信用リスク計量化モデルと邦銀への適用

研究開発部　中林 歩　佐々木 正信

Abstract

本論文は、金融機関の貸出に関する信用リスク計量化モデルについて述べる。信用リスク管理の目的およびさまざまなモデルの特徴について議論した後、日本の金融機関の特徴に適合する信用リスク計量化モデルを提案し、公開されている信用リスク計量化手法である J.P. Morgan の CreditMetrics と比較する。このモデルは、(1) 格付の推移確率を複数使う、(2) 格付別のイールドカーブを必要としない、(3) 業種内、業種間の連鎖倒産などのリスクを反映する、(4) 貸出ポートフォリオ改善の指針としてマージナルリスク値を提供する、といった特徴を持つ。

目 次

1　はじめに **2**

2　信用リスク管理の目的 **2**

3　信用リスクの定義 **3**

4　信用リスク計量化手法の類型化 **4**

5　格付非斉時マルコフ連鎖モデル **10**

6　おわりに **16**

1　はじめに

昨今、金融機関の自己責任原則が問われている。リスク管理の観点から見ると、市場リスクに関しては、上位の金融機関を中心に独自のリスク計量化モデルを開発し、より精緻なリスク管理を実施している。一方、銀行本来の業務である貸出に関する信用リスクに関しては、標準的なリスク計量化モデルがないため、BIS による 1 次規制のレベルに留まっているものと思われる。しかし、この規制は、各国各行の事情を無視した手法のため、より高いレベルのリスク管理を行なうには不十分であると考える金融機関も多い。

本論文では、これまでに提案されているさまざまな信用リスク計量化モデルを概観し、新たな信用リスク計量化モデルを提案する。この新しいモデルは、日本の金融機関が抱える、貸出先の特性、データの入手性といった問題に対処できる。このモデルは、株式会社さくら銀行、東京大学経済学部若杉敬明教授と共同で開発されたものであるが、本論文は、著者らの視点からまとめたものであることを、あらかじめお断りしておく。

2　信用リスク管理の目的

銀行にとって、信用リスク管理の目的は、主に、以下の 3 点である。まず、1 点目は、現状のリスクを把握することである。銀行が企業に貸出を行なうことにおいて、貸倒れによる損失は避けられないが、この損失が自己資本を超えると銀行は倒産してしまうことになる。このため、銀行が健全な経営を行なうためには、貸倒れにより生じ得る損失としてリスクを把握し、自己資本を超えることのないように貸出をコントロールしなければならない。貸出によるリスクを自己資本に見合ったレベルにコントロールするための指標として BIS の 1 次規制がある。しかし、BIS の 1 次規制は、国や金融機関の事情を考慮しない画一的なものであるため、これをもって信用リスクを管理するだけでは不十分であり、それぞれの国や金融機関の事情に合わせた内部モデルによって貸出のリスクをコントロールする必要があろう。

2 点目は、貸出政策の策定である。自己資本に見合ったリスクの範囲内で、より高いリターン得ることが一企業としての役割だが、そのために、貸出ポートフォリオを改善する。例えば、特定のセグメントの貸出は他のセグメントより低いリスクで高い収益を確保できる場合、そのセグメントの貸出を増やすことが考えられる。

3 点目は、経営戦略への活用である。銀行全体の経営資源をより効率的に各資産に配分するために、市場リスクや ALM における金利リスクなどと信用リスクを統合、管理する。例えば、(1) すべての資産のリスクを Value at Risk のような単一の指標で評価し、(2) リスクに対して必要な自己資本を各資産に割り当て、(3) 各資産のパフォーマンスを RAROC (Risk Ajusted Return On Capital) のような単一の指標で評価し、(4) よりパフォーマンスの優れた資産に対してより多くの経営資源を配分する、あるいは、自己資本を制約条件として収益が最大となるように資源配分を最適化することが考えられる。

3　信用リスクの定義

本稿では、信用リスクとは、**ある期間において、ある貸出ポートフォリオに対して、貸出先がデフォルトを起こすことによって生じ得る損失の現在価値**であるとする。これは、以下で定義する**最大損失**と同義である。なお、信用度の低下により生じ得る損失も信用リスクの一部と考える流儀もあるが、本稿では考察の対象としない。これについては 5、6 節で述べる。

3.1　期待損失と最大損失

信用リスクの定義を明確にするために、期待損失と最大損失を定義する。

期待損失とは貸出から生じる損失の期待値である。これは、平均的な状況における損失を意味している。旧来、信用リスクは、この値を目安に議論されることが多かった。実務的には、期待損失は貸倒引当金でカバーすべき値であると考えてよいであろう。期待損失のことを「信用コスト」と呼ぶこともある。しかし、景気が悪いときなどは、この値よりはるかに大きい損失が生じる場合がしばしばあるため、金融機関が経営の健全さを保つためには期待損失に着目するだけでは不十分であり、以下のように最大損失について議論する必要がある。

最大損失とは、貸出から生じる損失は確率変数であると考え、その確率分布の信頼水準 99% ($= p$ とおく) 程度の確率点として定義する。すなわち、損失を表す確率変数を $\tilde{x}$ とするとき、下式を満たす X を最大損失と定義する。

$$\Pr\{\tilde{x} \leq X\} = p$$

信頼水準 p は銀行の戦略に依存し、保守的な銀行は p を大きく設定することになる。最大損失は、最悪の状況の下において、貸出先がデフォルトを起こすことによって生じる損失を意味する。例えば 99%の確率点として最大損失を定義したなら、1%の確率で最大損失以上の損失が生じることになる。自己資本を上回る損失が発生すると銀行は倒産するので、この最大損失を上回る自己資本を貸出資産に割り当てる必要がある。以下では、**この最大損失を信用リスクと呼ぶ**。

3.2　信用リスクの要因

信用リスクを把握する上で勘案すべき要因は、以下の 4 つであると考える。

まず 1 つ目は景気などのマクロファクターである。[24] によれば、企業のデフォルト率は大きく変動するが、過去を見るとオイルショックなど不景気の年にデフォルト率が高くなっている。したがって、信用リスク計量化手法を考える際、景気による影響を何らかの形で考慮できるようにすることが望ましい。

2 つ目は特定業種への与信集中である。例えば、不動産業のような特定業種に与信が集中した場合、地価の下落など一つの要因により同時に多くのデフォルトが発生する可能性が高くなるため、最大損失の意味でのリスクは大きくなるはずである。したがって、計量化手法は、このようなリスクを把握できることが望ましい。また、地震の影響で、特定地域の企業がデフォルトを起こすことなどもあり得る。一般には、業種だけでなく**地域など特定セグメントへの与信集中も把握すべき**であろう。

