

## 厚板圧延における熱間変形抵抗予測方法

Mathematical Model of Hot Deformation Resistance in Plate Rolling

齐藤良行\*  
Yoshiyuki Saito

木 村 求\*\*  
Motomu Kimura

# 磯辺邦夫\*\* Kunio Isobe

## 榎並禎一\*\* Teiichi Enami

坪田一哉\*\*\*  
Kazuya Tsubota

井 上 正 敏\*\*\*  
Masatoshi Inoue

馬 場 和 史 \*\*\*  
Kazushi Baba

#### Synopsis:

A mathematical model of hot deformation resistance for computer control in plate rolling has been developed. Characteristics of the model are as follows: (1) a fundamental equation is derived from the theory of crystal plasticity, (2) the effect of strain accumulated in previous rolling passes is taken into consideration expressing recovery process during pass interval by mathematical equations. Variation in strain accumulated during rolling process can be evaluated with the model.

The present model has been applied successfully to the computer control system of No. 2 plate mill at Mizushima Works, Kawasaki Steel Corporation. The accuracy of calculated rolling force by the model was better than 5% regardless of rolling temperature and type of steel. The model could also be applied to the low temperature rolling in austenitic range and to the rolling of steel plate containing Nb in which the effect of accumulated strain was large.

## 1. 緒 言

現在多くの厚板ミルやホットストリップミルではプロセスコンピュータ（P/C）制御による圧延工程の自動化が行われているが、当社水島製鉄所第2厚板工場においても稼動当初よりP/Cを導入し、これに適用すべき制御システムを開発したり。

P/Cによる圧延機制御の目的は圧延機能力を最大限に發揮させることによる生産能率の向上、形状制御および板厚制御による寸法形状のすぐれ

た鋼板の製造、さらに圧延条件の選定と管理により製品の機械的性質の安定性を確保することにある。これらの目的を達成するためには、圧延機の制御パラメータの中でも圧延荷重の正確な予測が最も重要である。

圧延荷重  $P$  は一般に次式で書きあらわせる。

ここに、 $k_m$ ：平均変形抵抗

$Q_P$ : 壓下力関数

$l_d$ : 投影接触弧長

$W$ : 板帽

技術研究所水島研究室

\*\*\* 水島製鉄所厚板圧延部厚板技術室主査(技長待遇)  
(昭和55年2月22日原稿受付)

\*\* 技術研究所水鳥研究室主任研究員

\*\*\*\*\* 水島製鉄所システム部制御技術室

である。(1)式によれば平均変形抵抗が圧延荷重の精度に直接寄与している。したがって圧延荷重を正確に予測するためには、変形抵抗を精度よく予測できる数式モデルの開発が重要な問題の一つである。

鋼の熱間変形抵抗は、引張試験、圧縮試験、ねじり試験などの手段で測定され、それらにもとづいて数式モデルが作成され、P/C制御にも利用されている<sup>2,3)</sup>。しかしこれら実験室での研究においては、実験条件の制約、変形様式の違いなどもあり、実機での熱間圧延条件をシミュレートするのは困難であり、広範囲の圧延条件について精度を保証するのはむずかしい。そこで筆者らは結晶塑性学的な立場から変形抵抗の数式モデルを導出し、水島製鉄所第2厚板ミルを用いて系統的な実験を行い、このモデルを用いてデータ解析を行うことによって変形抵抗を予測する方法を開発した。

本報告ではまず熱間圧延データを用いた変形抵抗計算方法と、変形抵抗の数式モデルの重要なパラメータである鋼板温度の予測方法について述べる。そして、圧延温度域がオーステナイト域低温側におよんだとき、またNbなどの再結晶を抑制する元素を添加した鋼を圧延した場合のように、ひずみがバス間で回復せず、変形抵抗へのひずみの累積効果が無視できなくなった場合への上記の数式モデルの応用について紹介する。最後にこの変形抵抗予測モデルを、計算機制御用数式モデルとしてオンラインで利用する方法と、その場合のモデルの精度について記述する。

## 2. 鋼板の平均変形抵抗

熱間圧延データを用いて平均変形抵抗値を求める方法について述べる。鋼板の平均変形抵抗は(1)式から次のように書ける。

$$k_m = \frac{P}{l_d \cdot Q_p \cdot W} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで、

$$l_d = \sqrt{R' \cdot \Delta h}$$

$$\Delta h = H - h$$

ただし、H、hはそれぞれ入側および出側板厚である。またR'は偏平ロール半径で、Hitchcock<sup>4)</sup>の式により次のように書ける。

$$R' = R \left[ 1 + \frac{16(1-\nu^2)}{\pi \cdot E} \cdot \frac{P}{W \cdot \Delta h} \right] \dots \dots (3)$$

ここにR: ロール半径

$\nu$ : ポアソン比

E: ヤング率

である。

圧下力関数  $Q_p$  は(4)式により求める。(4)式では非ビーニング効果域 ( $l_d/h_m > 1$ ,  $h_m = (H+2h)/3$ ) については Sims の式<sup>5)</sup>を用いて計算し、ビーニング効果域 ( $l_d/h_m \leq 1$ ) ではボンチ押し込みの近似解を利用している<sup>5)</sup>。

$$Q_p = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-r}{r}} \left[ \frac{\pi}{2} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r}{1-r}} \right] \\ -\sqrt{\frac{R'}{h}} \left( \ln \frac{h_\phi}{h} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{1-r} \right) \\ -\frac{\pi}{4} \quad (l_d/h_m > 1) \\ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{h_m}{l_d} \quad (l_d/h_m \leq 1) \end{cases} \dots \dots \dots (4)$$

