

最適地域経済成長と資本蓄積の対地震防災

鈴木 康 夫

I 序

阪神淡路震災以来、大きな地震について関心が一層高まっている。近年においても、日本だけでなく世界中で見れば毎年のようにどこかで大きな地震が起っている。例えば、インド洋で津波を惹き起こしたスマトラ島付近の大地震は、多くの国際援助を集めたこともあり、まだ記憶に新しい。しかも、大きな地震による自然災害がもたらす被害は多くの場合甚大であり、その経済的損害も多くの場合やはり莫大なものであり、地域経済全般に大きく影響する。こうした影響は極めて重要であるが、被災者へのケアや支援を中心として、震災直後の復興や保障の問題だけでなく、地域社会の再構築、防災の組織や体制、計画等の見直しと計り知れない面もある。本稿では、特に、防災計画の長期的問題にのみ注目して、地域的な資本蓄積の理論的側面に焦点を絞りマクロ経済学的に考察する。

地震の災害についての経済的な研究は、さまざまな調査機関や公的機関による調査報告や予測、試算結果から、実態考証などの経験的研究や制度的研究ないし一般的政策研究等（例えば林〔2001〕や岡田・土岐〔2000〕）が、多数かつ幅広く見られるが、一方で、経済理論や経済政策、応用経済学的手法を用いた研究も着実に進められている。例えば、多々納・高木〔2005〕には、諸々の応用ミクロ的な考察を含み、多くの経済学的研究論文が収められている。しかしながら、地震災害に関するマクロ経済学的な研究は少なく、しかもマクロ理論的な研究は稀である。そこで本稿ではマクロ理論的な研究が展開され、資本蓄積の理論的側面に焦点を絞った考察が行われる。

内生的成長理論（Barro, R. J. and X. Sala-I-Martin〔1997〕 Jones〔1998〕 Lucas

[1988] Rome[1986]・他等)の考え方をを用い、類似の問題意識で書かれた論文としては、横松[2005](未参照の論文で Tatano et al [2003])等があるが、これらは震災後の復旧計画や復興計画に関する考察であり、地震による震災後の事後的な問題を主に扱っている。それらの研究は、広義に捉えれば「震災後防災問題」または「事後的防災問題」と言えるだろうが、対照的に本稿での以下の考察は、いわば「震災前防災問題」または「事前的防災問題」を扱っている。

以下では、新古典派経済成長モデルないし古典派最適経済成長理論(Burmeister, and Dobel[1970])を、既存資本ストックに対するマクロ的な防災支出を伴うマクロ的な地域経済に応用して考察が進められる。また、周知のソロー・スワン型モデル(Solow[1956]およびSwan[1956]Solow[2000, chap. 8, 9])に基づくラムゼイ・カス・クープマンズ型モデル(Ramsey[1929]Cas[1965]Koopmans[1965])を以下の考察での基本モデルとする。一部に無限計画期間の分析も含まれるが、有限計画期間の分析が以下での考察の中心であり、計画主体は、地域経済における民間経済主体と公共機関や地方政府のどれでも問題なく解釈可能である。なお、以下の考察では、分析の明確化のためにモデルや想定を単純化し、地震による資本への損害にのみ考察の関心を集中することで、その人的被害を全く考慮しないこととする。

また、以下では、大きな震度の地震現象に見られる経験的な特徴の中で、特に重要と思われるいくつかの特徴に注目して基本的な前提を置く。すなわち、第一に、大地震は類似の震度と地域で繰り返すと考えてもよいこと、第二に、その発生がある程度周期的であること、第三に、余震は本震より震度が小さく遞減的傾向をもち、かつ短期間で終息すること、第四に、震源でのエネルギー等の基本的指標との関係で人的被害の大きさに明確な傾向を見出すのは困難であること、などである(宇津・他[2001]第5章)。それゆえ、以下では、そうした地震の想定震度や周期の長さがそれぞれ所与でかつ既知の値であると考え、この1周期にのみ注目し、この周期に当る期間には地震が発生せず、この期間の経過後に地震が瞬間的に発生しかつ直後に終息するものと考えることに

する。有限計画期間は、長くても、この周期以内で設定され、単純には1周期そのものと想定され、その計画の初期点では以前に発生した地震の復旧または復興が完了しているものと前提する。

地震後の復旧ないし復興については本稿の考察では全く扱われないが、こうした問題で重要なのは、震災後の短期的経済変動であり、企業や消費者、公共機関の行動の全てにわたって経済的な混乱や調整不能をもたらす。こうした状況を考える有力な基礎理論として、ケインジアン (Ros[1966 ,1967] Robinson [1956 ,1962]) 特にハロッド (Harrod [1939 ,1948 ,1973]) の変動成長理論を位置づけることもできる。このための準備的な基礎研究であり、また同時に純粋な理論研究としても展開された考察が、鈴木 [2006 ; 2001a] である (二階堂 [1978] や置塩 [1968], Stein [1968 ,1969] など) を応用することも可能であろう)。以下では、まず次節で、新古典派の基本モデルを若干拡張して、第3節で基本的な最適成長分析や比較分析を踏まえ最適経路の存在性やターンパイク性に関する諸結果を提示し、第4節で防災有限期間計画とこの最適経路の主な考察を前節と同様に行う。なお、本稿でも諸結果の番号付けは連番で示す。

