# ピークロードプライシングと混雑税を巡って

河　野　正　道*

## 1．はじめに

ピークロードプライシングは限界費用価格形成原理の一環である。社会的厚生を最大にすることを目的とする公益企業は，価格と限界費用が一致するところで生産しなければならない。一般に鉄道，電話等では，需要が最も集中するピーク時にあわせて設備投資をしているのであるから，需要の追加的１単位に対して，必要となる資本設備の追加的コストが決まる。これが限界費用であり，これに等しくピーク時の価格とすべきである，というのがピークロードプライシングの理論である。

この理論によれば，鉄道，電話等の公共サービスにおいて，需要が集中する時間帯に高い料金を設定するべきである。しかし，鉄道については，現実には通勤時の乗客は通勤定期で乗車しているのがほとんどである。そして，その通勤定期は割り引かれており，ピークロードプライシングのいうところとは逆のことが現実に行われている。また，ピークロードプライシングには，一般人の感覚から反対論も多い。たとえば，混雑時は定員を上回る200％というよう乗客が詰め込まれているにもかかわらず，高い価格を徴収されるのは不公平である，などという反対論もある。これに対して，ピークロードプライシング擁護派からは，ピーク時に高い価格を設定し，オフピークに需要を振り向けることによって遊休設備をなくし，効率化を目的とするのであるから不平等は我慢しなければならない，との意見も唱えられている。

*この論文を作成するにあたり，武田文夫先生（帝京平成大学元教授）より有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝申し上げる。

この論文の目的は，このような疑問を取り上げて，ピークロードプライシングの理論を再検討することである。確かに設備に関する限界費用はピーク時に利用客に負担させるべきである。しかし，費用は設備投資の費用のみではない。設備費用とは別の可変費用としての運転費用もある。つまり，車両の購入費は設備費であるが，それを運転する電気料金は運転費であり，ピーク，オフピークにかかわらず必要となるものである。この運転費についての限界費用は逓減的であろう。１両を動かす費用は，200%の乗客が乗るときと，座席分しか乗っていないときとでは，２倍の差はないであろう。したがって，運転費の限界費用は逓減的であると仮定する。この結果，オフピーク時の価格がむしろ高くなるという結果も導出できる。

また，座席以上の乗客を乗せることが可能であり，ピーク時には，鉄道は座席以上の乗客を乗せている。そこで混雑が生じている。つまり，外部不経済としての混雑現象が生じているのであり，外部不経済を内部化するために混雑税を課さなければならない。混雑税は，資本コストの負担を論じるピークロードプライシングとは本質的に異なるのであるが，ピーク時からオフピーク時に需要を移すという効果を持っており，その点で類似性がある。

以下，第２節では基本モデルを提示する。需要供給曲線で総余剰の最大化をもたらす生産量，価格を示し，またその生産量において同時に社会的厚生関数を最大にしていることをより理論的に示す。第３節では生産設備の費用のみならず，運転費用を導入し，オフピーク時の価格がピーク時の価格よりも大きくなるための条件を示す。第４節では，生産設備が予定する定員以上に乗客も受け入れることができるとし，混雑現象を考察し，モデルを拡張する。第５節で議論を総括する。

## ２.基本モデル

まず，これから行う分析の準備段階として基礎的な事項を確認するために，比較的自明な分析を行う。消費者は同質な１種類が存在するとしよう。期間を２期間に分け，第１期をピーク時，第２期をオフピーク時とする。ピーク時の需要量

を$x_1$，オフピーク時の需要量を$x_2$とし，効用関数を

$$U=a_1x_1+a_2x_2-\frac{x_1^2}{2}-\frac{x_2^2}{2}+\theta x_1x_2 \tag{2.1}$$

とする。消費者は余剰，つまり$u-p_1x_1-p_2x_2$を$x_1$，$x_2$について最大化することによって，第１期，および第２期の逆需要関数を以下のように導出する。

$$\begin{aligned} p_1&=\max(a_1-x_1+\theta x_2, 0), \\ p_2&=\max(a_2-x_2+\theta x_1, 0) \end{aligned} \tag{2.2}$$

言うまでもなく，価格，需要量は非負であり，最低の価格はゼロである。(2.2)を解いて

$$\begin{aligned} x_1&=\max\left(\frac{a_1+\theta a_2-p_1-\theta p_2}{1-\theta^2}, 0\right), \\ x_2&=\max\left(\frac{a_2+\theta a_1-p_2-\theta p_1}{1-\theta^2}, 0\right) \end{aligned} \tag{2.3}$$

を得る。この場合も，$x_1$，$x_2$は非負であるので，先と同様に範囲の限定をしなければならない。なお，余剰最大化の２階の条件から$-1<\theta<1$が必要である。また，ピーク時，オフピーク時の輸送サービスは代替財である。つまり，一般にどちらかに乗れば，他の時間帯に乗る必要はないのである。このことより，第２期の価格 が上昇すると第２期の需要は減少し，第１期に振り向けられ，第１期の需要は上昇するので，(2.3)より明らかに$-1<\theta<0$でなければならない。

　輸送需要に応えるためには運送サービスの生産能力がなければならない。その生産能力を$X$で示し，ピーク時の需要はこの供給能力を超えることはできないと仮定する。つまり，$x_1\leqq X$，$x_2\leqq X$である。この生産能力を獲得するためには，費用$C$が必要であり，

$$C=\frac{cX^2}{2} \tag{2.4}$$

であらわされる。この生産能力に対する需要価格（留保価格）を求めてみよう。

$X$が十分に小さいときは，第１期，第２期ともにこの生産能力をフル活用し，$X=x_1=x_2$となる。つまり，需要の大きい第１期の価格$p_1$を高く，需要の小さい第２期の価格$p_2$を低く設定するのである。よって，第１,２期のトータルの需要価格を$p$とすると，(２.２)より$p=p_1+p_2=a_1+a_2-2(1-\theta^2)X$となる。これを図２.１で示した。しかし，$X$が十分に大きくなり，$X>\dfrac{a_2}{1-\theta}$となると，$X=x_2$の下では，$p_2>0$を満たすことは不可能となる。よって，そこでは，$x_2<x_1=X$となり，$x_2$は(２.２)より$p_2=a_2-x_2+\theta x_1=0$を満たすように$x_1$に応じて変化する。よって，需要価格は$p=p_1=a_1+\theta a_2-(1-\theta^2)X$となる。これを図２.２で示した。一方，供給曲線は限界費用曲線$MC=cX$であり，この供給曲線と先に求めた需要曲線が$X\leqq\dfrac{a_2}{1-\theta}$の範囲において互いに交差すれば，$p=MC$，つまり，$a_1+a_2-2(1-\theta^2)X=cX$，および，$x_1=x_2=X$，さらに（２.２）より

