しくなるかを考える事である。

ところで前節の貿易無差別曲線を用いるミードによるオッファー曲線の導出においては、純輸出 $E(p)$ は貿易収支の均衡を表す原点を通る直線と貿易無差別曲線が接する所として表されていたが、この節ではその手法に対する双対的な手法を用いているので、結局それは $T(p, U)=0$ を満たすような(補償)純輸出の組合わせの事なのである。実際(4.3)より $T(p, U)=0$ は $G(p)=Z(p, U)$ を意味するのであるが、これは既に述べたように $U=V(p, G(p))$ の時にもたらされ、したがって $T(p, V(p, G(p)))=0$ となる。またこの関係から $z(p, V(p, G(p)))=z(p, G(p))$ が得られ、そこで(4.4)にこの関係を入ると結局、

$$\begin{aligned} T_p(p, V(p, G(p))) &= E_1(p, V(p, G(p))) \\ &= y_1(p) - z_1(p, V(p, G(p))) \\ &= y_1(p) - z_1(p, G(p)) \\ &= E_1(p) \end{aligned}$$

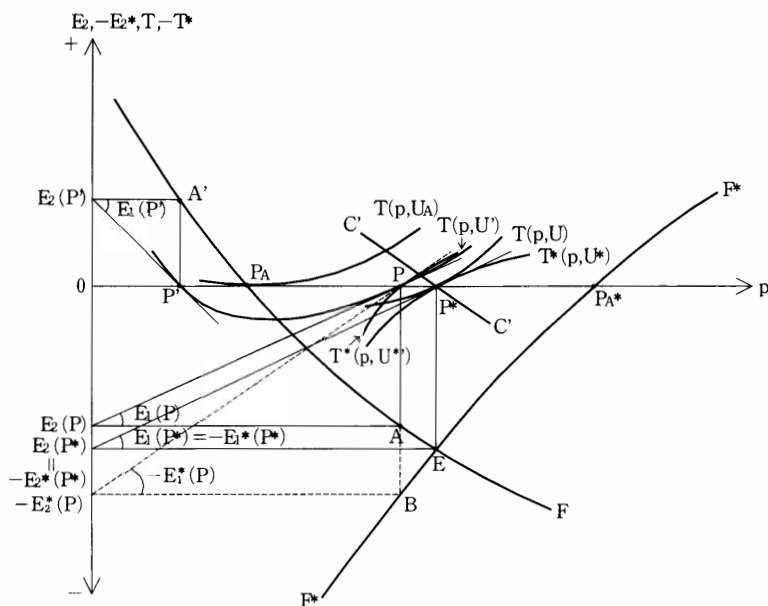
すなわちオッファー曲線上の第1財の純輸出量を得られるのである。すると与えられた U に対して貿易収支無差別曲線の $(T(p, U)=0 \text{ となる})$ p での接線を考えると、その傾きは第1財の純輸出量 $E_1(p)$ を、そしてその縦軸との切片は同様に第2財の純輸出量 $E_2(p)$ を表す事になる。

したがってマーシャルによる伝統的なオッファー曲線は(第1財の相対価格のそれぞれに対する)貿易収支均衡という制約を満たす最適な純輸出量の組み合わせによって表されていたが、実はその関係は $T(p, U) = 0$ となる貿易収支無差別曲線とそれに対応する接線の性質によって示す事が出来き、貿易収支無差別曲線が横軸と交わる所での接線が第2図のようなオッファー曲線の描くために必要な情報をすべて含んでいるのである。つまりその接線の傾き(横軸に対しての)が第1財の純輸出量を、そしてその縦軸との切片が第2財の純輸出量をそれぞれ表しているのである。そしてこれらの関係が第6図に描かれている。池間(1986)においても各財の貿易均衡曲線を導出する際にこれと同じ考えが用いられているが、各財を別々に扱っているために、特に第2財の貿易均衡曲線がここで求めている第2図のオッファー曲線となっている事は明らかにされていない。