II 新古典派的な地域経済成長モデルと地震災害に対する耐震支出

マクロ経済についての典型的な新古典派経済成長理論として、周知のようにソロー スワン型経済成長モデル (Solow[1956]-Swar[1956]) がある。これについて、国レベルに限定したマクロ経済の想定から、都道府県 (または例えば「関東地方」「北陸地方」「南九州地方」や「甲信越地方」も可能であり、地域経済指標が利用可能な地理上の範囲であれば基本的に不可能ではない) 等の単位での地方レベルのマクロ経済の想定に変更して、経済成長現象を理論的に分析することは基本的に可能である。あるいは、地方レベルではなく、例えばEUなどのような複数の国々を一つの地域とする広範囲なマクロ経済の想定に変更して、経済成長現象を理論的に分析することも、もしもデータが計測可能でかつ適切な経済指標が得られるならば、基本的には不可能ではないだろう。とはいえ、当該の考察では、地方レベルや最大でも国レベルの地理的範囲で「地域」

を想定することとする。

この根本的な想定の変更に合わせて理論の基本的な諸仮定を調整し、主な変数などの定義も調整して変更すれば、新古典派経済成長モデルまたはソロー・スワン型経済成長モデルを、地方レベルの地域経済成長モデルに容易に変身させることができる。以下ではこうした方法に従ってマクロ的な地域経済に分析を限定し、かつ新古典派的な地域経済成長モデルを構築し、地震災害に関する事前的な過程での動学的考察が行われる。それゆえ、以下での分析は、主に地方レベルの地域経済を扱うものではあるが、国レベルでの地域経済の場合を扱うこともでき、この場合を特殊ケースとして含むものである。換言すれば、以下での分析は、地域想定を一般化して新古典派経済成長理論を扱うものである。

マクロ的な地域経済の分析では、通常、その地理上の範囲内で主な変数も定義され、従って、当該変数のデータも同様に計測される。それゆえ、以下の分析では、普通のある地域を想定し、当該地域のマクロ経済をその地域内または「域内」で考えることになる。当該の域内の主な変数について述べると、域内労働力 N と、域内資本ストック量 K の比を $k = K/N$ と表し、実質の「域内総生産」を与える域内の集計的新古典派生産関数を F とし、その域内労働力 1 単位あたり域内産出量の水準を $F/N = F(K/N, 1)$ または $f(k) (= F/N)$ で表す。したがって、標準的なソロー・スワン型成長モデルが、資本減耗が資本ストック K の正の一定率で与えられる単純な場合を想定して、次のような動学方程式で与えられる。

$$(2.1) \quad \dot{k} = (s + \delta) f(k) - (n + l + r) k, \text{ where } s, n, l \text{ and } r \text{ are const. } > 0, \delta = 0, \dot{D} = 0.$$

ただし、時間変数 t での時間微分を $\dot{k} = dk/dt$ と表している。 $f(k)$ が基づく、域内の集計的な新古典派生産関数 $F(K, N)$ には「規模に関する収穫不変」の性質 (= 1 次同次性) と微分条件、すなわち $df/dk > 0$ および $d^2f/dk^2 < 0$ が仮定されている。また、完全雇用 (および資本の完全利用も) と中立的技術進歩

を想定し、労働力の効率単位自体の時間成長率を λ_L として、効率単位労働力の成長率は、自然成長率とその率との和 $\lambda_N + \lambda_L$ に等しく十分に小さい外生的な値で与えられている。 δ_R は K に対して一定の資本減耗率とする。

上の式で、 δ は貯蓄率である。また、その δ_D は、未耐震化の資本ストックに対しての支出を表す新しいフロー量であり、基本的には非負の値をとるが、通常正值をとるものと考えられる。 δ_D 自体は、本来、物理的なものであるにもかかわらず、経済的には一種の投資サービスと解釈でき「未耐震化状態の既存資本ストックへの労働力1単位当たりの実質耐震化支出」を意味している。

δ_D は、資本ストックの耐震性を強化する効果があるものと想定されているが、他方、その生産性や生産能力に全く影響しない（つまり不変に保つ）ものと想定されている。

さらに、移出入関数を線型で単純化して、 $\text{移入} = (\text{所与の}) \text{移入率} \times \text{実質域内総生産}$ 、および、 $\text{移出} = (\text{所与の}) \text{移出率} \times \text{実質域内総生産}$ として、 $\delta = \text{移入率} - \text{移出率}$ である（もしも当該の地域経済が1つの国レベルで想定されるならば、 $\delta = \text{輸入率} - \text{輸出率}$ となる）。それゆえ、 δ は移入率や移出率を所与の正值と想定することからやはり正のパラメータとなる。こうした取り扱いは、単純ではあるが、移入率と移出率の値の組合せを、明確な地域的経済属性と関係付けて捉えることができる場合が見出せる（徳岡 [2002], pp. 11-13）ことから、ある程度の妥当性が認められる。

上の(2.1)では、 $\delta_D = 0$ が存在するために、持続的均衡成長、あるいは、均斉成長の動学的均衡の存在性や一意性と安定性の問題について、鈴木 [2001b, 2003a] (pp. 205-206, 208-210) 等の考察と同様に、ソロー・スワン・モデルよりもやや複雑になるのは明白である。また、貯蓄率を所与の $\delta > 0$ としなければ、次のように「黄金律」(または新古典派定理) についての分析ができる。

$$(2.2) \quad \text{Maximize } u(c), \text{ with } du/dc > 0 \text{ and } d^2u/dc^2 < 0, \\ \text{s.t. (2.1), } k = 0, \text{ and } c = (1 - \delta) f(k)$$