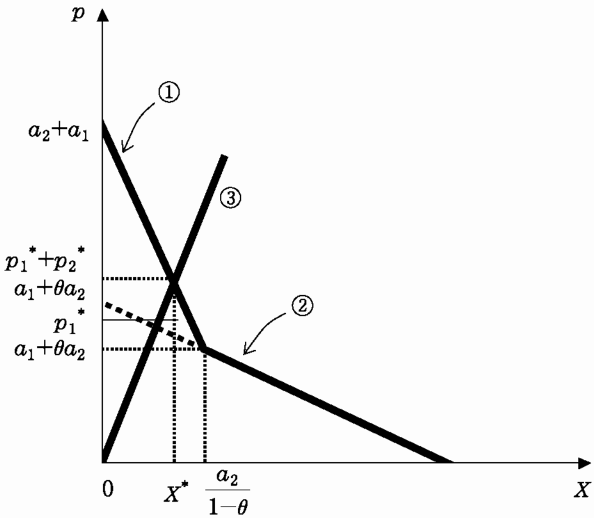


図2.1 ケース1

①:総需要 $p_1+p_2=a_1+a_2-2(1-\theta)X$,
②:総需要 $p_1=a_1+\theta a_2-(1-\theta^2)X$,
③:限界費用 $MC=cX$,

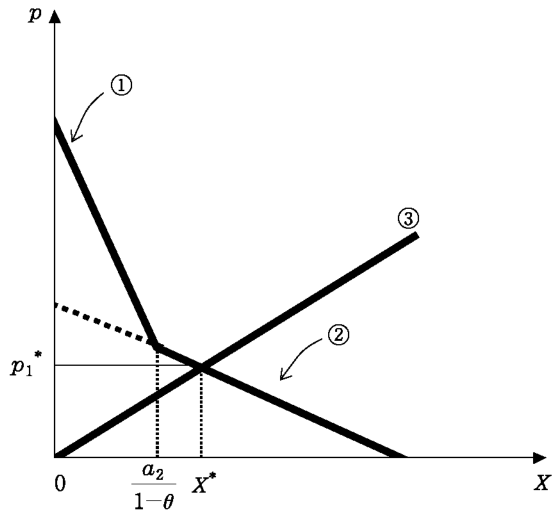


図2.2 ケース2

$$X^*=x_1{}^*=x_2{}^*=\frac{a_1+a_2}{c+2(1-\theta)}, \tag{2.5}$$

$$p_1{}^*=\frac{a_1(c+1-\theta)-(1-\theta)a_2}{c+2(1-\theta)}, \tag{2.6}$$

$$p_2{}^*=\frac{a_2(c+1-\theta)-(1-\theta)a_1}{c+2(1-\theta)} \tag{2.7}$$

によって均衡が与えられる。なお，これらの均衡値はすべて正であることが，$-1<\theta<0$，$a_2<a_1$より保証される。これがケース１とし，図２.１で示している。

また，均衡が$X>\dfrac{a_2}{1-\theta}$，で与えられると，$p_1=MC$，つまり，$a_1+\theta a_2-(1-\theta^2)X=cX$，

および，$x_1=x_2=X$（２.２）より

$$X^*=x_1{}^*=\frac{a_1+\theta a_2}{1+c-\theta^2}, \tag{2.8}$$

$$x_2{}^{*}=\frac{\theta a_1+(1+c)a_2}{1+c-\theta^2}, \tag{2.9}$$

$$p_1{}^{*}=\frac{c+(a_1+\theta a_2)}{1+c-\theta^2}, \tag{2.10}$$

$$p_2{}^{*}=0 \tag{2.11}$$

となり，これをケース２として図２.２で示した。ケース２では$x_2>0$であるためには，$\frac{a_2}{a_2}<\frac{1+c}{-\theta}$ が必要である。また，さらにケース２のためには，図２.２より明らかに $c<\frac{(a_1-a_2)(1-\theta)}{a_2}$ が必要であり，この２つより，

$$\frac{1+c-\theta}{1-\theta}<\frac{a_1}{a_2}<\frac{1+c}{-\theta} \tag{2.12}$$

が必要となる[1)]。（図２.３参照）。なお，ケース１は，$1<\frac{a_1}{a_2}<\frac{1+c-\theta}{1-\theta}$ であり，ケース２は $\frac{1+c-\theta}{1-\theta}<\frac{a_1}{a_2}<\frac{1+c}{-\theta}$ である。

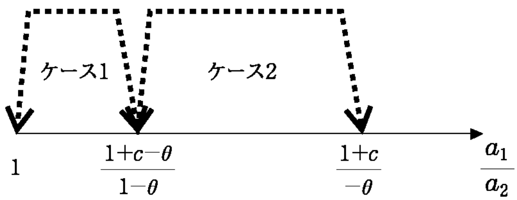


図2.3　$\frac{a_1}{a_2}$ の許容範囲におけるケース1,ケース2の関係

この生産設備はピーク時にもオフピーク時にも使用することができ，共同利用が可能な公共財であると考えることができる。我々が考えている問題は，したがって，公共財の価格付けの問題である[2)]。よって，サムエルソン[６]に示され

1）なお，この上限，$\frac{1+c}{-\theta}$，を $\frac{a_1}{a_2}$ が超過するときは，$x_2{}^{*}=0$となり，端点で与えられる。この場合は，我々の興味の対象外であるから，排除する。

2）公共財から生産されたサービスの価格付けの問題であるが，生産能力$X$からサービスが生産されるのであるから，サービスの価格付けは生産能力の価格付けと同じことになる。

たようにピーク時とオフピーク時の需要曲線を縦方向に足して，つまり，需要価格を合計することによって，公共財としての設備に対する総需要曲線を導出することができるのである。この需要曲線が図2.1，2.2で示されたものである。

このように効率的な設備の利用を目的とした差別的価格がピークロードプライシングであると考えることができる。このケース2においては，第2期の需要者には資本コストを負担させず価格はゼロとなっている。このような差別価格によって，需要はピーク時からオフピーク時へと流れているにもかかわらず，まだオフピーク時の需要はピーク時の需要よりも少なく，遊休設備が存在するのである。[3)] しかし，強いて設備をフル活用するために第1期の価格をさらに上昇させる必要はないのである。限界費用価格形成による余剰最大化の原則を破ることになる。

これまでは需要供給曲線を見ながら半ば幾何学的に余剰の最大化を考えた。しかし，それは厳密な議論ではない。次に数式を用いて厳密に計算して余剰の最大化を検討する。ここで社会的厚生$W^I$は，代表的個人の効用から生産設備のための費用を差し引いた値であり，$W^I = U - \frac{c}{2}X^2$ であり，純余剰である。我々の問題はこの純余剰を生産設備の制約の下で最大化することであり，

$$\begin{aligned} &\max\ W^I \\ &\text{subject to } X \geqq x_1,\ X \geqq x_2 \end{aligned} \tag{2.13}$$

である。この最大化問題を解くために，ラグランジュ関数を

$$L = a_1x_1 + a_2x_2 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} + \theta x_1x_2 - \frac{cX^2}{2} + \sum_{i=1}^{2} \lambda_i (X - x_i) \tag{2.14}$$

とおく。なお，$\lambda_1, \lambda_2$は，第1，第2期の資本設備の制約にかかるラグランジュ乗数であり，それは資本の限界評価であり，これは注2で示したように，そのまま，各期の財の価格となる。（2.13）の最適解が満たすべき1階の条件は

3）これは，我々のモデルは2期間の運送サービスが代替財であることを仮定しているので，このような流れが存在する。

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}=a_1-x_1+\theta x_2-\lambda_1=0\,, \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2}=a_2-x_2+\theta x_1-\lambda_2=0\,, \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial L}{\partial X}=-cX+\lambda_1+\lambda_2=0\,, \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1}=X-x_1\geqq 0\,,\ \ \lambda_2\gtreqless 0 \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2}=X-x_2\geqq 0\,,\ \ \lambda_2\gtreqless 0 \tag{2.19}$$

