

IIR 楕円形デジタルフィルタにおける 利得定数の推定と分配について

吉 川 敏 則*・小 黒 剛 成*

On the Estimation and Distribution of Gain Constant for IIR Digital Elliptic Filters

Toshinori Yoshikawa, Yoshinari Oguro

Owing to the rapid development of LSI technology in recent years, it has become easy to realize digital filters with custom LSIs. Presently, most digital filters are realized using fixed-point arithmetic. Because fixed-point arithmetic has a narrow dynamic range, it is important to suppress overflow. Moreover, the multiplier is a large circuit component in digital filters. If we choose an IIR digital filter for amplitude characteristic realization, the filter order may be low and the circuit scale could be reduced. The elliptic type filter is the most common type of IIR digital filter. Therefore, we will consider a digital elliptic filter with fixed-point arithmetic in this paper.

First, in designing the digital filters, it is important to know the dynamic range required in implementation. The gain constant of a digital filter is important when estimating the required dynamic range. Next, in cascade form digital filters, the gain constant has to be distributed to each second-order section to prevent overflow under operation.

In this paper, we show a simple method of estimating the gain constant from filter designing parameters; filter order, pass band ripple, pass band edge frequency and transition band width. And we confirm the effectiveness of the method. Next, we show a simple and high precision method to distribute the gain constant to each second-order section.

Key words: IIR digital filter/gain constant/estimation method/distribution method/cascade form.

1. ま え が き

近年、デジタル技術の急速な発展によりデジタルフィルタの専用ハードウェアによる構成が容易に実現できるようになっている。しかし、実現時に入出力信号、途中計算結果などはダイナミックレンジによって制約を受けるため、ダイナミックレンジをいかに広くとるかが重要な問題になる。フィルタ内の演算において浮動小数点方式を用いればダイナミックレンジを広くとることができる。その反面、演算回路の複雑化や、演算速度が遅くなるなどの問題が生じる。このような理由から、ダイナミックレンジは狭いが、リアルタイム処理に適している固定小数点方式が多く使われているのが現状である。

まず、フィルタ設計時には、フィルタのダイナミックレンジがどの程度必要であるかが問題になる。そこ

で、フィルタのダイナミックレンジを予測するために重要な役割を果たす利得定数を考察する^{1)~3)}。この利得定数の値からフィルタのダイナミックレンジをある程度予測することができる。つぎに、一般的な縦続形構成の場合、フィルタ実現時におけるオーバーフロー回避の問題から、前述の利得定数を各二次区間に分配する必要がある⁴⁾。

本論文では、利得定数をフィルタ設計時に容易に推定するための方法を示す。フィルタの実現時にこの利得定数を各二次区間に比較的簡単にかつ高速に分配する方法についても示す。

2. 準 備

利得定数は、フィルタの通過域内の損失を決める定数である。一般に、フィルタの通過域内の損失は $0[dB]$ であることが望ましいので、利得定数はそのように選ばれる。

例えば、図1に示すように最終段に利得定数乗算器

原稿受付：昭和63年3月26日

*長岡技術科学大学電気系

がある6次低域通過形フィルタの縦続形構成において、このフィルタに絶対値1以下の信号が入力された場合、各二次区間の出力点における信号値は図2に示されるように、入力信号は各二次区間を通る毎に増幅される。そこで、利得定数乗算器によりこの信号を制限することで所望の応答を得る。よって、フィルタで取り扱う信号の最大値はほぼ利得定数の逆数の値であると予測できる。また、図2より、フィルタ全体の出力では、通過域における伝送量の上限が0に制限されていることがわかる。

以下では、IIR デジタルフィルタのなかで最も多く使用されている楕円形（連立チェビシェフ形）を対象とする。また、フィルタの構成法は一般的な縦続形とする。

IIR 楕円形デジタルフィルタの設計には、既に公開されているプログラムを用いた⁵⁾。このプログラムにおいて設計に必要なパラメータは、フィルタ次数 (N)、通過域リップル幅 ($DBp[dB]$)、通過域端周波数 (fp)、更に遷移域幅 (Wtr) あるいは阻止域減衰量 ($DBs[dB]$) のいずれか一方を含む四つである。但し、周波数は規格化されているものとする。また、通過域リップル幅 DBp は通過域伝送量の上限が0、下限が $-DBp$ を表す。

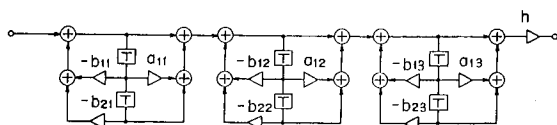


Fig. 1 Cascade form of the 6th order IIR digital filter.