ここで、

$$\ln \frac{h_\phi}{h} = \ln \left[ 1 + 2 \frac{R'}{h} (1 - \cos \phi_N) \right]$$

$$\phi_N = \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1-a^2}}{a} \right]$$

$$a = 1 - \frac{r}{2(1-r)} \cdot \frac{h}{R'}$$

$$r = \frac{(H-h)}{H}$$

(2)式により  $k_m$  を計算するため、圧延機のロードセルにより P を、γ線厚み計を用いて H, h を、また幅計により W を、それぞれ測定する。そのほか、変形抵抗の数式モデルのパラメータであるひずみ速度を算出するのに必要なロール回転数 N や、板内の一点がロールに接触している時間  $t_{IM}$  およびバス間時間  $t_{OM}$  も測定する。これらの測定値は CRT およびラインプリンタに出力される。

これらの測定データを用いて(2)～(4)式により、実機による熱間圧延での  $k_m$  が計算できる。このようにして求めた  $k_m$  を後述する数式モデルによる  $k_m$  の決定やモデルの精度チェックに利用した。

### 3. 鋼板温度予測モデル

変形抵抗予測モデルの重要なパラメータであり、また直接、機械的性質に影響する鋼板温度の予測法について記述する。

#### 3.1 基本式

加熱炉抽出後の圧延工程は、鋼板の温度変化の観点から時系列的に(i)空冷、(ii)水冷、(iii)圧延の素工程に分解できる<sup>9)</sup>。各素工程について適切な境界条件を設定して、Fourierの熱伝導方程式を解くことにより、圧延中の鋼板温度の推移がわかる。

Fourierの熱伝導方程式は、熱伝導度 $\lambda$ を位置に対して弱い関数とすれば(5)式のように書ける。

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \cdot \Delta T + Q \quad \dots \dots \dots (5)$$

ただし $T$ は鋼板温度、 $Q$ は熱量、 $\rho$ は密度、 $C_p$ は比熱である。また境界条件は(6)式で書きあらわせる。

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial h} = q \quad \dots \dots \dots (6)$$

ただし境界面から放散される熱量を $q$ とし、境界面に垂直なベクトルの大きさを $n$ とした。各素工程での $q$ および $Q$ は次のように計算できる。

##### 3.1.1 空冷

空冷中の鋼板の温度変化は輻射および対流によると考えて $q$ を次のようにして求めた。

$$q = q_{\text{rad}} + q_{\text{conv}} \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$q_{\text{rad}} = E_m \cdot \sigma \cdot [(273 + T_s)^4 - (273 + T_a)^4] \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$q_{\text{conv}} = \alpha_{\text{conv}} (T_s - T_a) \quad \dots \dots \dots (9)$$

ただし $E_m$ は輻射率、 $\alpha_{\text{conv}}$ は熱伝達率、 $\sigma$ は Stefan Boltzmann 定数である。また $T_s$ 、 $T_a$ はそれぞれ鋼板表面および大気の温度(℃)を示す。

##### 3.1.2 水冷

デスケーリングデバイスやミルでのデスケーリングなどの水冷による抜熱量 $q_w$ は冷却方法ごとに一定の熱伝達率 $\alpha_w$ を仮定すれば次式により表される。

$$q_w = \alpha_w (T_s - T_w) \quad \dots \dots \dots (10)$$

ただし $T_w$ は水温である。

#### 3.1.3 圧延

加工エネルギーのうち、 $\eta$ ( $0 < \eta < 1$ )が発熱量 $Q$ に相当するとして、 $Q$ を(11)式で与えた。

$$Q = \frac{\eta}{427} \cdot \frac{P}{t_B} \ln \left( \frac{H}{h} \right) \quad \dots \dots \dots (11)$$

ただし $t_B$ は鋼板とロールとの接触時間である。

またロールとの接触熱伝導による熱流量 $q_{\text{cont}}$ は、ロールと鋼板間に熱抵抗がないとし、両者を半無限と考えれば、次式により計算できる。

$$q_{\text{cont}} = \alpha_{\text{cont}} (T_s - T_R) \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$\alpha_{\text{cont}} = \frac{2}{\sqrt{\pi \cdot t_B}} \cdot \frac{\frac{\lambda}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\lambda_R}{\sqrt{a_R}}}{\left( \frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{\lambda_R}{\sqrt{a_R}} \right)} \quad \dots \dots \dots (13)$$

ただし $T_R$ 、 $\lambda_R$ はそれぞれロールの表面温度およびロールの熱伝導度、 $a$ 、 $a_R$ はそれぞれ鋼板およびロールの温度伝導率である。

なお鋼板の物性値に関しては $\rho$ を一定とし、 $\lambda$ 、 $C_p$ には姿態も考慮した温度依存性をもたせた。(5)式を差分化して数値計算を行うことにより、鋼板の各位置の温度の推移を知ることができる。

#### 3.2 热的定数の决定

上述の基本式を用いて実際に温度の計算を行うには、輻射率 $E_m$ および各種の熱伝達率 $\alpha$ をあらかじめ決定しておく必要がある。このような熱的定数は以下に示すように間接的な方法により決定された。

輻射率として小門の式<sup>7)</sup>を用い対流による熱伝達率 $\alpha_{\text{conv}}$ は加熱後空冷したスラブの温度の実測冷却曲線から定めた。デスケーリングデバイスでの高压水噴射による熱伝達率 $\alpha_{\text{DD}}$ は、デスケーリングデバイス通過後の表面温度実測値と $\alpha_{\text{DD}}$ を仮定して計算により求めた表面温度が最もよく一致する $\alpha_{\text{DD}}$ の値を採用した。次に圧延機でのデスケーリング水による熱伝達率 $\alpha_{\text{MD}}$ を流量が2水準の場合について、および、冷却用シャワーによる熱伝達率 $\alpha_{\text{SB}}$ をそれぞれ $\alpha_{\text{DD}}$ の場合と同様の方法で決定した。