3 つ目は特定企業への与信集中である。同

じ 100 億円を貸し出す場合でも、ある企業 A 社に 100 億円全額貸し出す場合と A 社と同じような企業 100 社に 1 億円ずつ分散して貸し出す場合では、分散効果により、一般に後者のほうがリスクが小さくなる。また、同じ 100 億円を 100 社に分散して貸し出す場合でも、均等に 1 億円ずつ貸し出す場合と 100 社に対する金額がばらばらの場合、例えば、20 社には 2 億円、残りの 80 社には 0.75 億円ずつ貸し出す場合とでは、後者のほうがリスクが大きそうである。計量化手法は、これらのように与信の状態を企業レベルで把握できることが望ましい。

4 つ目は回収率の変動である。すべてのデフォルトにおいて、ある割合 λ で元本を回収できれば、できなかった場合に較べてリスクは $1-\lambda$ 倍になる。このように、回収率は、リスクに直接的に影響することから、非常に重要な要因と思われるが、**回収率をモデル化することは大変困難である**。これは、使用可能な過去のデータが少ないことと、回収という作業の実態に不明確な点が多いからである。したがって、現状では、回収率の変動によるリスクを把握することは困難であるが、将来、適切な回収率のモデルが構築されることを想定して、それを取り込めることが望ましい。

ところで、いかなるモデルによりリスクを計量化するにせよ、デフォルト確率などのパラメータ推定の誤差によるリスクから逃れることはできないが、本稿ではこの点については議論しない[1]。

[1]例えば、[18] を参照。

4　信用リスク計量化手法の類型化

信用リスク計量に関する研究は、**個々の与信に関する価値 (価格付け) を正確に求める**ものと**ポートフォリオ全体のリスクを計量する**ものに大別できるが、本稿では後者について考察する。冒頭で述べた目的を達成するためには、**それぞれの貸出に対する信用リスクを正確に見積るよりも、ポートフォリオ全体の信用リスクをいかに計量化するかが問題**となる。

ここでは、信用リスク計量化手法を典型的な 4 パターンに類型化し、前節で述べた観点、すなわち、(1) 景気変動、(2) 特定業種への与信集中、(3) 特定企業への与信集中、(4) 回収率の変動といったリスク要因を把握できるかという観点を踏まえながら概説する。市場リスク管理については RiskMetrics [5] がほぼデファクトスタンダードになっているが、信用リスク管理については標準と呼べる手法はない。また、それぞれの手法は独立に発表され、位置づけがあいまいであるため、本稿ではこれらの手法の整理を試みた。

なお、各類型につけた名前は、著者が独自に命名したもので、一般にその名前が定着しているとは限らない。

4.1　仮想証券モデル

このモデルは、企業をある観点でグループ化し、各グループへの貸出を仮想的なリスク証券 (以下、**仮想証券**と呼ぶ) とみなしてリスクを計量化する。各グループに属する企業は十分に多く、各グループのデフォルト率は多変量正規分布に従うことを前提とする。

このモデルでは、平均・分散アプローチによりリスクを計量化することが多い[2]。この場合は、以下のように 3 つのステップでリスクを算出する。

まず最初に、企業を等質なグループに分類し、一つのグループに対する貸出をまとめる。等質な観点は少なくとも 2 つある。一つは信用度、もう一つはデフォルトの傾向が同じことである。前者は格付機関や銀行の内部の格付け、後者は業種であると考えてよい。後者は、同じ業種への与信集中に起因するリスクを把握するために必要である。また、業種が企業の実態を必ずしも表していないことから、業種以外の分類として、[24] のようにポートフォリオ管理の観点で最適と思われる分類を考える方法もある。

次に、一つのグループへの貸出全体を一銘柄の仮想的なリスク証券 (以下、仮想証券) とみなし、それぞれの仮想証券のリスク・リターンと仮想証券間の収益率の相関を以下のように推定する。まず、年 i において、仮想証券 i への貸出から得られる収益率 $\tilde{r}_{i,y}$ を下式により算出し、収益率の時系列を得る。

$$\tilde{r}_{i,y} = (1 + R_{i,y}) \times (1 - \tilde{d}_{i,y}) - 1 \qquad (1)$$

ただし、

$R_{i,y} =$ グループ i への年 y における平均貸出利率

$\tilde{d}_{i,y} =$ グループ i の 年 y におけるデフォルト率

である。式からわかるとおり、$r_{i,y}$ が変動する要因は、デフォルト率 $d_{i,y}$ が不確定なことによる。次に、収益率の時系列から、各仮想証券の期待収益率 (リターン) $\mathrm{E}[r_i]$、収益率の標準偏差 (リスク) σ_{r_i} と仮想証券間の相関 ρ_{r_i,r_j} を算出する。

最後に、各仮想証券の期待収益率 (リターン)、収益率の標準偏差 (リスク) と仮想証券間の相関から全体のリスクを算出する。上の 2 段階目のステップにより、貸出全体は各仮想証券のポートフォリオと考えることができるため、貸出のリスクを求めることは、仮想証券のポートフォリオのリスクを求めることに他ならない。したがって、ポートフォリオ理論により、それぞれの証券のリスク・リターンと証券間の収益率の相関から、貸出のリスクを収益率の標準偏差 $\sigma_{\mathrm{portfolio}}$ として、

$$\sigma_{\mathrm{portfolio}} = \boldsymbol{x}'\Sigma\boldsymbol{x}$$

のように、解析的に算出することができる。ただし、

$\Sigma = r_i$ の分散共分散行列

$\boldsymbol{x} =$ 各グループへの与信額

である。

モデルの特徴　まず、前節で述べた 4 つの観点で考察する。**景気の変動**によるリスクは、デフォルト率の時系列変化を用いてリスクを算出することで把握している。また、**特定業種への与信集中**によるリスクは、業種間の相関を考えることにより把握できる。しかし、このモデルでは、特定企業のデフォルトを捉えることはできないため、**特定企業への与信集中**や**回収率の変動**によるリスクを把握することは困難である。

これらの他にメリットとして、計算負荷が低いことが挙げられる。上述したように、貸

[2]各グループの倒産率の変動をいくつかのマクロファクターで説明するマクロファクターモデルもあるが、複雑なのでここでは取り上げない。[1, 10, 19] を参照のこと。

