

着霜現象に関する研究*

青 木 和 夫**

A Study on Frost Formation

Kazuo AOKI

When humid air is exposed to a cold surface whose temperature is below 0°C , frost deposition occurs and continues to accumulate on the surface. Frost deposition is an important phenomenon in cryogenic industries for use in air conditioners, refrigerators and freeze-out purification, because it causes the drop of thermal efficiency on heat exchangers.

This paper presented a review of our previous studies on frost formation with emphasis on the frost growth process, the frost structure, the growth theory of a frost layer and the effects of frost deposition on the characteristics of various types of heat exchangers.

Key words: Frost Formation/Heat and Mass Transfer/Refrigeration/Cold Heat Exchanger

1. まえがき

湿り空気がその露点温度よりも低い伝熱面にさらされると、空気中の水蒸気は凝縮し水滴となる。さらに、伝熱面温度が凝固点以下であれば、霜として伝熱面に付着する。この低温機器に生ずる着霜は、熱抵抗ならびに空気の流動抵抗を増大させるため、装置性能の著しい低下をきたす厄介なものである。

近年、ヒートポンプを用いた空調、食品の低温保存、LNGの貯蔵およびその冷熱利用など低温の普及は著しく、着霜に対する問題がますます重要視されている。

ここでは、これまで得られた成果をもとに、伝熱面上の霜層成長の基礎的取扱いを示すとともに、着霜をともなう熱交換器の特性について概観する。

2. 霜層の成長

低温伝熱面に氷結晶として付着する着霜は霜の核化、結晶成長、結晶遷移あるいは相互の干渉を経て霜層に成長するものであり、その構造は種々雑多のものである。

原稿受付：昭和61年4月18日

* この研究は、昭和59年度日本機械学会賞奨励賞受賞の対象となった。

** 長岡技術科学大学機械系

はじめに、霜層成長の経時性および着霜条件の差異の面から霜層成長過程¹⁾および霜層構造²⁾として分類・整理する。

2.1 霜層の成長過程

霜層成長は主流の空気流速、空気湿度、冷却面温度などの影響を受け非常に複雑であるが、成長過程そのものはいかなる条件下でも共通性があり、それらは図1に示すように霜柱発生期、霜層成長期、霜層成熟期の特徴的な3つの過程に大別できる。以下にそれぞれの過程について具体的に述べる。

(1) 霜柱発生期

冷却面上で局所的に不均一核生成した氷結晶が一次的に成長し、空隙率の大きな霜柱群を形成する過程で、将来の霜層を形成するための骨格的役割をなす。

(2) 霜層成長期

霜柱発生期において形成された霜柱群を骨格に、霜柱の頭部における結晶遷移あるいは結晶相互の干渉による三次元的成長、および霜層内の濃度勾配に基づく水蒸気の内部拡散により、徐々に霜層の空隙を埋め安定な霜層に成長する過程で、密度は増加し、表面が平坦な霜層となる。

(3) 霜層成熟期³⁾

霜層表面温度が 0°C に達した後の過程で、表層部に凝

縮による水膜形成およびその浸透・凝固が生じ、霜層は成熟する。

以上の過程を経て霜層は成長するわけであるが、その進行の度合はもちろん着霜面への水蒸気の拡散速度と関係する。推進力となる水蒸気の濃度差が小さく、自然対流のように物質伝達率が小さい場合には、霜層の成長は緩慢なものとなるが、逆に強制対流のような場合にはその成長も速く、初期過程としての霜柱発生期が僅か数十秒で終了することもある。

2.2 霜層の構造

霜層の成長過程は上記の3つの過程に大別されるが、各過程における霜層構造および霜層成長速度は、周囲条件により大きく異なる。特に、結晶形状からみた霜層構造は、主流と冷却面間の水蒸気濃度差 ΔC と冷却面温度 t_s により、図2に示す4つの成長形に分類される。図中には、各成長形の霜柱発生期から霜層成長期への遷移状態をモデル的に示してあるが、その特徴は、成長形AからDに向うほど、針状の粗雑な結晶から、角板状の密な結晶となるものであり、霜層密度は成長形Dほど大きくなる。

また、空気流速は上記の成長形にはほとんど影響を与えないが、冷却面上の霜柱の分布密度に大きな影響を与える。すなわち、流速が速い条件ほど伝達率は大きく、冷却面上に発生する霜柱の数は多くなり、霜層の成長速度も速くなる。

