

複断面直線河道における流れの抵抗則に関する考察

河 原 能 久*・玉 井 信 行**

A Study on the Resistance Law of Flows in Compound Prismatic Channels

Yoshihisa KAWAHARA and Nobuyuki TAMAI

The present paper describes the effects of lateral momentum transfer on flow discharge in compound channels. A depth-averaged flow equation is solved analytically to predict apparent shear stress in the vertical interface between the main channel and the flood plain. Comparisons with experimental results revealed that under a variety of flow conditions the present method provides more reasonable results than those predicted by other empirical or theoretical formulas. The effects of shape and momentum transfer on the equivalent Manning's coefficient and correction factors for energy and momentum are quantitatively described by the present analysis.

Key words : compound channel/resistance law/apparent shear stress/lateral momentum transfer/equivalent Manning's coefficient

1. はじめに

近年、河道計画において高水敷の役割が重要視されてきている。高水敷とは築堤によって堤内地と区別された洪水氾濫原であり、本来、河床係数の大きいことに起因して造り出された治水対策用のものである。その機能は洪水の主流部を堤防から遠ざけ洪水の流れによる浸食を防ぎ堤防の安全度を高めることであるが、この高水敷の造成を堤防の強化や河川空間の高度利用を実現する手法とみなすように変化してきている。

従来の河道計画では高水敷の位置付けは第二義的であった。高水敷に対する考え方が変わり始めたのは、高度経済成長による都市化の進展によって都市の過密化が問題となり、河川構造物の治水安全度に対する向上の要請と河川空間の高度利用や親水機能に対する要求が高まってきたからである。もちろん、その背景には土工機械の発達により多量の土砂を容易に運搬し整形しうようになったこと、護岸等によって低水路の位置をある程度制御しうる技術的基盤ができてきたことも挙げられる¹⁾。

このような状況のなかで我が国の中下流の緩流河川では複断面化が急速に進められている。洪水疎通能力を高めるために高水敷を掘削し低水路を拡幅する河川や河川空間の有効利用（河川公園等）の観点から洪水流下断面を確保しうる条件内で高水敷を造成し低水路幅を狭める河川もみられるようになってきた。高水敷が有効に機能すれば複断面河道とすることの利点は極めて大きい。そのためには高水敷の造成や掘削が河道の洪水疎通能力をはじめとし河道の安定や護岸に与える影響等を事前に評価しなければならない。

本報告は河道計画上で最も重要な流量算出法、すなわち流れの抵抗則、を見直し合理的な抵抗則を得ようとするものである。また、本報告では水深、断面形状、粗度が流れの抵抗則に及ぼす影響を検討する。

2. 水深方向に平均された流れ場の解析

2.1 基礎方程式

解析対象と座標系を図-1に示す。水深方向に平均された基礎方程式は次のようである。

連続方程式

$$\frac{\partial}{\partial x}(H\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial z}(H\bar{W}) = 0 \quad (1)$$

運動量方程式

原稿受付：昭和61年3月31日

*長岡技術科学大学建設系

**東京大学工学部土木工学科

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{W} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = -g \frac{\partial}{\partial x} (y_b + H) + \frac{1}{\rho H} \frac{\partial}{\partial x} (H \bar{\tau}_{xx}) + \frac{1}{\rho H} \frac{\partial}{\partial z} (H \bar{\tau}_{xz}) - \frac{\tau_{bx}}{\rho H} \quad (2)$$

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{W}}{\partial x} + \bar{W} \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} = -g \frac{\partial}{\partial z} (y_b + H) + \frac{1}{\rho H} \frac{\partial}{\partial x} (H \bar{\tau}_{xz}) + \frac{1}{\rho H} \frac{\partial}{\partial z} (H \bar{\tau}_{zz}) - \frac{\tau_{bz}}{\rho H} \quad (3)$$

ここに、

$$\begin{aligned} H \bar{\tau}_{xx} &= \int_{y_b}^{y_b+H} \{ \tau_{xx} - \rho(U - \bar{U})^2 \} dy \\ H \bar{\tau}_{xz} &= \int_{y_b}^{y_b+H} \{ \tau_{xz} - \rho(U - \bar{U})(W - \bar{W}) \} dy \\ H \bar{\tau}_{zz} &= \int_{y_b}^{y_b+H} \{ \tau_{zz} - \rho(W - \bar{W})^2 \} dy \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 U, W ：主流方向と横断方向の流速成分、 H ：水深であり低水路では d_c 、高水数では d_p 、 y_b ：規準線から河床までの高さ、 $\tau_{xx}, \tau_{xz}, \tau_{zz}$ ：レイノルズ応力と分子粘性応力との和、 τ_{bx}, τ_{bz} ：底面剪断応力、 g ：重力加速度、 ρ ：水の密度、 S_0 ：河床勾配、上付きのバー：水深方向に平均された量を意味する。

水深方向に平均された剪断応力 ($\bar{\tau}_{xx}, \bar{\tau}_{xz}, \bar{\tau}_{zz}$) は、式(4)から明らかなように分散の効果をも含んだ量である。

上式を次の仮定のもとに簡略化する。

- (a) 流れは等流状態であり、 x 方向の変化を無視する。
- (b) 断面は左右対称な高水数を持ち、低水路と高水数は長方形である。
- (c) 流れは流下方向に平行であり、横断方向の時間平均速度はゼロである。
- (d) 壁面剪断応力は Manning の抵抗則で表現できる。

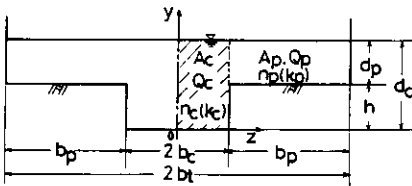


Fig. 1 Definition sketch.