すると第6図のAやA'のような点がそこで与えられている貿易収支無差別曲線 $T(p, U')$ に対応するオッファー曲線の点を表しているのであり、したがって社会厚生 U の水準を変化させて、第1財の相対価格の各水準に対して、このようにして得られる点を結んでいけば結局探し求めている第2図のようなオッファー曲線が得られるのである。そうして得られたのが第6図のFF曲線¹⁰⁾である。またこの曲線は作り方より自給自足の時の価格 p^A を通る右下がりの曲線である事もわかる。しかも導出の過程を比べてみると両方が貿易収支の均衡を用いているので、このオッファー曲線は実は池間(1986)における自国の第2財の貿易均衡曲線ともなっている事が判る。

外国に対しても同様に各 p に対して U^* をうまく変化させて $T^*(p, U^*) = 0$ となる外国の貿易収支無差別曲線の p での接線を考えれば、この場合の外国のオッファー曲線が得られ、それを横軸に関して逆転させて得られたのが第6図に描かれた F^*F^* 曲線である。するとこの時の国際貿易均衡も第6図の両国のオッファー曲線の交点Eで決定され、それはちょうど第2図で描かれた国

10) ただし第2図のオッファー曲線に正確に対応させるためには、もちろん縦軸の符号の取り方を逆転させなくてはならない。



第6図

際貿易均衡を表す事になる。しかもこの時の均衡価格 P^* に対応する横軸上において、両国の貿易収支無差別曲線は互いに接しており、これはちょうど第3図の自由貿易均衡において両国のミードの貿易無差別曲線が原点からの貿易収支均衡線を中心にして互いに接している事に対応している。¹¹⁾

このようにしてミードによる貿易無差別曲線を用いる直接的なオッファー曲線の導出に対応して、その双対的な手法による貿易収支無差別曲線を用いた新しいオッファー曲線の導出も行える事が判明した。また池間(1986)における自国の第2財の貿易均衡曲線が実はこの双対性による新しいオッファー曲線とな

11) 第6図において両国の貿易収支無差別曲線が接する点を結んだ軌跡を曲線 $C'C'$ として描いたが、これは第3図における両国の貿易無差別曲線の接点の軌跡である契約曲線 CC に対応している。ここで $C'C'$ 曲線を右下がり描いたが、両国にとって両財が正常財となっている時には、もし第1財に対する限界支出性向が自国においての方が外国においてよりも大きいならば、 $C'C'$ 曲線はこのように右下がりになり、逆の場合には右上がりになる事は容易に示される。

っている事も判明した。

以上で第2図に対応するオッファー曲線の双対的な手法による導出が終了した。そこで次節ではこの新しいオッファー曲線を用いて輸入関税の効果がどのように表されるのかを考える事にする。

V 輸入関税があるケースへの応用

この節では自国がその輸入財に関税を賦課した時の効果を、前節において双対性を用いて得られた新しいオッファー曲線を用いて説明する。まず与えられた交易条件に対して自国が輸入関税を賦課する事によって、前節で得られた自国のオッファー曲線がどのようにシフトするかを考える。もちろんこれにより自国が小国である時の関税の効果も判明する。