このようにして法定した輻射率、実測熱伝達率(Table 1 参照)を用いて鋼板圧延時の温度変化の

Table 1 Values of emissivity and effective heat transfer coefficient used

Emissivity	$(0.58 \frac{H_0}{H} + 0.8) \frac{H}{H_0}$
Convection	7.5
Effective heat transfer coefficient	1 800
Descaling device	2 000(maximum flow)
Mill descaling device	300(minimum flow)
Shower	300

$H$ : Plate thickness(mm),  $H_0$ : Initial plate thickness(mm)

推移を計算し、放射温度計による実測値と比較した例を Fig. 1 に示す。計算表面温度と実測表面温度はよく一致する。

#### 4. 变形抵抗モデル

#### 4・1 基本モデル

熱間変形抵抗については、実験室での測定結果をもとに数式モデルが作成されてきた。そのうち

でも美坂の式<sup>2)</sup>あるいは志田の式<sup>3)</sup>は、熱間圧延時の変形抵抗モデルとして広く使われているが、モデルの物理的意味は必ずしも明確ではない。ここでは結晶塑性学的な立場から変形抵抗モデルの導出を試みた。

結晶の変形速度  $\dot{\epsilon}$  と転位のすべり運動の速度  $v$  の間には次の関係がある<sup>8)</sup>。

ここではバーガースペクトルの大きさ、 $\rho_m$ は可動転位密度である。また  $v$  は転位の平均速度であり、有効応力  $\tau_{\text{eff}}$  の関数として、次の式で表されることが実験的に確かめられている<sup>9)</sup>。

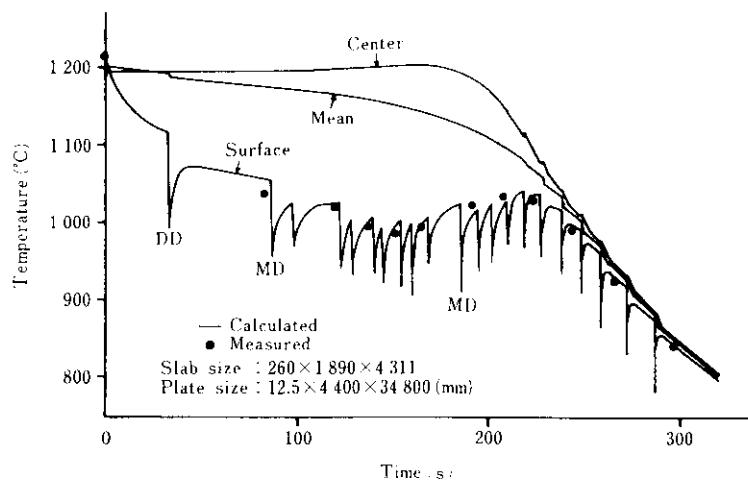
$$\dot{v} = v_0 \cdot \left( \frac{\tau_{\text{eff}}}{\tau_0} \right)^m \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

ここで  $\tau_0$ ,  $m$  は物質の種類、状態に依存する量で、一般に温度が低下すると  $m$ ,  $\tau_0$  の値は増加する。  
 (15)式の  $\tau_{eff}$  は変形応力  $\tau$  から内部応力を差し引いたものである。内部応力として運動しつつある転位間の弾性相互作用を考えれば、 $\tau_{eff}$  は次のように書ける<sup>8)</sup>。

$$\tau_{\text{eff}} = \tau - \alpha_0 \sqrt{\rho_m} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

ここで  $\alpha_0$  は定数である。

運動している転位がその全長と運動した距離に比例して増殖作用を行う確率はそこに働く有効応力に比例すると考える。転位源から生み出された転位は、可動転位もしくは阻止転位の形で鋼板内に存在する。可動転位は掃過距離とともに減少し<sup>10)</sup>、



**Fig. 1** Comparison of calculated temperatures of hot plate with measured ones during rolling

内部応力が変形応力に比べて小さいと仮定すれば、可動軸密度  $\rho_m$  は次のように書ける。

$$\rho_m = \alpha_1 \cdot \tau \cdot \epsilon \exp\left(-\frac{\epsilon}{l}\right) \quad \dots \dots \dots (17)$$

ただし  $\alpha_1, l$  は定数である。  $l$  は結晶の状態、特にサブグレインの大きさと密接に関係している。

(14)～(17)式により  $\tau$  についての超越型の方程式が得られる。 $m$  について線型の温度依存性を仮定し、 $\tau_0 \propto \exp(\alpha_2/T)$  として、また内部応力が変形応力に比べて小さいとすることにより、 $\tau$  についての次のような近似解が求まる。

$$\begin{aligned} \ln \tau = & a_0 + a_1 T_k + \frac{a_2}{T_k} + a_3 \epsilon + a_4 T_k \epsilon \\ & + a_5 \ln \epsilon + a_6 T_k \ln \epsilon + a_7 \ln \dot{\epsilon} + a_8 \cdot T_k \cdot \ln \dot{\epsilon} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (18)$$

ただし  $a_0 \sim a_8$  は定数、  $T_k$  は鋼板の絶対温度である。平均変形抵抗  $k_m$  を次式で計算する。

$$k_m = \frac{1}{\epsilon} \int_0^\epsilon \tau(\epsilon', \dot{\epsilon}, T_k) d\epsilon' \quad \dots \dots \dots (19)$$

さらに厚板ミルで系統的な実験圧延を行い、その圧延データおよびそれを利用して前項のモデルで計算した鋼板平均温度の値を用いて、統計解析を行った。寄与の小さい項を無視すれば、 $k_m$  の数式モデルは次のような簡単な形式で与えられる。

$$\ln k_m = b_0 + \frac{b_1}{T_k} + b_2 \ln \epsilon + b_3 \cdot T_k \cdot \ln \dot{\epsilon} \quad \dots \dots \dots (20)$$