(e) 水深方向に平均された剪断応力は有効粘性係数と速度勾配を用いて表すことができる。

(f) 有効粘性係数は水深と摩擦速度との積に比例する。

このとき、式(1)~(4)は次式ようになる。但し、以降では上付きのバーを省略する。

$$d(H\tau_{xx})/dz + \rho g H S_0 - \tau_{bx} = 0 \quad (5)$$

また、仮定(d)~(f)により

$$\tau_{bx} = \rho g n^2 U^2 / H^{1/3} \quad (6)$$

$$\tau_{xz} = \rho \nu_e dU/dz \quad (7)$$

$$\nu_e = c' H U_* = c H U \quad (8)$$

$$c = c' \sqrt{g} n H^{-1/6} \quad (9)$$

ここで、 n ：Manning の粗度係数、 c ：定数で 0.4 とする。基礎方程式は最終的に次式となる。

$$\frac{d^2 U^2}{dz^2} - \frac{a^2}{H^2} (U^2 - U_0^2) = 0 \quad (10)$$

但し、

$$a^2 = \frac{2n^2 g}{c H^{1/3}}, \quad U_0 = \frac{1}{n} H^{2/3} S_0^{1/2} \quad (11)$$

境界条件は次のようである。

$$z=0: dU/dz=0, \quad z=b_c: U=0 \quad (12)$$

$$z=b_c: U=U_j \quad (13)$$

$$z=b_c: d_c \cdot \tau_{xz}|_{bc=0} = d_p \cdot \tau_{xz}|_{bc=0} - h \times \frac{\rho g n_c^2 U_j^2}{((d_c + d_p)/2)^{1/3}} \quad (14)$$

式(14)は低水路と高水数との境界部における剪断応力のバランスを示すもので右辺第 2 項は低水路側壁から受ける剪断力を表す。従来の研究では低水路側壁の影響を十分には考慮しておらず、この点が本解析の特徴である。

2.2 主流速度分布及び壁面剪断応力分布

境界条件式(12)~(14)のもとに式(10)を解くと次のようになる。

(a) 低水路内の流速分布： $U_c(z)$

$$U_c^2 = U_{co}^2 + (U_j^2 - U_{co}^2) \cosh(A_{cx}) / \cosh(A_c) \quad (15)$$

(b) 高水数上の流速分布： $U_p(z)$

$$U_p^2 = U_{po}^2 + \{ (U_j^2 - U_{po}^2) \sinh(A_{px}) / \sinh(A_p) - U_{po}^2 \sinh(A_{px}) / \sinh(A_p) \} \quad (16)$$

(c) 低水路と高水数との接合部での流速： U_j

$$\begin{aligned} U_j^2 &= N_{um1} / D_{en1} \\ N_{um1} &= a_c c_c d_c \sinh(A_c) \sinh(A_p) U_{co}^2 \\ &\quad - a_p c_p d_p \cosh(A_c) (1 - \cosh(A_p)) U_{po}^2 \\ D_{en1} &= a_c c_c d_c \sinh(A_c) \sinh(A_p) \\ &\quad + a_p c_p d_p \cosh(A_c) \cosh(A_p) \\ &\quad + h f_j \cosh(A_c) \sinh(A_c) \sinh(A_p) \end{aligned} \quad (17)$$

但し、式(15)~(17)に表れる記号は以下のように定義される。また、添字 c, p はそれぞれ低水路、高水数の値であるこ

とを示す。

$$U_{co} = d_c^{2/3} S_0^{1/2} / n_c, \quad U_{po} = d_p^{2/3} S_0^{1/2} / n_p \quad (18)$$

$$\alpha_c = \sqrt{\frac{2n_c}{C}} g^{1/4} d_c^{-1/2}, \quad \alpha_p = \sqrt{\frac{2n_p}{C}} g^{1/4} d_p^{-1/2} \quad (19)$$

$$c_c = C' \sqrt{g n_c d_c^{-1/6}}, \quad c_p = C' \sqrt{g n_p d_p^{-1/6}} \quad (20)$$

$$A_c = \alpha_c b_c / d_c, \quad A_{ex} = \alpha_c z / d_c$$

$$A_p = \alpha_p b_p / d_p, \quad A_{px1} = \alpha_p (z - b_c) / d_p,$$

$$A_{px2} = \alpha_p (b_t - z) / d_p \quad (21)$$

$$f_j = 2n_c^2 g / ((d_c + d_p) / 2)^{1/3} \quad (22)$$

底面剪断応力は式(6)より、低水路側壁の剪断応力は式(14)から容易に求められる。また、高水敷側壁の剪断応力及び低水路と高水敷との境界部（鉛直分割面）に作用する平均剪断応力は式(7)、(14)から算出される。

(d) 低水路底面剪断応力分布： $\tau_{cb}(z)$

$$\tau_{cb} = \rho g n_c U_c^2 / d_c^{1/3} \quad (23)$$

(f) 低水路側面剪断応力： τ_{cs}

$$\tau_{cs} = \rho g n_c U_c^2 / ((d_c + d_p) / 2)^{1/3} \quad (24)$$

(e) 高水敷底面剪断応力分布： $\tau_{pb}(z)$

$$\tau_{pb} = \rho g n_p U_p^2 / d_p^{1/3} \quad (25)$$

(g) 高水敷側面剪断応力： τ_{ps}

$$\tau_{ps} = \rho \alpha_p c_p \{ U_j^2 + (1 - \cosh(A_p)) U_{po}^2 \} / (2 \sinh(A_p)) \quad (26)$$

(e) 接合部の剪断応力： τ_j

$$\tau_j = N_{um2} / D_{en2}$$

$$N_{um2} = \rho \alpha_p c_p \{ \alpha_c c_c d_c \sinh(A_c) [U_{co}^2 \cosh(A_p)]$$

$$+ U_{po}^2 (1 - \cosh(A_p)) \} + h f_j \cosh(A_c) (1 - \cosh(A_p)) U_{po}^2 \}$$

$$D_{en2} = 2 \{ \alpha_c c_c d_c \sinh(A_c) \sinh(A_p) + \alpha_p c_p d_p \cosh(A_c) \cosh(A_p) + h f_j \cosh(A_c) \sinh(A_p) \} \quad (27)$$

3. 鉛直分割面に作用する平均剪断応力の検討

3.1 断面分割法

複断面河道の流量算出あるいは合成粗度係数の算定には、断面分割法が用いられている。断面分割法は分割面の選び方とその面に作用する平均剪断応力の取り扱い方により次のように3つに分類できる。

第1の方法は、分割面に作用する剪断応力がほぼゼロとなる平面を採る方法であり、高水敷先端から分割平面の向かう方向と水理量との関係が必要とする²⁾。この方法は高い精度の結果を与えるが、その平面を一般的な場合について求めることは流れの場を解くことに他ならずかなり困難である。

第2の方法は、分割面を固定し（多くの場合鉛直あるいは水平）、その面に作用する剪断応力を低水路の壁面剪断応力と等しくするかあるいはゼロとする方法である。従来よく使用されてきたものである。しかし、この方法は分割面の剪断応力を適切に評価しないため広い範囲の水深に対して精度の良い値を与えることができない³⁾。

そこで第2の方法を改良するものとして第3の方法が

Table-1 Formulas for apparent shear stress at vertical interface.