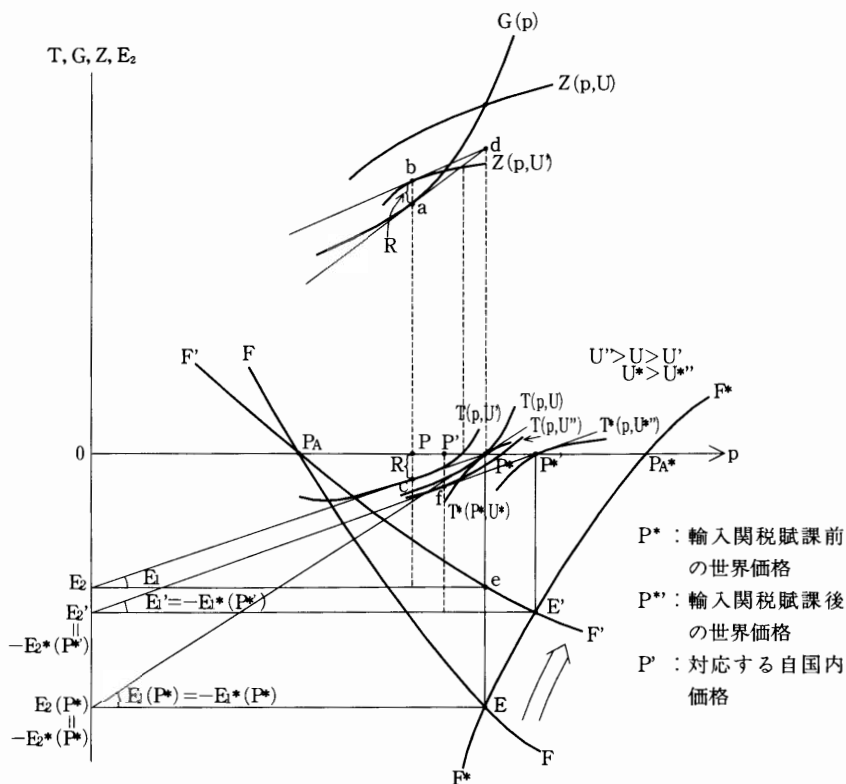
この状況は第7図に描かれている。輸入関税賦課前の交易条件を p^* とし、今第2財の輸入に対して従価税として $t(>0)$ の大きさの輸入関税が課されたとする。するとその結果自国内の第1財の相対価格は $p = p^* - [t/(1+t)] \cdot p^*$ ¹²⁾ となる。この時問題は自国内での(輸入関税を伴った)均衡がこの図の中でどのように表されるかという事に帰着する。

そこでいま輸入関税を伴った時の自国の第1財の純輸出量を E_1 とし、第2財の純輸入量を $-E_2$ とすると、結局この時の E_1 と E_2 がどのように示されるかという事が判りさえすれば良いのである。さてこの時の(第2財表示の)関税収入 R は $R = -[t/(1+t)]E_2(>0)$ と表され、この関税収入 R が民間部門に還付されると想定すれば自国の民間部門の総所得は $G(p) + R$ ¹³⁾ となる。したがってこの時の自国の民間部門の予算制約は

$$Z(p, U) = G(p) + R \quad (5.1)$$

12) ここでは簡単化のために為替レートを1におき、外国は輸入関税等を課さないと想定する。すると $p = p^*/(1+t)$ となり、また第2財の輸入1単位当りの関税収入は第2財表示で $t/(1+t)$ となる。これは例えば小宮・天野(1972, 6-8図(b), p. 151)で示されている。

13) 第2財で表した関税収入がこのように表されるのは、もちろん注12)により第2財の輸入1単位当りの関税収入が第2財表示で $t/(1+t)$ となっているからである。またこれらの (E_1, E_2) が第7図においてどのように示されるのかについては以下で説明される。



第7図

となり、またこの時の効用水準 U は $V(p, G(p) + R)$ となる。すると(第1財の)国内相対価格 p で評価した貿易収支は

$$T(p, V(p, G(p) + R)) = G(p) - Z(p, V(p, G(p) + R)) = -R (< 0) \quad (5.2)$$

と表され、関税収入 R の分だけ赤字になる。

さて国民支出曲数の性格より $Z(p, V(p, G(p) + R)) = p \cdot z_1(p, G(p) + R) + z_2(p, G(p) + R)$ となり、また国民所得曲数の性格より $G(p) = p \cdot y_1(p) + y_2(p)$ となっている事に注意すると、自国内の第1財の相対価格が p の時の第2財の輸入量 $-E_2$ は $-E_2 = z_2(p, G(p) + R) - y_2(p)$ なので、(5.1)より

$$\begin{aligned} p \cdot z_1(p, G(p) + R) + z_2(p, G(p) + R) &= p \cdot y_1(p) + y_2(p) + R \\ &= p \cdot y_1(p) + y_2(p) + [t/(1+t)] [z_2(p, G(p) + R) - y_2(p)] \end{aligned}$$