(20)式の右辺の  $b_0 \sim b_3$  は合金成分量に依存する定数である。

#### 4・2 パス間でのひずみ累積効果

前項で導出した変形抵抗の基本式は、該当パスの鋼板温度、ひずみ、ひずみ速度の関数として(20)式で記述できるが、適切な係数  $b_0 \sim b_3$  を用うことにより、高温での Si Mn 鋼の圧延にはそのまま適用可能であり、これを用いた圧延荷重の予測精度もすぐれている<sup>11)</sup>。しかし、圧延温度域がオーステナイト域低温側におよんだ時、あるいは Nb などの再結晶を抑制する元素を添加した鋼を圧延した場合には、圧延荷重の予測値に比べて実測

値が大きくなる傾向がある。これは前パスでの加工ひずみがバス間で十分回復されず次バスの圧延荷重に影響を与える結果生ずる傾向と考えられる。

このようなバス間でのひずみの累積効果を上野ら<sup>12)</sup>は該当バスの加工ひずみ  $\epsilon$  にそのバス直前の残留ひずみ  $\Delta \epsilon$  を加えた、全ひずみ  $\epsilon'$  を、変形抵抗式の  $\epsilon$  のかわりに用いることにより扱っている。この考えにしたがえば、 $n$  パスでの全ひずみ  $\epsilon_n'$  は、1 パスから  $(n-1)$  パスまでの加工ひずみ  $\epsilon_1 \sim \epsilon_{n-1}$  と各バス間でのひずみ残留率  $\lambda_1 \sim \lambda_{n-1}$  を用いて、(21)式で表せる。

$$\begin{aligned} \epsilon_n' = & \epsilon_n + \Delta \epsilon_n \\ = & \epsilon_n + \lambda_{n-1} \cdot (\epsilon_{n-1} + \Delta \epsilon_{n-1}) \\ = & \epsilon_n + \sum_{i=1}^{n-1} (\prod_{j=i+1}^n \lambda_j) \cdot \epsilon_i \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (21)$$

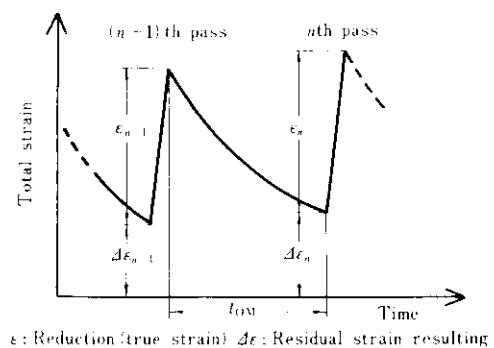
ただし、 $\lambda_{n-1}$  は  $(n-1)$  パスと  $n$  パス間のひずみ残留率である。 $\lambda_{n-1}$  は(21)式を用いて次のように書きあらわせる。

$$\lambda_{n-1} = \frac{\Delta \epsilon_n}{\epsilon_{n-1} + \Delta \epsilon_{n-1}} \quad \dots \dots \dots (22)$$

$\lambda, \epsilon, \Delta \epsilon$  の関係を概念的に示したのが Fig. 2 である。

バス間でのひずみの累積効果が生ずる場合にこのような取扱いができるれば、オーステナイト域低温側も含めた広い圧延温度範囲にわたって同一形式の変形抵抗式が利用できるという点で好ましい。

高温変形後のひずみの回復過程は、ねじり試験、圧縮試験、引張試験により研究され、回復、再結晶の進展にともなう降伏点の変化にもとづき、軟化過程が定量化されている<sup>12)～16)</sup>。たとえば大内ら<sup>13)</sup>



$\epsilon$ : Reduction (true strain)  $\Delta \epsilon$ : Residual strain resulting from previous passes  $t_{0(n)}$ : Interpass time

Fig. 2 Schema of variation in total strain during time interval between passes considering recovery process

は高温圧縮試験により  $\lambda$  の温度、時間依存性を求め、さらに  $\lambda$  を温度の関数で近似し、美坂<sup>2)</sup>あるいは志田<sup>3)</sup>の式に代入し、圧延荷重を予測した。

ここでは高温での圧縮あるいは引張試験のような実験室的加工条件と実際の圧延条件との差を考慮しなくてよいように、圧延中の変形抵抗の測定値をそのまま利用して、該当バス直前の残留ひずみ計算を試みた。

圧延データから(2)式を用いて計算した実測平均変形抵抗  $k_m^{(obs)}$  は、該当バス直前の残留ひずみを  $\Delta\epsilon$  とすれば、前述の考えにしたがって、次式のように書ける。

$$\ln k_m^{(\text{obs})} = b_0 + \frac{b_1}{T_k} + b_2 \ln (\varepsilon + A\varepsilon) + b_3 \cdot T_k \cdot \ln \dot{\varepsilon} \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

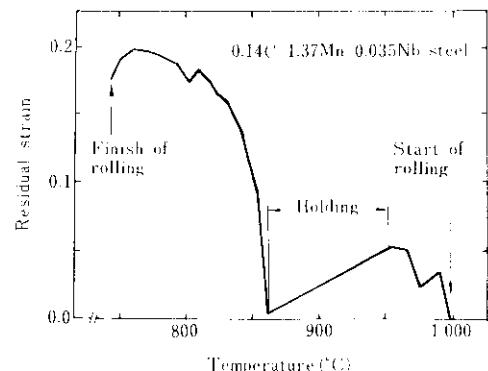
(23)式で  $\Delta\epsilon = 0$  とおいたものを  $k_m^{(0)}$  とし、これを残留ひずみなしの状態での平均変形抵抗と考える。 $\Delta\epsilon$  は  $k_m^{(0)}$  と  $k_m^{(\text{obs})}$  を用いて次のように書ける。

$$\Delta \varepsilon = \left[ \left( \frac{k_m^{(\text{obs})}}{k_m^{(0)}} \right)^{1/b_2} - 1 \right] \cdot \varepsilon \quad \dots \dots \dots (24)$$