これらのことを合わせると、霜層構造は、結晶形的には成長形Dなる条件ほど、速度論的には流速が大きなほど密な状態といえる。

3. 霜層の成長理論

3.1 モデル化

ここでは、複雑な霜層の成長を簡単なモデルのもとで取扱う。モデルの主旨は、霜層成長の結晶成長的な側面を初期条件として扱うことで、以後の成長を、拡散現象により説明しようとするものである。初期値としては、比較的短時間であり、霜層成長の相対的な評価が可能となる霜柱発生期終了時の霜層構造を用いる。

図3.4に霜層の構造モデルとモデルにおける熱・物質の移動機構を示す。霜層は、霜柱を水柱に置き換えた水柱部と水-空気混合体からなる多孔質部との二つの並列部分よりなる。水柱部は霜層構造の骨格的役割をなすものとして、多孔質部は水蒸気の内部拡散により稠密化する

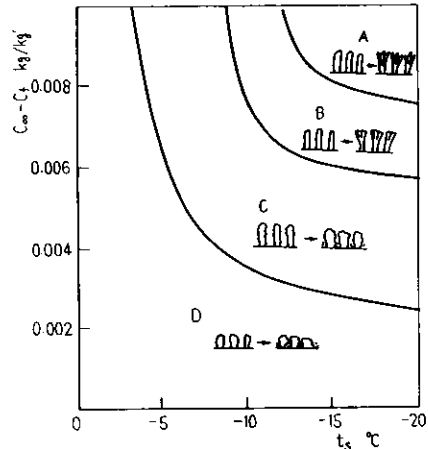


Fig. 2 Frost formation type

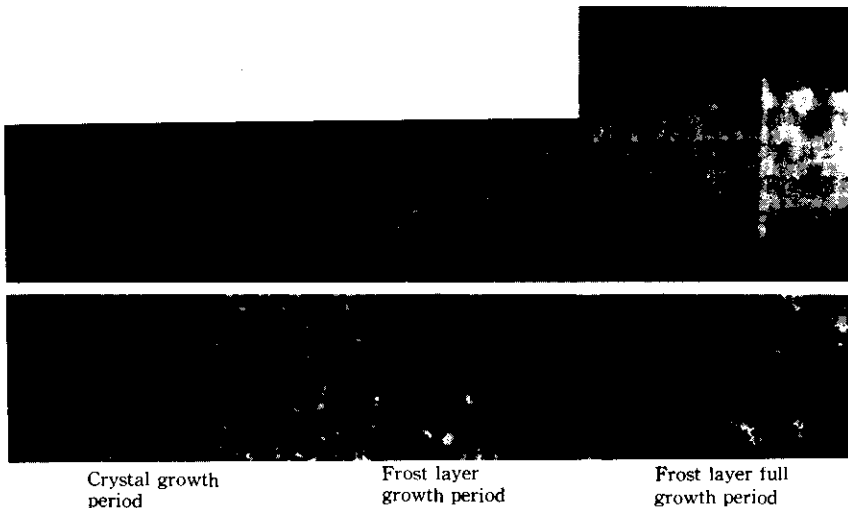


Fig. 1 Frost growth process

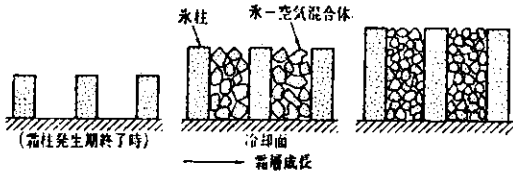


Fig. 3 Structural model of frost layer

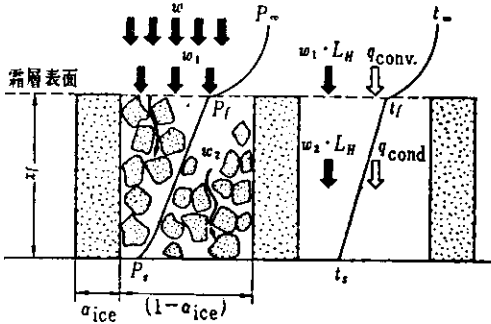


Fig. 4 Heat and mass transfer in frost layer

る霜層の成長をになうものとして意義づけられる。

3.2 霜層成長の解析

(物質収支)