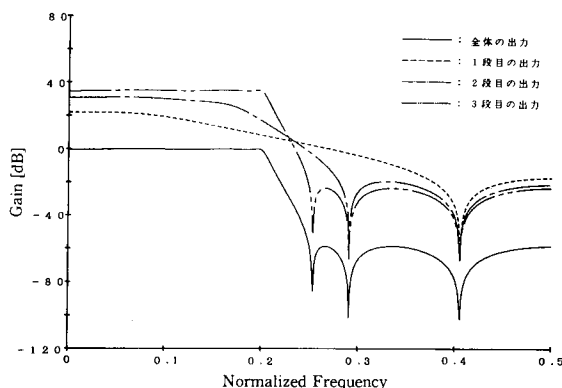


Fig. 2 Frequency responses of the 6th order IIR digital filter.

一般に、伝達関数 $H(Z)$ は次式で表せる。

$$H(Z) = h \prod_{i=1}^K \{(1 + a_{1i}Z^{-1} + Z^{-2}) / (1 + b_{1i}Z^{-1} + b_{2i}Z^{-2})\} \quad (1)$$

但し、 h は利得定数を表す。

また、乗算係数 a_{1i} , b_{1i} , b_{2i} は次式の範囲に制限される。

$$-2 \leq a_{1i} \leq 2 \quad (1 \leq i \leq K) \quad (2)$$

$$-2 < b_{1i} < 2 \quad (1 \leq i \leq K) \quad (3)$$

$$0 \leq b_{2i} < 1 \quad (1 \leq i \leq K) \quad (4)$$

ここで、フィルタ次数が奇数の場合、 $i = K$ における分母および分子の Z^{-2} の項は0とする。以下で取り上げるフィルタの伝達関数は、全て式(1)で定義されるものを対象とする。

3. 利得定数の推定法

まず、低域通過形フィルタを例にとり、フィルタの設計パラメータ（フィルタ次数、通過域リップル幅、通過域端周波数、遷移域幅あるいは阻止域減衰量）と利得定数との関係を導く。つぎに、この関係から、利得定数の簡単な推定法を示す。更に、実際にこの推定法を用いて利得定数を求め、推定精度や範囲を検討する。

3.1 性質

一般的な低域通過形フィルタを例にとり、利得定数の性質を述べる。

まず、 $N = 22$, $fp = 0.20$, $Wtr = 0.015$, $DBp = 0.5 \sim 0.5 \times 10^{-6}$ のフィルタについて、 DBp , DBs および利得定数 h の関係を図3および図4に示す。図中の直線は最小自乗近似を行なったものである。図より、 DBp が10分の1になると h はほぼ一定の率（2倍）で変化する。また、 DBs を10[dB] 減少しても h はほぼ一定の率（2倍）で変化する。よって、この場合における h の変化の割合を x とすると、 N , fp , Wtr を一定にした場合、 DBp および DBs と h の関係は次式で表せる。

$$DBp \times 10^{\log_{10} h} \cong C_1 \quad (5)$$

$$10^{\log_{10} h} + DBs \cong C_2 \quad (6)$$

但し、 C_1 と C_2 は N , fp , Wtr に依存する定数とする。

また、利得定数 h の平均変化率 x , Wtr , fp の関係を図5に示す。図中の各点は以下の手順で求める。

まず、 N , fp , Wtr を固定して、 DBp を $0.5 \sim 0.5 \times$

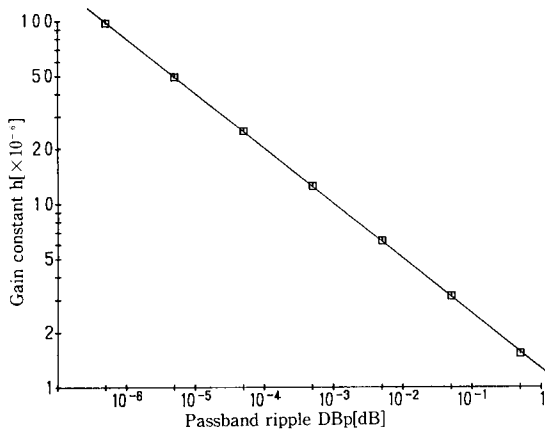


Fig. 3 Relation between passband ripple and gain constant.