となる。以下，これを解く。

ケース１：$\lambda_1^*>0$，$\lambda_2^*>0$ の場合

$$X^*=x_1^*=x_2^*=\frac{a_1+a_2}{c+2(1-\theta)} \tag{2.20}$$

$$\lambda_1^*=\frac{a_1(c+1-\theta)-a_2(1-\theta)}{c+2(1-\theta)}\,, \tag{2.21}$$

$$\lambda_2^*=\frac{a_2(c+1-\theta)-a_1(1-\theta)}{c+2(1-\theta)} \tag{2.22}$$

となる。なお，$c+2(1-\theta)>0$ であることは $-1<\theta<0$ から導出することができる[4]。$\lambda_1,\lambda_2$が共に正のときは，第１,２期ともに設備はフル稼働されており，需要(供給量)は両期間通じて同一である。$\lambda_1,\lambda_2$は，それぞれピーク時，オフピーク時の価格であり（２.５)-(２.７）で示した値と一致する。さらに次の場合も可能である。

ケース２：$\lambda_1^*>0$，$\lambda_2^*=0$ の場合

$$X^*=x_1^*=\frac{a_1+a_2\theta}{1+c-\theta^2}\,, \tag{2.23}$$

$$x_2^*=\frac{\theta a_1+(1+c)a_2}{1+c-\theta^2}\,, \tag{2.24}$$

$$\lambda_1^*=\frac{c(a_1+a_2\theta)}{1+c-\theta^2}\,, \tag{2.25}$$

---

4）ラグランジュ関数を用いての最大化のための２階の条件は，（小山[５]p.273参照）↗

となる。$1+c-\theta^2>0$ についてもケース１と同様に，$-1<\theta<0$ から導出される。

また，$0<x_1^*$，$0<x_2^*$であるためには，$-\theta<\dfrac{a_1}{a_2}<\dfrac{1+c}{-\theta}$ でなければならず，

また，$x_2^*\leqq x_1^*$のためには $\dfrac{1+c-\theta}{1-\theta}\leqq\dfrac{a_1}{a_2}$ が必要である。を意味する。よって，

ケース２が成立するための条件は

$$\frac{1+c-\theta}{1-\theta}\leqq\frac{a_1}{a_2}<\frac{1+c}{-\theta} \tag{2.26}$$

となり，先に(2.12)で示したとおりである。また，ケース1,2の範囲を２.３で図示した。なおケース２では，$\lambda_1^*$はピーク時の価格であり，オフピーク時の価格は遊休設備があるので，限界費用がゼロであるから，ゼロとなっている。よって，以上２つのケースが可能であり，その均衡値を図２.１，２.２で示した通りである。なお，$\lambda_1^*=0$，$\lambda_2^*=0$ および$\lambda_1^*=0$，$\lambda_2^*>0$ の場合は矛盾となる。[5)]

---

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial {x_1}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial\lambda_2} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial {x_2}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial\lambda_2} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1 x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial\lambda_2} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2 x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2\partial\lambda_2} \end{vmatrix}>0,\ \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial {x_1}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial X} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial\lambda_2} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial {x_2}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial X} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial\lambda_2} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial X\partial x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial X\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial X\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial X\partial\lambda_2} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1 x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial X} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial\lambda_2} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2 x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2\partial X} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2\partial\lambda_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_2\partial\lambda_2} \end{vmatrix}<0$$

であり，これらは，それぞれ，$1>0$，$-\{c+2(1-\theta)\}<0$ となり，満たされている。

5) ケース３：$\lambda_1=0$，$\lambda_2=0$ のとき。
$a_1-x_1+\theta x_2=0$，$a_2-x_2+\theta x_1=0$，$cX=0$，$X-x_1>0$，$X-x_2>0$，となる。これは，$x_1<0$，$x_2<0$ を意味し，これは不可能である。
ケース４：$\lambda_1=0$，$\lambda_2>0$ のとき。
$a_1-x_1+\theta x_2=0$，$a_2-x_2+\theta x_1-\lambda_2=0$，$-cX+\lambda_2=0$，$X-x_1>0$，$X-x_2=0$，となる。しかし，これも$-1<\theta<0$ と$a_2<a_1$より矛盾となる。

以上示したように，需要供給曲線から求めたのと同じ結果をラグランジュ関数を設定して導出することができた。

## 3．運転費の導入

費用は，資本設備などの固定費用と，乗客の数によって変動可能な運転費から成り立っている。固定費は車両と駅員のための費用など，短期的には変動不可能な費用である。つまり，いったん購入した電車の台数は企業は短期的には調整できない。また，駅員の数もピーク時とオフピーク時に変動させることはできない。よって，オフピーク時には設備を増やすことなく，乗客数を増やすことができる。

しかし，電車を運行する電力消費量は，乗客数に依存して調整できる。つまり，電車を動かさなければ電力は不要である。このように，稼働率に依存するような電力などのための可変費用が運転費であるとしよう。通常，ピーク時には200%の乗車率などというように，過剰の乗客が乗っている。つまり，ピーク時には，運転費は1人当たり低いはずである。ピーク時において，1人乗客が追加されたときに追加的に必要となる運転費はわずかであろう。一方，オフピーク時には，1両に乗車する乗客の数は小さく，したがって，乗客が追加的に増えたときに追加的に必要となる運転費は大きいと仮定しよう。よって，この運転費を

$$C_i^R = x_i\left(b - \frac{e}{2}x_1\right), i = 1, 2 \tag{3.1}$$

とする。ただし，$b>0$，$e>0$とし，さらに，$1-e>0$を仮定する[6]。その限界費用は$MC_i^R = b - ex_i$となる。なお，各期の均衡生産量が正であることを保証するために，$a_1 > a_2 > b$であるとする。この運転費用を考慮したときの社会的厚生の最大化を検討しよう。

社会的厚生は，$W^{II} = U - \frac{c}{2}X^2 - \sum_{i=1}^{2}\left(b - \frac{e}{2}x_i\right)x_i$となる。これを$X \geq x_i$の制約

6）これは後に示すように，厚生最大化のための2階の条件が成立するために必要となる。

条件の下に最大化するためにラグランジュ関数を

$$L=a_1x_1+a_2x_2-\frac{x_1^2+x_2^2}{2}+\theta x_1x_2-\frac{cX^2}{2} -\sum_{i=1}^{2}\left(b-\frac{e}{2}x_i\right)x_i +\sum_{i=1}^{2}\lambda_i(X-x_i) \tag{3.2}$$

とおく。最適の１階の条件は

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}=a_1-b-(1-e)x_1+\theta x_2-\lambda_1=0\,, \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2}=a_2-b-(1-e)x_2+\theta x_1-\lambda_2=0\,, \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial X}=-cX+\lambda_1+\lambda_2=0\,, \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1}=X-x_1\geqq 0\,,\ \ \lambda_1\overline{>}0\,, \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2}=X-x_2\geqq 0\,,\ \ \lambda_2\overline{>}0 \tag{3.7}$$