主流から霜層表面への対流拡散により到達する水蒸気分子 \$w\$ は、霜層表面でそのまま凝結する量 \$w_1\$ と多孔質内への拡散によって層内で凝結する量 \$w_2\$ とよりなる。これらは霜層高さ \$x_f\$ および密度 \$\rho_f\$ の変化と関係づけられ、それぞれ次式で与えられる。

$$w = w_1 + w_2 = \frac{h_D}{RT} (P_\infty - P_f) = h_D (C_\infty - C_f) \quad (1)$$

$$w_1 = \rho_f \frac{dx_f}{d\theta} = \{a_{ice}\rho_{ice} + (1-a_{ice})\rho_{comp}\} \cdot \frac{dx_f}{d\theta} \quad (2)$$

$$w_2 = x_f \frac{d\rho_f}{d\theta} = (1-a_{ice})[1-(\rho_{comp}/\rho_{ice})] \cdot$$

$$\frac{D}{RT_f} \frac{P}{P-P_f} \frac{dP_f}{dx} \quad (3)$$

(エネルギー収支)

霜層内の熱移動は熱伝導によるものと多孔質層内での水蒸気の拡散・凝固による潜熱の移動によるものからなる。霜層内での両者のエネルギー移動の総和が準定常的であるとすれば、霜層内の熱伝導方程式は式(4)となる。ただし、ここでの熱伝導率 \$\lambda_{eff}\$ は水蒸気の拡散の効果を含めた霜層の有効熱伝導率である。また、霜層表面で、ふく射による熱流束は小さく無視されるものとすれば、

対流による熱流束とそこで凝結する水蒸気の潜熱が供給されることになり、冷却面温度とともに境界条件として与えられる。

$$\frac{d}{dx} (\lambda_{eff} \cdot \frac{dt}{dx}) = 0 \quad (4)$$

$$x=0: t=t_s \quad (5)$$

$$x=x_f: \lambda_{eff} \cdot \frac{dt}{dx} = h(t_\infty - t_f) + h_D(C_\infty - C_f) \cdot L_H \quad (6)$$

(熱伝導率)

氷柱部と多孔質部の並列構造としたモデルより、霜層の有効熱伝導率 \$\lambda_{eff}\$ は次式で与えられる。

$$\lambda_{eff} = a_{ice}\lambda_{ice} + (1-a_{ice})\lambda_{comp} \quad (7)$$

ここで、\$a_{ice}\$ は冷却面に占める氷柱部の面積率、\$\lambda_{ice}\$、\$\lambda_{comp}\$ は氷柱および多孔質部の熱伝導率である。氷-空気混合体としての多孔質部の熱伝導率は、空気熱伝導率に水蒸気拡散の効果を含めて、W. Woodside のモデルのものと式(8)で表わされる。また、多孔質内の拡散水蒸気が空孔内で飽和状態にあるとすれば \$\lambda_g\$ は Krisher の式(9)が適用される。

$$\frac{\lambda_g}{\lambda_{comp}} = 1 - \left(\frac{6S}{\pi} \right)^{1/3} \left[1 - \left(\frac{a^2-1}{a} \right) \ln \left(\frac{a+1}{a-1} \right) \right] \quad (8)$$

$$a = \left\{ 1 + \frac{4}{\pi (\lambda_{ice}/\lambda_g - 1) (6S/\pi)^{2/3}} \right\}^{1/2}$$

$$S = \frac{\rho - \rho_{air}}{\rho_{ice} - \rho_{air}} \quad (0 \leq S \leq 0.5236)$$

$$\lambda_g = \lambda_{air} + \frac{D}{RT} \left(\frac{P}{P-P_s} \right) \frac{dP_s}{dT} \cdot L_H$$