該当バスの圧延条件より  $k_m^{(obs)}$ ,  $k_m^{(0)}$  とも、計算可能である。各バスでの  $\Delta\varepsilon$  が容易に求められる。このようにして  $(n-1)$  バスおよび  $n$  バス直前の残留ひずみ  $\Delta\varepsilon_{n-1}$ ,  $\Delta\varepsilon_n$  を計算し、(22)式を用いることにより、 $(n-1)$  バス,  $n$  バスのひずみ残留率  $\lambda_{n-1}$  が求められる。

制御圧延材の圧延データを用いて、圧延中の  $\Delta\epsilon$  の変化を(24)式により計算し、Fig. 3 に示す。オーステナイト高温域（950°C 以上）では、再結晶などによるひずみの回復が容易であるため  $\Delta\epsilon$  は小さい。温度が降下すると  $\Delta\epsilon$  はゆるやかに増加する。Nb の添加により、オーステナイト低温域（950°C ~ Ar<sub>3</sub>）では再結晶が抑制され、粒内に変形帯、転位が蓄積される<sup>17)</sup>結果、 $\Delta\epsilon$  がこの領域で急増したと考えられる。圧延終了前、圧延温度 760°C 近傍から  $\Delta\epsilon$  が減少はじめるのは  $r \rightarrow \alpha$  変態による影響と推定される。

以上のことから、実圧延データの解析によって、定性的には妥当と思われるバス間でのひずみの累積効果が求められることがわかった。したがって、ひずみ残留率に関する数式モデルを得ることがで



**Fig. 3** Variation in residual strain during typical controlled rolling process

きれば、実圧延データとの対比により、具体的な係数を決定することによって、より広い成分、温度範囲にわたる変形抵抗、圧延荷重の予測が可能となる。

### 4.3 ひずみ残留率のモデルおよび計算

$\lambda$ の数式モデルを次のようにして導出する。回復途上での結晶粒内の転位密度  $\rho$  の変化は一般に次の式で表せる。

$$\frac{d\rho}{d\mu} = \sum_{n=1}^{N_0} k_n \cdot \rho^n \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

(25)式の右辺の各項は回復の各素過程に対応する。 $k_n$  は反応速度で温度に依存する。 $N_0$  は正の整数である。回復途上の転位密度と残留ひずみの関係は次式で示される。

ここで  $c$  は温度に依存する定数である。Arrhenius 型の温度依存性を仮定し、(25)、(26)式を用いて、回復途上のひずみの時間変化を次式で表した。

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = - \sum_{n'=1}^{N_0} c_n' \exp\left(-\frac{d_n'}{T_0}\right) \varepsilon^{n'} \quad \dots \dots \quad (27)$$

右辺の  $c_n$ ;  $d_n'$  は定数であり、 $d_n'$  は回復の各素過程の見かけの活性化エネルギーに相当する。回復過程そのものの見かけの活性化エネルギー  $d$  を考え、(27) 式を次のように書きかえても一般性は失われない。

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\exp\left(-\frac{d}{T_b}\right) \cdot \sum_{n=1}^{N_0} c_n e^{-\varepsilon_n} \quad \dots \dots \quad (28)$$

右辺の  $c_1$  は合金成分に依存する定数である。

$f(x)$ を(29)式で定義し、その不定積分を  $F(x)$  と表し、 $(n-1)$  パスと  $n$  パス間の回復を考え(28)

式を次のように書きかえる。

$$f(x) = \frac{1}{\left( \sum_{n=0}^{N_0} a_n x^n \right)} \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

$$F(\lambda_n(\varepsilon_{n-1} + \Delta\varepsilon_{n-1})) = F(\varepsilon_{n-1} + \Delta\varepsilon_{n-1})$$

$$= t_{\text{OM}} \cdot \exp \left( -\frac{d}{T_k} \right) \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

$F(x)$  は次のようにして計算できる。「代数学の基本定理」により次の方程式には  $N_0$  個の根が存在する。

$$g(x) = \sum_{n=0}^{N_0} c_n x^n - 0 \quad \dots \dots \dots (31)$$

$\alpha_1, \dots, \alpha_{N_0}$  を(31)式の根とすれば、 $f(x)$  は次のように部分分数の和で表せる。

$$f(x) = \sum_{j=1}^n \frac{\beta_j}{(x + a_j)^{n_j}} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

ただし  $\beta_i$  は定数で、 $n_i$  は次の関係をみたす

$$\sum_{j=1}^{f_N} n_j = N_0$$

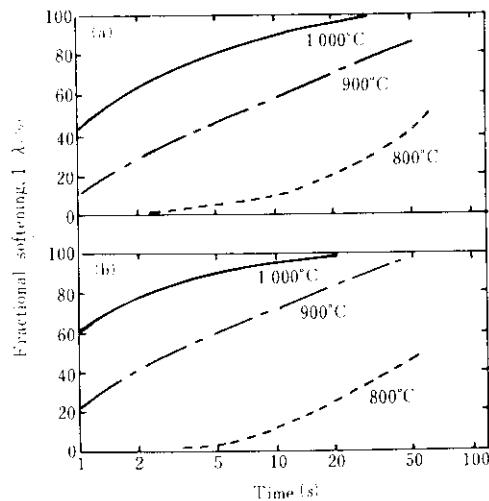
(32)式の右辺を項別積分すれば  $F(x)$  の計算が可能である。

(30)式は  $\lambda_n$  についての超越型の方程式であるが、必要に応じて近似式を用いることにより、 $\lambda_n$  を  $t_{\text{OM}}$  および  $(\epsilon_{n-1} + \Delta\epsilon_{n-1})$  を含む多項式で表すことができる。 $N_0$  の値を十分大きくとることにより、圧延中のあらゆる状態変化を定式化できる。