を得る。両辺に $(1+t)$ を掛けて、 $p^* = (1+t)p$ を用いて整理すると、

$$\begin{aligned} (1+t)p \cdot z_1(p, G(p) + R) + z_2(p, G(p) + R) &= (1+t)p \cdot y_1(p) + y_2(p) \\ p^* \cdot z_1(p, G(p) + R) + z_2(p, G(p) + R) &= p^* \cdot y_1(p) + y_2(p) \end{aligned} \quad (5.3)$$

となり、したがって

$$\begin{aligned} p^* \cdot [y_1(p) - z_1(p, G(p) + R)] + [y_2(p) - z_2(p, G(p) + R)] \\ &= p^* \cdot E_1 + E_2 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

が得られる。つまり国際価格 p^* で評価すると、自国の純輸出の組合せは貿易収支の均衡を満たしているのである。

以上の事を考慮に入れて、国内相対価格が P の時に自国の純輸出 (E_1 , E_2) が第7図でどのように示されるのかを考える。国内価格が P の時の生産点は国民所得曲線の a 点の接線で示されるが、世界価格 P^* ではその生産から得られる国民所得は d 点の横軸からの長さで示される。すると (5.3) より国内価格 P の時の消費点は、例えば b 点のように、その点での接線が d 点を通るような国民支出曲線 $Z(p, U')$ を見つける事によって得られる。ただしこの国民支出曲線は自由貿易の時の国民支出曲線 $Z(p, U)$ の下に位置しているので、社会厚生は低くなっている事が判る。もちろんこれは小国の場合の輸入関税の効果で、また伝統的な社会的無差別曲線を用いる分析とも対応している。

さらに国民所得曲線 $G(p)$ からこの国民支出曲線 $Z(p, U')$ を差し引いて得られる貿易収支無差別曲線 $T(p, U')$ を考えると、結局この貿易収支無差別曲線の P に対応する c 点での接線が求めようとしていた国内相対価格 P の下での自国の純輸出 (E_1 , E_2) を表している事になるのである。しかもこの接線は

14) このような支出曲線の接線が原点よりも左側で横軸と交わる点は、対応する相対価格の下での両財の消費比率を表す。したがって、例えば相似拡大的な選好のケースを想定すれば、国内価格が P の時の両財の消費比率を表す横軸上の点と d 点を結ぶ直線を選ぶ事により、この直線は対応する支出曲線と b 点で接する事になる。

国際価格 P^* で横軸と交わっており、(5.4)で示されているように国際価格 P^* で評価すると自国の純輸出 (E_1, E_2) は貿易収支を均衡させている事も判る。

そして国際価格 P^* に対して、この純輸出 (E_1, E_2) を表す点として e 点を選べば、輸入関税を賦課する事によって得られる新しい自国のオファー曲線は e 点を通る事になる。同様の事をほかの国際価格に対しても行えば、結局右上にシフトした自国の新しいオファー曲線 $F'F'$ が得られる事になる。¹⁵⁾

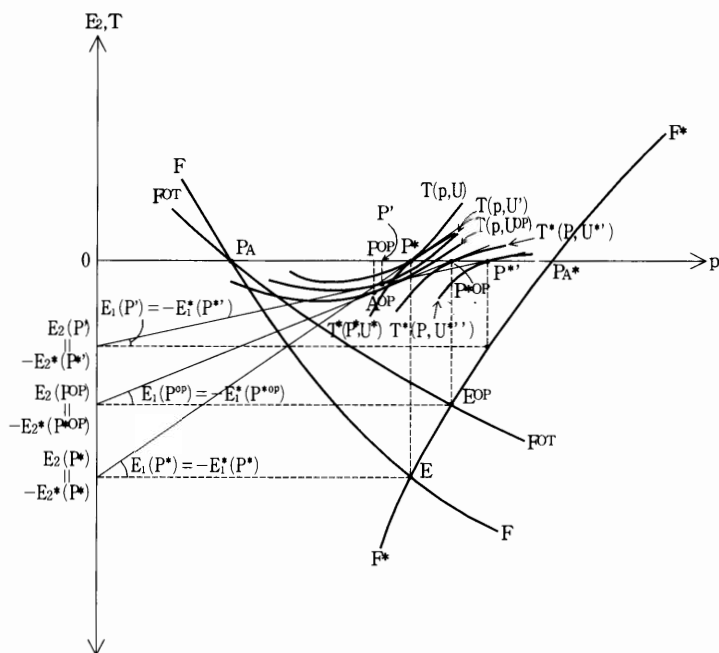
すると新しい自国の輸入関税を伴った貿易均衡は自国のこの新しいオファー曲線と外国のオファー曲線が交わる E' で決定される。この時の新しい第1財の国際相対価格は P^{**} となり、それは自由貿易の時より大きくなっていて自国の交易条件は改善している。しかもこの時の対応する貿易収支無差別曲線 $T(P, U')$ は自由貿易の時の $T(P, U)$ よりも下に位置しているので、自国の社会厚生が自由貿易の時よりも高くなっている事も判るのである。