$$D = 0.086 \frac{10000}{P} \left(\frac{T}{273} \right)^{2.3} \quad (9)$$

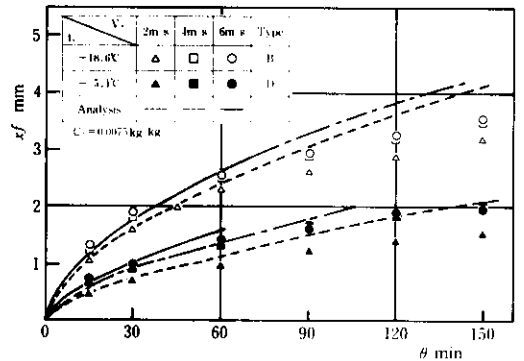


Fig. 5 Frost thickness variation with time

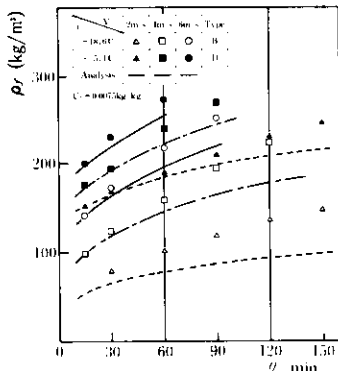


Fig.6 Frost density variation with time

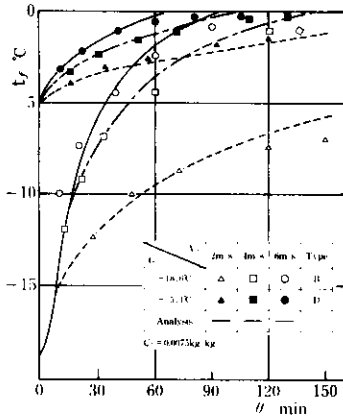


Fig.7 Frost surface temperature variation with time

3.3 結果と考察

以上の熱伝導率を用いたエネルギー収支式と物質収支式を連立させ、周囲および冷却温度一定の条件のもとで求めた霜層高さ、密度および霜層表面温度の計算結果と実験結果の比較を図5～7に示す。いずれの結果におい

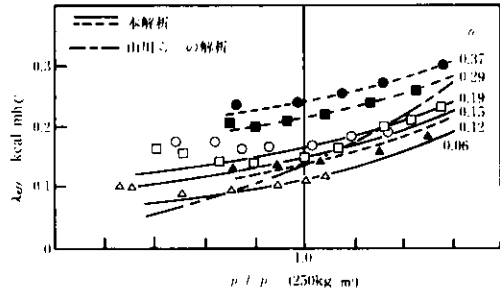


Fig.8 Relationship between frost density and thermal conductivity

ても、計算値と実験値は良く対応しており、成長形としての着霜条件による霜層構造の差異、および成長過程としての構造の変化を含めたここでの取扱いは妥当なものといえる。特に熱伝導率と密度の関係を示した図8では、従来のモデルでは説明しえない霜層の複雑な性状をかなり明白に把握できる。

4. 霜層成長理論の二重管型熱交換器への適用

4.1 熱交換器上の霜層成長

熱交換器の特徴として、上流部の熱・物質交換により空気温度、湿度およびブライン温度が変化するため、同一時刻における霜層構造および成長速度は場所的に大きく異なる。すなわち、並流状態を例にとると、上流部から下流部に向うにつれて空気温度、湿度は低下するのに対して、ブライン温度は高くなる。このことは水蒸気濃度差 ΔC は減少し、冷却面温度 t_c が高くなることを意味し、図2に示された成長形としては $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の方向に密な構造となり、成長速度は遅くなる。図9は同一時刻における着霜状態を、代表的な4つの場所で示