表 1: 格付別デフォルト率

	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B
70	0.0	0.0	0.0	0.3	8.4	21.6
71	0.0	0.0	0.0	0.0	1.5	0.0
72	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	11.8
73	0.0	0.0	0.0	0.5	0.5	3.4
74	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6.9
75	0.0	0.0	0.0	0.0	1.6	3.0
76	0.0	0.0	0.0	0.0	1.1	0.0
77	0.0	0.0	0.0	0.3	0.6	8.8
78	0.0	0.0	0.0	0.0	1.1	5.3
79	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	0.0
80	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4.4
81	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4.1
82	0.0	0.0	0.2	0.3	2.6	2.2
83	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	6.0
84	0.0	0.0	0.0	0.6	0.5	7.3
85	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0	8.7
86	0.0	0.0	0.0	1.1	1.9	11.6
87	0.0	0.0	0.0	0.0	2.6	5.3
88	0.0	0.0	0.0	0.0	1.5	5.7
89	0.0	0.3	0.0	0.5	2.7	8.6
90	0.0	0.0	0.0	0.0	3.3	12.9
91	0.0	0.0	0.0	0.2	5.1	13.1
92	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	6.1

「グローバル格付分析」[9]

出のリスクを解析的に算出することができるため、リスクを算出する際の負荷が低い。他の 3 つのモデルでは、貸出のリスクを解析的に算出することは困難なため、計算負荷の高いモンテカルロシミュレーションなどを用いて数値的に求めざるを得ない。また、このモデルでは、2 次計画法により、最適ポートフォリオを比較的容易に求めることができる。しかし、他の 3 つのモデルで最適ポートフォリオを求めるためには、より高度な最適化手法が必要となる。

また、デメリットとしては、このモデルは、各グループの損失額が多変量正規分布に従うことを前提とするが、表 (1) のような過去のデータから、デフォルト率は必ずしも正規分布に従わないことが知られており、この前提が常に成り立つとは考え難い。また、上述したように、特定企業への与信集中を把握できないことも合わせると、仮想証券モデルを用いて実際の信用リスク管理を行なうことは、結果の信頼性に欠けると言わざるを得ない。

この仮想証券モデルでは、各グループに生じたデフォルト率を表象的に捉え、個々の企業のデフォルトという根本的な事象を明示的には扱わなかった。以下の 3 つのモデルでは、個々の企業のデフォルトという事象を中心に考えるため、これをいかにポートフォリオ全体のリスクとして整合的に捉えるかが問題となる。

4.2 ハザード モデル

ハザード モデル概要 ハザード モデルは、時点 t にデフォルトしていなかった企業が次の瞬間にデフォルトする確率を記述する。年単位で離散的に考えれば、ある年 n までにデフォルトしていなかった企業が年 $n+1$ でデフォルトする確率を考えることになる。すなわち、ある企業がデフォルトする年を X として、年 n までにデフォルトしていなかった企業が年 $n+1$ でデフォルトする確率

$$h_n = \Pr\{n \leq X \leq n+1\} \qquad (2)$$

を X のハザード確率と呼び、このハザード確率で企業のデフォルトを記述する。ハザード モデルは生存解析などとも呼ばれ、医学などで使われることが多い。

上では、ハザード確率は時刻のみの関数と考えたが、景気や為替レートなどの外的な要因の関数とすることも考えられる。特に、ハ

ザード関数を

$$h(t) = h(t; \boldsymbol{z}) = h_0(t) \exp\{\boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{z}\} \tag{3}$$

としたモデルを**比例ハザード モデル**と呼ぶ。ここで、

$\boldsymbol{z}$ = 外的要因 (**共変量**と呼ぶ) のベクトル

$\boldsymbol{\beta}$ = その係数ベクトル

$h_0(t)$ = ベースラインハザード関数

である。ベースラインハザード関数は、共変量に依存しないハザード関数であり、ワイブル分布などによりモデル化されることが多い。以下で、ハザードモデルという場合、比例ハザードモデルを含めることとする。

ハザード モデルによる信用リスク計量化

1. ハザードモデルの構築
   過去のデータを用いて[3]、企業のデフォルトに関するハザードモデルを構築する。例えば、GDP を共変数としてハザードモデルを構築する場合、過去の GDP と倒産データから、係数 $\boldsymbol{\beta}$ とベースラインハザード関数 h_0 を推定する[4]。このとき、企業の信用度によってハザード関数は明らかに異なると思われるので、信用度別にハザードモデルを構築したり、企業の信用度を共変数としてハザードモデルを構築することが妥当であろう。
2. ポートフォリオ全体の損失の分布の推定
   保有期間において、企業 i がデフォルトすることにより生じる損失を $\tilde{L}_i$ として、同時分布 $\tilde{\boldsymbol{L}}$ を推定し、これを基に $\sum_i \tilde{L}_i$ の分布を求める。
   損失の分布 $\sum_i \tilde{L}_i$ を解析的に求めることは困難であるので、実際のポートフォリオに対するリスクを求める場合は、モンテカルロシミュレーションなどにより数値的に求めることになる。

この他にも、ハザードモデルと平均・分散アプローチを組み合わせて信用リスクを計量化するモデルもあるようだが、詳細は不明である。

モデルの特徴　まず、前節で述べた 4 つの観点について考察する。**景気の変動**によるリスクは、共変量に景気を含めれば把握できる。また、**特定業種への与信集中**によるリスクは、業種ごとの株価指数のような業種のファクターを共変量にすれば把握できる。**特定企業への与信集中**は、$\tilde{L}_i$ に企業 i への与信の大きさが反映されることで把握できる。最後に、**回収率の変動**は、回収率に関して適切なモデルがあれば把握できる。

これらの他に、ハザードモデルのメリットとして、ハザード確率の概念が累積デフォルト率と結び付けることにより直観的に理解しやすいことと、様々な要因を共変量としてモデルに取り込める柔軟さが挙げられる。また、デメリットとしては、長期のリスクを安定的に推定するためには長期のデータが必要となることがある。短期のデータから長期のデータを推定するためには、ハザード関数を外挿することになり、推定された結果は不安定な値になる。

[3]社債など信用リスクに感応する証券の市場データから、現在の市場が内包しているハザードモデルを推定することもできる。この場合、ハザード確率は観測確率でなくリスク中立確率として推定される。