この u は一種の社会的厚生指標としての社会的効用水準を表し、代表的な消費者の効用水準で与えられるものと仮定されている。その c は効率単位の労働力1単位あたりの消費水準を表示し、これに、代表的消費者の効用水準が関係付けられている。それゆえ(2.1)式の均衡点が存在する場合で考えれば、その均衡成長条件 $k = 0$ は $(1 +)f(k) - c - (N + L + R)k = 0$ だから、この場合の社会的厚生最大化の黄金律(条件)、つまり社会的最適性条件または効率性条件は、 d_D を所与の一定値とすれば、次のように、新古典派生産関数の下で黄金律経済状態は一義的に決まる。

$$(2.3) \quad df/dk = (N + L + R)(1 +) \text{ and } d^2f/dk^2 < 0.$$

この(2.3)では、 d_D が正の一定値と想定されているが、ここでもしも、 d_D が一定でなく、 k に依存する何らかの関数で決定される従属変数であると想定されるのであれば、微係数 d_D/dk および $d^2 d_D/dk^2$ を考慮して、その黄金律条件(2.3)は、次のように変更される。ゆえにこの場合の2階の条件は、 d_D の2階の微係数を含む形に変更される。

$$(2.4) \quad df/dk = (d_D/dk + N + L + R)(1 +) \\ \text{and } d^2f/dk^2 - d^2 d_D/dk^2 < 0.$$

この2階の条件は、基本的に追加的な仮定が無ければ満たされるかどうかは先験的には明確ではないが、新古典派条件 $d^2f/dk^2 < 0$ とともに、追加的に $d^2 d_D/dk^2 > 0$ が仮定されれば、形式上、当然満たされることになる。特に、もしも次のような条件が成立するならば、この場合の黄金律条件(2.4)は明らかに満たされる。

$$(2.5) \quad d_D/dk > 0, \lim_k \{d_D/dk\} = 0, \text{ and } d^2 d_D/dk^2 > 0.$$

この条件(2.5)の経済的意味は、単純に解釈することもできる。すなわち、 $d_D/dk > 0$ とは、 k の増大に従って労働力1単位当たりでの「耐震化支出の平均負担率」 D も単調に増加するということを意味している。このことは、実物資産が増大すると、地震災害の危険性から将来におけるその経済的損害増大のリスクを軽減し、より多くの財産を保護しようとする傾向を表現している。こうした性質は、人々の日常的な性質としての危険回避的行動を反映するものであれば、実際の経済の観点からしても妥当性があると考えられる。

また同様に、 $d^2 D/dk^2 > 0$ とは、 k の増大に従って労働力1単位当たりでの「耐震化支出の平均負担率」 D もますます一層増加し、この増加の度合いを強めるということの意味している。このことは、実物資産が増大すると、地震災害の危険性から将来におけるその経済的損害増大のリスクをますます一層軽減し、さらにより多くの財産の保護の度合いを強めようとする傾向を表現している。こうした性質は、人々の日常的な性質としての強い危険回避的行動の結果と解釈すれば、実際の経済の観点からしてもある程度妥当性があると考えられる。

Ⅲ 耐震強化支出を伴う新古典派的な最適地域経済成長モデルと地震災害の事前防災計画

この節では、以下の考察で展開される資本蓄積の地震災害の事前計画についての動学的最適化分析の準備として、まず基本的な定式化と主な必要条件を導出し、次に、事実上地震災害が発生しない、極めて特殊な場合や、地震災害の事前過程での動学的最適化問題の分析が提示される。そこで、ラムゼイ・キャス・クープマンズ型新古典派最適経済成長モデル(Ramsey[1929] Cas[1965, 1966] Koopman[1965])の基本的分析の仕方を、上のようなソロー・スワン型の拡張モデル(2.1)の場合に適用してみる。すなわち、当該の動学的最適化問題は、次のような一種の新古典派最適経済成長問題として記述される。

$$(3.1) \quad \text{Maximize} \quad \int_0^T u(c) e^{-rt} dt, \text{ with } r = \text{const.} > 0, du/dc > 0 \text{ and}$$

$$d^2u/dc^2 < 0 \text{ s.t. (2.1) } c = (1 - \dots) f(k) \text{ and } k_0 = \text{const.} > 0.$$

ただし、 e は自然対数の底を表し、 r は社会的効用の時間割引率を意味する。また、 k_0 は資本労働比の初期条件を表す。

こうした新古典派最適成長問題 (3.1) の動学的最適化条件は、耐震化支出の平均負担率 d が可変的である場合 (関数 $f(k)$) には、次のように導出される。ただし、次の u や u' は微分係数、 $du/dc > 0$ および $d^2u/dc^2 < 0$ を表し、また $c = dc/dt$ である。

$$(3.2) \quad c = -(u'/u) \{ (1 + \dots) df/dk - r - d_D/dk - (N + L + R) \}$$

and (2.1) with r and k_0 being const. > 0 .