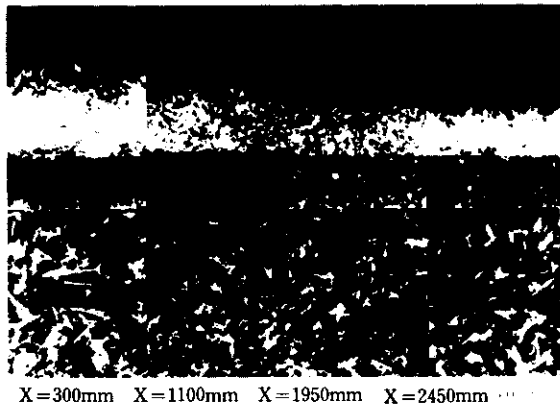


Fig.9 Frost formation on heat exchanger

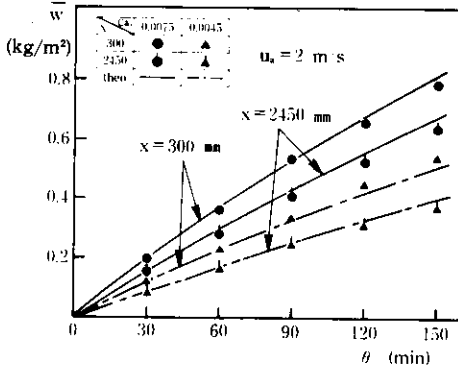


Fig.10 Variation of frost deposit weight with time

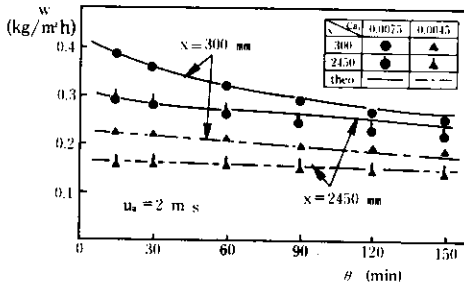


Fig.11 Variation of frost deposit rate with time

した一例である。

4.2 実験結果と計算結果の比較⁹⁾

3章の霜層成長理論を熱交換器に適用した場合の計算結果と実験結果の比較を以下に示す。図10, 11に霜付着量および着霜速度の熱交換器上流部 ($x=300$) と下流部 ($x=2450$) における違いを示す。霜付着量は上流部で大きく、下流部ほど小さくなる。これは上流部での物質交換により、下流部での水蒸気濃度が減少するためである。また、着霜速度は初期において大きく、霜層の成長にともなって減少し、場所的には上流部で大きく下流部で小さいが、時間とともにその差は小となる。これは着霜速度の大きな上流部のほうが霜層の成長が速く、表面での飽和水蒸気濃度の増加が大きいため、推進力としての濃度差の減少は大きいのにに対して、下流部では霜層の成長が遅いことと、上流部の特質伝達の減少による空気の水蒸気濃度の増加が生じるため、濃度差の減少は小さくなることによる。

図12に霜層高さの時間変化を示す。霜層高さも着霜速度の大きな上流部で大きい、必ずしも霜付着量と比例関係ではない。これは、霜層の構造が着霜条件や場所的に異なるためであり、霜層密度の違いにより説明される。

図13に霜層密度の時間変化を示す。密度は結晶形状による違いと成長による違いが同時に生じ、結晶形状的には、水蒸気濃度が減少する出口部で角板状となるため密度は高いが、逆に入口部では霜層の成長が速く、内部拡散量

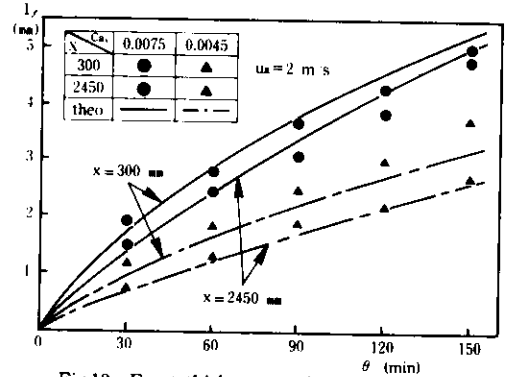


Fig.12 Frost thickness variation with time

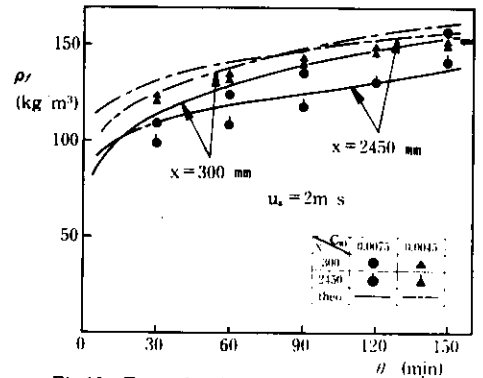


Fig.13 Frost density variation with time

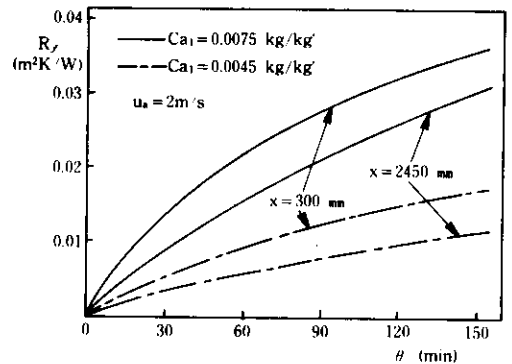


Fig.14 Variation of frost thermal resistance with time

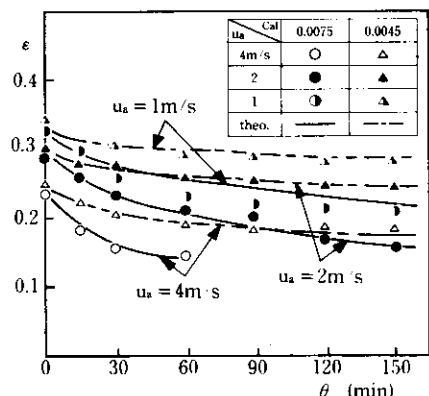


Fig. 15 Thermal efficiency variation with time

も多くなるので密度は大きくなる。この両者の兼ね合いにより密度の場所的変化は定まる。以上の霜層高さと霜層密度（霜層熱伝導率）により関係づけられる霜層の熱抵抗 R_f の時間変化を図 14 に示す。熱抵抗は霜層の成長とともに大きくなり、場所的には入口部で大となる。このように、熱抵抗は場所および時間の関数となるため、着霜をともなう熱交換器では一般の熱交換器の特性とは大きく異なることになる。