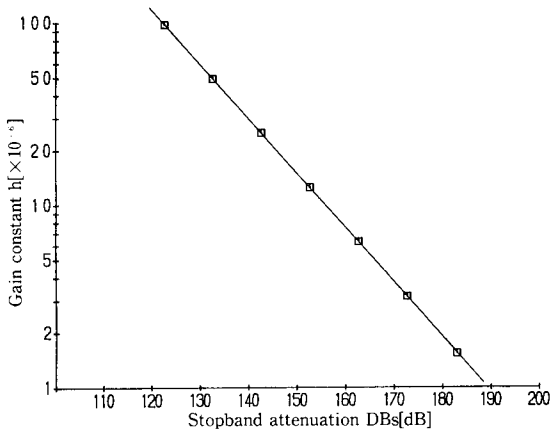


Fig. 4 Relation between stopband attenuation and gain constant.

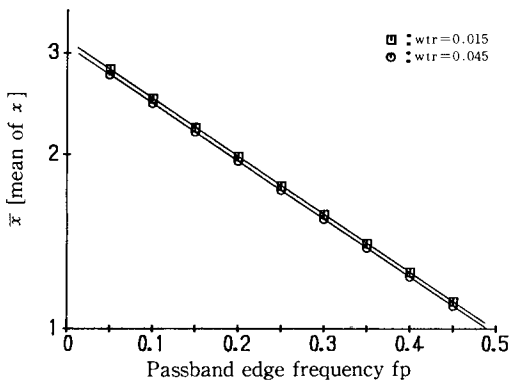


Fig. 5 Relation between passband edge frequency and mean of variation of gain constant.

10^{-6} の範囲で $DBs \geq 40$ のフィルタについて図3と同様に最小自乗近似を行なう。これより、 N , fp , Wtr を固定した場合の利得定数 h の変化率 x が求まる。

つぎに、 $N = 1 \sim 32$ のフィルタの各 N に対する利得定数 h の変化率 x を求める。

そして、各 N に対する利得定数 h の変化率 x の相加平均 $\bar{x}$ を求め、これを、 fp , Wtr を固定した場合の利得定数 h の平均変化率 $\bar{x}$ とする。

以上のことから、式(5), (6)の利得定数 h の変化率 x は平均変化率 $\bar{x}$ で置き換えられる。

図より、 $\bar{x}$ は Wtr に依存せず、 fp のみに依存することがわかる。ここで、最小自乗近似を用いると利得定数 h の平均変化率 $\bar{x}$ は次式で表せる。

$$\bar{x} \doteq 10^{(0.5-fp)} \quad (7)$$

つぎに、式(7)を式(5), (6)に代入すると、次式に変形できる。

$$DBp \times h^{1/(0.5-fp)} \doteq C_1 \quad (8)$$

$$(10 \log_{10} h)/(0.5-fp) + DBs \doteq C_2 \quad (9)$$

但し、 C_1 と C_2 は、 N , fp , Wtr に依存する定数を表す。

3.2 推定法

ここでは、式(8), (9)を用いた利得定数の推定法を示す。

まず、式(8)より、フィルタの設計パラメータである N , fp , Wtr が一定のときには、 DBp に依存せずに C_1 がほぼ一定になる。そこで、 N , fp , Wtr を一定にし、 DBp を $0.5 \sim 0.5 \times 10^{-6}$ の範囲で変化させたとき、 $DBp = 0.5$ における C_1 を C_{10} とする。この値を基準値として、誤差 $\delta \leq 10$ [%] であるような C_1 の値についてその平均値 $\bar{C}_1$ を計算する。ここで、 δ および $\bar{C}_1$ は次式で定義する。

$$\delta = |(C_1 - C_{10})/C_{10}| \times 100 \quad [\%] \quad (10)$$

$$\bar{C}_1 = (1/n) \sum_{i=1}^n C_1 \quad (\delta \leq 10) \quad (11)$$

つぎに、設計パラメータである fp と Wtr を一定として N を変化した場合、 $\log_{10} \bar{C}_1$ 値と N との関係を図6に示す。図は、 $N = 1 \sim 32$, $fp = 0.05 \sim 0.45$, $Wtr = 0.015$, $DBs \geq 40$ の範囲のフィルタを示している。

図において、各 fp に対応する直線の最小自乗近似は次式で表せる。

$$\log_{10} \bar{C}_1 = A \times N + 1.3 \quad (12)$$

但し、 A は fp と Wtr に依存する定数とする。

同様に、残りの設計パラメータである Wtr を 0.030, 0.045 に変化させても、各 fp に対応する直線は式(12)で表せる。そこで、 $Wtr = 0.015, 0.030, 0.045$ の三つの結果から、式(12)の直線の傾き A の値が図 7 のようになる。