Proposer	Formulas	Abbreviation
Köneman 13)	$\tau_j = c_k \eta h / d_p, c_k = 2$ * 1)	Kō
Evers 13)	$\tau_j = 2c_e \rho (U_{co} - U_{po})^2, c_e = 0.01$	Ev
Nicollet 11)	$\tau_j = \frac{\rho g A_c S_0}{d_p} (1 - f), r = R_p / R_c$ $f = \begin{cases} \omega_c = 0.81 (n_c / n_p)^{1/3}, r > 0.3 \\ \frac{1 - \omega_c}{2} \cos(\frac{\pi r}{0.3}) + \frac{1 + \omega_c}{2}, 0 < r < 0.3 \end{cases}$	Ni
Rajaratnam 14)	$\tau_j = c_r \rho g d_p S_0 [(d_c / d_p) - 1]^2, c_r = 0.15$	Ra
Public Works Research Institute 15)	$\tau_j = c_{do} \rho (U_c - U_p)^2, c_{do} = 0.04$ * 2)	Do
Baird 16)	$\tau_j = \rho g d_p S_0 \{ (d_c / d_p) - \psi \}^{1.5} (b_c / h)^{0.5} [0.5 + 0.3 \ln(b_p / h)]$ $\psi = 1 + 1.5 (h / b_c)^{1.25}$	Ba
Knight 6), 7)	$\tau_j = \frac{2 \rho g A_t S_0}{d_p} \left[\frac{0.5}{(a-1)\beta+1} - \frac{1-r}{2} \right]$ $r = 0.48 (a-0.8)^{0.289} (2\beta)^{1/n} (1 + 0.443 \beta^{1/2} \ln \gamma)$ $n = 0.75 e^{0.38a}, a = b_t / b_c, \beta = d_p / d_c, \gamma = n_p / n_c$	Kn
Takahashi 17)	$\tau_j = \frac{\rho}{2} \frac{\alpha_c c_c \alpha_p c_p \sinh A_c [U_{po}^2 + (U_{co}^2 - U_{po}^2) \cosh A_p]}{(\alpha_c c_c \sinh A_c \sinh A_p + \alpha_p c_p \cosh A_c \cosh A_p)}$	Ta
Conventional-I	$\tau_j = 0$	Conv-1
Conventional-II	$\tau_j = \rho g A_c S_0 / (b_c + d_c)$	Conv-2

* 1) η : mean wall stress along total perimeter

* 2) U_c, U_p : mean velocities to be solved simultaneously

検討されてきている。この方法は、分割面を鉛直に固定しその面に作用する剪断応力を他の水理量で表現し低水路と高水敷の流れの相互干渉を考慮しようとする方法である。最近の研究ではこの剪断応力と水理条件との関係を実験的に検討するものが多い。本研究は前章で示したように剪断応力を理論的に導出するが、断面分割法としてはこの範ちゅうに属する。

3.2 鉛直分割面に作用する平均剪断応力の挙動

次元解析によれば、鉛直分割面に作用する平均剪断応力 (τ_j) は次のような無次元数の関数として表される。

$$\tau_j = f(Re, Fr, So, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5) \quad (28)$$

ここに、 k を粗度高さとする

$$\begin{aligned} \pi_1 &= b_l/b_c, \pi_2 = d_p/dc, \pi_3 = k_p/k_c, \pi_4 = b_c/h, \\ \pi_5 &= k_c/h \end{aligned} \quad (29)$$

である。

最近、それらの無次元量の剪断応力 (τ_j) に及ぼす影響が実験的に検討され始めた。以下では、これまでに実験的あるいは経験的に知られている剪断応力の挙動を整理する。ただし、剪断応力の測定精度は不詳である。

Myers⁴⁾は水深比 (π_2) に着目し、分割面の剪断応力が高水敷上水深の増加とともに急激に減少することを明らかにした。また、Wormleaton et al.⁵⁾は水深比 (π_2)、粗度係数比 (π_3 のかわり) の影響を調べ、分割面の剪断応力が、高水敷上の水深が増すにつれて減少すること、同じ水深に対しては高水敷の粗度の増加とともに大きくなることを示した。さらに、Noutsopoulos-Hadjipanos³⁾とKnight et al.^{6,7)}の実験結果は水深比 (π_2)、幅比 (π_1) の影響として、高水敷上の水深が増えとともに剪断応力が急激に減少すること、及び実験範囲内では高水敷幅が増加すると剪断応力は殆ど一定かやや大きくなることを示している。高水敷幅と低水路幅との比が小さくなると高水敷幅の影響は水深により異なり複雑である。異なる河床勾配に対する剪断応力を次式で示される二次元流れの時の低水路底面剪断応力で無次元化するとほぼ同一の値となる。

$$\tau_{co} = \rho g d_c S_o \quad (30)$$

実験結果から得られた知見をまとめると、二次元流れの時の低水路底面剪断応力で無次元化した剪断応力は主に水深比と粗度係数比に依存すると考えられる。但し、レイノルズ数やフルード数の影響については以上の実験結果からは明かではなく、今後の検討を必要とする。

一方、低水路幅、高水敷幅の影響として経験的に次のことを期待することができる。河幅が水深に対して十分大きい場合、低水路内と高水敷上の流れとの相互干渉の効果は河道全幅に及ぶのではなく、境界部近くに限られ