[4]推定法については、[4, 7] を参照。

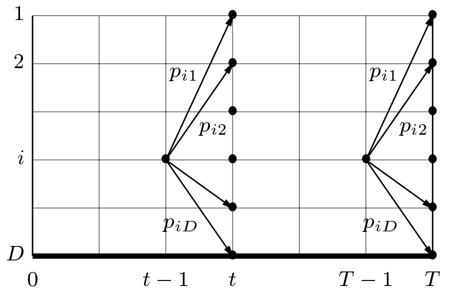

図 1: 格付推移モデル

4.3 格付推移モデル

格付推移モデル概要 このモデルは、図 1 のように、各企業の信用度を表す格付けが (斉時の) マルコフ連鎖に従うと仮定して、企業のデフォルトをモデル化する。すなわち、ある企業が時点 t において格付け i である確率を $q_{i,t}$ とすると、

$$q_{i,t+1} = \sum_{j=1}^{D} p_{j,i} q_{j,t} \tag{4}$$

に従うとする。行列で表現すると、

$$\boldsymbol{q}_{t+1} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{q}_t \tag{5}$$

となる。ただし、

$$\boldsymbol{q}_t = \begin{pmatrix} q_{1,t} \\ q_{2,t} \\ \vdots \\ q_{D,t} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{2,1} & \cdots & p_{D,1} \\ p_{1,2} & p_{2,2} & \cdots & p_{D,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1,D} & p_{2,D} & \cdots & p_{D,D} \end{pmatrix}$$

$$p_{i,D} = \begin{cases} 0 & (i \neq D) \\ 1 & (i = D) \end{cases}$$

である。

格付推移モデルによる信用リスク計量化 ハザードモデルの場合と同様に、格付推移モデルを構築し、それを基として、信用リスクを計量する。

1. 格付推移モデルの構築

   これは、推移確率行列 $\boldsymbol{P}$ を推定することに他ならない。

   単純に考えれば、過去の格付推移の比率を推移確率とする方法が考えられる。ただし、この方法では、推移確率行列が満たすべき性質、例えば、格付け $i+k$ から格付け i に推移する確率より、近い各付け $i+j$ $(k > j > 0)$ から i に推移する確率のほうが高くなるべき、すなわち、

   $$p_{i+j,i} > p_{i+k,i} \quad (k > j > 0) \tag{6}$$

   であるべきという性質を満たさない可能性がある。このため、[6, 19] のように、(6) など推移確率行列が満たすべき性質を制約条件として、累積デフォルト率などをできるだけ再現するような最適化問題を解くことにより推定するほうが好ましいと思われる。

2. ポートフォリオ全体の損益の分布の推定

   ハザードモデルの場合と同様に、企業 i がデフォルトすることによって生じる損失を $\tilde{L}_i$ として、同時分布 $\boldsymbol{L}$ を推定し、それを基にこれらの和の分布 $\sum_i \tilde{L}_i$ を推定する。

   この分布を解析的に求めることは困難であるので、実際のポートフォリオのリスクを推定する際には、モンテカルロシミュレーションなどを用いて数値的に推定することになる。

モデルの特徴　まず、前節で述べた 4 つの観点で考察する。**景気の変動**によるリスクは、マルコフ連鎖の斉時性を廃して[5]、推移確率 $\boldsymbol{P}$ を景気と連動するプロセスに従うと考えれば理論的には把握することができるが、$\boldsymbol{P}$ の従うプロセスを推定することは困難であるため、実際に把握することは難しいと思われる。**特定業種への与信集中**によるリスクは、格付推移モデル自身は業種の概念を取り入れることが困難なため、把握することは難しい。**特定企業への与信集中**については、各企業への与信残高が $\tilde{L}_i$ に反映されることにより把握できる。**回収率の変動**によるリスクは、適切なモデルが存在すれば把握可能である。

このモデルの考え方は、オプション理論のアナロジーであるため理解しやすいし、また、多くの金融機関が与信先の信用度として格付を採用していることから、実務に適用しやすいというメリットがある。しかし、デメリットとしては、格付という定義のあいまいな情報によりリスクを計量化するため、結果の解釈には注意が必要となる。

なお、本稿で紹介する格付非斉時マルコフ連鎖モデルや CreditMetrics は、この格付推移モデルをベースにモディファイし、上で述べたデメリットのいくつかを補ったモデルである。

4.4　企業価値モデル

モデル概要　このモデルは、各企業の資産価値 V が幾何ブラウン運動

$$dV = \mu V\,dt + \sigma V\,dz \tag{7}$$

に従うと仮定し、将来の企業資産価値が負債額を下回ることをデフォルトと見なすことにより、貸出を企業資産を原資産、負債額を行使価格としたヨーロピアン・コールオプションとして価格付けする。ただし、z は標準ブラウン運動である。詳細は、[3, 2] を参照。

企業価値モデルによる信用リスク計量化　企業価値モデルは、各与信を価格付けするためのモデルであるので、本稿の意味での信用リスク計量化のためには、各企業からの損失の同時分布を推定し、損失の和の分布を求める必要がある。

1. 企業価値モデル構築
   例えば、株価や財務諸表から過去の企業価値の時系列を推定し、この企業価値の時系列から、(7) のドリフト μ とボラティリティ σ を推定することが考えられる。
2. 損失の分布推定
   ハザードモデルや格付推移モデルと同様に、企業 i がデフォルトすることによって生じる損失を $\tilde{L}_i$ として、の同時分布 $\boldsymbol{L}$ を推定し、それを基にこれらの和の分布 $\sum_i \tilde{L}_i$ を推定する。

   この分布を解析的に求めることは困難であるので、実際のポートフォリオのリスクを推定する際には、モンテカルロシミュレーションなどを用いて数値的に推定することになる。

モデルの特徴　まず、前節で述べた 4 つの観点について考察する。**景気の変動**によるリスクは、上のモデルをそのまま用いると把握できないが、(7) を拡張して、景気の項を追加すれば把握することはできる。また、**特定業種への与信集中**によるリスクは、(7) のブラウン

[5] この議論は、格付の相対性を前提としている。格付が、企業の絶対的なデフォルト確率を表すものであれば、格付けの推移プロセスに景気の変動が織り込まれていることになる。

運動 dz を業種ごとに違うものを用いて、マルチファクターモデルとすれば把握できる。**特定企業への与信集中**は、$\tilde{L}_i$ に企業 i への与信の大きさが反映されることで把握できる。最後に、**回収率の変動**は、回収率に関して適切なモデルがあれば把握できる。

