

日本株式市場における 裁定評価理論に関する実証分析

堀 本 三 郎
李 罡

1 はじめに

1990年代初頭に経験したバブル崩壊を経てさまざまな制度改革が導入されてきた。日本株式市場についてその性格や働きには大きな変貌が観察されている。1990年以降に顕著となっている傾向として、外国人投資家の日本株保有比率が急速に高まりを見せたことが挙げられる。それとも関連して株式の流通市場における売買高および売買代金のシェアがともに増加したことも目立った特徴であると言える。このことは、昨今の日本株式市場を活発に動かしている主役はむしろ外国人投資家ではないかという見方を提起させている。外国人投資家の行動は、海外投資機会の関係で敏感に反応することが、多くの研究から明らかにされている。本稿は裁定評価理論の適応性について再検証するとともに、日本株式市場を取り巻くリスク・ファクターについての変化を、外国人投資家の影響を考慮にいれ、実証的に考察するものである。

これまで資産評価に関する実証研究の多くは、観察可能である共通なリスク・ファクターを基礎におき、資産リターンを説明しようと努めてきた。たとえば資本資産価格モデル(CAPM)では国内市場リスクが主となるものであり、国際資産価格モデルの中では世界市場リスクと為替リスクが対象とされている。リスク・ファクターがモデルによって異なるのは研究対象を限定するモデルの性格からはやむを得ないことであろう。特にマルチファクター・モデルに関する実証研究において、どのようなファクターを選択するかは研究者によって意見の分かれる所である。

資産収益率のデータからその背後に潜んでいる共通するリスク・ファク

ター、つまり潜在の変数を実証的に導出することは興味あることとなる。そのことによって新しい発見があれば、それは実証研究の一つの前進であると見ることができる。そうした考えを発展させるための一つの試行が因子分析による検証と考えられる。

多変量統計解析方法により、資産評価問題を研究する糸口を提供している理論的な基礎は、Ross(1976)によって提起された裁定評価理論(APT)である。Roll(1977)が主張するCAPMに関する批判を起点として、APTを検証する研究は1980年代以降盛んに行われてきた。因子分析を利用してAPTを検証する先行研究は、Roll and Ross(1980)、Chen(1983)、Dhrymes, Friend and Gultekin(1984)、Dhrymes et al.(1985)、Connor and Korajczyk(1988)、Lehman and Modest(1988)、Shukla and Trzcinka(1990)などがある。日本株式市場にそれを応用した研究としては堀本(1985)と津田(1990)がある。それらの実証研究においては、APTに対して肯定的な結果が報告される事例もいくつか存在する。

因子分析を利用してAPTを検証する方法は、リスク・ファクターに関わる前提条件がより少なく済むという大きな利点をもつ。その一方、リスク・ファクターの経済的な意味付けを厳密に確定するためにはやや困難が伴うことになる。そのためChen, Roll and Ross(1986)は、観察可能な経済変数を採用してAPTを検証している。このアプローチによる最近の研究成果としてAzeez and Yonezawa(2006)、Shanken and Weinstein(2006)が挙げられる。1973年から1998年までの日本株式市場を研究するAzeez and Yonezawa(2006)は、産業ポートフォリオのデータを利用し、マネー・サプライ、インフレ率、為替レートと鉱工業生産指数の四つのファクターが価格付けに統計学的に有意に寄与していたことを示している。

本稿は、東京証券取引所第1部に上場されている企業の収益率データを用い、sizeとbook-to-marketによるポートフォリオ収益率データを作成し、因子分析によるAPTの検証を行った。そしてそれぞれのファクターの経済的意味を考察するため、正準相関分析方法を用いた。本研究の結果、そこから導き出される主要なメッセージとして、1975年から2003年までの日本株式市場の活動結果

は、APT が指摘する含意をおおむね支持するものとなっていることである。とりわけ、最も重要なリスク・ファクターは国内市場収益率である。そのほかに、いくつかの経済変数が株式リターンを説明するには有意である点が明らかにされるが、より重要な要因として看過できないものが世界市場リスクである。

本稿の構成は次のとおりである。まず第2節では裁定評価理論とその検証方法が解説される。第3節は利用するデータを説明し、APTの検証結果を報告する。第4節は正準相関分析により、リスク・ファクターの経済的含意を考察する。第5節は本稿のまとめを提示している。