となり，この解は先の$W^I$の最大化の場合と同様に，２つの場合があり，ケース１は$X^*=x_1{}^*=x_2{}^*$，$\lambda_1{}^*>0$，$\lambda_2{}^*>0$の場合である。このときは，運転費用は第１，２期ともに同一であり，資本設備についてのシャドープライスである$\lambda_1,\lambda_2$にその可変費用に関する限界費用を加えることによって価格$p_1$，$p_2$が決まる。これは，(2.2)，(3.3)，(3.4)より明らかであり，$p_i{}^*=\lambda_i{}^*+b-ex_i{}^*$となる。その最適値は

$$X^*=x_1{}^*=x_2{}^*=\frac{a_1+a_2-2b}{c+2(1-e-\theta)}\,,$$
$$\lambda_1{}^*=\frac{(a_1-b)(1+c-e-\theta)-(a_2-b)(1-e-\theta)}{c+2(1-e-\theta)}\,, \tag{3.8}$$
$$\lambda_2{}^*=\frac{(a_2-b)(1+c-e-\theta)-(a_1-b)(1-e-\theta)}{c+2(1-e-\theta)}$$

となる。$1-e>0$ を先に仮定しており，この結果，$c+2(1-e-\theta)>0$，$1+c-e-\theta>0$，$1-e-\theta>0$ などが成立する。[7] よって，$X^*, x_1^*, x_2^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*$ はすべてが正であることが保証されている。このとき，最適価格は $p_1^*=\lambda_1^*+b-ex_1^*$，$p_2^*=\lambda_2^*+b-ex_2^*$ であるから，

$$p_1^*=b+\frac{(a_1-b)(1+c-2e-\theta)-(a_2-b)(1-\theta)}{c+2(1-e-\theta)},$$
$$p_2^*=b+\frac{(a_2-b)(1+c-2e-\theta)-(a_1-b)(1-\theta)}{c+2(1-e-\theta)} \tag{3.9}$$

となる。$a_1>a_2$ であるから，$p_1^*>p_2^*$ が成立していることは容易に示すことができる。このケース１を図3.1で示した。我々がここで興味があるのは図3.2のケース２である。つまり，$\lambda_2^*=0$ の場合は，

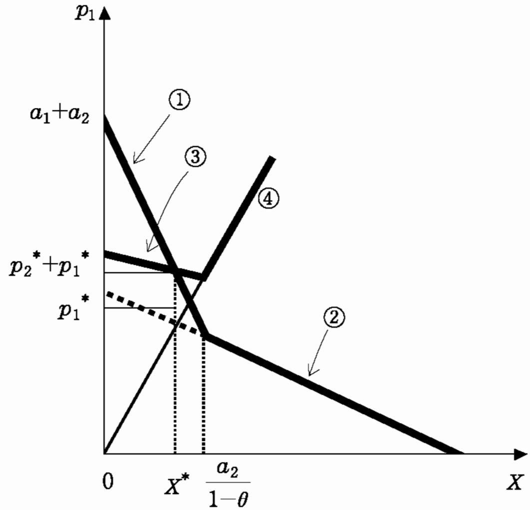


図3.1　ケース1

①:資本に対する総需要 $p_1+p_2=a_1+a_2-2(1-\theta)X$,

②:第1期の資本に対する総需要 $p_1=a_1+\theta a_2-(1-\theta^2)X$,

③:資本の限界費用 $cX$,

④:総限界費用 $b+(c-e)X$，ただし，$b-eX\geqq 0$

7）このとき，$\lambda_1^*>0$，$\lambda_2^*>0$ が成立していることは容易に確認できる。また，このと↗

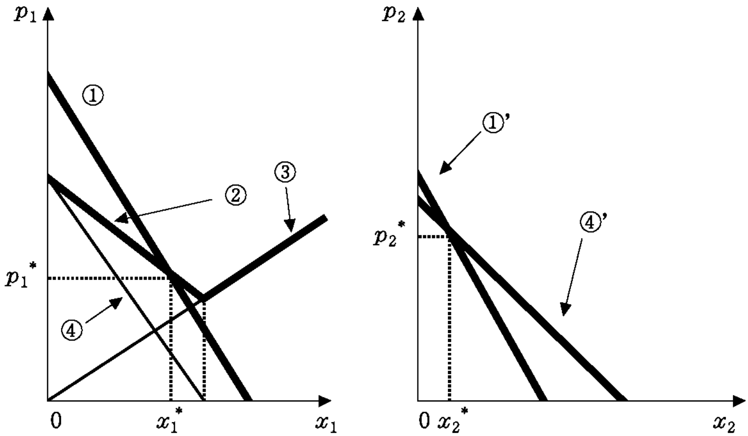


図3.2　ケース2

① :第1財に対する需要 $a_1-x_1+\theta x_2{}^*$
② :第1財生産のための限界総費用 $b+(c-e)x_1$
③ :第1財生産のための限界資本費用 $cX$
④ :第1財生産のための限界運転費用 $b-ex_1$
①':第2財に対する需要 $a_2-x_2+\theta x_1{}^*$
④':第2財生産のための限界運転費用 $b-ex_2$

$$X^*=x_1{}^*=\frac{(a_1-b)(1-e)+\theta(a_2-b)}{(1+c-e)(1-e)-\theta^2}, \tag{3.10}$$

$$x_2{}^*=\frac{(a_2-b)(1+c-e)+\theta(a_1-b)}{(1+c-e)(1-e)-\theta^2}, \tag{3.11}$$

$$\lambda_1{}^*=c\,\frac{(a_1-b)(1-e)+\theta(a_2-b)}{(1+c-e)(1-e)-\theta^2} \tag{3.12}$$

となる。なお $(1+c-e)(1-e)-\theta^2>0$ が最適化の２階の条件を満たすために成立していなければならない。[8] なお，$c,e,\theta$ は，これを満たすと仮定する。また，

↘き，最大のための２階の条件も満たされている。これは注４で示した条件より，$1>0$，$-c-2(1-e-\theta)<0$ である。これは $1-e>0$，$\theta<0$ より満たされている。

8）なお，$\lambda_2{}^*=0$ の場合は，$\dfrac{\partial L}{\partial \lambda_2}$ とはならないので，制約条件式が１本少なくなる。よ↗

$x_1{}^*$，$x_2{}^*$は共に正でなければならず，(3.10)，(3.11)より $\dfrac{-\theta}{1-e}<\dfrac{a_1-b}{a_2-b}<\dfrac{1+c-e}{-\theta}$ が成立する。また，$x_1{}^*\geqq x_2{}^*$であるので，(3.10)，(3.11)より，$\dfrac{1+c-e-\theta}{1-e-\theta}\leqq\dfrac{a_1-b}{a_2-b}$ でなければならない。よって，このケース２における $\dfrac{a_1-b}{a_2-b}$ の許容範囲は

$$\frac{1+c-e-\theta}{1-e-\theta}\leqq\frac{a_1-b}{a_2-b}<\frac{1+c-e}{-\theta} \tag{3.13}$$

となる。これを図３.３に示した。よって，$\dfrac{1+c-e}{-\theta}$ がケース２の $\dfrac{a_1-b}{a_2-b}$ についての上限であり，$\dfrac{1+c-e-\theta}{1-e-\theta}$ が下限である。また，ケース１については，明らかに，$1\leqq\dfrac{a_1-b}{a_2-b}\leqq\dfrac{1+c-e}{-\theta}$ である。