このようにして自国が輸入財に関税を賦課した時の効果も、双対性に基づいて導出されるオファー曲線を用いて分析する事ができる事が判明した。したがって輸入関税の効果を分析するのに、通常のオファー曲線と同じように、双対性に基づいて導出されるオファー曲線を用いる事もできるのである。

さらにまたこの時に、第1財の国際相対価格 P^{**} を通る両国の輸出入を表す直線がうまく両国の貿易支出無差別曲線を分離している事に注意すると、このような関係をもたらし自国の貿易収支無差別曲線で最も下に位置する物を見つければ、それが新しい双対性によるオファー曲線を用いた時の最適関税の議論になる。その状況は第8図に表されている。貿易無差別曲線を用いて最適関税の議論を図示すると、それは外国のオファー曲線と自国の貿易無差別曲線が接するということのように表され、そこでは自国の貿易無差別曲線が最も高い位置にいる事になっている。第8図に表されている新しい双対性によるオファー曲線を用いた最適関税の議論もちょうどこの状況に対応しているのである。

さて関税以外の分析にも本稿で描いた双対性に基づいて導出されるオファ

15) 池間(1986)では輸入関税があるケースは考えられていないが、ここでの議論によれば第2財の貿易均衡曲線も輸入関税があると右上にシフトする事になるのである。



第 8 図

一曲線を用いる事も興味深い事と思われるが、これらについてはまた別の機会に考察する事にし、以上で双対性に基づいて導出されるオファー曲線に関する分析を終了する事にする。

VI 終わりに

双対性による分析は双対性を用いない通常の分析と同じ情報を含んでいるので、ここで取り上げなかった問題で通常のオファー曲線を用いて分析される物も、結局ここで導出した新しいオファー曲線を用いても分析する事ができるのである。したがって幾何学的に分析を行なう時に、伝統的な手法である等量曲線、社会的無差別曲線、生産可能性曲線、及び貿易無差別曲線を用いるにしても、それともこれらに双対的な要素価格フロンティア、国民支出曲線、国民所得曲線、そして貿易収支無差別曲線を用いるにしても、いずれにしても分