る。すなわち、このような場合には鉛直分割面の剪断応力は低水路幅と高水敷幅とは依存しない。

3.3 平均剪断応力の評価式の比較

最近、鉛直分割面に作用する平均剪断応力の評価式が提案されてきている。その中には実験式と半理論式とがある。限られた条件の中では、実験式の方が精度の高い結果を与えることが考えられる。それは、現状の半理論式では剪断応力の有効粘性係数表現に限界があることや2次流の影響を考慮できていないことによる。そこで、ここでは幾つかの剪断応力 (τ_j) の算定式を比較し最も妥当なものを選定する。

比較の対象とする剪断応力の評価式を表-1に整理する。以降の計算における表-1中の定数については、それと水理条件との関係が不明なため一定値とする。

図-2は、前節で述べた Wormleaton et al.⁵⁾の実験に

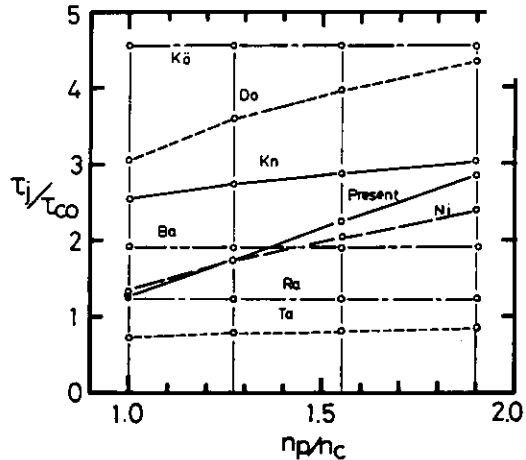


Fig. 2 Apparent shear stress versus relative roughness for Wormleaton's data⁵⁾.

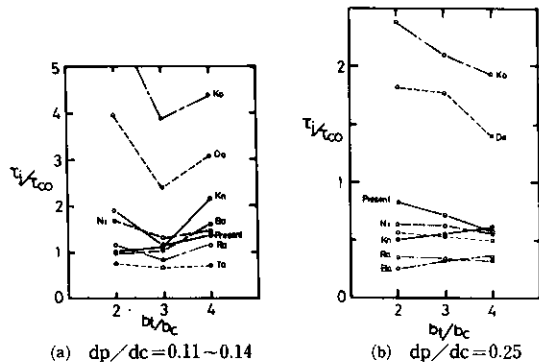


Fig. 3 Apparent shear stress versus relative width for Knight's data⁶⁾.

対応するもので、高水敷の粗度係数を増加させた場合の剪断応力の計算結果を示している。式の形から明らかに、Köneman, Baird, Rajaratnam の各式は従来の方法 (Conv-2) と同様に高水敷の粗度係数の変化には影響を受けない。他のすべての評価式は高水敷粗度係数の大きさが増すにつれ大きな剪断応力を与える。この傾向は前節で述べた実験結果と一致する。

図-3は Knight-Demetriou⁹⁾の実験に対応し、高水敷幅の変化の影響を調べたものである。図(a), (b)はそれぞれ水深比 (dp/dc) が 0.11~0.14, 0.25 の場合である。図(a)より Knight の実験式と同じ傾向を示す評価式は Baird のもののみで、他の式は幅比 (bt/bc) が 3 のときに最小の値を算出していることがわかる。図(b)においても Knight の式と Baird の式は同様の傾向を示し、幅比が増加するにつれ大きな剪断応力を与える。他のすべての式は反対の傾向をみせている。この差異の原因は定かでない。どちらが妥当かについては今後の精度の保証された実験結果に期待したい。

剪断応力に及ぼす河床勾配の影響について検討した。その結果、2次元流れの場合の低水路底面剪断応力で無次元化された分割面の剪断応力は実験式を含めていずれの評価式においても河床勾配には依存しないことが知られた。

これらのことより、無次元化された剪断応力が河床勾配には無関係であり、高水敷粗度係数が大きくなるにつれ増加するという定性的な傾向をいくつかの評価式が表現できることがわかった。

図-4は、同じく Knight-Demetriou⁹⁾による剪断応力の実験値と諸式による計算結果とを比較したものである。図の横軸は高水敷上の水深と低水路内のそれとの比を表している。図中の黒丸印が実験値を示す。なお、この実験では水深とともに、Manning の粗度係数が変化している。Knight 等の実験式の結果が実験値とやや異なるのは、実験式の近似の精度と実験式を導く際に粗度係数の変化を考慮しなかったことによると思われる。同図より次のことが知られる。従来の方法 (Conv-2) の値を使うと、剪断応力の実験値は水深が小さいとき低水路の平均底面剪断応力の約 4 倍である。Evers, Köneman, 土研の式は実験値より大きな値を算出するが、水深の増加に伴う無次元の剪断応力の減少傾向についてはその傾向を表現している。Baird, Rajaratnam の式は実験値より小さい値を与える。Baird の式は水深比が 0.335 までしか計算できない。高橋の式では水深変化に対する剪断応力の変化を再現できない。低水路側壁の効果を取り入れた本研究の方法は水深変化に伴う変化をかなり良く表現

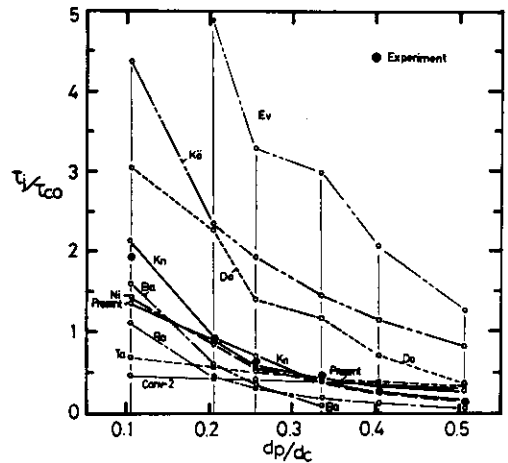


Fig. 4 Apparent shear stress versus relative depth for Knight's data⁹⁾.