通常の圧延の場合、バス間での粒内の転位密度  $\rho$  の変化を定量的に取扱う時、サブグレイン内部の異符号の転位合体による消滅、サブグレイン粒界での転位の吸収を考えればよい。転位の合体消滅および粒界での吸収による単位時間あたりの転位密度の減少量は、それぞれ  $\rho^2$  より  $\rho$  に比例する<sup>18,19)</sup>。また Nb のような炭窒化物形成元素の影響を反応速度、活性化エネルギーにくみいれるとすれば  $N_0 = 2$  で、十分通常の圧延での回復過程を記述できる。さらに回復初期には転位の合体消滅が主であるという仮定を用いて、(30) 式の解を近似し、統計解析が容易な式に変形する。圧延データより  $\Delta\epsilon_{n-1}$ ,  $\Delta\epsilon_n$ ,  $\lambda_n$ ,  $t_{OM}$  を求め、統計解析により係数を決定する。 $\lambda_n$  は最終的に次の式で表せる。

$$\lambda_n = \frac{c_1}{\{c_2(\varepsilon_{n+1} + \Delta\varepsilon_{n+1}) + c_1\} \cdot \exp(-c_1 \cdot t_{OM} \cdot \exp(-d/T)) - c_2(\varepsilon_{n+1} + \Delta\varepsilon_{n+1})} \quad \dots \quad (33)$$

(33)式を用いて、0.14C-1.37Mn-0.035Nb鋼の回復挙動を計算したのがFig.4である。800, 900, 1000°Cの各温度で、それぞれ10% (Fig.4.(a)) および20% (Fig.4.(b)) の変形を与えた後、その温度で保持した場合の回復度 $1-\lambda$ をプロットした。厚板上延における $t_{OM}$ は5s程度であるので、900°Cでは前パスひずみの60%が残留すると予想される。



**Fig. 4** Calculated fractional softening of 0.14C-1.37Mn-0.035Nb Steel at 800°C, 900°C and 1 000°C after prestraining of (a)10% and (b)20%

## 5. モデルの P/C への適用とその精度

前項までに説明した数式モデルを計算機制御用モデルとして P/C に組み入れ、オンラインで圧延荷重を予測した。この時、P/C の負担を少なくし、能率向上をはかるため、温度、偏平ロール半径、圧下力関数について近似式を用いた。モデルの簡易化、オンライン制御の概略について簡単に説明し、モデルの予測精度について報告する。

### 5・1 温度モデルの簡易化

圧延荷重予測に必要な鋼板の板厚方向各位置の温度の平均値を鋼板内の温度の代表値として、鋼板の冷却の素工程に対する境界条件をうまく利用して、熱伝導方程式の解を近似した<sup>6)</sup>。各素工程での平均温度の変化を(34)～(37)式に示す。

#### (1) 空冷

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1000}{T_{mk}} \right)^3 - \left( \frac{1000}{T_{mk}} \right)^3 \\ & - 10^{-4} \cdot t \cdot \left\{ \frac{1}{H} (f_1 \cdot E_m \cdot f_2 \alpha_{conv}) \right. \\ & \left. + f_3 + \frac{f_4}{10^4} H \right\} \quad \dots \dots \dots (34) \end{aligned}$$

#### (2) 水冷

$$\Delta T_m = -\eta \frac{2\alpha (T_{m0} - T_w)}{\rho_p \cdot C_p \cdot H} \cdot t \quad \dots \dots \dots (35)$$

#### (3) 圧延

加工発熱

$$\Delta T_m = \frac{0.9 \cdot \varepsilon \cdot P}{427 \cdot \rho_p \cdot C_p} \quad \dots \dots \dots (36)$$

ロールへの熱伝導

$$\begin{aligned} \Delta T_m &= -\eta \frac{2 \times 2}{\sqrt{\pi} \cdot t_B} \\ & \frac{\frac{\lambda}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\lambda_R}{\sqrt{a_R}} (T_{m0} - T_R)}{\left( \frac{\lambda}{\sqrt{a}} + \frac{\lambda_R}{\sqrt{a_R}} \right) \cdot \rho_p \cdot C_p \cdot H_m} - t_B \quad \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

ただし  $T_m$  は平均温度、  $T_{m0}$  は初期平均温度、  $\rho_p$  は鋼板の密度、  $f_1 \sim f_4$  は定数である。(35)～(37)式は(6)式をそのまま差分化したものであり、(35)式は、(a)  $q_{rad} \gg q_{conv}$ 、(b)  $T_m \approx T_S$ 、(c)  $T_m > T_a$  という3つの仮定と、定常状態では板厚方向温度分布は放物型になるという考え方を用いて(6)式を解き、板厚の厚い時の仮定(a)、(b)の不備を補正したものである。(34)式の定数  $f_1 \sim f_4$  を回帰分析により決定した。この簡易式による値と差分による数値解との差は抽出後圧延終了までの範囲で  $\pm 5^\circ\text{C}$  であった。実操業において、圧延の後半に相当する板厚40mm以下のバスについて求めた計算値と実測値との差の分布をFig. 5に示す。計算表面温度は放物型の温度分布を仮定して、平均温度、板厚か

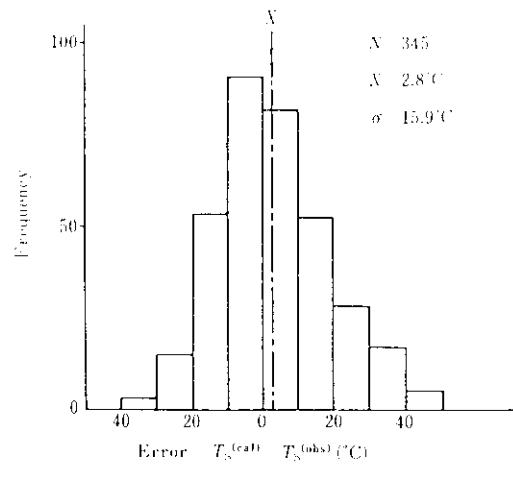


Fig. 5 Distribution of errors in rolling temperature

ら計算した。

### 5・2 圧延荷重モデルの簡易化

(1)式により圧延荷重  $P$  を求める場合、(1)式の右辺の  $Q_p$  および  $I_d$  は、 $R'$  つまり  $P$  を含む項の関数で表され、(1)式は  $P$  についての超越型の方程式となる。解を求めるためにくり返し計算が必要となるが、次のような近似を行うことにより、くり返し計算を省略できる。