析の説明のわかりやすい方を選べるようになり、この意味で分析手法の自由度が増えた事は望ましい事と考える事ができる。

＜参考文献＞

- Aliprantis, C. D., D. J. Brown, and O. Burkinshaw. (1989) : *Existence and Optimality of Competitive Equilibria*. Springer-Verlag, New York
- Chipman, J. S. (1979) : "The theory and application of trade utility functions" in *General Equilibrium, Growth, and Trade* ed. by J.R. Green and J.S. Scheinkman, p.277 - 9, Academic Press, New York.
- Debreu, G. (1954) : "Valuation equilibrium and Pareto optimum" *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A.* 40, p.588 - 94
- . (1970) : "Economies with a finite set of equilibria" *Econometrica* 38(3), p.387 - 92
- Dierker, E. (1972) : "Two remarks on the number of equilibria of an Economy" *Econometrica* 40(5), p.951 - 53
- Dixit, A and V. Norman. (1980) : *Theory of International Trade: A Dual General Equilibrium Approach*. Cambridge University Press, Cambridge
- Dunford, N. and J. Schwartz. (1958) : *Linear Operators Part I: General Theory*. Interscience, New York
- Ekeland, I. and R. Teman. (1976) : *Convex Analysis and Variational Problems*. North-Holland Amsterdam
- and T. Turnbull. (1983) : *Infinite Dimensional Optimization and Convexity*. University of Chicago Press, Chicago
- Edgeworth, F. Y. (1894) : "The Theory of International Value, I, II, III." *Economic Journal* 4, p.35 - 50, p.424 - 443, p.606 - 638. Reprinted (with revision and omissions) in Edgeworth (1925), p. 3 - 60
- . (1925) *Papers Relating to Political Economy, Vol. II* Macmillan, London
- Ethier, W. J. (1983) : *Modern International Economics*. Norton, New York (小田正雄・太田博史訳『現代国際経済学』多賀出版 1992)
- 池間誠 (1978) : 「要素価格フロンティア—財価格と要素価格」『経済学研究 (一橋大学)』
- (1986) : 「国際貿易の双対性分析」『世界経済評論』4月号 p. 44 - 50
- 小宮隆太郎・天野明弘 (1972) : 『国際経済学』 岩波書店
- Kubota, H. (1989) : "A note on offer curve" unpublished manuscript, Department of Economics, University of Rochester
- Mas-Colell, A. and W. Zame. (1989) : "Equilibrium theory in infinite dimensional space" *Handbook of Mathematical Economics, Vol.4*, ed. by W. Hildenbrand and H. Sonnenschein, Chapter 34 North-Holland, Amsterdam

- Marshall, A. (1879) : *The Pure Theory of Foreign Trade*. Reprinted as *Pure Theory (Foreign Trade-Domestic Values)* No.1 in series of reprints of scarce tracts in economics and political science, London School of Economics, London 1930 (杉本栄一訳「外国貿易の純粹理論」杉本(1940)所収) The original version in Whitaker (1975)
- . (1924) : *Money Credit and Commerce* Macmillan, London (永澤越郎訳『貨幣信用貿易1, 2』岩波ブックサービスセンター 1988)
- Meade, J. E. (1954) : *A Geometry of International Trade*. Allen and Unwin, London (岡田睦美訳『国際貿易の幾何学』文雅堂書店 1963)
- Mundell, R. A. (1968) : *In ternational Economics*. Macmillan, London (渡辺太郎他訳『国際経済学』ダイヤモンド社 1971年)
- 小田正雄(1997) : 『現代国際経済学』 夕斐閣
- 他(1989) : 『ベーシック国際経済学』<夕斐閣ブックス> 夕斐閣
- Robertson, A. P. and W. Robertson. (1964) : *Topological Vector Space*. Cambridge University Press, Cambridge
- Shaehar, H. H. (1966) : *Topological Vector Space*. Macmillan, New York
- Sgro, P. M. (1986) : *The Theory of Duality and International Trade*. Croom Helm, London
- 杉本栄一訳編(1940) : 『マーシャル経済学選集』日本評論社
- Whitaker, J. K. (1975) : *The Early Economic Writings of Alfred Marshall, 1867-1890, Vol 2*. Macmillan, London
- Woodland, A. D. (1982) : *International Trade and Resource Allocation*. North-Holland, Amsterdam

On the Derivation of an Alternative Form of Offer Curves and its Applications

Hajime Kubota

This paper considers a geometric derivation of an alternative form of offer curves developed first by Alfred Marshall in 1870's. He illustrated offer curves over the diagram whose coordinates were an exportable goods and an importable goods. He, however, derived them without connecting with any domestic demand and supply of goods. Meade indeed completed this connection and illustrated these offer curves over the similar diagram with using trade indifference curves which are defines as the difference between social indifference curves and the production possibility frontier. This paper illustrates an alternative form of offer curves based on the duality approach which uses cost functions, profit functions, and expenditure functions instead of production functions and utility functions, and is recently employed in the theory of international trade. Once this paper illustrates trade balance indifference curves, which correspond to trade indifference curves of Meade, it develops the geometric derivation of offer curves which are illustrated over the diagram, where the horizontal axis is the relative price of one good and the vertical axis is the net export of the other good. This paper also illustrates the trade equilibrium with tariffs in terms of the new form of offer curves.