これらの他に、メリットとしては、(7) を拡張すれば、様々な要因をモデルに組み込むことができることがある。また、デメリットは、企業価値のヒストリカルデータを入手することは困難であることであろう。

5 格付非斉時マルコフ連鎖モデル

われわれは、前節で説明したような信用リスクの要因をカバーし、邦銀の業務形態に適するモデルとして、以下で説明する格付非斉時マルコフ連鎖モデルを構築した (図 2)。

期待損失だけでなく、最大損失を把握できるよう、起こり得る損失の分布を求める。損益の分布の形状については前提をおかない。そのために、個社ごとにモンテカルロシミュレーションを行なって、生じ得る将来の格付の推移 (デフォルトを含む) を多数発生させ、デフォルト時の損失をキャッシュフローベースで把握する。格付の推移は、格付推移確率に従うとするが、業種等によるデフォルトの連動性を説明するため、格付の推移を説明する要因として企業価値を考え、さらに、各企業価値は複数の業種の要因によって説明されるとした。回収率については、現段階では適当なモデルがないため定数を用いているが、その変動を組み込むことは容易である。

以下で、モデルの各段階を詳しく説明する。

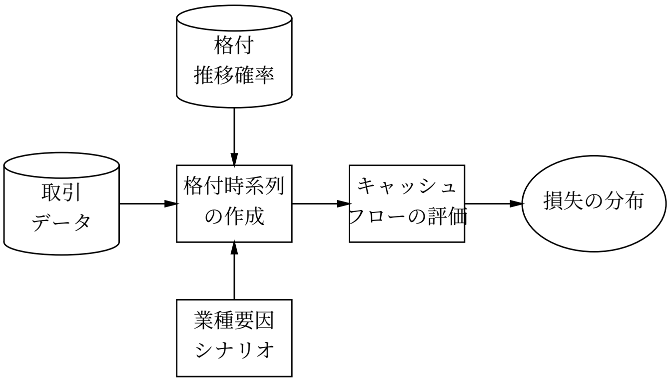

図 2: 格付非斉時マルコフ連鎖モデル

5.1 格付推移の作成

5.1.1 企業価値

格付の推移あるいはデフォルトが起こるという事象に直接相関を持ち込むことは難しい。格付の推移の分布 (特にデフォルトの分布) は著しく偏っているため、意味のある相関係数を推定することが困難である。そのため、多変量正規分布に従う変数から格付の変化を生成することにした。格付の基礎となっている企業評点 (企業価値) の分布が正規分布に近い場合、このようなモデル化が可能である。

企業価値が複数の要因の影響を受けるモデルを考える。すなわち、時刻 t における企業 i の価値を v_{it} とし、

$$v_{i,t+1} = v_{it} + a_i + b_{1i}\tilde{x}_1 + b_{2i}\tilde{x}_2 + \cdots + \epsilon_i \quad (8)$$

のような、回帰モデルを考える。ここで、

$\tilde{x}_j$ = 業種 j に共通な変動要因

a_i = 企業 i の成長度

b_{ji} = 業種 j の要因に対する企業 i の成長の感応度

ϵ_i = 業種の変動要因によって説明できない企業価値の変動

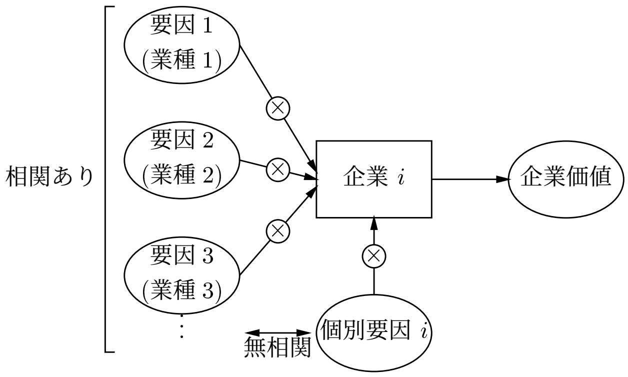

図 3: 企業価値とその変動要因

である。業種の変動要因 $\boldsymbol{x}$ は、多変量正規分布に従う。

$$\boldsymbol{x} \sim \mathrm{N}(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\Sigma}) \tag{9}$$

ここで、$\boldsymbol{\Sigma}$ は業種要因 $\boldsymbol{x}$ の分散共分散行列である。

企業価値の分布は、各ファクターが多変量正規分布に従うなら、正規分布になり、ある平均 μ_i と分散 σ_i^2 を持つ。

$$v_i \sim \mathrm{N}(\mu_i, \sigma_i^2) \tag{10}$$

$$\mu_i = v_{it} + a_i \tag{11}$$

$$\sigma_i^2 = \boldsymbol{b}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{b} + \mathrm{Var}(\epsilon_i) \tag{12}$$

モンテカルロシミュレーションにおいては、全ての貸出先に共通である $\boldsymbol{x}$ を多変量正規乱数により発生させる。また、ϵ_i は、業種要因とは独立な正規乱数により発生させる。

5.1.2 格付の決定

前節で得られた次の年の企業価値 $v_{i,t+1}$ から、当該企業の次の年の格付を決定する。まず、過去のデータから将来の格付の推移確率行列を推定する。すなわち、近い将来の格付の推移確率は、過去のデータによってある程度説明できると仮定している。連続量である

表 2: 格付推移確率行列の例 (単位: %)

$t-1\backslash t$	1	2	3	4	5	D
1	86.3	12.7	0.0	0.2	0.0	0.8
2	1.9	86.4	10.2	0.4	0.3	0.9
3	0.0	4.2	84.9	9.0	1.0	0.8
4	0.0	0.0	4.3	86.9	7.7	1.0
5	0.0	0.0	0.6	20.5	78.0	0.9
D	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0

企業価値を、ある値で区分して翌年の格付けとするが、その際に、生成される格付の分布が推移確率行列と等しくなるように区分点を定める。

第 i 番目の企業の企業価値は、平均 μ_i, 分散 σ_i^2 の正規分布に従うため、

$$v_i^* = \frac{v_i - \mu_i}{\sigma_i} \tag{13}$$

なる量は、標準正規分布に従う。

この v_i^* から格付を決定するが、その手順を具体的な数値例を用いて以下に示す。格付の推移確率行列が表 2 であり、ある貸出先の現在の格付が 3 であったとすると、表よりこの企業の来年の格付が 2 となる確率は 4.2%、3 となる確率は 84.9%、4 となる確率は 9.0%、5 となる確率は 1.0%、デフォルトする確率は 0.8%であるから、標準正規分布の分布関数の下の面積をこれらの割合で分けるような x の値を決め、基準化した企業価値 v_i^* がどの区間に入るかによって、次の年の格付を決める。