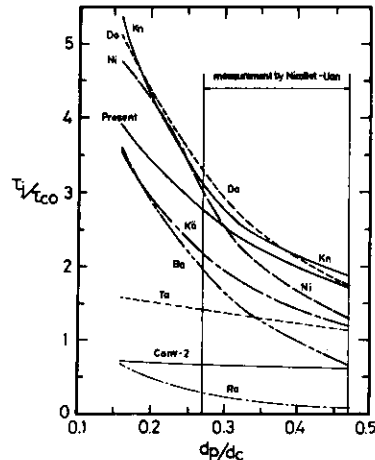


Fig. 5 Apparent shear stress versus relative depth for Nicollet's data¹⁰⁾.

できるものとなっている。Nicollet の式は、水深がある値以上では実験値をよく説明する。

次に、Nicollet の式と他の評価式とを比較してみる。Nicollet の式は大規模の水路において水深、河幅、粗度、低水路側壁の勾配、河床勾配を変化させた実験結果に基づくものである。評価式をレイノルズ数が大きい河川の洪水に適用しうかどうかの判定に役立つと考えられる。図-5は Nicollet 等の実験範囲内の水理条件、低水路幅 50 m, 高水敷幅 75 m, 高水敷高さ 8 m, 低水路と高水敷の粗度係数はそれぞれ 0.021, 0.043, 河床勾配 1/1000 で計算したものである。但し、横軸の水深比が 0.27~0.47 が測定範囲である。本研究の式、Baird, Knight, 土研の式がほぼ妥当な値を与えている。Köneman の式は剪

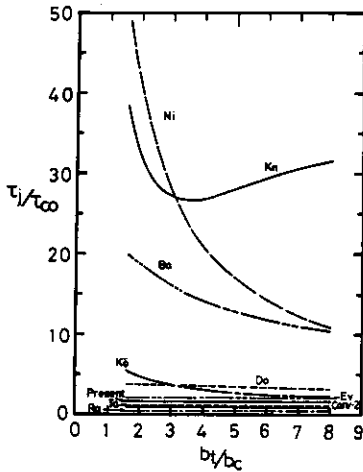


Fig. 6 Apparent shear stress versus flood plain Width for channel With large width-depth ratio.

断応力の水深に対する減少傾向を表現しているものの計算値は小さい。一方、高橋、従来の方法 (conv-2), Rajaratnam の式は断応力の大きさも水深変化に伴う傾向をも表せていない。なお、Evers の式は不合理な程大きな値を算出するため削除されている。

これまでの結果から次のことが言える。実験式のうちで定量的にも良好な結果を与えるものは、Nicollet, Knight の式である。一方、半理論式では本研究、土研の式が実験値を説明する。

前述の実験ではいずれも河幅・水深比が小さくその値も同程度である。そこで次に、低水路幅と高水敷幅がともに大きい場合を考えることとする。前述のように、この場合、低水路幅と高水敷幅を変化させても断応力は殆ど変化しないと考えられる。

高水敷幅 300 m, 高水敷高さ 4 m, 低水路の粗度係数 0.03, 高水敷の粗度係数 0.04, 河床勾配 1/3000 と一定にし、低水路幅のみ変化させた場合の結果を図-6 に示す。Nicollet, Knight, Baird の式による断応力は過大な値を与えるとともに、低水路幅の変化に伴い大きく変動する。従って、これらの式を河幅の広い河川に適用することはできない。Köneman, 土研の式も低水路幅が増すにつれやや減少する傾向を有している。他の式には変化がない。

他の条件をそのままとし低水路幅を 200 m と定め高水敷幅のみを変えて計算した。その結果の図は略すが、前図と同様に Knight, Baird の式による断応力を過大であり高水敷幅の増加とともに大きな値を算出する傾向を示した。Nicollet の式による断応力値は過大であったが高水敷幅の増加に伴う変化は、僅かとなった。また、

Köneman の式は、他の式と異なり高水敷幅が増えるにつれ減少した。

以上の結果より、鉛直分割面に作用する剪断応力の評価式について次のようにまとめられる。

- (a) 広範囲の水利条件に対して適用可能な算定式は本研究、土研の式である。剪断応力の概略値を求める場合にはこれらの式を用いるのが良い。
- (b) 本研究の式は高水敷上の水深が小さい範囲では剪断応力を過少評価する傾向をもつ。一方、土研の式は水利条件によっては大きめの値を出す。
- (c) 河幅・水深比の小さい条件下では、Nicollet, Knight の式が最も正確な剪断応力を算出する。

4. 断面分割法による水利諸量の算出

4.1 全断面流量の算出

この節では、第3章で検討した鉛直分割面に作用する剪断応力を考慮した全断面流量の算定方法を導出する。対称断面のうちの半分のみを考える。このとき基礎式は以下のものである。

連続方程式

$$Q_t = Q_c + Q_p \quad (31)$$

運動量方程式

$$P_c \tau_c + d_p \tau_j = \rho g A_c S_o \quad (32)$$

$$P_p \tau_p - d_p \tau_j = \rho g A_p S_o \quad (33)$$

あるいは

$$P_c \tau_c + P_p \tau_p = \rho g A_t S_o \quad (34)$$

ここで、 Q : 流量、 A : 流水断面面積、 P : 潤辺、 d : 水深、添字 t, c, p, j はそれぞれ全断面、低水路、高水敷、鉛直分割面での量であることを示す。

また、壁面剪断応力、及び径深は次のように表される。

$$\tau_c = \rho g n_c^2 U_c^2 / R_c^{1/3}, \quad \tau_p = \rho g n_p^2 U_p^2 / R_p^{1/3} \quad (35)$$

$$R_c = A_c (b_c + H), \quad R_p = A_p / (b_p + d_p) \quad (36)$$

ここに、 U : 分割面平均流速、 n : Manning の粗度係数、 b : 幅、 H : 高水敷高さである。

式(35), (36)を用いて式(32), (33)を変形すると

$$U_c = \omega_c R_c^{2/3} S_o^{1/2} / n_c, \quad \omega_c = \sqrt{1 - d_p \tau_j / \rho g A_c S_o} \quad (37)$$

$$U_p = \omega_p R_p^{2/3} S_o^{1/2} / n_p, \quad \omega_p = \sqrt{1 + d_p \tau_j / \rho g A_p S_o} \quad (38)$$