2 裁定評価理論とその検証方法

Ross (1976) によって提唱された APT は、次のように要約することができる。いま、 N 個の資産があるものとしよう。このとき、各資産の収益率は次式のような K 因子ファクター・モデルによって表されるものとする：

$$R_{it} = E_{it} + \sum_{k=1}^K b_{ik} f_{kt} + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

ここで、 R_{it} は資産 i の時点 t の収益率であり、 E_{it} はその期待収益率である。 f_{kt} はすべての資産リターンを説明するための共通する因子であり、 b_{ik} は資産 i の因子 k に対する因子負荷量である。 ε_{it} は各証券の独自の固有項で、独自因子とも呼ばれている¹⁾。

各因子は平均 0、分散 1、互いに独立であると仮定される。独自因子 ε_{it} は平均 0、分散 σ_i^2 であり、自己相関がなく相互に独立であると仮定される。さらに、独自因子と共通な因子について互いに独立であることが仮定されれば、式 (1) は因子分析の直交モデルとして認識される。

いま、投資総額がゼロであり、システムティック・リスクもゼロであり、さらにリスクが十分に分散化され、非システムティック・リスクも無視できるポートフォリオを考えてみる。すなわち、証券 i の購入比率が w_i であるとすれば、すべての k と t について、次式(2)

1) APT については Ingersoll (1984), Bansal and Viswanathan (1993) にも参照されたい。

$$\sum_{i=1}^N w_i = 0, \quad \sum_{i=1}^N b_{ik} w_i = 0, \quad \sum_{i=1}^N w_i \varepsilon_{it} = 0 \quad (2)$$

が成立する。このポートフォリオにおいて、裁定機会が存在しないとすれば、すべての t について、次式(3)が導き出される：

$$\sum_{i=1}^N w_i E_{it} = 0 \quad (3)$$

このことにより、次式(4)

$$E_{it} = \lambda_{0t} + \sum_{k=1}^K \lambda_{kt} b_{ik} \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

を満たす定数 λ_{0t} , λ_{kt} が存在することになる。ここで、 λ_{0t} は安全資産収益率であり、 λ_{kt} は因子 k のリスク・プレミアムと解釈される。すなわち、各証券の期待収益率の相違は、因子負荷量によって説明が可能となる。

式(4)を検証するためには、各証券の期待収益率と因子負荷量を推定する必要がある。まず、証券 i の各時点の期待収益率は次式(5)によって計算される：

$$\hat{E}_i = T^{-1} \sum_{t=1}^T R_{it} \quad (5)$$

次に、因子負荷量は因子分析によって推定することができる²⁾。

期待収益率と因子負荷量の推定値が得られるならば、式(4)において、クロスセクション回帰により、 λ_{0t} と λ_{kt} を推定することができる。すなわち、式(4)を式(1)に代入し、行列表記を用いれば、次式(6)が得られる：

$$\mathbf{R} = \mathbf{B}^* \boldsymbol{\lambda}^* + \mathbf{B}\mathbf{F} + \mathbf{e} \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{R} は R_{it} からなる $N \times T$ の行列であり、 \mathbf{F} は f_{kt} からなる $K \times T$ の行列、 \mathbf{e} は ε_{it} からなる $N \times T$ の行列である。 $\mathbf{B}^* = [\mathbf{1}_N \quad \mathbf{B}]$ 、 $\boldsymbol{\lambda}^* = [\lambda_0 \quad \boldsymbol{\lambda}]$ で、 $\mathbf{1}_N$ は長さ N のすべての要素が1からなる列ベクトルであり、 \mathbf{B} は b_{ik} からなる $N \times K$ の行列、 λ_0 は λ_{0t} からなる長さ T の列ベクトル、 $\boldsymbol{\lambda}$ は λ_{kt} からなる $T \times K$ の行列である。

因子分析によって求められた \mathbf{B} と \mathbf{e} の推定値 $\hat{\mathbf{B}}$ と $\hat{\mathbf{e}}$ を用い、一般化最小2乗法 (GLS) を適用すれば、 $\boldsymbol{\lambda}^*$ の一致推定値は次式(7)：

2) 因子分析については Lawley and Maxwell(1971)、Basilevsky(1994)を参照されたい。なお、本稿において因子負荷量を計算する場合は最尤法を採用する。

$$\hat{\lambda}_t^* = (\hat{\mathbf{B}}^* \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^*)^{-1} \hat{\mathbf{B}}^* \hat{\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{R}_t \quad (7)$$