$$(3.3) \quad \lim_T \{ u e^{-rk} \} = 0 \text{ when } T = \dots$$

ここで、現行価値表示の随伴変数を λ とすると、この動学的最適化では、 $u = \dots$ だけでなく、横断性条件も必要である。この条件は、 $\lim_T \{ u e^{-rk} \} = \lim_T \{ u e^{-rk} \} = 0$ である。それゆえ、この動学的体系が、均衡を持てば、この鞍点均衡へと到る一義的な最適解 (軌道) を与える。また、(3.2) の動学的均衡条件は、次のような「修正黄金律」条件 (佐藤 [1979, p. 453]) になる。

$$(3.4) \quad df/dk = \{ r + d_D/dk + (N + L + R) \} (1 + \dots)$$

ここで、もしも $d_D/dk > 0$ ならば、この動学的均衡点が存在する可能性は大きく、若干、微係数の条件をきつくすれば存在は確定できる。例えば、上の (2.5) のような条件が仮定されれば明らかにそうである。他方、もしも d_D が正のパラメータと仮定されるならば、明らかに、(3.2) と修正黄金律の条件式 (3.4) の右辺は d_D/dk だけを含まないように一層単純な形に変更される。ここまでの内容を次の2つの主張にまとめておく。

定理 3.1 動学的最適化問題(3.1)の最適候補経路ないし軌道(：ポントリャーギン経路ないし軌道)は、動学体系(3.2)で決定される。(3.2)の動学的均衡点は(2.5)を仮定すれば一義的に存在し、当該の鞍点均衡への到達軌道は初期条件について単調かつ一義的に存在する。その鞍点均衡点 (k^*, c^*) について、 $(k^*, c^*) / (r, N, L, R) < 0$ かつ、 $(k^*, c^*) / \dots > 0$ なる比較静学結果が得られる(ここでの \dots は、個別の外生的変位を意味する微小の増分または差分を表す)。(下記のグラフを参照)

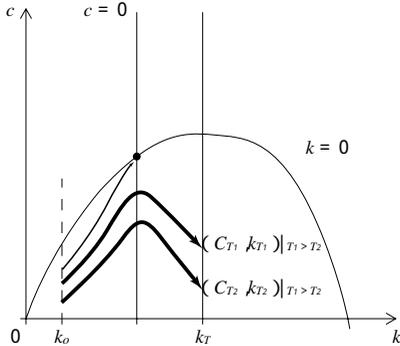
系 3.2 動学的最適化問題(3.1)で、 $d_D = \text{const.} > 0$ の場合には、 $d_D/dk = 0$ で(3.2)を修正して定理3.1の主張が成立する。しかも、その比較静学効果は $(k^*, c^*) / \dots_D = 0 : (0, -)$ となる(このとき、当該ハミルトニアンが凹なので十分条件も成立する)。(の用法は上記と同様である；下記のグラフ参照)

系 3.3 動学的最適化問題(3.1)で、 $T = \dots$ の場合には、定理3.1および系3.2の主張が成立し、しかもその最適候補の鞍点経路ないし鞍点軌道は、当該問題の最適解または最適経路である(このとき(3.3)の横断性条件 $\lim_T \{u e^{-rT} k\} = 0$ は充たされ、当該ハミルトニアンの凹性から十分条件も成立する)。(下記のグラフ参照)

上の最適化問題(3.1)の定式化を、系3.2の無限計画とは異なり、有限計画期間 $T < \dots$ を想定して固定端(：終端) $k(T) = k_T = \text{const.} > 0$ を伴う有限計画問題に設定すると、動学的最適化条件(3.2)は同じであるが、(3.3)という無限計画期間の横断性条件は適用されない。つまり、 k が k_0 および k_T という境界条件を充たさなければならないというのが有限計画期間問題のそれである。新古典派の分析と同様に、適当な T と k_T については、(横断性条件を除く)動学的最適化条件(3.2)が与える一義的最適経路ないし軌道が存在可能である。また、同様に適当な T と k_T については、当該の一義的最適経路ない

し軌道が存在するならば、下記の図のように単純なカタナリー・ターンパイク性と同様な比較動学的結果が得られる（このような理解の仕方と類似の内容は鈴木 [2003b] の pp. 54-56等にも見られる）。

命題 3.4 動学的最適化問題 (3.1) で、 $T = \text{const.} > 0$ かつ $k(T) = k_T = \text{const.} > 0$ なる固定端条件を伴う場合には、定理 3.1 および系 3.2 の主張が成立し、しかも、その鞍点軌道以外で固定端条件を満たす最適解候補経路ないし軌道が存在するならば、これは当該問題の一義的な最適経路である（当該ハミルトニアンが凹なので十分条件も満たされる）。こうした最適経路は、 k_0 に対する T と k_T の値の組合せ（境界条件）の適当な範囲内であれば、十分に存在可能である。こうした最適経路がその範囲の内部ないし内点で存在する場合には、微小の外生的変位 $T > 0$ や $k_T < 0$ に対して、最適経路の軌道は鞍点軌道へ近い方に偏倚する（ $T < 0$ や $k_T > 0$ の場合には逆にそれから遠ざかる方に偏倚する）。（下のグラフ参照）