次に，$p_1{}^*$，$p_2{}^*$の大小比較をする。価格は需要関数から決まり，需要価格はすでに(２.２)で求めてあるように，$p_1=a_1-x_1+\theta x_2$，$p_2=a_2-x_2+\theta x_1$である。これに(3.10)，(3.11)を代入すると，それぞれの均衡値が定まる。これより

$$\begin{aligned} p_1-p_2&=a_1-a_2-(1+\theta)(x_1-x_2)\\ &=\frac{(a_1-b)\{(1-e)(c-e)+\theta e\}+(a_2-b)\{(c-e)(e+\theta)+e\}}{(1+c-e)(1-e)-\theta^2} \end{aligned} \tag{3.14}$$

---

↘って，注４で示された２階の条件は，

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x_1{}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial\lambda_1}\\ \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2{}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial\lambda_1}\\ \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1 x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1{}^2} \end{vmatrix}>0,\quad \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x_1{}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial X} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1\partial\lambda_1}\\ \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2{}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial X} & \frac{\partial^2 L}{\partial x_2\partial\lambda_1}\\ \frac{\partial^2 L}{\partial X\partial x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial X\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial X^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial X\partial\lambda_1}\\ \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1 x_1} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1\partial X} & \frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_1{}^2} \end{vmatrix}<0 \text{ であり，}$$

これは$(1-e)^2-\theta^2>0$，$-\{(1-e)(1+c-e)^2-\theta^2\}<0$である。

となる。よって，$p_2^* > p_1^*$は

$$\frac{a_1-b}{a_2-b} < -\frac{(c-e)(e+\theta)+e}{(c-e)(1-e)+e\theta} \quad \text{if} \quad (c-e)(1-e)+e\theta > 0 \tag{3.15}$$

または

$$-\frac{(c-e)(e+\theta)+e}{(c-e)(1-e)+e\theta} < \frac{a_1-b}{a_2-b} \quad \text{if} \quad (c-e)(1-e)+e\theta < 0 \tag{3.16}$$

のときに成立する。なお，このパラメーターのケース2における許容範囲は(3.13)で示されており，これを満たしているか否かを確認する。(3.15)の条件が成立するときは，$\frac{a_1-b}{a_2-b}$の上限に関する条件を示している。よって，$-\frac{(c-e)(e+\theta)+e}{(c-e)(1-e)+e\theta}$の値が(3.13)で示される許容範囲の下限を下回っていれば意味がない。下限との大小関係を調べるために，下限から引いて

$$\frac{1+c-e-\theta}{1-e-\theta} - \left[-\frac{(c-e)(e+\theta)+e}{(c-e)(1-e)+e\theta}\right]$$

$$= \frac{c\{(1-e)(1-e+c)-\theta^2\}}{(1-e-\theta)\{(c-e)(1-e)+e\theta\}} > 0$$

となり，許容範囲の下限が大きい。よって，(3.15)の条件式が満たされるときには，$p_2^* > p_1^*$はありえない。次に，(3.16)の条件が成立するときには，$\frac{a_1-b}{a_2-b}$の下限に関する条件を示している。よって，この値が許容範囲の条件を超えると意味がない。上限との大小を調べるために，上限からこの値を引いて

$$\frac{1+c-e}{-\theta} - \left[-\frac{(c-e)(e+\theta)+e}{(c-e)(1-e)+e\theta}\right]$$

$$= \frac{(c-e)\{(1-e)(1-e+c)-\theta^2\}}{-\theta\{(c-e)(1-e)\}+e\theta} \gtreqless 0 \Leftrightarrow c \lesseqgtr e$$

となり，$c-e<0$であるときには，$p_2^* > p_1^*$を成立させる$\frac{a_1-b}{a_2-b}$は許容範囲の上

限以下となり，

$$-\frac{(c-e)(e+\theta)+e}{(c-e)(1-e)+e\theta}<\frac{a_1-b}{a_2-b}<\frac{1+c-e}{-\theta} \tag{3.17}$$

の範囲において$p_2^*>p_1^*$が成立する。[9] よって，このための条件は，$c-e<0$でなければならない。もし，$c-e>0$ならば，$p_2^*>p_1^*$を成立させるパラメータの範囲は許容範囲内には存在しないのである。なお，$c-e<0$のとき，(3.16)の条件式の$(c-e)(1-e)+e\theta<0$は，$\theta<0$であるから自動的に満たされる。ここで次の仮定２.１を設定する。

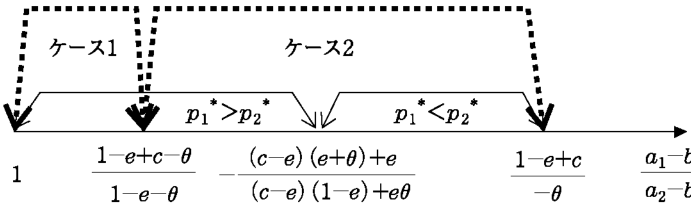


図3.3　$\frac{a_1-b}{a_2-b}$の許容範囲における$p_1^*$，$p_2^*$の大小関係

仮定２.１：

$c-e<0$が成立する。

つまり，運転費の限界費用は逓減し，設備費の限界費用は逓増するが，その合計である第１期の総限界費用は，$b+(c-e)X$となり，$X$に関して逓減する。このことは，第１期には設備がフル稼働されており，そこでの限界費用は逓減することを意味する。すると次の命題が成立する。

定理２.１：

仮定２.１の下，$\frac{a_1-b}{a_2-b}$が(3.17)を満たす範囲にあるとき，オフピーク時の価格がピーク時の価格より高くなる。

この命題が意味するものは次の通りである。運転費についての限界費用が逓減的であるから，オフピークで需要が十分に小さいときは，限界費用価格形成原

9）図３.３参照。

理に基づく価格が高くなるのである。また，ピーク時における資本コスト，運転コストの双方を考慮した限界費用曲線は右下がりであるので，ピーク時の需要が高いのであるから，そのときの限界費用は低くなり，従って，限界費用価格形成原理に基づく均衡価格も低く，$p_1^* < p_2^*$となる。これを図3.2で示した。

このようにピークロードプライシングを行って資本コストをピーク時の顧客に負担させても，オフピーク時の均衡価格が，ピーク時のそれよりも高くなる場合もある。

なお，以上示したように，限界費用曲線が右下がりのときには，限界費用に等しい価格をつけたときに，利潤は負となる。したがって，政府による補助金が必要となる。

## 4．混雑現象の導入

これまでの議論は，生産設備で規定された以上の生産は不可能であると考えた。しかし，現実は乗車率200%というようにピーク時には予定以上の乗客を乗せることが通常である。ある数の乗客までは混雑は生じないが，そのクリティカルな値を超えて乗客があった場合には，混雑現象が生じ，需要価格（WTP，Willingness to Pay）が混雑に応じて下がるとする。つまり，1両の車両の座席数は決まっているのであり，$X$は，その座席数を示す。その$X$を超える乗客数$x_i$に関しては，座席に座るときの需要価格とは異なった価格を彼は持っているのである。かつ，$X$を超えた乗客が1人増えるごとに，立っている乗客全員，つまり$x_i - X$，に対して混雑による迷惑を掛けるとする。[10] この迷惑は，座席に座っている乗客には全く及ばないとする。このような需要関数を生み出す効用関数は