式(8)の関係を用いた利得定数の推定法は以下のようになる。

(a) 図 7 を用いて、設計パラメータの fp と Wtr から式(12)の直線の傾き A を求める。

(b) 式(12)に N, A を代入すると $\overline{C_1}$ の値が求められる。

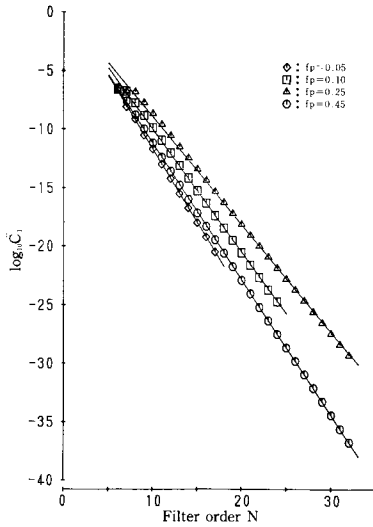


Fig. 6 Relation between filter orders and $\log_{10} \overline{C_1}$ ($Wtr=0.015$).

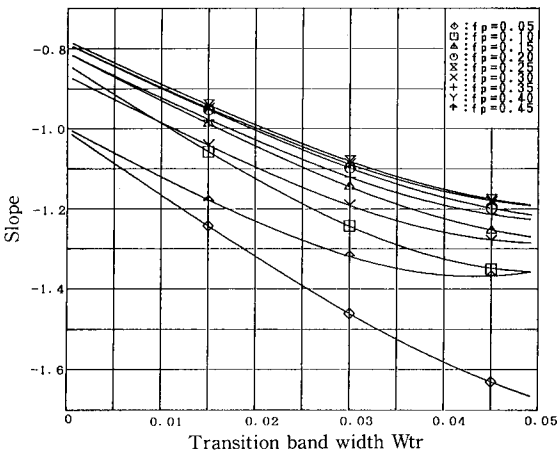


Fig. 7 Relation between transition band widths and slope for passband edge frequencies.

(c) 式(8)に $DBp, fp, \overline{C_1}$ を代入すると利得定数 h の値が計算できる。

以上のことから、式(8)、(12)、図 7 を用いて、フィルタの設計パラメータである N, DBp, fp, Wtr の値から h の値が容易に推定できることがわかる。

つぎに、式(9)の関係を用いた利得定数 h の推定法が考えられる。しかし、 fp と Wtr を一定としたとき、 N の変化に対する C_2 の変化がわずかであるために、最終的に利得定数の推定精度が悪くなること、また、以下に述べる式(13)~(16)を式(8)に代入すると、 DBs と h の関係が導かれることなどから、式(9)を用いて利得定数を推定する方法は省略する。

$$N \doteq (2/\pi^2) \times \ln(4A_m/\varepsilon) \times \ln\{8/(\omega_r - 1)\} \quad (13)$$

但し、

$$\varepsilon = \sqrt{10^{(DBp/10)} - 1} \quad (14)$$

$$\omega_r = [\tan\{\pi(f_p + Wtr)\}/\tan(\pi f_p)] \quad (15)$$

$$DBs = 20 \times \log_{10} A_m \quad (16)$$

3.3 推 定 例

3.2 節で示した推定法を用いて利得定数を求めた例を以下に示す。

(a) $N = 22, DBp = 0.5, fp = 0.20, Wtr = 0.015$ のフィルタについて、利得定数 h の値を式(8)の関係から実際に推定する。まず、図 7 より $fp = 0.20$ に対応する A の値は、

$$A \doteq -0.95 \quad (17)$$

である。

つぎに、 N, A の値を式(12)に代入すると、 $\overline{C_1}$ が次のように求められる。

$$\begin{aligned} \overline{C_1} &\doteq 10^{(-0.95 \times 22 + 1.3)} \\ &\doteq 2.512 \times 10^{-20} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、前に述べたように $\overline{C_1}$ は C_1 を近似したものである。故に、 $\overline{C_1}$ は C_1 で置き換えられる。

よって、式(8)を変形し、 $N, DBp, fp, \overline{C_1}$ の値を代入すると、利得定数 h の値が次のように求められる。

$$\begin{aligned} h &\doteq (2.512 \times 10^{-20} / 0.5)^{(0.5 - 0.20)} \\ &\doteq 1.62 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (19)$$