本稿での主な考察は、地震災害の発生以前の経済現象に注目して、最適な動学的資本蓄積を分析することである。この点からすれば、問題 (3.2) での無限期間計画の場合は、地震災害発生までに無限期間の存在を想定していることになるが、これでは実質的に地震災害が発生しないと想定することと全く同じである。そうした無限計画という問題設定の仕方は本稿での考察の趣旨に全く

反する。したがって、以下の諸節でも、上記の本稿第1節での地震発生の周期性に関する理解内容に従い、地震災害の発生以前の期間についての有限期間計画 ($T < \infty$) の問題設定で、地域経済における資本蓄積または経済成長の動学的最適化に関する考察が展開される。したがって、 T は地震発生可能性が認められる時刻の範囲で、最も早い時刻に設定されるものと想定されている。

上記の第1節でも触れたように、 T という時間の長さは、地震発生の統計的周期に等しいものと本稿では考えられていて、しかも、当該の地域経済が直面する地震の震度ないし破壊力や当該の統計的周期は、それぞれ、正のパラメータであるものと想定されている。それゆえ、命題3.4の微小の外生的変位 $T > 0$ は、当該の地震周期が長くなれば、あるいは、より周期の長い(将来の)地震に直面している地域経済では、鞍点軌道への、最適軌道の偏倚が一層強くなるというターンパイク性を意味している。なお、このような新古典派的な性質は、モデルの形を若干変更してもやはり同様に得られる可能性があると考えられる(この点については別の機会に触れる)。

逆に見れば、つまり命題3.4の微小の外生的変位 $T < 0$ 、あるいは、 T が短い地域経済では、最適解軌道が計画期間上で一様に低い c の水準を、したがって計画期間全体では、割引現在評価の社会的効用積分または社会厚生ストックのより低い水準を地域経済に強いることになる。このことは、地震頻度の高い地域経済がこのリスクや不安のために消費水準の抑圧を受けていると解釈できるかもしれない。もしそうならば、このことは同時に、地震多発地域を超えた、例えば国家的あるいは国際的な政策的救済としての事前防災や事前復興の必要を説く重大な理由となるだろう。

IV 耐震強化支出を伴う最適地域経済成長モデルと地震災害の事前防災計画の拡張

上の前節での考察は、その後半で固定端の新古典派最適地域経済成長モデル分析を展開したが、固定端の想定は、中間目標などを設定して実際に防災計画を実行する場合にはある程度有用かもしれないが、その目標値として $k_T =$

const.の水準をどう与えるかという根本的な問題が残る。そこで、当該節ではそうした問題点を解消するため、防災的側面を一層強く取り入れた形に、前節までのモデルや想定の一部を拡張し、より一般的な定式化を導入して考察の拡充を試みる。前節のモデルを一部拡張するに当たって、フロー・ベースの評価にストック評価を加えた次のような総合評価の形に、動学的最適化問題(3.1)の目的関数を改める。

$$(4.1) \quad \int_0^T u(c) e^{-\rho t} dt + (\tilde{k}_T) \text{ with } (\tilde{k}_T) \geq 0, d/d\tilde{k}_T > 0.$$

ここで、 (\tilde{k}_T) は、終端での状態変数についての現在評価であり、いわば耐震性を考慮した資本蓄積の結果的なストック評価である。ただし、 \tilde{k}_T は、想定地震に耐震可能な終端労働力1単位あたり終端資本ストック量を表し、 $\tilde{k}_T = \tilde{K}_T / L_T$ である。つまり、計画期間の終端での現存資本ストック量 K_T の内で、計画後発生が想定される地震震災後に破損や損壊せずに残存すると技術的に見込まれる資本ストック量 \tilde{K}_T の、終端現存労働力量 L_T に対する比がそれである。こうした「想定地震に耐震可能な終端資本ストック量」 \tilde{K}_T は、「耐震強化済み」の資本ストック量 $K_{+f}(T)$ と、投資の後に「耐震強化を施されていない」普通の資本ストックでも、使用状況や設置の仕方などについての総合的ないし経験的な基準から判断して、事後的に破損や損壊を免れると見込まれる資本ストックの量 $K_{-f}(T)$ とから成る(現実的に震災に耐えられるか否かは立地・地盤や設備の強度などに依存するから、ここでは詳細には触れず適当な自然条件の存在を想定し、実際的な現象傾向をモデルで反映させるために $K_{-f}(T)$ を導入している)。つまり、 $\tilde{K}_T = K_{+f}(T) + K_{-f}(T)$ と、ここでは考えている。それゆえ次のようになる。

$$(4.2) \quad \tilde{k}_T = \tilde{K}_T / L_T = K_{+f}(T) / L_T + K_{-f}(T) / L_T.$$