10）1両に座席に座れないで立っている乗客が1しかいないときに，乗客が1人追加されても，追加的乗客の外部不経済はないのが普通である。肩が触れ合うほどの込み具合になった後に外部不経済が生じると考えるのが適当であろう。しかし，議論の簡単化のために，ここでは，座席に座れない乗客が2人になったとき，後で乗ってきた1人は先に乗っていた1人に迷惑を掛ける，と仮定する。

$$U^{III}=a_1x_1+a_2x_2-\frac{x_1^2+x_2^2}{2}+\theta x_1x_2 - \frac{\delta}{2}\sum_{i=1}^{2}\{\max(x_i-X,0)\}^2 \tag{4.1}$$

であり，その逆需要関数は，$U^{III}-p_1x_1-p_2x_2$を$x_1,x_2$で最大化することによって，

$$p_i=\begin{cases} a_i-x_i+\theta x_j & x_i\leqq X \\ a_i+\theta x_j+\delta X-(1+\delta)x_i & x_i>X \end{cases} \tag{4.2}$$

として得られる。ただし，$i,j=1,2,i\neq j$である。

なお，ここで重要なことは，混雑現象が発生すると外部不経済をもたらすということである。そのために，社会的限界費用と私的限界費用が乖離する。需要が最適供給量$X$を超えると，$x_i$の１単位の増加によって，$\delta$だけの混雑による負効用が$X$を超えた分の乗客に対して発生すると仮定している。つまり，$x_i$番目の乗客が利用するとき，彼のみが及ぼす外部不経済は$\delta(x_i-X)$である。よって，外部不経済の総額は

$D_i=\int_X^{x_i}\delta(x_i-X)dx_i=\frac{\delta}{2}(x_i-X)^2$ となる。よって，このときの社会的厚生はこの外部不経済の分を差し引いて

$$W^{III}=U^{III}-\frac{\delta}{2}\sum_{i=1}^{2}\{\max(x_i-X,0)\}^2-\sum_{i=1}^{2}\left(b-\frac{e}{2}x_1\right)x_1-\frac{cX^2}{2}$$

$$=\begin{cases} a_1x_1+a_2x_2-\dfrac{x_1^2}{2}-\dfrac{x_2^2}{2}+\theta x_1x_2 \\ \quad -\delta\displaystyle\sum_{i=1}^{2}(x_i-X)^2-\sum_{i=1}^{2}\left(b-\frac{e}{2}x_1\right)x_1-\frac{cX^2}{2} & \text{if } X\leqq X_2, \quad (4.3\text{i}) \\ a_1x_1+a_2x_2-\dfrac{x_1^2}{2}-\dfrac{x_2^2}{2}+\theta x_1x_2 \\ \quad -\delta(x_1-X)^2-\displaystyle\sum_{i=1}^{2}\left(b-\frac{e}{2}x_1\right)x_1-\frac{cX^2}{2} & \text{if } X_2<X\leqq X_1, \quad (4.3\text{ii}) \\ a_1x_1+a_2x_2-\dfrac{x_1^2}{2}-\dfrac{x_2^2}{2}+\theta x_1x_2 \\ \quad -\displaystyle\sum_{i=1}^{2}\left(b-\frac{e}{2}x_1\right)x_1-\frac{cX^2}{2} & \text{if } X_1<X \quad (4.3\text{iii}) \end{cases}$$

となる。$X_1$，$X_2$の値は後に導出する。$X\leqq X_2$においては，第１,２期ともに混雑が生じている。$X_2<X\leqq X_1$のときは，第１期のみに混雑があり，第２期には遊休設備が存在する。$X_1<X$においては，第１,２期ともに，遊休設備が存在する。ここで$X$を所与として$x_1$，$x_2$で$W^{III}$を最大化することを考える。つまり，最適化の第２段階の分析である。

$$\frac{\partial W^{III}}{\partial x_1}=\begin{cases} a_1-b-(1-e)x_1+\theta x_2-2\delta(x_1-X) & \text{if } X\leqq X_2, \quad (4.4\text{i}) \\ a_1-b-(1-e)x_1+\theta x_2-2\delta(x_1-X) & \text{if } X_2<X\leqq X_1, \quad (4.4\text{ii}) \\ a_1-b-(1-e)x_1+\theta x_2 & \text{if } X_1<X \quad (4.4\text{iii}) \end{cases}$$

および

$$\frac{\partial W^{III}}{\partial x_2}=\begin{cases} a_2-b-(1-e)x_2+\theta x_1-2\delta(x_2-X) & \text{if } X\leqq X_2, \quad (4.5\text{i}) \\ a_2-b-(1-e)x_2+\theta x_1 & \text{if } X_2<X\leqq X_1, \quad (4.5\text{ii}) \\ a_2-b-(1-e)x_2+\theta x_1 & \text{if } X_1<X \quad (4.5\text{iii}) \end{cases}$$

を得る。よって，$\dfrac{\partial W^{III}}{\partial x_1}=\dfrac{\partial W^{III}}{\partial x_2}=0$ として$x_1$，$x_2$について解き，以下のように第２段階の均衡値を得る。

１）$X \leqq X_2$のときは

$$x_1{}^{*}=\frac{(1+2\delta-e)(a_1-b)+\theta(a_2-b)+2\delta(1+2\delta-e+\theta)X}{(1+2\delta-e)^2-\theta^2}, \tag{4.6}$$

$$x_2{}^{*}=\frac{(1+2\delta-e)(a_2-b)+\theta(a_1-b)+2\delta(1+2\delta-e+\theta)X}{(1+2\delta-e)^2-\theta^2} \tag{4.7}$$

となり，[11] これより，$X_2$は，$X \leqq X_2$において$x_2=X$を成立させる$X$の値であるから，

$$X_2=\frac{\theta(a_1-b)+(1+2\delta-e)(a_2-b)}{(1-e-\theta)(1+2\delta-e+\theta)-\theta^2} \tag{4.8}$$

となる。

２）$X_2<X \leqq X_1$のときは

$$x_1{}^{*}=\frac{(1-e)(a_1-b)+\theta(a_2-b)+2\delta(1-e)X}{(1-e)(1+2\delta-e)-\theta^2} \tag{4.9}$$

$$x_2{}^{*}=\frac{(1+2\delta-e)(a_2-b)+\theta(a_1-b)+2\delta\theta X}{(1-e)(1+2\delta-e)-\theta^2} \tag{4.10}$$

となり，[12] これより，$X_1$は，$X_2<X \leqq X_1$において$x_1=X$を成立させる$X$の値であるから，

$$X_1=\frac{(1-e)(a_1-b)+\theta(a_2-b)}{(1-e)^2-\theta^2} \tag{4.11}$$

である。

３）$X_1<X$のときは

11）なお，$(1+2\delta-e)^2-\theta^2$は最大の２階の条件から正とならなければならない。先に注８において$(1-e)^2-\theta^2>0$を仮定した。$\delta>0$であるから，$(1+2\delta-e)^2-\theta^2>0$となり，２階の条件は満たされている。