図 15 に温度効率 ($\epsilon = (t_{a1} - t_{a2}) / (t_{a1} - t_{b1})$) の時間変化を示す。いずれの条件でも霜層成長にともなう熱抵抗増加のため、温度効率は低下し、その度合は、各条件での霜層成長と霜層構造の違いにより説明される。

5. 着霜をともなうフィン付管群熱交換器の特性

5.1 着霜にともなう熱伝達効率の解析⁶⁾

着霜をともなうフィン付管群熱交換器では、霜層の成長による熱抵抗の増加および熱交換器形状の変化により、熱伝達効率は変化する。図 16 に熱交換器上での着霜モデルを示す。霜層成長は円管部、フィン部とも一様とし、それにより熱交換器形状は変化する。霜層内の熱伝導は、伝熱面方向へ一次元とし、円管部とフィン部の霜層成長が重なる部分（図中の斜線部分）は断熱として取扱う。以下に着霜による熱伝達効率の変化を円管部、フィン部に分けて示す。

（円管部）

図 17 に示すように、霜層表面での飽和水蒸気濃度は温度の一次関数で表わされ、

$$C_f = p \cdot t + q \quad (10)$$

また、主流 (t_a, C_a) と円管上の状態 (t_p, C_p) を直線で結び、その傾きを n とする。

$$\frac{C_a - C_p}{t_a - t_p} = n \quad (11)$$

霜層を考慮した円管部の熱伝達効率 η_{pf} は、霜層内の熱バランスにより、霜層成長による面積の変化を含め次式で表わされる。

$$\eta_{pf} = \frac{\lambda_f + h_D L_{Hf} (P - n)}{\lambda_f + (h_a + h_a + h_D L_{Df}) l_f} \epsilon_p \quad (12)$$

ここで、 ϵ_p は霜層成長による円管部の面積効率で、

$$\epsilon_p = \left(\frac{P_f - S_f - 2l_f}{P_f - S_f} \right) \left(\frac{r_p + l_f}{r_p} \right) \quad (13)$$

（フィン部）

フィン温度の場所的変化が比較的小さいので、フィン表面における飽和水蒸気濃度も、図 17 の実線で表わされるものとする。フィン温度との飽和水蒸気濃度の関係は次式となる。

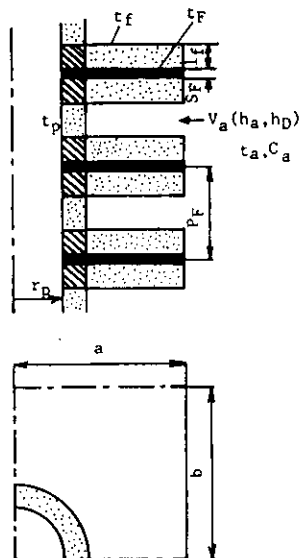


Fig. 16 Frosting model on heat exchanger

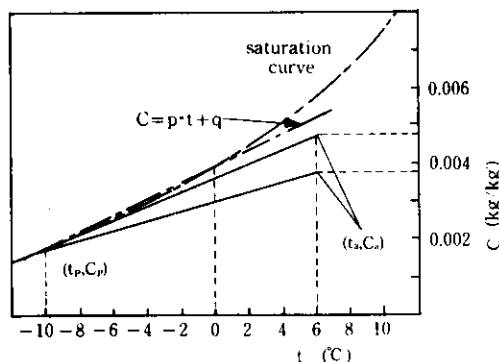


Fig. 17 t-C diagram

$$\frac{C_a - C_F}{t_a - t_F} = n \quad (14)$$

フィン部において二次元、霜層内で一次元の熱伝導を考え、整理すると熱収支式は次式となる。

$$\frac{d^2 t_F}{dy^2} + \frac{d^2 t_F}{dz^2} = - \frac{2\lambda_f(h_a + h_D L_{HN})/l_f}{\lambda_F S_F(\lambda_f/l_f + h_a + h_D L_{HN})} (t_a - t_F) \quad (15)$$