によって求めることができる。ここで、 $\hat{\lambda}_t^*$ と \mathbf{R}_t はそれぞれ $\hat{\lambda}^*$ と \mathbf{R} の第 t 列からなるベクトルであり、 $\hat{\mathbf{V}}$ は式(6)における誤差項 $(\mathbf{B}\mathbf{F} + \mathbf{e})$ の分散・共分散行列の推定値である。検証期間内において期待収益率 \mathbf{E} 、リスク・プレミアム λ^* が一定と仮定すれば、上式は次のように書きなおすことができる：

$$\hat{\lambda}^* = (\hat{\mathbf{B}}^* \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^*)^{-1} \hat{\mathbf{B}}^* \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{E}} \quad (8)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{E}}$ は各資産の期待収益率からなる長さ N の列ベクトルである。このとき、 $\hat{\lambda}^*$ の漸近分散・共分散行列 Ψ は次式

$$\Psi = \mathbf{T}^{-1} (\hat{\mathbf{B}}^* \hat{\mathbf{V}}^{-1} \hat{\mathbf{B}}^*)^{-1} \quad (9)$$

で計算される。この統計量を用いて $\hat{\lambda}^*$ に関する検定が行われる。

APT の検証は次の帰無仮説：

$$H_0 : \lambda_{1t} = \lambda_{2t} = \dots = \lambda_{Kt} = 0 \quad (10)$$

が棄却されるかどうかによって判断されることになる。この帰無仮説に関して、Dhrymes, Friend and Gultekin (1984) が採用した尤度比検定法に従うことにする。このとき、 $\hat{\lambda}' \Psi_{22}^{-1} \hat{\lambda}$ は漸近的に自由度 K の χ^2 分布に従うことになる。ここで、 Ψ_{22} は Ψ のうち $\hat{\lambda}$ の漸近分散・共分散行列に対応する分割行列である。

3 データと APT の検証結果

本稿で利用されるデータは、東京証券取引所市場第 1 部に上場されている企業の月次リターンである。また検証期間は、1975年 1 月から 2003年 12 月までを扱うことにする。バブルの崩壊により日本株式市場において構造変化が起こったと思われることから、本稿では 1975年 1 月から 1989年 12 月までを前期として扱い、1990年 1 月から 2003年 12 月までの分析を後期として分けて APT を検証する。

資産価格決定モデルの検証においては、計測精度などを考慮すれば、個別銘柄レベルよりポートフォリオそのものを扱うほうが妥当ではないかと思われる。本稿は Fama and French (1993) による分析と同じく、size と book-to-market によるポートフォリオを組むことにする。具体的には、まず各年度の 6 月時点

におけるサイズの順番に4つのグループに分け、そして各グループを前年末のbook-to-marketの順番にさらに4つのグループに分けることにする。各グループ内の資産から等ウェイトでポートフォリオを組む。各ポートフォリオに含まれる平均銘柄数を比べると、前期と後期ではそれぞれ59.5, 79.4となっている。

16組ポートフォリオの平均リターンと標準偏差は表1で示されている。それを見ると、1989年までの前期では、すべてのポートフォリオの平均リターンがプラスで、後期に比較して分散が小さい。一方、1990年以降の後期においては、バブルの崩壊とその後の株式市況の低迷が作用したことから、約半分のポートフォリオの収益率がマイナスを示し、その分散がより大きくなっている。

APTを検証するに当たって因子負荷量を求めるためには、因子数を決めなければならない。因子数の決定に関してはいくつかの方法があるが、研究者の間でコンセンサスが必ずしも得られているわけではない。表2においては χ^2 検定統計量、AICとSICのそれぞれを表示している。それをみると、前期において、6ファクターで足りるという帰無仮説は5%有意水準で χ^2 検定によって棄却されないものとなっている。後期においてファクター数が7であるとき、5%有意水準で帰無仮説を棄却することができない。AIC基準によれば、前期と後期の必要なファクター数がすべて7以上となっている。一方、SICは前期