実際にフィルタを設計して求めた利得定数の値は、 $h = 1.54 \times 10^{-6}$ である。ここで、 $DBp = 0.5, Wtr = 0.015$ の場合の利得定数 h の推定値を図 8 に示す。但

し、図中の直線は本推定法により求めた値を示している。また、プロットした値は、実際にフィルタを設計して求めた利得定数の値を示している。

(b) 同様に、 $N = 12$, $DBp = 0.05$, $fp = 0.10$, $Wtr = 0.030$ のフィルタについて、利得定数 h の値を推定する。

まず、 A の値は、

$$A \approx -1.24 \quad (20)$$

である。つぎに、 $\bar{C}_1$ の値は、

$$\begin{aligned} \bar{C}_{11} &\approx 10^{(-1.24 \times 12 + 1.3)} \\ &\approx 2.630 \times 10^{-14} \end{aligned} \quad (21)$$

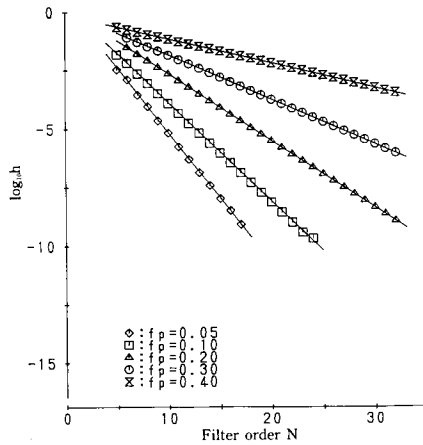


Fig. 8 Relation between filter order and gain constant ($Wtr=0.015$, $DBp=0.5$).

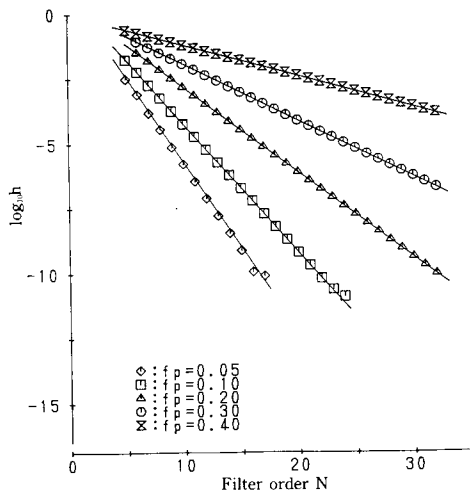


Fig. 9 Relation between filter order and gain constant ($Wtr=0.030$, $DBp=0.05$).

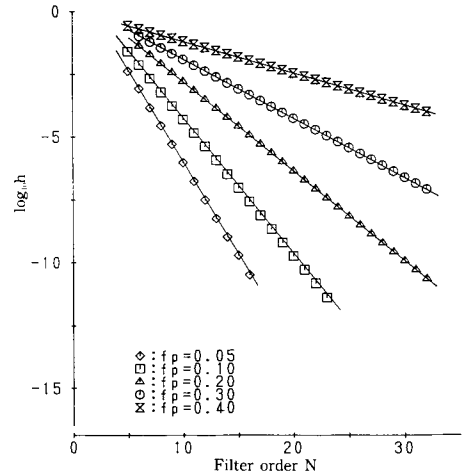


Fig. 10 Relation between filter order and gain constant ($Wtr=0.045$, $DBp=0.005$).

になる。よって、利得定数 h の値が次のように求められる。

$$\begin{aligned} h &\approx (2.630 \times 10^{-14} / 0.05)^{(0.5-0.10)} \\ &\approx 1.23 \times 10^{-5} \end{aligned} \quad (22)$$

実際の設計による値は、 $h = 1.15 \times 10^{-5}$ である。

ここで、 $DBp = 0.05$, $Wtr = 0.030$ の場合の利得定数 h の推定値を図 9 に示す。

(c) 同様に、 $N = 8$, $DBp = 0.005$, $fp = 0.30$, $Wtr = 0.045$ のフィルタについて、利得定数 h の値を推定する。

まず、 A の値は、

$$A \approx -1.18 \quad (23)$$

である。

つぎに、 $\bar{C}_1$ の値は、

$$\begin{aligned} \bar{C}_1 &\approx 10^{(-1.18 \times 8 + 1.3)} \\ &\approx 7.244 \times 10^{-9} \end{aligned} \quad (24)$$

になる。よって、利得定数 h の値が次のように求められる。

$$\begin{aligned} h &\approx (7.244 \times 10^{-9} / 0.005)^{(0.5-0.30)} \\ &\approx 6.80 \times 10^{-2} \end{aligned} \quad (25)$$