格付け c と $c+1$ の境界を $x_{c,c+1}$ とすると、次の式を満たすように各 x を定めればよい。

$$p_c = \int_{x_{c,c+1}}^{x_{c-1,c}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz \tag{14}$$

ここで、p_c は格付が c になる推移確率である。また、被積分関数は、標準正規分布の密度関数である。

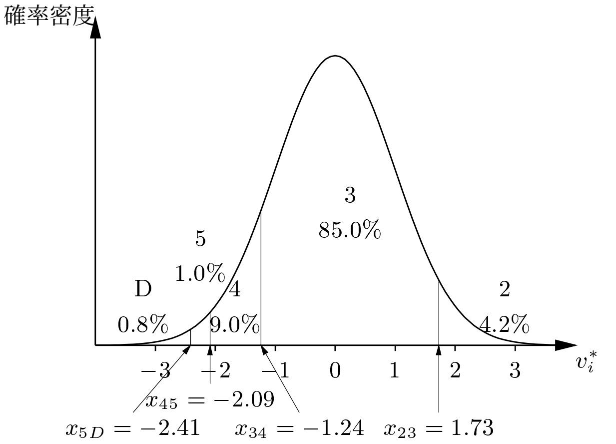

図 4: 標準化企業価値 v_i^* と翌年の格付

以上の手順を貸出の満期まで繰り返し、ある貸出先の将来の格付の推移シナリオを作成する。

ところで、格付は、各年度の相対的なデフォルトの傾向を記号で表したものであり、デフォルト率を直接表しているものではない。したがって、同じ格付に分類される貸出先であっても、景気などの変動により、デフォルト率も変化することになる。これに起因するリスクを測定するために、しばしばデフォルト率の変動を例えば標準偏差により表し、損益の変動を求めてその大きさをリスクとしている。われわれのモデルでは、この種のリスクを反映するため、推移確率行列自体が確率変数であるとみなす。具体的には、単一年度のデータを用いて推定した格付推移確率を複数年度分用意し、その中からランダムサンプリングして、ある将来の年に使う格付推移確率を決定する。

5.2 キャッシュフローの評価

ある個社について、いったん、将来の格付の変動がわかれば、すなわち、当該貸出先がいつデフォルトするかわかれば、デフォルトを考慮したキャッシュフローを想定し、その現在価値 PV_{def} を求めることができる (図 5 参照)。

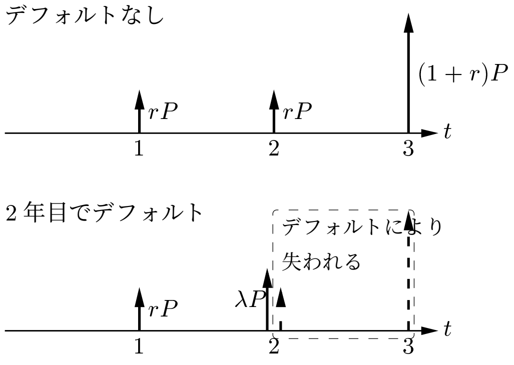

図 5: キャッシュフローと現在価値

$$\mathrm{PV}_{def} = \sum_{t=1}^{d-1} D_t rP + D_d \lambda P \qquad (15)$$

ただし、

d = デフォルトした年

D_t = t 年の割引率 (リスクフリー)

r = 貸出金利

P = 貸出残高

λ = 回収率

ここでは、固定金利元金一括返済の場合を示した。当たり前のことだが、このデフォルトを考慮した貸出の現在価値は、デフォルトが発生するタイミングによって変動する。

一方、貸出の満期までデフォルトせずに返済が行なわれると仮定した現在価値 PV_{nodef} は、

$$\mathrm{PV}_{nodef} = \sum_{t=1}^{T} D_t rP + D_T P \qquad (16)$$

ここで、T は、当該貸出の満期である。

このモデルでは、デフォルトを考慮しない貸出の現在価値と、デフォルトを考慮した貸

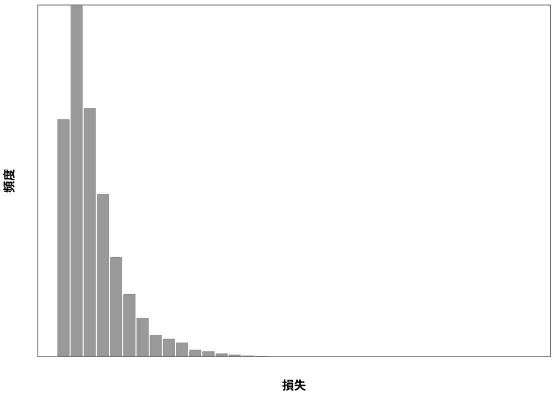

図 6: 損失の分布

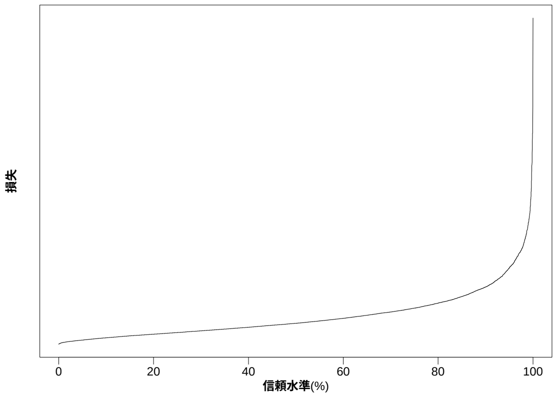

図 7: 信頼水準と損失額の関係

出の現在価値の差を、損失 L として定義する。

$$L = \mathrm{PV}_{nodef} - \mathrm{PV}_{def} \tag{17}$$

回収率 λ については、使用できるデータのサンプル数の制限により、適切な統計的なモデルを構築できないため、債権ごとにパラメータとして与えている。

5.3 期待損失・最大損失の算出

以上のような手順で、例えば 10,000 通りのシナリオに対する各貸出債権の損益が求められる。貸出債権ごとに損益の分布を測定しても無意味なので、ポートフォリオ全体なり、ある特定の属性 (たとえば格付別など) ごとの損益の分布を考える。

ある条件の元でシミュレーションを行なった結果の例を、図 6 に示す。容易に予想されることだが、損失の大きいほうに裾をひいた分布となっている。この分布から、リスク管理の目的に応じた適当な信頼水準 (たとえば 99%) の確率点をとって最大損失額とする。