表1 平均リターンと標準偏差(%)

size	book-to-market (1975-1989)				book-to-market (1990-2003)			
	1	2	3	4	1	2	3	4
1	1.593	1.885	1.989	2.318	-0.700	-0.406	-0.264	0.240
	4.857	4.560	4.410	4.474	10.02	8.902	8.982	9.865
2	1.550	1.700	1.979	2.082	-0.725	-0.313	0.028	0.342
	4.410	4.224	4.000	3.666	8.173	7.758	7.912	8.799
3	1.518	1.805	1.836	2.043	-0.766	-0.151	0.044	0.227
	4.102	3.704	3.678	3.647	7.130	7.115	6.776	6.824
4	1.614	1.626	2.043	2.165	-0.403	0.011	0.209	0.276
	4.152	3.984	4.015	5.088	6.424	6.034	6.080	6.643

注：各ポートフォリオにおいて、上行は平均、下行は標準偏差である。

表2 因子数に関する χ^2 統計量, AIC と SIC

因子数	1975 1989			1990 2003		
	χ^2 統計量	AIC	SIC	χ^2 統計量	AIC	SIC
1	1471.2	1596.2	849.20	1832.1	1977.7	1038.8
2	679.15	801.31	475.69	834.56	965.75	556.29
3	329.43	465.09	329.93	413.69	554.12	372.34
4	179.08	334.50	285.39	246.81	405.81	318.49
5	75.11	250.22	262.41	135.01	313.03	290.84
6	50.93	247.04	278.38	91.27	289.34	296.18
7	27.83	242.98	292.31	39.40	255.15	294.71

と後期ともにファクター数が5であるとき、最小になっている。本稿では、必要なファクター数が最小である SIC に基づき、ファクター数を5としてこの基準を採用することにする³⁾。

一般化最小2乗法による推定結果は表3に示されている。まず前期の各因子負荷量の係数をみると、第3, 4因子負荷量の係数がゼロである仮説は、それぞれ5%, 10%有意水準で棄却される。そして後期の推定結果によれば、第3, 4因子負荷量の係数はそれぞれ1%, 10%有意水準で係数がゼロである仮説を棄却している。さらに、前期と後期の尤度比統計量はそれぞれ11.2, 23.9で、

表3 クロスセクション分析結果

期間	定数項	因子1	因子2	因子3	因子4	因子5
1975	2.379 (4.201)	-0.144 (0.770)	0.020 (0.245)	-0.149** (1.913)	0.128* (1.502)	0.105 (1.147)
1989	尤度比統計量: 11.171**					
1990	0.044 (0.068)	-0.033 (0.276)	-0.021 (0.216)	0.369*** (4.085)	0.113* (1.297)	-0.098 (1.088)
2003	尤度比統計量: 23.887***					

注: カッコ内はt値である。***, **, *はそれぞれ1%, 5%と10%有意水準で、推定された係数がゼロであるという帰無仮説を棄却することを意味する。

3) χ^2 検定と AIC については、変数の標本数の影響を考慮していないという指摘もある。豊田(1998)の第10章(pp.170-188)を参照されたい。

5%, 1%有意水準ですべての因子負荷量の係数がゼロである帰無仮説(式⁽¹⁰⁾)を棄却することになる。したがって、二つの検証期間を通じてAPTの成立が支持されることが判明した。

4 ファクターの経済的意味

因子分析によるAPTの検証は、リスク・ファクターに関する仮定が少ないという利点をもつが、その反面、ファクターの経済的意味があいまいになってしまう制約を受けることになる。そこで、本節ではいくつかの経済変数とファクターとの正準相関分析を用い、リスク・ファクターの経済的意味の考察を試みることにする。

リスク・ファクターの候補として、どのような経済変数が適切なのかについては、必ずしもコンセンサスが得られているわけではない。本稿では先行研究の結果を参照しながら、国内株式市場収益率(J_r)、世界市場収益率(W_r)、国内長短金利差、国内インフレ率、国内鉱工業生産指数、マネー・サプライ(J_m)、円・ドルレート(E_{us})、名目実効レート(E_n)、実質実効レートを対象にすることにする。さらに世界経済、とりわけ米国経済の動向が日本株式市場に及ぼす影響の程度を受け入れて、低格付け社債と高格付け社債利回りの差(AB)、米国長短金利差、米国インフレ率と米国工業生産指数を加えることにする。従って、以下の分析では全部で13の経済変数とファクターとの正準相関関係を考察することにする。

国内市場収益率は日本証券経済研究所のJSRIによって計算されたものであり、世界市場収益率はMSCIの米ドル建てのThe World Gross Indexの月末値を利用し、低格付け社債と高格付け社債の差はMoodyのAAA社債とBAA社債の利回りによって算出されたものである。国内長短金利差は国債利回りとコール・レートを利用して算出し、米国長短金利差は10年ボンドとTBによって算出されたものである。日本円実効レートのデータ出所は日本銀行であり、そのほかのデータはIMFのデータ・ベースからとられたものである。