実際の設計による値は、 $h = 6.80 \times 10^{-2}$ である。

ここで、 $DBp = 0.005$, $Wtr = 0.045$ の場合の利得定数 h の推定値を図 10 に示す。

3.4 推定精度および範囲

本推定法を用い、 $DBp = 0.5$, $fp = 0.05 \sim 0.45$, $DBs \geq 40$, $Wtr = 0.015 \sim 0.045$ の範囲において、利得定数 h のオーダーを推定した場合、推定誤差 $\varepsilon \leq 30[\%]$ で推定可能なフィルタ次数を図 11 に示す。ここで、推定誤差 ε は次式で定義する。

$$\varepsilon = |(\log_{10} h_s - \log_{10} h_d) / \log_{10} h_d| \times 100[\%] \quad (26)$$

但し、 h_d は実際に設計して求めた利得定数 h の値、 h_s は推定法により求めた利得定数 h の値とする。

図中の実線は、上の三本が各 Wtr に対する推定可能であるフィルタ次数の上限を、同様に、下の三本が下限を示している。また、図中の破線は、上の三本が $DBp = 0.5$ の場合に $DBs = 200$ であるフィルタ次数の上限を、下の三本が $DBs = 40$ であるフィルタ次数の下限を示している。ここで、 N , fp , Wtr を一定にして、

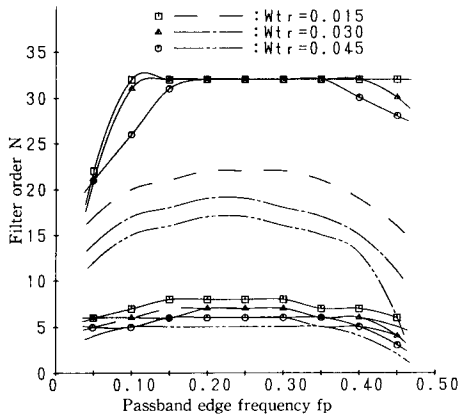


Fig. 11 Estimatable range of gain constant for transition band widths ($\varepsilon = 30[\%]$, $DBp = 0.5$).

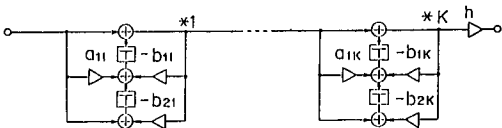


Fig. 12 Cascade form of IIR digital filter without scaling.

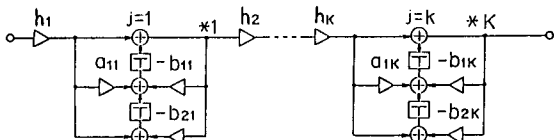


Fig. 13 Cascade form of IIR digital filter with scaling.

DBp を 0.5 より小さくすると、阻止域減衰量がとれなくなる。従って、 $DBp = 0.5$ のフィルタについて推定できれば、 DBp が 0.5 より小さいフィルタは全て推定できる。図より、本推定法では通常使用されるフィルタについて利得定数の推定が可能であることがわかる。

4. 利得定数の分配法

固定小数点方式で実現された IIR 縦続形デジタルフィルタでは、オーバーフロー回避のために、利得定数を各二次区間に分配する必要がある。まず、各二次区間のスケーリングポイントにおける信号の絶対値が 1 を越えないように設計時の利得定数を比較的簡単に高い精度で分配する方法を述べる⁶⁾。つぎに、この分配法を用いて実際に利得定数を分配する。そして、分配精度や分配に要する計算量を検討する。

4.1 利得定数の分配

まず、IIR 縦続形デジタルフィルタにおいてスケーリングを行わない場合のブロック図を図 12 に示す。また、伝達関数 $H(Z)$ は次式で示される。

$$H(Z) = h \prod_{j=1}^K H_j(Z) \quad (27)$$

ここで、 h は利得定数、 K は二次区間(以下、単に区間と略す)の数、 $H_j(Z)$ は j 番目の区間の伝達関数とする。

つぎに、IIR 縦続形デジタルフィルタにおいてスケーリングを行なった場合のブロック図を図 13 に示す。但し、図中の*はスケーリングポイントを表す。また、伝達関数 $H(Z)$ は次式で示される。