与えられたバススケジュールでの圧延荷重予測を行う場合を考える。 $\varepsilon$  は未知数である  $R'$  の関数であり、 $k_m$  が未知数  $R'$  を含むことになるが、ここでの  $R'$  を  $\varepsilon$  の関数で表した既知数とし、 $k_m$  を既知の値とする。ビーニング効果域では、(1)、(3)、(4)式から、 $R'$  は2次方程式の解として求めることができ、くり返し計算なしで  $P$  が精度良く予測できる。また非ビーニング効果域では、吉田ら<sup>20)</sup>による Sims の式の次のような近似、

$$\begin{aligned} \ln \frac{h_s}{h} &= y^2 + \frac{1}{6} y^4 + \dots + y^2, \\ y &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r}{1-r}} + \frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{k}{R'}} \ln (1-r) \quad \dots \dots \dots (38) \end{aligned}$$

を用いることにより、 $R'$  についての2次方程式が得られ、やはりくり返しなしで  $P$  が精度良く計算

できる。

ドラフトスケジュール計算の場合、圧下量  $r$  が未知数であるが、 $P \propto \ln r$  の 3 次式で近似することにより、くり返しをさけることができる。すなわち  $\epsilon$ ,  $\dot{\epsilon}$ ,  $Q_P$  を関数近似し<sup>11,21)</sup>  $\ln r$  の 3 次式で表し、 $R'$  を  $h$  の関数で近似する<sup>11)</sup>。

### 5・3 オンラインでの荷重予測

変形抵抗モデルおよび前項までに示した温度と圧延荷重式の簡易モデルを用いて、オンラインでの圧延荷重予測を行なう。バス間でのひずみの累積効果が大きい場合の各バスでの荷重予測は次のようにして行われる。

$n$  ( $n \geq 2$ ) バスの圧延荷重を予測する場合を考える。 $(n-1)$  バス終了後、実測した圧延データより $(n-1)$  バス圧延時の圧延荷重、鋼板平均温度、ひずみ、ひずみ速度、実測平均変形抵抗を計算し、その値を用いてひずみなしの状態の平均変形抵抗を(20)式により計算する。さらに $(n-1)$  バス圧延時の全ひずみを(24)式により求める。次に  $P/C$  により圧延能率、要求される機械的性質を考慮して決められたバススケジュールにしたがって、 $n$  バス圧延時の温度を予測し、(33)式によりひずみ残留率を計算し、(22)式を用いて $n$  バス直前の残留ひずみを求める。 $n$  バス圧延時の平均変形抵抗を(23)式を用いて予測し、さらに(1)式により圧延荷重の予測を行う。このようにバス間でのひずみの累積効果が問題になる場合にも、 $n$  バスでの圧延荷重は、 $(n-1)$  バスおよび $n$  バスの圧延条件のみで決定され、精度のよい予測が可能である。

オンラインでの荷重予測の概念図を Fig. 6 に示す。

### 5・4 圧延荷重予測精度

当社水島製鉄所第2厚板工場のミルでの実操業にこのモデルを適用したときの予測精度について紹介する。精度は実測荷重と予測荷重の比 FCF で評価される。圧延中の FCF はオンラインで計算されフィード・フォワード方式の板厚制御に利用できる。