となる。

式(37), (38)から明らかなように、 ω_c , ω_p は低水路内の流れと高水敷上の流れとの相互干渉の影響を表す係数である。式(31)を用いれば ω_c と ω_p の関係式として次式が得られる。

$$\omega_p = \sqrt{A_p^2 + A_p A_c (1 - \omega_c^2)} / A_p \quad (39)$$

全断面流量は、分割面での剪断応力 (τ_j) あるいは ω_c , ω_p のいずれか一方を知ることができれば、式 37, 38 を通し算出される。また、低水路流量と高水数流量との比 (η) は

$$\eta = \frac{Q_c}{Q_p} = \frac{n_p}{n_c} \frac{A_c \omega_c}{\sqrt{A_p^2 + A_p A_c (1 - \omega_c^2)}} \left(\frac{R_c}{R_p} \right)^{2/3} \quad (40)$$

これを用いれば全断面流量は次のように表される。

$$Q = (1 + \eta) Q_p \quad (41)$$

なお、式 37, 38 を用いると、従来の研究における低水路内の流れと高水数上の流れとの相互干渉の影響の取り扱い方を整理することができる。第 1 の方法は、径深の中に係数 ω を含めて考えるもので径深が変化し、エネルギー勾配は同一であるとするものである。従来の断面分割法はこれに属する。第 2 の方法は、径深は変化せずエネルギー勾配が影響を受け、低水路と高水数の有効なエネルギー勾配がそれぞれ ω_c^2 , ω_p^2 倍になると考えるものである⁸⁾。第 3 の方法は、係数 ω を径深やエネルギー勾配と分離し、同一の形状、水深、粗度、河床勾配をもつ単断面開水路流れにおける流量あるいは断面平均流速と比較して考える方法である^{9), 10), 11)}。すなわち、単断面流れでは平均流速、径深は次式で表される。

$$U_c' = R_c'^{2/3} S_o^{1/2} / n_c, \quad U_p' = R_p'^{2/3} S_o^{1/2} / n_p \quad (42)$$

$$R_c' = A_c / (b_c + H + d_p), \quad R_p' = A_p / (b_p + 2d_p) \quad (43)$$

ここで、プライムは単断面の値であることを意味する。複断面の流れとの比をとると

$$\frac{U_c}{U_c'} = \omega_c \left(\frac{R_c}{R_c'} \right)^{2/3} = \omega_c \left(\frac{b_c + H + d_p}{b_c + H} \right)^{2/3} \approx \omega_c$$

$$\frac{U_p}{U_p'} = \omega_p \left(\frac{b_p + 2d_p}{b_p + d_p} \right)^{2/3} \approx \omega_p$$

等式の最後の近似は低水路幅と高水数幅が高水数上の水深に比べて十分大きい場合に成り立つ。

4.2 合成粗度係数の算出

この節では、洪水の一次元解析を行う上で不可欠な合成粗度係数の算出を行う。また、種々の水理条件の変化に対し、合成粗度係数がどのような影響を受けるかについて調べてみる。剪断応力の計算については特にことわらない限り本研究の式を使用するものとする。

合成粗度係数は連続方程式から次式のように求められる。

$$n_t = \frac{A_t R_t^{2/3}}{\omega_c A_c R_c^{2/3} / n_c + \omega_p A_p R_p^{2/3} / n_p} \quad (45)$$

ただし、全断面に対する径深は以下のものである。

$$R_t = A_t / (b_t + d_c) \quad (46)$$

なお、合成粗度係数の算出方法には井田のもの¹²⁾があるが、そこでは径深の定義が異なり断面形の影響を既に入れていること、横断方向の運動量交換を考慮していないことによりここでは採り挙げない。

合成粗度係数については 2通りの場合を検討する。第 1 は、河川のように河幅が水深に比べて十分大きな場合である。そのような条件では合成粗度係数は鉛直分割面の剪断応力の大きさからよりもむしろ水深や断面形状、粗度係数によって決ってくる。このときの基本的な計算条件を低水路幅 200 m, 高水数幅 300 m, 低水路内水深

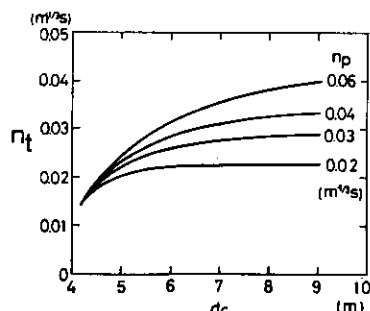


Fig. 7 Equivalent Manning's coefficient versus main channel depth (channel with large width-depth ratio).

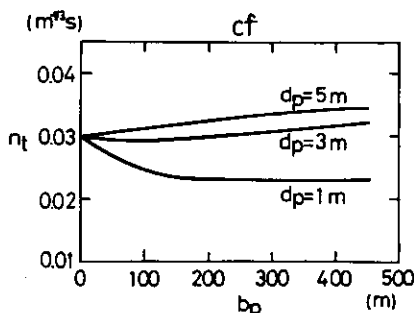


Fig. 8 Equivalent Manning's coefficient versus flood plain width (channel with large width-depth ratio).

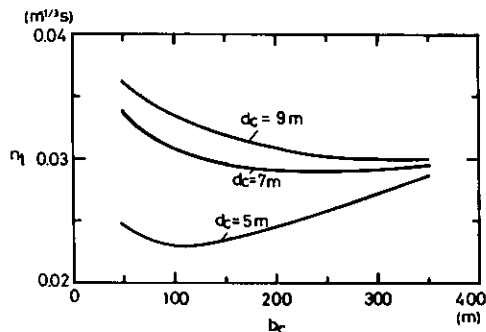


Fig. 9 Equivalent Manning's coefficient versus main channel width (channel with large width-depth ratio).