$$H(Z) = \prod_{j=1}^K [h_j \times H_j(Z)] \quad (28)$$

ここで、各区間に分配した利得定数 h_j は次式で求められる。

$$h_j = 1 / [\max |H_j(Z)| \prod_{i=1}^{j-1} \{h_i \times H_i(Z)\}] \quad (29)$$

$$(Z = e^{j\omega}, 0 \leq \omega \leq \pi)$$

また、分配前の利得定数 h と分配後の利得定数 h_j の関係は次式で表される。

$$h = \prod_{j=1}^K h_j \quad (30)$$

4.2 分配法

一般的に、各区間のスケーリングポイントにおいてオーバーフローを生じないようにスケーリングする場合は式(29)で示されるように各スケーリングポイントまで

の伝達関数を全周波数帯域で評価して、スケーリングする。しかし、この方法では高次フィルタの場合に計算時間が膨大になる。また、高い精度でスケーリングを行なう場合は、評価する周波数ポイントが増大する欠点がある。

しかし、第2章で述べたように利得定数は全ての区間を通したときの増幅を抑えるものである。この利得定数を各区間に最適に分配したならば、各区間のスケーリングポイントにおける信号の最大値は1になる。すなわち、各スケーリングポイントでスケーリングを行なったことに相当する。

本手法は、まず、フィルタの振幅特性における最大値は極周波数、すなわち伝達関数の分母根の近傍に存在することから、フィルタの入力から各スケーリングポイントまでの伝達関数に全ての極周波数を代入して近似的な最大値を求める。つぎに、この値から各区間に対する利得定数の分配率を計算する。そして、この分配率から設計時の利得定数を各区間に分配する。

以下に、各区間に最適分配した利得定数 h_{oj} の計算法を示す。

(a) 式(27)から全ての極周波数 $\omega_j (1 \leq j \leq K)$ を求める。

(b) 式(29)に極周波数 $\omega_j (1 \leq j \leq K)$ と0及び π を代入し、各区間の利得定数の近似値 $h'_j (1 \leq j \leq K)$ を求める。

(c) 利得定数の近似値 h'_j の全ての積 h_m を求める。

$$h_m = \prod_{j=1}^K h'_j \quad (31)$$

(d) h_m に対する h'_j の比から任意の区間 j に対する分配率 r_j を求める。

$$r_j = h'_j / h_m \quad (32)$$

(e) 各区間に対する分配率 r_j の総和 r_s を求める。

$$r_s = \sum_{j=1}^K r_j \quad (33)$$

(f) h_m に対する分配前の利得定数 h との比を求め、その r_s 乗根 h_{ad} を計算する。

$$h_{ad} = [h/h_m]^{(1/r_s)} \quad (34)$$

(g) 各区間に最適分配した利得定数 h_{oj} を次式から求める。

$$h_{oj} = h'_j \times (h_{ad})^{r_j} \quad (35)$$

前述のように、各区間の伝達関数 $H_j(Z)$ にその区間の極周波数を代入しても実際の最大値とずれが生ずる

Table 1. Example of distribution of gain constant for 6th order digital filter.

段数	最適値	推定値	相対誤差 [%]
1	0.03651894	0.03651842	0.0014167
2	0.25133614	0.25131185	0.0096624
3	0.51913644	0.51919397	0.0110802

Table 2. Example of distribution of gain constant for 12th order digital filter.

段数	最適値	推定値	相対誤差 [%]
1	0.07062367	0.07062324	0.0006104
2	0.17163817	0.17163578	0.0013896
3	0.36245749	0.36244681	0.0029468
4	0.57050484	0.57047832	0.0046484
5	0.72980236	0.72975893	0.0059507
6	0.82074047	0.82086808	0.0155474

Table 3. Example of distribution of gain constant for 22th order digital filter.

段数	最適値	推定値	相対誤差 [%]
1	0.01140400	0.01140400	0.0000182
2	0.05347362	0.05362822	0.2891196
3	0.14014851	0.14180786	1.1839968
4	0.26515677	0.26411553	0.3926891
5	0.40760768	0.40538569	0.5451308
6	0.54459418	0.54316670	0.2621196
7	0.66115551	0.66029656	0.1299165
8	0.75156329	0.75106502	0.0662987
9	0.81615318	0.81586563	0.0352317
10	0.85778720	0.85761709	0.0198305
11	0.87947454	0.87937089	0.0062632

Table 4. Number of evaluated frequency points for the distributions.