12）$(1-e)(1+2\delta-e)-\theta^2>0$であることも，注11と同様に導出できる。

$$x_1{}^* = \frac{(1-e)(a_1-b)+\theta(a_2-b)}{(1-e)^2-\theta^2} \tag{4.12}$$

$$x_2{}^* = \frac{(1-e)(a_2-b)+\theta(a_1-b)}{(1-e)^2-\theta^2} \tag{4.13}$$

となる。これが第2段階における均衡値である。第1段階では$X$の最適値を決定する。$X$について$W^{III}$を微分すると，$\frac{dW^{III}}{dX}=\frac{\partial W^{III}}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dX}+\frac{\partial W^{III}}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dX}+\frac{\partial W^{III}}{\partial X}$となるが，ここで$\frac{\partial W^{III}}{\partial x_1}=0$ および $\frac{\partial W^{III}}{\partial x_2}=0$ が計画の第2段階で成立している。これを第1段階で読み込んで，$X$についての最大化を行うと

$$\frac{\partial W^{III}}{\partial X}=\begin{cases} 2\delta(x_1+x_2-2X)-cX \\ \quad =4\delta\left\{\frac{x_1+x_2}{2}-(1+\frac{c}{4\delta})X\right\} & \text{if } X\leqq X_2, \quad (4.14\text{i}) \\ 2\delta(x_1-X)-cX \\ \quad =2\delta\left\{x_1-(1+\frac{c}{2\delta})X\right\} & \text{if } X_2<X\leqq X_1, \quad (4.14\text{ii}) \\ -cX & \text{if } X_1<X \quad (4.14\text{iii}) \end{cases}$$

となる。$\frac{\partial W^{III}}{\partial X}=0$ で第一段階の均衡が決まる。このうち，どれが実現するかは$c$などのパラメータの値に依存する。以上の結果を図4.1に示した。最適な$X$の値は$X\leqq X_2$の範囲において，$\frac{x_1+x_2}{2}$ と $(1+\frac{c}{4\delta})X$の交点で，また，$X_2<X\leqq X_1$の範囲において，$x_1{}^*$と $(1+\frac{c}{2\delta})X$ の交点によって示される。$c$の値が図4.1に示した$\tilde{c}$を超えるならば，$X\leqq X_2$において，$\tilde{c}$より小さければ$X_2<X\leqq X_1$において均衡は成立する。なお，$X_1<X$においては，(4.14iii) より，$\frac{\partial W^{III}}{\partial X}=0$を成立させ

る解はない。ここで，$\tilde{c}$の値を求めるためには，$X_2$における$x_1^*／x_2^*$を求める必要がある。これは(4.9)，(4.10)より，

$$\frac{x_2^*}{x_1^*}=\frac{(1-e)(a_1-b)+(2\delta+\theta)(a_2-b)}{\theta(a_1-b)+(1+2\delta-e)(a_2-b)}$$

を得る。すると，$\frac{x_2^*}{x_1^*}=1+\frac{\tilde{c}}{2\delta}$ であるので，

$$\tilde{c}=\frac{2\delta(1-e-\theta)(a_1-a_2)}{\theta(a_1-b)+(1+2\delta-e)(a_2-b)} \tag{4.15}$$

となる。

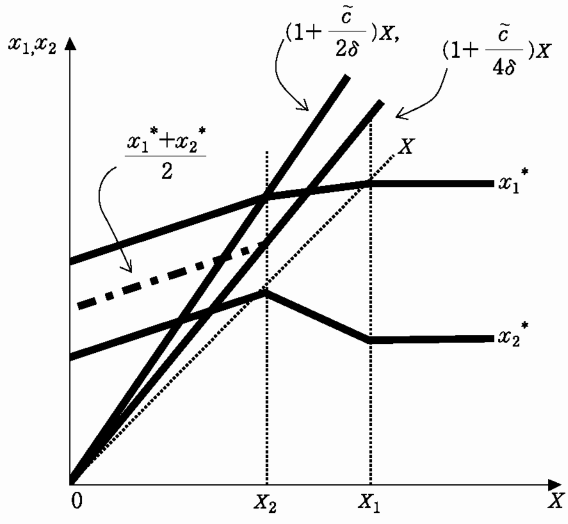


図4.1　ピークロードプライシングと混雑税を考慮したときの均衡

いま我々が興味をもっているのはピーク，オフピークが分離するケースである。つまり，資本設備の均衡が$X_2<X\leqq X_1$の範囲で得られる場合である。このときの完全均衡を求めると

$$X^{**}=\frac{2\delta\{(1-e)(a_1-b)+\theta(a_2-b)\}}{(c+2\delta)\{(1-e)(1+2\delta-e)-\theta^2\}-4(1-e)\delta^2} \tag{4.16}$$

を得る。[13] これを(4.9)，(4.10)に代入して，

$$x_1^{**}=\frac{(c+2\delta)\{(1-e)(a_1-b)+\theta(a_2-b)\}}{(c+2\delta)\{(1-e)(1+2\delta-e)-\theta^2\}-4(1-e)\delta^2} \tag{4.17}$$

$$x_2^{**}=\frac{(c+2\delta)(a_1-b)+\{(1+2\delta)(1+2\delta-e)-4\delta^2\}(a_2-b)}{(c+2\delta)\{(1-e)(1+2\delta-e)-\theta^2\}-4(1-e)\delta^2} \tag{4.18}$$

を得る。

（4.4 i）より社会的厚生の最大化の条件の一つとして，$a_1-b+(1-e)x_1+\theta x_2-2\delta(x_1-\mathrm{X})=0$が導入される。これより，$a_1-x_1+\theta x_2-2\delta(x_1-\mathrm{X})=b-ex_1$となる。左辺は，運送サービスに関する社会的厚生の限界的増分であり，運送サービスの社会的限界評価である。右辺は，その限界費用である。社会的厚生最大化が達成されたときには，この両者が一致しなければならない。なお，第1段階で資本の量はすでに決定されていると考えて，計画の第2段階では，$b-ex_1$のみが運送サービス生産に関する限界費用となる。価格は，乗客の主観である限界効用によって決まり，（4.2）の第2式で示されているように，$p_1=\dfrac{\partial U^{III}}{\partial x_1}=a_1-x_1+\theta x_2-\delta(x_1-\mathrm{X})$となる。これと（4.4 ii）より，均衡においては，

$$p_1^*=b-ex_1^*+\delta(x_1^*-\mathrm{X}^*) \tag{4.19}$$

となる。この右辺の“$+\delta(x_1^*-\mathrm{X}^*)$”は限界的外部不経済であり，これを政府が混雑税として生産者に課税し，生産者はこれを限界費用として参入するとき，社会的厚生の最大化が実現するのである。

個人の均衡価格$p_1^*$には，（4.2）の第2式で示されているように混雑による不快感“$-\delta(x_1^*-\mathrm{X}^*)$”はすでに算入されている。よって，ピーク時の乗客が，

13）$(c+2\delta)\{(1-e)(1+2\delta-e)-\theta^2\}-4(1-e)\delta^2>0$が最大の2階の条件を満たすために必要であるが，これは注12で先に導いた$(1-e)(1+2\delta-e)-\theta^2>0$より自動的に導出される。

混雑の不快感に相当する金額を割引せよ，と主張するが，これはすでに価格に反映されているのであり，根拠がない。

以上示したように，社会的最適を実現するためには，外部不経済を考慮した社会限界評価と限界費用が一致しなければならない。しかし，価格は個人の限界効用で決まるのであり，その差を埋めるのが外部経済の内部化の手段としての混雑税である。