この式は、現行の計画後に直面するものと想定されている地震、すなわち、

当該の計画期間以後に近接発生が前提されている次の地震について定式化されているわけで、当該の地震に対して所定の予測がすでに存在するものと前提されている。そして、この既知の予測からパラメータとして得られている想定震度に対し、耐震可能な状態に補強または強化を済ませた資本ストック量が $K_{+D}(T)$ である。それゆえ、当該の「耐震強化済み資本ストック量」 $K_{+D}(T)$ は、経常的に各期で支出される D に依存してえられるものと考えられるから、かなり単純化して、次のような微分方程式の仮定を導入する。

$$(4.3) \quad \dot{K}_{+D} = D - D L_T, \quad D = \text{const.} > 0.$$

ここで、 D は「資本の耐震化処理率」であり、すなわち、各期での防災支出 $D L_T$ が既存の資本ストックの中で耐震強化処理可能な資本の（フロー）量の比率を表し、(4.3) では D の値が正のパラメータとして与えられているものと仮定されている。これらのことから、 $K_{+D}(T)$ は想定地震が発生した後に全く破損や損壊が生じないものと明らかに想定している。他方、 $K_{-D}(T)$ については、未耐震化処理資本の中で経験的に得られている既知の統計的比率 β_D の資本ストック量が、想定地震発生後に破損や損壊で喪失するものと想定して、この破壊率 β_D が正のパラメータであると仮定する。このことを式で表現すれば次のようになり、またこれらを整理して補題を導いておく。

$$(4.4) \quad \dot{K}_{-D}(T) = (1 - \beta_D) \{K_T - K_{+D}(T)\}, \quad \beta_D = \text{const. and } [0, 1]$$

補題 4.1 上の (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) 等から、 $\tilde{k}_T = K_{+D}(T) / L_T + K_{-D}(T) / L_T = \beta_D \int_0^T D L_T dt \gamma L_T + (1 - \beta_D) K_T$ であり、結局次のようになる。 $\tilde{k}_T = \beta_D D \int_0^T (1 - 1/e^{-\rho t}) dt \gamma L_T + (1 - \beta_D) K_T$, $N + L$ 。
また、 $\tilde{k}_T / (D, D, D, T, k_T) = (- \text{ or } 0, +, +, ?, +, +)$

かくして、(前節と同じく) 想定地震の1周期の長さを有限計画期間とする

当該の動学的最適化問題，すなわち，地域経済の事前的防災最適成長問題または事前的防災最適資本蓄積問題は次のように設定できる。ただし，前節とは異なりこの節ではそれを自由端問題として扱うこととする。

$$(4.5) \text{ Maximize } (4.1) \text{ with } (4.2) \text{ \& } (4.3) \text{ \& } (4.4), r = \text{const.} > 0, \\ du/dc > 0, d^2u/dc^2 < 0, \text{ s.t. } (2.1), c = (1 - \alpha)k \text{ and } k_0 = \text{const.} > 0.$$

当該問題(4.5)の必要条件で，最適候補経路(ないし軌道)は，計算してみれば，前節の問題(3.1)と結果的に全く同じように得られ，同一のベクトル場に埋め込まれていることになる。このことは，状態方程式が同一であることや，目的汎関数も一見大きく異なっているような印象を与えるが，定式化の面では部分的に異なるだけで，両者の問題設定が基本的にかなりよく似ているということからもわかる。それゆえ，(3.2)は，(2.1)とともに当該問題(4.5)の必要条件でもある。しかしながら，(4.1)には社会的効用積分に加えて，その右辺第二項に終端のストック評価項(Salvage value)が付加されているので，自由端問題という当該の場合(Cass[1966]等)には当該問題(4.5)の必要条件である横断性条件は，(3.3)とは異なり次のような条件になる(ただし $N + L$)

$$(4.6) \quad \left(= u(c_T) e^{-rT} \right) = d / dk_T, \text{ and} \\ = (d / dk_T) \{ -D_D (d / dk_T) \{ 1 - 1 / e^{rT} \} + (1 - \dots) \}$$

この(4.6)式は， $k(T) = k_T > 0$ なる自由端条件に対応する当該問題の横断性条件であり，補題4.1から \tilde{k}_T は k_T のみの関数であることが示されているので，も k_T のみの関数だから，その右辺の d / dk_T が導け，整理すると(4.6)の2行目の式になる。その(4.6)の2行目で，ここでも前出の条件(2.5)を用いれば，その右辺で一般にはほほ $\dots + (\dots) > 0$ と考えてよい。さらに，単純化してその基本的な場合を分析し，当該問題の最適経路の性質を明ら

かにしておく。そこで、の2階微分係数について $d^2/dk_T^2 = 0$ と仮定すれば、(4.6)から次の関係が導出される。

$$(4.7) \quad u(c_T)dc_T = (d/dk_T) \{ -D_D (d^2_D/dk_T^2) (e^T - 1) \} dk_T.$$

したがって、 $dc_T/dk_T < 0$ は明らかであるが、 d^2c_T/dk_T^2 の符号は不明である。

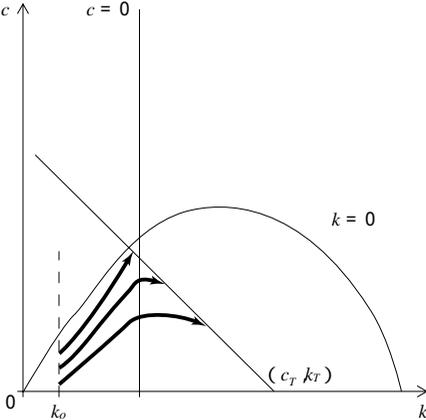
体系(3.2)の相平面の内部で、(4.7)を表示したグラフが適度に偏って位置するときでも、もしも、(4.7)で $|dc_T/dk_T|$ が一様に大きな値をとり、比較的狭い幅の範囲にこの値が収まるならば、自由端の横断性条件は前節のような固定端の横断性条件に似通ってくる。それゆえ、この場合横断性条件が許す T と k_T の組合せが比較的に多様または拡大的になり、パラメータ T に対して最適経路の存在可能性が比較的に高くなるであろう。反対に、そうした適度な(4.7)のグラフの場合に、もしも $|dc_T/dk_T|$ が一様に小さな値をとり、比較的狭い幅の範囲にこの値が収まるならば、自由端の横断性条件は前節の固定端のそれとはかなり異なるが、この場合も横断性条件が許す T と k_T の組合せが比較的に拡大的になり、パラメータ T に対して最適経路の存在可能性が比較的に高くなるであろう。かくして、前節の諸結果に極めて類似した次の諸結果が得られる。最適経路の軌道については下の図例を参照せよ。