分配例	従来の分配法	本分配法
a	15000	15
b	30000	48
c	55000	143

ので、このずれを補正するために $h_{ad}^{r_j}$ を掛けている。

4.3 分配例および精度

実際のフィルタについて、本分配法を適用した例を以下に示す。

(a) $N = 6$, $fp = 0.05$, $Wtr = 0.025$, $DBp = 0.01$, $DBs = 48.5$ のフィルタに対して本分配法を適用した例を表1に示す。但し、表中の最適値は式(29)をそのまま評価する従来の方法を用いて利得定数を分配したものを示している。ここで、評価した周波数ポイントは5000ポイントである。また、推定値は本手法で分配し

た値を示している。更に、表中の相対誤差は従来の方法で分配した利得定数の値を真値として求めた。

(b) 同様に、 $N = 12$, $fp = 0.20$, $Wtr = 0.025$, $DBp = 0.01$, $DBs = 93.4$ のフィルタについて本分配法を用いて利得定数を分配した例を表 2 に示す。

(c) 同様に、 $N = 22$, $fp = 0.20$, $Wtr = 0.015$, $DBp = 0.01$, $DBs = 193$ のフィルタについて本分配法を用いて利得定数を分配した例を表 3 に示す。

ここで示した分配例において、各区間は 2D 構成とする⁷⁾。また、ペアリングは一般的な、極と零点の位置が S 平面上で最も近いものを組み合わせ⁸⁾。更に、オーダリングは極周波数の低い区間を入力側から昇順に並べた。

4.4 計 算 量

4.2 節で述べたように、本分配法では各区間に対して評価する周波数ポイントは K 個の極周波数と 0 とおよび π である。式(29)を用いて、この周波数ポイントにおける評価を各区間に対して行なうので、全体で評価する周波数ポイントは次式のようにになる。

$$K(K+2) \approx (K+1)^2 \quad (36)$$

すなわち、本分配法を用いると評価する周波数ポイントが (区間数+1) の自乗ときわめて少なくなり、非常に有効であることがわかる。

ここで、4.3 節で示した三つの例について、従来の方法と本分配法で評価する周波数ポイントの数を表 4 に示す。

以上、楕円形フィルタについての分配例を示したが、本分配法は他のフィルタにもそのまま適用できる。

5. む す び

まず、デジタルフィルタの実現時において問題となるダイナミックレンジを予測するために重要な役割を果たす利得定数をフィルタを設計せずに、フィルタの設計パラメータから容易に推定する方法を示した。本推定法では、フィルタ次数、通過域リップル幅、通過域端周波数、更に遷移域幅または阻止域減衰量が与

えられれば、利得定数が容易に推定できる。また、通常使用されるフィルタについて本手法が有効であることを示した。更に、本推定法はハイパスフィルタにもそのまま適用できる。

つぎに、現在最も多く使用されている固定小数点方式継続形デジタルフィルタではオーバーフローの回避が重要な問題になる。よって、利得定数を各二次区間に分配する必要が生ずる。そこで、IIR 継続形デジタルフィルタにおいて設計後に得られた利得定数を各二次区間に比較的簡単に高い精度で分配する方法を示した。また、本分配法を用いると、利得定数の分配の際に必要な評価すべき周波数ポイントがきわめて少なくなり、かつ比較的高い精度で分配できることを示した。更に、本分配法は通過域チェビシェフ形などの他のフィルタにも適用できる。

参 考 文 献

- 1) 吉川敏則, 小黒剛成: IIR だ円形デジタルフィルタにおける係数規格化について, 電子情報通信学会研究会, CAS87-132.
- 2) 吉川敏則, 小黒剛成: IIR だ円形デジタルフィルタにおける利得定数の推定について, 昭和 62 年電子情報通信学会信越支部大会, No. 99.
- 3) 吉川敏則, 小黒剛成: IIR デジタルフィルタにおける利得定数のオーダーの推定について, 電子情報通信学会論文誌 Vol. J71-A No. 3.
- 4) 吉川敏則, 小黒剛成: IIR デジタルフィルタにおける利得定数の最適配分について, 昭和 63 年春期電子情報通信学会全国大会, A-107.
- 5) Augustine H. Gray, Jr. and John D. Markel: A Computer Program for Designing Digital Elliptic Filters, IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process, ASSP-24, 6, pp. 529-538 Dec., 1976.
- 6) L. B. Jackson, On the Interaction of Roundoff Noise and Dynamic Range in Digital Filters, Bell Sys. Tech. J., vol. 49, No. 2, Feb., 1970.
- 7) A. L. Oppenheim and R. W. Schaffer: DIGITAL SIGNAL PROCESSING, Prentice-Hall, New Jersey, 1975.
- 8) L. B. Jackson, Roundoff-Noise Analysis for Fixed-Point Digital Filters Realized in Cascade or Parallel Form, IEEE Trans. vol. AU-18, PP. 107-122, Jun., 1970.