各経済変数とファクターとの正準相関係数の推定値が表4に示されている。

まず、一つの経済変数と各ファクターとの関係を見ると、ファクターの正準相関成分に対して、国内市場収益率は最も説明力をもつことがわかる。二つの期間については、国内市場収益率と各ファクターの正準相関成分との相関係数が0.95, 0.96である。世界市場収益率も各ファクターの正準相関成分との相関が強く、二つの期間において相関係数がともに0.65となっている。そのほかのケースで各ファクターの正準相関成分と有意な相関関係をもつのは、前期のマネー・サプライと低格付け社債と高格付け社債利回りの差である。

一つの経済変数と各ファクターとの正準相関分析の結果からみると、国内市場収益率は最も重要なリスク・ファクターであるといえよう。したがって、以下では、国内市場収益率と他の経済変数との組み合わせの各ファクターとの正

表4 各経済変数の各因子との正準相関係数および因子に対する説明力

経済変数の組み合わせ	正準相関係数		説明力(%)
	1975	1989	
J_r	0.950***		0.180
W_r	0.650***		0.084
J_m	0.285**		0.016
AB	0.230*		0.010
J_r, J_m	0.932***	0.432***	0.204
J_r, W_r	0.929***	0.196	0.170
	1990 2003		
J_r	0.964***		0.186
W_r	0.646***		0.084
J_r, J_m	0.962***	0.219	0.192
J_r, W_r	0.962***	0.380**	0.213
J_r, W_r, E_{us}	0.970***	0.454***	0.183
J_r, W_r, E_n	0.969***	0.466***	0.154

注：***, **と*は尤度比検定においてそれぞれ1%, 5%, 10%有意水準で、正準相関係数がゼロである帰無仮説を棄却することを意味する。第3列の説明力は、観測可能な経済変数による正準相関成分のファクターの変動に対する説明比率である。

準相関関係を考察していくことにする。

二つの経済変数とファクターとの正準相関関係を分析した結果、1975年から1989年までの期間においては、2番目の正準相関係数がゼロであるという帰無仮説が棄却されたのは、国内市場収益率とマネー・サプライの組み合わせだけである。その第1正準相関成分の相関係数は依然として高く、0.93である。第2正準相関成分の相関係数は0.43である。世界市場収益率については、それ自身と各ファクターとの正準相関関係が強いにもかかわらず、国内市場収益率と組み合わせれば、2番目の正準相関係数が有意でなくなり、ファクターの変動に対する説明力も低くなることが判る。

一方、1990年から2003年までの期間については、1980年代に関する結果と反対の傾向を示している。国内市場収益率とマネー・サプライの組み合わせとファクターとの正準相関関係は弱く、世界市場収益率と国内市場収益率の組み合わせについては、第2正準相関成分の相関係数が0.38で、5%有意水準で帰無仮説を棄却することになる。この結果は1980年代において、マネー・サプライがより重要なリスク・ファクターとして認められるものの、1990年代以降の期間については世界市場収益率の影響がより強くなったことを示唆している。

三つの経済変数の場合に、1975年から1989年までの期間における国内市場収益率、マネー・サプライとほかの経済変数の組み合わせ、そして1990年から2003年までの期間における国内市場収益率、世界市場収益率とほかの経済変数の組み合わせを分析した。その結果、すべての第3正準相関係数は有意でないことが判明した。ただし、前期においては経済変数の増加にもかかわらず、ファクターの変動に対する説明力がほとんど増加していないことが明らかとなる。それに対して後期においては、日本円・米ドルレート及び名目実効レートと国内市場収益率、世界市場収益率との組み合わせは、第3正準相関係数が有意でないものの、ファクターの変動に対する説明力が二つの経済変数の場合に比べて3%以上増加し、ほかの三つの経済変数の場合に比べても1%以上大きくなっていることが判る。実は米ドル建ての世界市場収益率ではなく、円・ドルレートで換算した日本円建ての世界市場収益率を用いれば、それと国内市場収益率

との組み合わせは、第2正準相関係数が0.41となり1%有意水準で帰無仮説を棄却し、ファクターの変動に対する説明力が21.8%で、米ドル建ての世界市場収益率を用いる場合より大きくなることを提示している。