ここで、連続フィンに対する Schmidt の近似を用いるとフィン効率 ξ_F は

$$\xi_F = \frac{\tanh m_f H_f}{m_f H_f} \quad (16)$$

ここで

$$m_f = \sqrt{\frac{2\lambda_f(h_a + h_D L_{HN})/l_f}{\lambda_F S_F(\lambda_f/l_f + h_a + h_D L_{HN})}} \quad (17)$$

$$H_f = \{2\sqrt{ab/\pi} - (r_p + l_f)\} \left\{1 + 0.35 \ln \left(2\sqrt{ab/\pi}\right)\right\} \quad (18)$$

最終的に、熱伝達効率 η_{FF} はフィン効率を用いて

$$\eta_{FF} = \xi_F \frac{\lambda_f + h_D L_{HN} l_f (p - n)}{\lambda_f + (h_a + h_D L_{HN}) l_f} \varepsilon_F \quad (19)$$

ここで、 ε_F は霜層成長によるフィン部の面積効率で、

$$\varepsilon_F = \frac{ab - \pi(r_p + l_f)^2/4}{ab - \pi r_p^2/4} \quad (20)$$

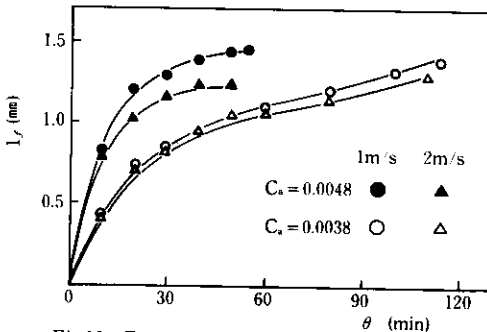


Fig.18 Frost thickness variation with time

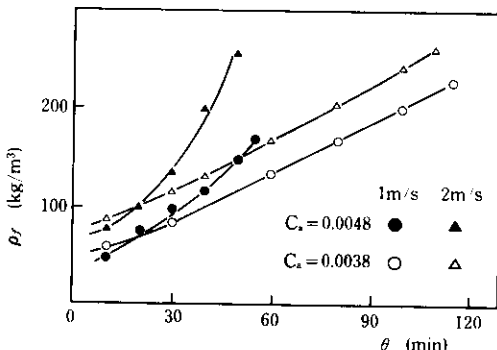


Fig.19 Frost density variation with time

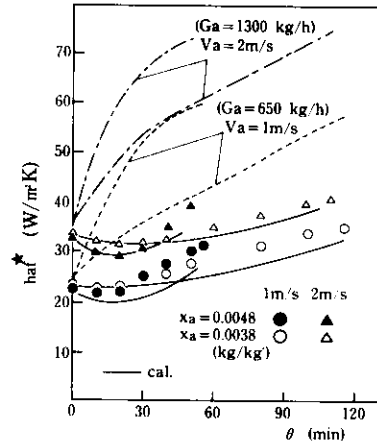


Fig.20 Variation of apparent heat transfer coefficient with time

(熱交換器全体)

円管部とフィン部をまとめた全体の熱伝達効率 η_{TF} は

$$\eta_{TF} = \frac{n_{PF} \cdot A_P + \eta_{FF} \cdot A_F}{A_P + A_F} \quad (21)$$

5.2 着霜にともなう熱伝達効率の変化

(1) フィン間流量が一定の場合

図 18, 19 はフィン間流量を一定とした場合の霜層高さおよび霜層密度の時間変化を、閉塞に至るまで示したものである。霜層高さは着霜初期で急激に増加し、その後緩慢となる。着霜条件の影響として、水蒸気濃度が高いほど霜層高さの増加は大きく、閉塞時間も短くなるが、空気流量による霜層高さの差は小さい。霜層密度は着霜初期で小さいが、霜層の成長とともに大きくなる。着霜条件の影響として空気流量が大きいほど、密度は大きな値となる。図 20 にみかけの熱伝達率の時間変化を示す。参考として、霜層高さの増加による正味の熱伝達率の変化も同時に示す。みかけの熱伝達率は着霜初期で時間とともに減少するが、その後増加する。みかけの熱伝達率は、霜層成長にともなうフィン間流速の加速による正味の熱伝達率の増加と、霜層の熱抵抗の増加の複合されたものであることを考えると、着霜初期において前者より後者の効果が大きく、霜層の成長とともに逆の傾向となることを示している。これは、霜層成長により密度の増加、すなわち熱伝達率が増加するため、後者の効果が相対的に小さくなるためである。図中の実線は、霜層高さの増加による正味の熱伝達率の増加を考慮し、また、霜層の熱伝達率と密度の関係を表す式(22)表わすことにより得られたみかけの熱伝達率の計算結果である。計算結果が幾分低い値を示すが、霜層の成長にともなう変化傾向を非常に良く表わしているといえる。