次に，第１期と第２期の価格の大小関係を検討する。

第２期の価格は，$p_2{}^* = \dfrac{\partial U^{III}}{\partial x_2} = a_2 - x_2{}^* + \theta x_1{}^*$ となり，社会的最適化の結果，（4.5ii）より，$b - ex_2$に等しい。これより，

$$\begin{aligned} p_1{}^* - p_2{}^* &= cX^* - e(x_1{}^* - x_2{}^*) \\ &= \frac{(a_1-b)\left[(1-e)\{2\delta(c-e)-ec\}+e\theta(2\delta+c)\right]+(a_2-b)(2c\delta\theta-e)}{(2\delta+c)\{(1-e)(1-e+2\delta)-\theta^2\}-4\delta^2(1-e)} \end{aligned} \tag{4.20}$$

となる。この分母は極大の２階の条件から正である。分子の$(a_2-b)$の係数は負である。$(a_1-b)$の係数は，$c-e<0$ならば負である。よって，$p_1{}^*<p_2{}^*$のための一つの十分条件として$c-e<0$を得る。この結果を次の定理にまとめる。

定理４.１：

仮定２.１を十分条件として$p_1{}^*<p_2{}^*$が成立する。

なお，仮定２.１，$c-e<0$，が成立せずとも$(a_1-b)$の係数は十分に負となり得る。また，さらに$(a_1-b)$の係数，つまり（４.20）の[·]内，がプラスになっても，$(a_1-b)$が$(a_2-b)$に比べて相対的に小さければ分子は負となり，$p_1{}^*<p_2{}^*$は成立する。つまり，オフピーク時の価格がピーク時の価格よりも大きくなる。

混雑現象を考慮しなかったときは，定理２.１で示したように，仮定２.１は$p_1{}^*<p_2{}^*$が成立するための必要十分条件であった。しかし，資本設備以上のサービスの提供が可能であるときは，これは定理４.１で示すように，十分条件となり，$p_1{}^*<p_2{}^*$が成立するための条件はさらに緩やかとなる。

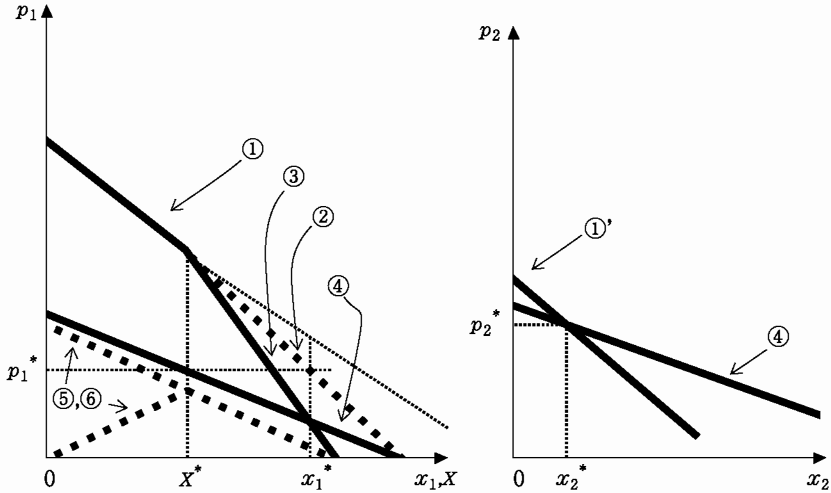


図4.2　ピーク時とオフピーク時の均衡価格

①:私的限界評価,非混雑時 $a_1+\theta x_2^*-x_1$, ①':$a_2+\theta x_1^*-x_2$
②:私的限界評価,混雑時 $a_1+\theta x_2^*-x_1-\delta(x_1-X)$
③:社会的限界評価 $a_1+\theta x_2^*-x_1-2\delta(x_1-X)$
④:限界運転費用 $b-ex_i$, ⑤:資本の限界評価 $2\delta(x_1-X)$, ⑥:資本の限界費用 $cX$

以上のことを図４.２で整理した。図中の私的限界評価とは，その輸送サービスの限界単位に対して個人が最大限支払いうる価格，つまり，需要価格のことであり，その線は需要曲線となり，(４.２)で示されている。これに対して社会的限界評価とは，社会的厚生を最大にするべき価格を示すものであり，(４.４ⅱ),（４.５ⅱ)で示されている。また，限界運転費用というのは，(３.１)で示される運転費用から得られる限界費用$b-ex_i$である。また資本限界評価とは(4.14ii)から$-cX$を除いて$2\delta(x_1-X)$で示され，資本の限界単位が社会的厚生に与える効果を示している。よって，この資本限界評価と資本の限界費用$cX$が一致するところで，$X$の均衡値が与えられる。これは，図４.２で点線の交点で示されている。$x_1$の均衡は社会的限界評価と限界運転費用の交点で与えられる。これは図４.２において点線

の交点で示されている。$x_1$の均衡は社会的限界評価と限界運転費用の交点で与えられる。なお，サービスの社会的限界評価と私的な限界評価の差が混雑税である。

なお，図は$p_1^* < p_2^*$が成立する場合について描いてある。

## 5．結論

資本設備の限界費用をすべてピーク時の乗客に負担させることによって，社会的厚生の最大化は達成できる。よって，一般的にはピーク時の価格がオフピーク時の価格よりも高くなる。しかし，逓減的な運転費を考えるとオフピーク時の価格がより高くなることもある。また，予定乗客数を超えて乗客を運送することが可能であるときは，混雑が生じ，社会的厚生の最大化のためには混雑税の導入が必要となる。このときも，逓減的な運転費を仮定することによって，オフピーク時の価格がピーク時の価格よりもより高くなり得る。さらに，混雑現象を考慮すると，そのような結果が生じる可能性はさらに高くなることが分かった。

ピーク時には混雑による迷惑が発生し，自らの効用が少なくなるのであるから，料金は割り引きするべきであるとの主張がある。しかし，その迷惑による効用の減少分は需要価格の減少という意味ですでに考慮されているのである。また，混雑は自らの利用が他人への迷惑を与えてもいるのであり，したがって，外部不経済を発生させている。これを内部化するために，混雑税をかける必要がある。その結果，社会的最適が達成される。

### 参考文献

[1] Boiteux, M., " La Tarification des demandes en point:application de la théorie de la vente au coût mar ginal," *Revue Générale de l'Electicité*, 58 (August), 321-340, 1949,; translated as "Peak－Load Pricing," *Journal of Business*, 33, 157-179．1960.

[2] 金本良嗣，『都市経済学』東洋経済新報社，1997.

[3] 河野正道，『耐久財を考慮した場合の異時点間の均衡』，「経済学論究」，2004.12. pp．53-82.

[4] 酒井泰弘，『寡占と情報の理論』，東洋経済新報社，1990.

[5] 小山昭雄，『経済数学教室５　微分積分の基礎上』岩波書店，1995.

[6] Samuelson, P.A., "The Pure Theory of Public Expenditure," *Review of Economics and Statistics*, vol.36,pp.387-389,Novenber 1954.

[7] Steiner,P., "Peak Loads and Efficient Pricing," *Quarterly Journal of Economics*, 71,585-610. 1957.

[8] 松川勇，『ピークロード料金の経済分析』，日本評論社，2003.

[9] 有識者調査：『ピークロードプライシングの視点・論点』，第9号～11号，「運輸と経済」，1997.