5 終わりに

本稿は裁定評価理論の検証を行うことにより、近年の日本株式市場の変化に焦点を当てて考察をしてきた。本稿はまず因子分析によるAPTの検証を行い、そして正準相関分析によってリスク・ファクターの経済的意味について詳細に検討した。

本稿を通じて得られた主な結果は次のようにまとめることができる。まず、1975年から1989年までの前期と1990年から2003年までの後期において、われわれのポートフォリオのデータによる実証分析においては、APTはおおむね成立していることが判明した。そして日本株式市場にとって、最も重要なリスク・ファクターは依然として国内市場リスクであることが確認された。また1980年代を通じては、マネー・サプライはより重要なリスク・ファクターとして認められるものの、この時期以降については世界株式市場の動向による変動が日本株式市場により多くの影響を持つことになり、世界市場リスクは重要なシステムティック・リスクになっていることが確認された。

1990年代以降、「日本版金融ビッグ・バン」とその後の一連の制度改革によって、日本の金融・資本市場は急速にグローバル・スタンダードへ収斂してきており、日本株式市場における外国人投資家の役割と影響は注目されている。株式市場の変化を反映し、世界市場リスクがシステムティック・リスクとして認識されなければならないという理解の進化と拡がりが増加してきていると考えられる。

国際ポートフォリオ理論において重要なリスク・ファクターとしての位置づけを与えられている為替リスクについては、それを強調するだけの十分な根拠は得られなかったものの、さらに多くの実証研究の成果を積み上げることで、為替リスクの理解を深化させていくことが期待される。

参考文献

- 豊田秀樹(1998)『共分散構造分析 入門編』朝倉書店
- 津田博史(1990)「因子分析による日本株式市場の分析」刈屋武昭編『金融・証券計量分析の基礎と応用』東洋経済新報社
- 堀本三郎(1985)「わが国における裁定評価理論の検証」『彦根論叢』第231号
- Azeez, A., and Y. Yonezawa, 2006, Macroeconomic factors and the empirical content of the arbitrage pricing theory in the Japanese stock market, *Japan and the World Economy* 18, 568-591.
- Bansal, R., and S. Viswanathan, 1993, No arbitrage and arbitrage pricing: a new approach, *Journal of Finance* 48, 1231-1262.
- Basilevsky, A., 1994, Statistical factor analysis and related method, Wiley, New York.
- Chen, N., 1983, Some empirical tests of the theory of arbitrage pricing, *Journal of Finance* 38, 1393-1414.
- Chen, N., R. Roll, and S. Ross, 1986, Economic Forces and the stock market, *Journal of Business* 59, 383-403.
- Connor, G., and R. Korajczyk, 1988, Risk and return in an equilibrium APT: application of a new methodology, *Journal of Financial Economics* 21, 255-289.
- Dhrymes, P., I. Friend, and B. Gultekin, 1984, A critical reexamination of the empirical evidence on the arbitrage pricing theory, *Journal of Finance* 39, 323-346.
- Dhrymes, P., I. Friend, M. Gultekin, and B. Gultekin, 1985, New tests of the APT and their implications, *Journal of Finance* 40, 659-674.
- Fama, E., and K. French, 1993, Common risk factors in the returns on stock and bonds, *Journal of Financial Economics* 33, 3-56.
- Ingersoll, J., 1984, Some results in the theory of arbitrage pricing, *Journal of Finance* 39, 1021-1039.
- Lawley, D. N., and A. E. Maxwell, 1971, Factor analysis as a statistical method, 2nd, Butterworth, London.
- Lehman, N., and D. Modest, 1988, The empirical foundations of the arbitrage pricing theory. *Journal of Financial Economics* 21, 213-254.
- Roll, R., 1977, A critique of asset pricing theory's tests, *Journal of Financial Economics* 4, 129-179.
- Roll, R., and S. Ross, 1980, An empirical investigation of the arbitrage pricing theory, *Journal of Finance* 35, 1073-1103.
- Ross, S., 1976, The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360.

Shanken, J., and M. Weinstein, 2006, Economic forces and the stock market revisited, *Journal of Empirical Finance* 13, 129-144.

Shukla, R., and C. Trzcinka, 1990, Sequential tests of the arbitrage pricing theory: a comparison of principal components and maximum likelihood factors, *Journal of Finance* 45, 1541-1564.