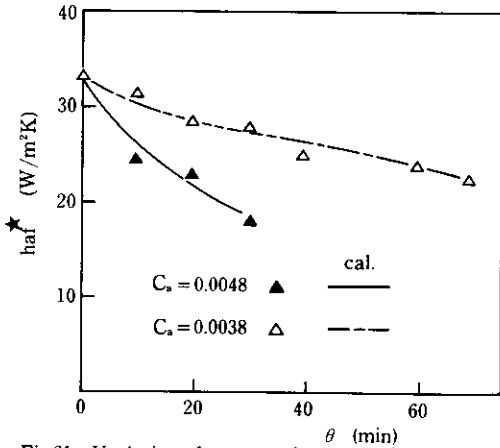


Fig.21 Variation of apparent heat transfer coefficient with time

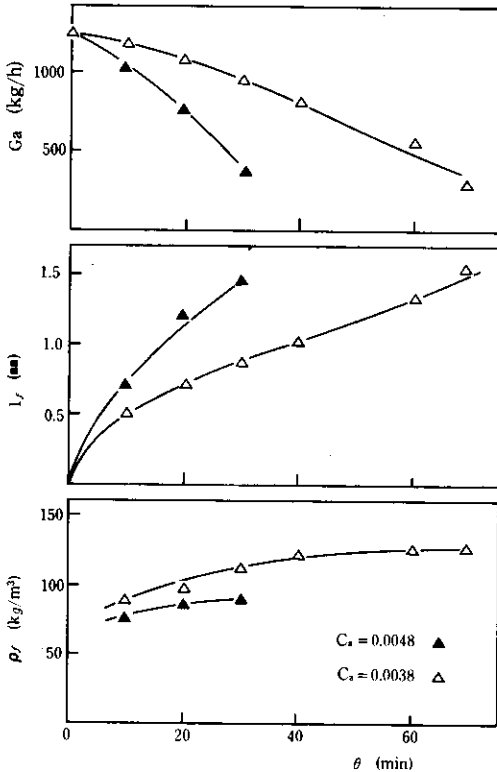


Fig.22 Variation of mass flow rate of air, frost thickness and frost density with time

$$\lambda_f = 0.059 \exp(0.0049 \rho_f) \quad (22)$$

(2)送風機回転機が一定の場合

一般に、霜層の成長にともない圧力損失が大となるため、流量一定を維持することは困難であり、実機においては送風機の特性に流量は支配される。そこで、送風機回転数を一定（初期空気流量 $G_a = 1300 \text{ kg/h}$ ）にした場合のみかけの熱伝達率、空気流量、霜層高さおよび霜層密度の時間変化を図 21, 22 に示す。霜層の成長にともなう圧力損失の増加により、空気流量はしだいに減少するため、正味の熱伝達率の増加はほとんどなく、みかけの熱伝達率は霜層の熱抵抗の増加により減少する。霜層高さの増加は、流量一定の場合よりゆるやかであり、密度の変化も小さい。着霜条件の違いとしては、当然、水蒸気濃度の高い条件ほど、霜層の成長は速く、閉塞にいたる時間は短くなる。

6. む す び

低温伝熱面に生じる着霜に対し、霜層成長の基礎、霜層成長理論および着霜をともなう熱交換器としての特性に対する取扱いについて、著者らがこれまで進めてきた研究の成果を中心に述べる。

空気を熱源としたヒートポンプ式暖房の普及とも関連し、今後さらに、着霜条件に即した熱交換器形状の最適化や着霜・除霜のサイクル運転の最適化など、着霜問題に対するよりきめ細かな対応が望まれている。

参 考 文 献

- 1) 林, 柚原, 青木: 日本機械学会論文集, 42-355, 855 (1976)
- 2) 林, 青木: 日本機械学会論文集, 43-368, 1384 (1977)
- 3) 青木, 片山, 林: 日本機械学会論文集, 48-429, 952 (1982)
- 4) 青木, 片山, 林, 安達: 日本機械学会論文集, 45-394, 869 (1979)
- 5) 青木, 服部, 柳原: 日本機械学会論文集, 51-462, 952 (1985)
- 6) 青木, 服部, 伊藤: 日本機械学会論文集, 51-469, 3048 (1985)