定理4.2 動学的最適化問題(4.5)の最適解候補経路ないし軌道は、動学体系(3.2)で決定され、(3.2)の動学的均衡点は(2.5)を仮定すれば一義的に存在し、当該の鞍点均衡への到達軌道は初期条件について単調かつ一義的に存在する。その鞍点均衡点 (k^*, c^*) について、 $(k^*, c^*) / (r, N, L, R) < 0$ 、かつ、 $(k^*, c^*) / > 0$ なる比較静学結果が得られる(このは個別の外生的変位を意味する微小の増分である)。(下のグラフを参照)

系4.3 動学的最適化問題(4.5)で、 $d_D = \text{const.} > 0$ の場合には、 $d_D/dk = 0$ で(3.2)を修正して定理4.2の主張が成立する。しかも、その比較静学

効果は $(k^*, c^*) / D_0 : (0, -)$ となる(このとき, 十分条件も成立する)。
 (の用法は上と同じ; 下のグラフ参照)

命題 4.4 動学的最適化問題(4.5)で, $T = \text{const.} > 0$ かつ $k(T) = k_T > 0$ なる自由端条件を伴う場合には, 補題 4.1, 定理 4.2 および系 4.3 の主張が成立し, しかも, その鞍点軌道以外で自由端の横断性条件(4.6)を充たす最適候補経路ないし軌道が存在するならば, これは当該問題の一義的な最適解である(十分条件も充たされる)。こうした最適経路は, k_0 に対する T と k_T の値の組合せが, 適度に大小極端な傾き $|dc_T/dk_T|$ の横断性条件(4.7)の下で, 適当な範囲内であれば, 存在可能である。こうした最適経路がその範囲の内部ないし内点で存在する場合には, 微小の外生的変位 $T (> 0$: 傾き大, または, < 0 : 傾き小) に対して, 適当な $k_T < 0$ と $c_T > 0$ が横断性条件を充たし, 最適経路の軌道は鞍点軌道へ近い方に偏倚する可能性がある。反対に, $T (< 0$: 傾き大, または, > 0 : 傾き小) に対応する $k_T > 0$ と $c_T < 0$ の組みの場合には, それから遠ざかる方に偏倚する可能性がある。(の用法は上と同じ; 下のグラフ参照)



もしも適当な $|dc_T/dk_T|$ の横断性条件(4.7)が得られ, 最適経路がその適当な内部ないし内点で存在する場合でも, 微小の外生的変位 T に対して,

k_T と c_T が横断性条件を充たすとき、これらは、前節の結果と異なり図の境界条件 (c_T, k_T) 上で (つまり 4.7 のグラフで) トレード・オフ関係にあることがわかる。この場合、境界条件の形が変わるにしても、高頻度地震地域経済では不安やリスクから、最適軌道上で一様に消費水準の抑圧が生じ、事前復興や公共的防災の政策的必要が主張できる。

(なお、以上の本稿での研究は、平成 (16・) 17 年度滋賀大学経済学部附属リスク研究センター共同研究助成研究 (課題番号:「CRR Research Grant 0402」) の研究助成金を受けて実施されたものであり、この研究成果の中心的な部分である。)

参考文献

- Barro, R. J. and X. Sala-I-Martin, *Economic Growth*, McGraw-Hill, 1995 / 大住圭介訳、『内生的経済成長論』(〃), 九州大学出版会, 1997年。
- Burmeister, E. and A. R. Dobell, *Mathematical Theories of Economic Growth*, The Macmillan Company, 1970/ 邦訳: 佐藤隆三 & 大住英治 (共訳) 『テキストブック現代経済成長理論』勁草書房, 1976。
- Cass, D., “Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation,” *Review of Economic Studies*, vol. 27, 1965 (pp. 233 240)
- Cass, D., “Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation: A Turnpike Theorem,” *Econometrica*, vol. 34, 1966 (pp. 833 850)
- Harrod, R. F., “An Essay in Dynamic Theory,” *Economic Journal*, Vol. XLIX, March 1939 (pp. 14 33) ; Reprinted in [43] (pp. 14 33)
- Harrod, R. F., *Towards a Dynamic Economics: Some Recent Developments of Economic Theory and Their Application to Policy*, Macmillan, 1948/ 高橋長太郎・鈴木諒一訳 『動態経済学序説』有斐閣, 1953年。
- Harrod, R. F., *Economic Dynamics*, Macmillan, London, 1973/ 宮崎義一訳 『ハロッド 経済動学』丸善, 1976年。
- 林春男「地震災害からの復興過程とその対策計画」『地学雑誌』110 (6), pp. 991 998, 2001年。
- Jones, C. I., *Introduction to Economic Growth*, W. W. Norton, 1998/ 香西泰訳 『経済成長理論入門』

日本経済新聞社, 1999年。

Koopmans, T. C., "On the Concept of Optimal Growth," pp. 225-300, in *The Econometric Approach to Development Planning*, Chicago: Rand McNally, 1965.