ところが、信頼水準と損失額の関係を調べてみると、図 7 のようになり、一見なめらかなようであるが、縦軸のステップの大きさにばらつきが見られる。すなわち、信頼水準を少しずつ大きくしていった時、最大損失額が大きく跳ね上がることもあり、算出された最大損失額をそのまま実務に適用することが困難となる。したがって、損失額を信頼水準の関数として表現することを試みる。

x 軸、y 軸に対してさまざまな変換を試みたところ、ここで使用したポートフォリオの構成に関しては、損失額の 4 乗根が正規分布に従っているようである。x 軸に信頼水準に対応する標準正規分布の確率点をとり、y 軸に損失額の 4 乗根をとると、図 8 のようになる。この図上で回帰分析を行ない、その係数によって信頼水準 p と損失 L の関係を表す。

$$L = (a + bq(p))^4 + \epsilon \tag{18}$$

ここで、a, b は回帰分析から得られた切片および回帰係数であり、$q(p)$ は、標準正規分布の下側確率 p に対する確率点、すなわち、

$$p = \int_{-\infty}^{q(p)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz \tag{19}$$

を満たす値である。

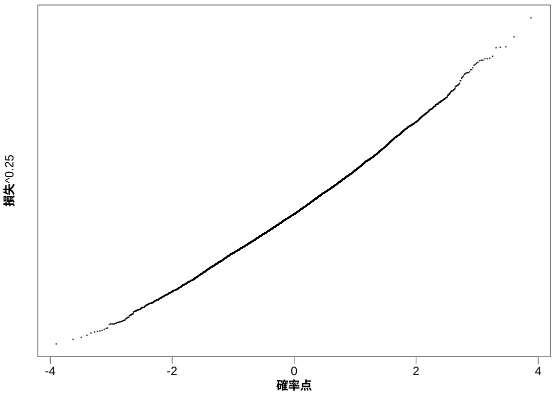

図 8: 確率点と損失額の 4 乗根の関係

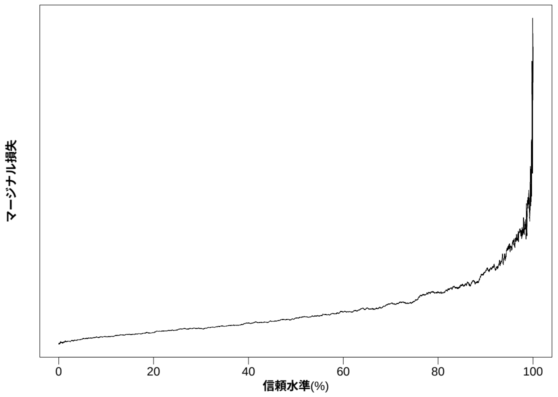

図 9: マージナル損失

5.4 マージナルリスク

上述のようにして金融機関の抱える信用リスクを計測できれば、RAROC などのようにリスクとリターンを勘案したポートフォリオのパフォーマンスを測定できる。パフォーマンスの指標としてはさまざまなものが考えられるが、基本的には、リスクの大きさに関連して資本を割り当て、資本当たりの収益率の大きさをパフォーマンスの指標とする場合が多い。

信用リスク量活用の次の段階は、よりよいパフォーマンスを上げるよう、ポートフォリオの構成を変えていくことであるが、貸出の継続性を考えると、ポートフォリオの構成をドラスティックに変えるわけにはいかない。したがって、現状のポートフォリオをベースとしてパフォーマンスの改善を試みることになろう。

貸出政策を考える際に、貸出一件単位ではなく、ある属性を共通に持つグループ (セグメント) 単位で推進・撤退をコントロールすることにすると、このことは、パフォーマンスを最大にする各セグメントへの資本配分比率を求める最適化問題を解くのではなく、各セグメントへの資本配分比率を変化させた際のパフォーマンスへの影響度を測り、貸出政策決定に利用することを意味する。

パフォーマンス指標に含まれる変数のうち、ポートフォリオ全体のリターンは各セグメントのリターンを線形に反映するため特別な配慮は必要ない。一方、リスクに関しては、各セグメントへの貸出量を変化させた際のリスク量 (最大損失額) の変化を測る必要がでてくる。われわれは、この量をマージナルリスクとして計測する。マージナルリスクは、セグメント間の相関関係などによるリスク低減効果 (ポートフォリオ効果) を考慮したリスクの指標となる。

ところで、あるセグメントの貸出量を変化させるといっても、既存の取引相手の貸出額を増減するのか、新規の取引先を考えるのかによってリスクの大きさが異なると考えられる。後者のほうが貸出がより分散されるので、リスク量が小さくなるはずである。したがって、既存分マージナルリスクと新規分マージナルリスクの 2 種類のリスクを算出してみた。

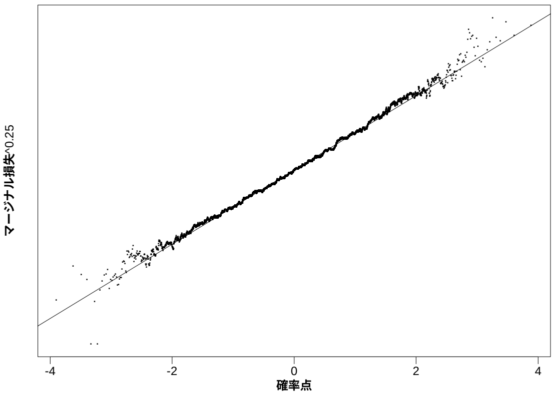

図 10: 確率点とマージナル損失の 4 乗根の関係

この 2 つの値は両極端であり、実際は両者の中間程度のリスクが見込まれる。

あるセグメントの既存分の取引の額を一律 10%増やした場合の最大損失から元のポートフォリオ全体の最大損失を引いたものを図 9 に示す。図より、信頼水準を少し上げても、マージナル損失が減少する場合が存在し、このままでは実務に適用できない。前節と同様に、信頼水準に対応した確率点とマージナル損失の 4 乗根の関係をプロットし (図 10)、回帰係数によってパラメータ化を行なう。

5.5 CreditMetrics との比較

J.P. Morgan は、1997 年 4 月に、同行の信用リスク管理手法である CreditMetrics [6] を公開している。

CreditMetrics の特徴を、以下に示す。

- 貸出先の 1 年後の格付の変化を想定する。
- 格付の変化は、格付推移確率に従う。
- 各格付に対応したイールドカーブを用いて、1 年後の現在価値を評価する。
- 格付の変化に影響を与える業種の要因として、各国の業種別株式インデックスを用いる。