5.0 m, 高水敷高さ 4 m, 低水路粗度係数 0.03, 高水敷粗度係数 0.04, 河床勾配 1/3000 とする。これらの水理量のうち 1 つだけを変化させ、その合成粗度係数に及ぼす影響を検討する。第 2 では河幅・水深比が小さい場合を対象とする。計算条件は低水路幅 50 m, 高水敷幅 50 m, 高水敷高さ 5 m, 低水路粗度係数 0.03, 高水敷粗度係数 0.05, 河床勾配 1/1000 とする。低水路内と高水敷上の流れの相互干渉が水深や断面形状等の他に影響してくる。従来の方法 (Conv-1) との比較を通して合成粗度係数に与える水理量の影響を考える。

まず第 1 の場合について述べる。図-7 は合成粗度係数と水深との関係を調べたものである。高水敷上の水深が小さい時には径深が小さくなるため合成粗度係数の値はかなり小さくなる。水深の増加に伴い合成粗度係数はある値に近づいていく。一般には高水敷の粗度係数の方が低水路の値に比べて大きいので、合成粗度係数は水深とともに増加する。このことは大洪水時の粗度係数が中・小洪水時のそれより大きいことを意味している。また、その程度は高水敷の粗度係数が大きいほど顕著である。

図-8 は、河道半幅を 400 m として低水路の幅を変えた場合の結果である。他の条件は基本条件と同じである。高水敷の造成による低水路幅の減少あるいは低水路の拡幅に相当する。高水敷上の水深が小さい場合には合成粗度係数が最小となる低水路幅が存在する。このような条件にある河道の低水路を拡幅するとかえって合成粗度係数が大きくなる場合がある。高水敷上の水深が増すとこの傾向はみられなくなり、合成粗度係数は低水路幅の増加に伴い大きくなる。

計算条件のうち高水敷幅のみを変えると合成粗度係数は図-9 に示すように変化する。引堤により高水敷幅を増やすことに対応している。高水敷上の水深が小さい範囲では、高水敷幅が増加すると合成粗度係数は小さくなる。しかし、水深が大きくなるにつれて合成粗度係数は増加する。

次に、第 2 の場合について示す。なお、土研の方法と本研究の方法とは殆ど同じ値を与える。図-10 は合成粗度係数と水深との関係をみたものである。図中には本研究の方法との比較のため従来の方法 (Conv-1) をも記入してある。図中の 2 つの方法の差が低水路と高水敷との運動量交換の影響と考えられる。高水敷の粗度係数が大きいほどその影響が顕著である。従来の方法 (Conv-1) が小さい粗度係数値を与えることは注意すべきことである。中規模の洪水に対して従来法を適用して求めた合成粗度係数は、水深の影響の他に計算手法の誤差により、大洪水時の合成粗度係数より小さくなる。

図-11 に河道幅を一定として低水路幅を変化させた場

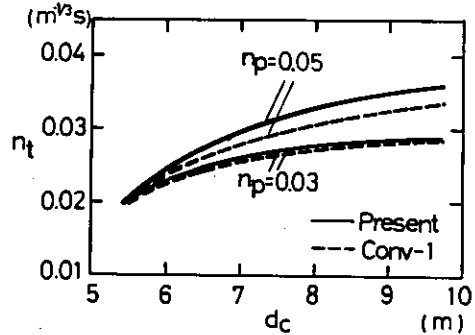


Fig. 10 Equivalent Manning's coefficient versus main.

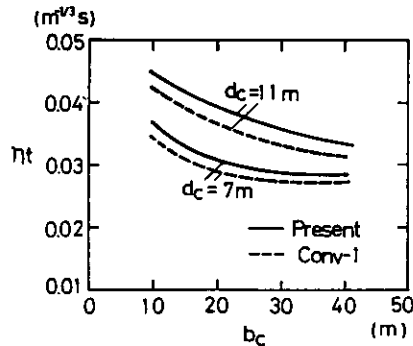


Fig. 11 Equivalent Manning's coefficient versus flood plain width (channel with small width-depth ratio).

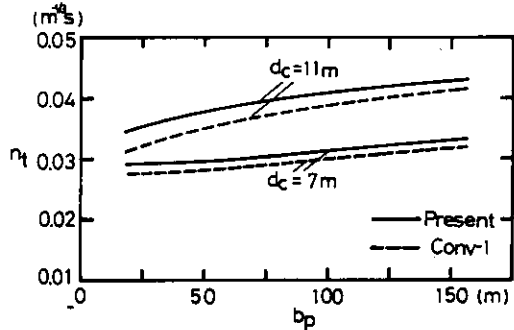


Fig. 12 Equivalent Manning's coefficient versus main channel width (channel with small width-depth ratio).

合の結果を表す。低水路幅が大きくなるにつれて合成粗度係数が減少する。低水路を 20 m から 30 m に広げて影響と計算手法による差異が同程度である。

図-12 では高水敷幅のみを変化させている。高水敷幅が大きくなるにつれ、また、高水敷上の水深が増すにつれ、合成粗度係数が増加する傾向は第 1 の場合と同じである。高水敷幅が増えるにつれ、運動量交換の影響は一

定に近づく。

4.3 エネルギー補正係数、運動量補正係数の算出

この節では洪水の1次元解析を行う上で合成粗度係数とともに必要なエネルギー補正係数と運動量補正係数を算出する。前節と同じように河幅・水深比が大きい場合と小さい場合とを計算する。

エネルギー補正係数は前述の低水路流量と高水数流量との比(η)を用いると以下のように表される。

$$\alpha_t = \frac{a_c A_c U_c^3 + a_p A_p U_p^3}{A_t U_t^3} \\ = \left(\frac{a_c}{A_c^2} \eta^3 + \frac{a_p}{A_p^2} \right) \frac{A_t^2}{(1+\eta)^3} \quad (46)$$

また、運動量補正係数も同様にして次式のようになる。

$$\beta_t = \frac{\beta_c A_c U_c^2 + \beta_p A_p U_p^2}{A_t U_t^2} = \left(\frac{\beta_c}{A_c} \eta^2 + \frac{\beta_p}{A_p} \right) \frac{A_t}{(1+\eta)^2} \quad (47)$$

以下の計算では、低水路と高水数のエネルギー補正係数(a_c, a_p)、運動量補正係数(β_c, β_p)は1.0とする。なお、補正係数をより精度良く見積ることは第2章で述べた流速分布を積分することにより行うことができる。

図-13は前節の第1の場合に対応するエネルギー補正係数、運動量補正係数の結果である。本研究の方法、従来の方法(Conv-1)、土研の方法も殆ど同じ値となる。2つの補正係数とも高水数上の水深が大きくなるにつれ一度増加し最大値を示した後減少していく。エネルギー補正係数は1.7近くまで、運動量補正係数は1.25程度まで大きくなる。補断面河道の洪水追跡においてこれらの補正係数の1.0あるいは1.1からのずれは大きい影響を与えるものと考えられる。