Lucas, R. E., "On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics*, vol. 22, July, 1988 (pp. 3-42)

二階堂副包「新古典派成長の病理」『季刊 理論経済学』Vol. XXX, No. 1, April, 1979 (pp. 19)

岡田恒男・土岐憲三『地震防災の事典』教文堂, 2000年。

置塩信雄「均衡発展の不安定性」『リーディングス 経済成長論』(森嶋通夫・伊藤史朗編, 創文社), 1970年(第4部の15, pp. 233-50)

Ramsey, F. P., "A Mathematical Theory of Saving," *Economic Journal*, vol. 38., December, 1928 (pp. 543-559)

Robinson, J., *The Accumulation of Capital*, London: Macmillan 1956/杉山清訳『資本蓄積論』みすず書房, 1957年。

Robinson, J., *Essays in the Theory of Economic Growth*, London: Macmillan 1962/山田克巳訳『経済成長論』東洋経済, 昭和63年。

Romer, D., *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill, 1996/堀雅博・他訳『上級マクロ経済学』日本評論社, 1998年。

Romer, P. M., "Increasing Returns and Long-run Growth," *Journal of Political Economy*, vol. 94, 1986 (pp. 1002-1037)

Romer, P. M., "Capital Accumulation in the Theory of Long-run Growth", in R. J. Barro, ed., *Modern Business Cycle Theory*, Oxford: Basil Blackwell, 1989.

Romer, P. M., "Endogenous Technological Change," *Journal of Political Economy*, vol. 98, 1990 (pp. S71-S102)

Rose, H., "Unemployment in a Theory of Growth," *International Economic Review*, Sept., 1966 (pp. 260-282)

Rose, H., "On the Non-Linear Theory of the Employment Cycle," *Review of Economic Studies*, April., 1967 (pp. 153-173)

佐藤隆三『経済成長の理論』(経済学全集), 勁草書房, 1979(第3刷)

Solow, R. M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXX, February 1965 (pp. 65-94) Reprinted in Stiglitz & Uzawa (eds) [1969] (pp. 58-87)

Solow, R. M., *Growth Theory*, Oxford Univ. Pr., 1970/福岡正夫訳『成長理論』岩波新書, 1971年。

Solow, R. M., *Growth Theory*, 2nd., Oxford Univ. Pr., 2000/福岡正夫訳『成長理論(第二版)』岩

波新書，2000年。

Stein, J. L., *Money and Capacity Growth*, Columbia Univ. Pr., 1971/佐藤隆三訳『マネタリズムとケインジアン理論の統合』春秋社，1981年。

Stein, J. L. and K. Nagatani, “Stabilization Policy in a Growing Economy,” *Review of Economic Studies*, April, 1969 (pp.165 183)

Stiglitz, J. E., and H. Uzawa(eds), *Readings in the Modern Theory of Economic Growth*, The M. I. T. Press, 1969.

鈴木康夫『不安定性原理とハロッド=ドーマー型経済変動成長理論』(滋賀大学経済学部研究叢書第35号)，滋賀大学経済学部，2001年：[2001a]。

鈴木康夫「ハロッド=ドーマー型モデルと現代経済成長理論」『彦根論叢』(滋賀大学経済学会)第332号，2001年(pp .197 214): [2001b]。

鈴木康夫『ケインズ革命とマクロ経済学』昭和堂，2003年：[2003a]。

鈴木康夫「基本的な最適成長理論と完全雇用」『彦根論叢』(滋賀大学経済学会)第343号，2003年(pp 51 68): [2003b]。

鈴木康夫「不安定性原理とハロッド変動成長理論における自律振動の可能性」『彦根論叢』(滋賀大学経済学会)第357号，2006年(pp .143 163)。

Swan, T. W., “Economic Growth and Capital Accumulation,” *Economic Record*, Vol. XXXII, No. 63, November 1956 (pp. 334 61); Reprinted in Stiglitz & Uzawa(eds) [1969] (pp. 88 115)

Tatano, H., T. Honma, and N. Okada, “Economic Restoration Path after a Large Catastrophic Events: Heterogeneous Damages and Their Effects on Economic Growth,” Proc. of the 2003 Joint Seminar and Stakeholders Symposium on Urban Disaster Management and Implementation CBTD, Beijing, China, 2003 (pp. 209 214)

多々納裕一・高木朗義(編著)『防災の経済分析 リスクマネジメントの施策と評価』勁草書房，2005年。

徳岡一幸「地域経済の課題」『地域経済学入門』(山田；編)有斐閣，2002年(pp .1 16)。

宇津徳治・嶋悦三・吉井敏尅・山科健一郎(編)『地震の事典』[第2版]朝倉書店，2001年。

山田浩之(編)『地域経済学入門』有斐閣，2002年。

横松宗太「復興政策の経済評価」『防災の経済分析 リスクマネジメントの施策と評価』(第17章：多々納・高木；編著)勁草書房，2005年(pp 293 312)。