CreditMetrics は、アメリカの投資銀行に適合するような手法であり、邦銀のリスク計測手法として、そのまま導入することはできないとわれわれは評価している。

すなわち、CreditMetrics では、1 年後の格付の変化だけを想定していることから、貸出債権を少なくとも 1 年後には流動化できることを前提としている。また、1 年後以降の信用リスクに関しては、市場により格付別のイールドカーブに正しく反映されていることを前提としている。したがって、格付を得ているような大企業の債権が対象となる。同様に、株式インデックスを業種の指標としているため、大企業を中心とした業種の要因を考えることになる。

日本では、都市銀行においてさえ、貸出債権に占める中小企業の割合が過半数となるため、格付別イールドカーブや株式インデックスなどの公表ベースのデータを用いるのでは不十分である。格付別のイールドカーブを格付推移確率から計算する試みもある [20, 25] が、変動という意味のリスクに対するプレミアムを考慮したイールドカーブを作成するのは難しいだろう。また、日本の金融機関の貸出政策および債権流動化市場の発展段階からみて、貸出資産を自由に流動化するよりは、信用リスクの引き受け手として貸出債権を保有しつづける傾向にあるため、約定満期にわたるリスクを算出する必要があると思われる。むろん、こうした多年度にわたるリスク量は、貸倒引当金のような単年度の値と比較されるべき数値ではない。

6 おわりに

昨今、金融機関の破綻が後を断たない。従来から潜在的に存在していた金融機関が抱える多大な信用リスクが顕在化している。右肩上がりの経済においては、企業経営が一時的に悪化した際に、金融機関が支援することにより回復できたため、金融機関の経営サイドでは、それを前提として信用リスクを見積っていたと考えられる。しかし、経済が成熟するにつれ、このような仕組みは成り立たなくなった。このため、潜在的な信用リスクが顕在化されることにより、現在のような事態に陥った。

今後、このような事態を繰り返さないためには、金融機関は信用リスクを正しく評価した上で経営判断を行なっていく必要がある。すなわち、全体の信用リスクを自行の体力に見合った範囲にコントロールすることと、個別の与信について信用リスクに見合ったスプレッドを確保することである。前者に関しては、本稿で紹介した手法などにより信用リスクを計量し、ポジションをコントロールすればよい。将来的には、クレジットデリバティブを活用し、より効率的なコントロールが実現されるだろう。後者に関しては、与信先との関連があるためより難しいし、従来のスプレッドでビジネスを行なうことが前提となっているため、多くの企業の経営が成り立たなくなる可能性もある。これについては、日本経済の根本的な問題であり、今後の研究が待たれる。

本稿では、信用リスクを計量化する手法を整理し、格付非斉時マルコフ連鎖モデルについて述べてきた。金融機関において信用リスク管理を行なう実務担当者や信用リスク管理システムを開発する人が、信用リスク管理手法について統合的に理解する一助となれば幸いである。

参考文献

[1] Altman E.S. Why business fail. *The Journal of Business Strategy*, pp. 15–21, 1983.

[2] Robert C.Merton. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. *Journal of Political Economy*, pp. 449–470, 1973.

[3] Fischer Black and Myron Scholes. The pricing of options and corporate liablities. *Journal of Political Economy*, pp. 637–654, 1973.

[4] T.R. Fleming and D.P. Harrington. *Counting process and survival analysis*. John Wiley and Sons, 1991.

[5] J.P. Morgan. *Risk Metrics Technical Document*. J.P. Morgan, 1992.

[6] J.P. Morgan. *Credit Metrics Technical Document*. J.P. Morgan, 1997.

[7] J.D. Kalbfleish and R.L. Prentice. *The Statistical Analysis of Failure Time Data*. John Wiley and Sons, 1980.

[8] M. Kijima and K. Komoribayashi. A markov chain model for valuing credit risk derivatives. preprint, 1997.

[9] Moody's Investors Service 著, 日本興業銀行金融調査部訳. グローバル格付分析. 社団法人 金融財政事情研究会, 第 1 版, 1994.

[10] Platt H.D. and Platt M.B. Business cycle effects on state corporate failure rates. *Journal of Economics and Business*, pp. 113–127, 1994.

[11] Robert A.Jarrow, David Lando, and Stuart M.Turnbull. A markov model for the term structure of credit risk spreads. *Review of Financial Studies*, pp. 481–523, 1997.

[12] 太田三郎. 企業倒産の構造分析. 千葉商大論文集, pp. 27–100, 1994.

[13] 青沼君明, 木島正明. プリペイメント・リスク評価モデル. 応用数学会論文誌 (投稿中), 1997.

[14] 小田信之, 村永淳. 信用リスクの定量化手法について. 日本銀行金融研究所, 7 1996.

[15] 木島正明. ファイナンス工学入門 I. 日科技連出版社, 1994.

[16] 木島正明. ファイナンス工学入門 II. 日科技連出版社, 1994.

[17] 鈴木茂央. 信用リスクと社債評価. 証券アナリストジャーナル, pp. 40–57, 7 1996.

[18] 鈴木茂央. デフォルト率推定誤差を考慮した社債ポートフォリオの信用リスク評価問題. 投資工学, pp. 25–54, 1997.

[19] 高橋秀夫, 森平爽一郎. 信用リスク管理の展望. 日本銀行金融研究所, 6 1996.

[20] 中林歩, 佐々木正信. 格付けによる信用リスク計量化の試み. JCR 月報, pp. 5–9, 2 1996.

[21] 西田信二. ALM 手法の新展開. 日本経済新聞社, 1995.

[22] 室町幸雄, 浅原大介. 信用リスクの計量化と管理手法. ニッセイ基礎研究所調査月報, 1997.

[23] 森平爽一郎. 倒産確率の推定と融資ポートフォリオの決定. 日本ファイナンス学会第 4 回大会, 6 1996.

[24] 若杉敬明, 佐々木正信. 来たるべき信用リスクマネジメントのビジョン. 地銀協月報, pp. 10–22, 11 1995.

[25] 鳥居秀行. 市場リスク管理から信用リスク管理へ. 金融財務研究会セミナー資料, 1997.

[26] 宮下和浩. 信用リスク定量化のシステム対応について. 金融財務研究会セミナー資料, 1997.