図-14は前節の第2の場合に対するエネルギー補正係数、運動量補正係数の結果である。図中には、従来の方法(Conv-1)、土研の式の結果をも示してある。低水路流れと高水数流れとの相互作用を考慮した本研究の方法と土研の方法とはほぼ同じ値を与える。これに対し、運動量の交換を無視している従来の方法(Conv-1)ではエネルギー補正係数、運動量補正係数を過大に評価し、特に、高水数上の水深が大きくなってなかなか減しない。河幅が水深に比べ十分大きくない場合には、運動量交換がエネルギー補正係数、運動量補正係数に大きく影響することがわかる。

5. 結 論

補断面河道における洪水流の解析に必要な合成粗度係数、エネルギー補正係数、運動量補正係数を算出する方法について検討し、以下の結果を得た。

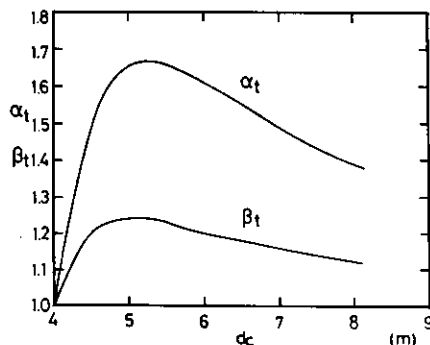


Fig. 13 Correction factors for energy and momentum versus main channel depth (channel with large width-depth ratio).

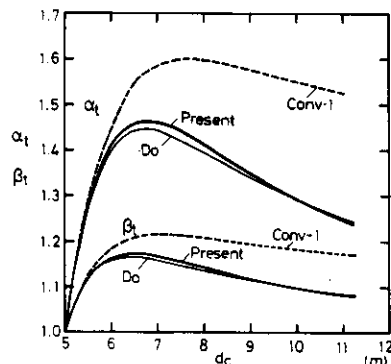


Fig. 14 Correction factors for energy and momentum versus main channel depth (channel with small width-depth ratio).

- (1) 水深方向に平均した速度分布を解析的に導いた、これにより、境界部の鉛直断面に作用する平均剪断応力を得た。
- (2) その平均剪断応力の算定式が河幅・水深比の大きい場合にも小さい場合にも妥当な値を算出することを確認した。
- (3) その剪断応力の算定式を用いて合成粗度係数、エネルギー補正係数、運動補正係数を河幅・水深比が大きい場合と小さい場合について求めた。特に、水深、低水路幅、高水数幅の変化が合成粗度係数に及ぼす効果を検討した。
- (4) 河幅・水深比の小さい場合には、低水路流れ高水数流れとの運動量交換が合成粗度係数、エネルギー補正係数、運動量補正係数に大きな影響を与えることを示した。

あ と が き

本研究は河原が東京大学工学部土木工学部応用水理研究室に文部省内地研究員として滞在した期間(1985.5~1986.2)に行われたものの一部である。長期間の不在を認めて頂いた長岡技術科学大学建設系後藤 巖教授、早川典生教授をはじめとする教職員、研究室のメンバーに感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 山本晃一・末次忠司・桐生祝男(1985):高水敷の造成に伴う河道計画に関する二、三の考察,土木技術資料, vol. 27, No. 12, 9-14.
- 2) Yen, C. L. and Overton, D. E. (1973): Shape effects on resistance in flood-plain channels, J. Hy. Div., ASCE, vol. 99, No. HY1, 219-238.
- 3) Noutsopoulos, G. and Hadjipanios, P. (1983): Discharge computation in compound channels, Proc., 20th Intl. Congress, IAHR, Moscow, 173-180.
- 4) Myers, W. R. C. (1978): Momentum Transfer in a compound channel, J. Hydraulic Research, IAHR, vol. 16, No. 2, 139-150.
- 5) Wormleaton, P. Q., Allen, J. and Hadjipanios, P. (1982): Discharge assessment in compound channel flow, J. Hy. Div., ASCE, vol. 108, No. 9, 975-993.
- 6) Knight, D. W. and Demetriou, J. D. (1983): Flood plain and main channel flow interaction, J. Hy. Div., ASCE, vol. 102, No. HY8, 1073-1091.
- 7) Knight, D. W. and Hamed, M. E. (1984): Boundary shear in symmetrical compound channels, J. Hy. Div., ASCE, vol. 110, No. HY10, 1412-1430.
- 8) 玉井信行・河原能久(1981):複断面開水路流れの特性と抵抗則に関する研究,第25回水理講演会論文集, 113-118.
- 9) Zheleznyakov, F. V. (1971): Interaction of channel and floodplain streams, Proc., 14th Intl. Congress, IAHR, Paris, 144-148.
- 10) Myers, W. R. C. and Elsayy, E. M. (1975): Boundary shear in channel with flood plain, J. Hy. Div., ASCE, vol. 101, No. Hy7, 933-946.
- 11) Nicollet, G. and Uan, M. (1979): Ecoulements permanents a surface libre en lits composes, La Houille Blanche, 1, 19-30.
- 12) 井田至春(1960):広幅開水路の定常流一断面形の影響について,土木学会論文集,第69号,別冊3-2,1-18.
- 13) Ogink, H. J. M. (1985): The effective viscosity coefficient in 2-D depth averaged flow models, Proc., 21th Intl. Congress, IAHR, Melbourne, 474-479.
- 14) Rajaratnam, N. and Ahmadi, R. M. (1981). Hydraulics of channels with flood-plains, J. Hydraulic Research, IAHR, vol. 19, No. 1, 43-59.
- 15) 建設省土木研究所河川研究室(1983):利根川・江戸川の河道粗度係数について,土木研究資料,第1943号.
- 16) Pasche, E. and Rouve, G. (1985): Overbank flow with vegetatively roughened flood plains, J. Hy. Eng., ASCE, vol. 111, No. 9, 1262-1278.
- 17) 高橋保(1971):河道における洪水流の特性に関する研究,京都大学学位論文.