厚鋼板の圧延中における FCF の変化の一例を Fig. 7 に示した。圧延温度、合金成分にかかわりなく、FCF は 0.95~1.05 の範囲を推移する。

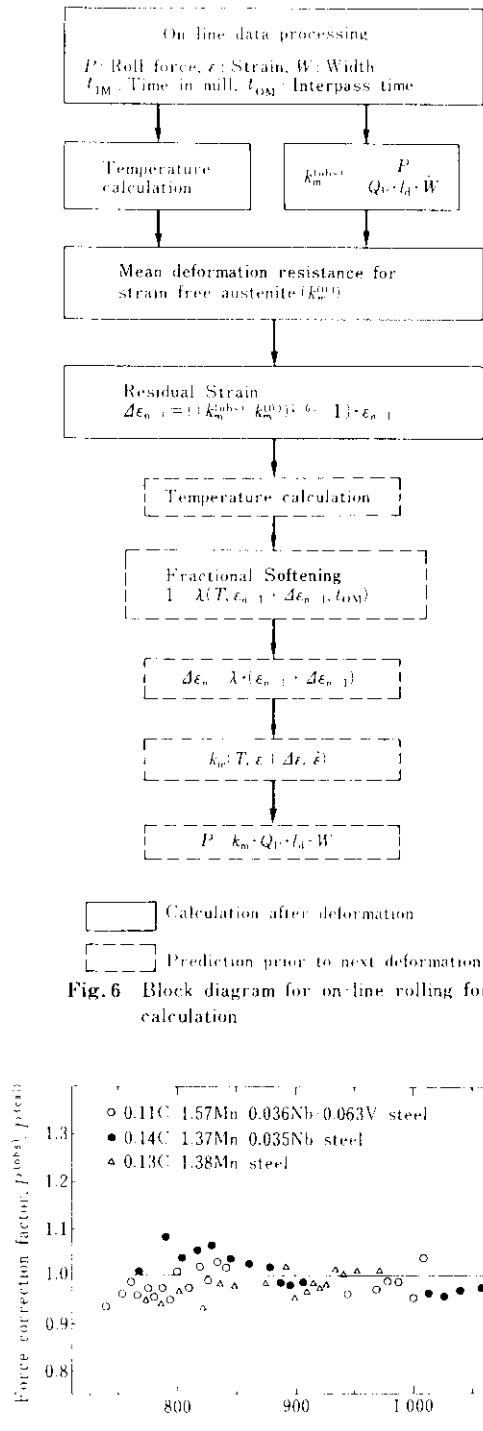


Fig. 6 Block diagram for on-line rolling force calculation

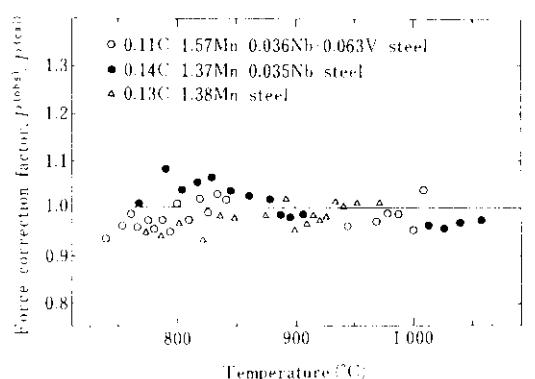


Fig. 7 Accuracy of roll force model

Fig. 8 は最終バスの FCF の分布を示している。FCF の平均は 0.996、標準偏差は 0.027 であり、

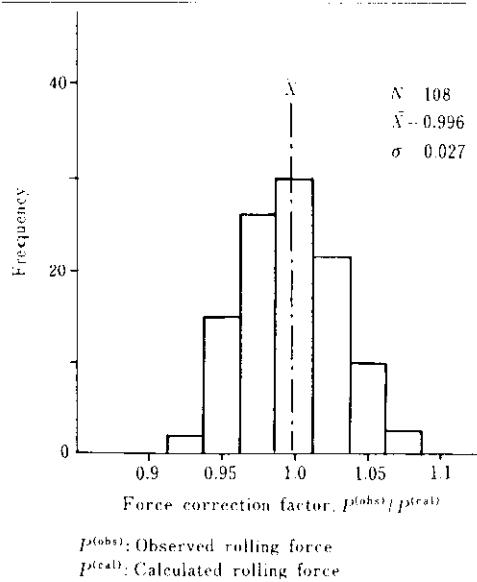


Fig. 8 Distribution of force correction factor at final pass in plate rolling

予測精度がすぐれていることがわかる。

このように本報告で紹介した数式モデルを P/C に組み入れることにより、実操業における圧延能率、注文歩留率の向上に貢献した。

## 6. まとめ

本報告で紹介した変形抵抗の数式モデルの特徴

と実操業への適用結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 結晶塑性学的な立場から熱間変形抵抗の数式モデルを導出した。平均変形抵抗は鋼板平均温度、ひずみ、ひずみ速度の関数で記述できる。
- (2) パス間でのひずみ累積効果を変形抵抗モデルに導入するため、パス間でのひずみの回復過程を単純な微分方程式で記述し、その解を求めるこにより、ひずみ残留率、残留ひずみの数式モデルを得た。
- (3) 上記の数式モデルの係数を決定するため、圧延データを用いて平均変形抵抗、圧延温度を次のような方法で計算した。圧下力関数として非ビーニング効果域では Sims の式、ビーニング効果域ではボンチ押し込みの近似解を用いて、圧延荷重から平均変形抵抗を計算した。鋼板の圧延温度は①空冷②水冷③圧延の三つの工程での温度変化を表す境界条件を設定し、Fourier の熱伝導方程式を解くことにより計算した。
- (4) 上記の数式モデルを当社水島製鉄所第2厚板ミルでの計算機制御に利用した実操業での圧延荷重の予測誤差は、圧延温度、鋼種にかかわりなく±5% 以内できわめて良好で、ひずみの累積効果の大きいオーステナイト低温域圧延や Nb を含有する鋼板の圧延にもこのモデルを適用し成功をおさめた。

## 参考文献

- 1) 大島、瀬川、磯辺、坪田、井上：厚板圧延機の計算機制御、金属学会会報、17 (1978) 2, 137
- 2) 美坂、吉本：落下ハンマ法による普通炭素鋼の熱間平均変形抵抗、塑性と加工、8-79 (1967) 8, 414
- 3) 志田：炭素鋼の変形抵抗の実験式、塑性と加工、10-103 (1969) 8, 610
- 4) 圧延理論とその応用(鉄鋼協会編)、(1969)、60、〔誠文堂新光社〕
- 5) R. Hill: The Mathematical Theory of Plasticity, (1950) 254, [Oxford]
- 6) 坪田、板橋、木村、磯辺：計算機による鋼板温度予測、鉄と鋼、63 (1977) 11, S 658
- 7) 小門：熱間圧延における材料の温度変化の予測計算法に関する基礎的研究、塑性と加工、11-118 (1970) 11, 816
- 8) A.H. Cottrell: Dislocation and Plastic Flow in Crystals, (1954), 17, [Oxford]
- 9) 角野：結晶の塑性、(1977) 第 11 章、251、〔丸善〕
- 10) 大川：格子欠陥と金属の機械的性質(金属学会編)、(1967) 第 6 章、141、〔丸善〕
- 11) 塚田、坪田、菊川、馬場、木村、磯辺：厚板圧延における鋼板温度及び荷重モデル、鉄と鋼、64 (1978) 11, S 695
- 12) 上野、大北、大内：文献 13 に引用
- 13) 大内：熱間加工中の組織変化とオーステナイトの強度 Controlled Rolling における変形抵抗、塑性と加工、18-201 (1977) 10, 867

- 14) R.A.P. Djaic & J.J. Jonas : Static Recrystallization of Austenite Between Intervals of Hot Working, JISI, 210 (1972) 4, 256
- 15) J.N. Cordea & R.E. Hook : Recrystallization Behavior in Deformed Austenite of HSLA Steels : Met. Trans., 1 (1970) 1, 111
- 16) T.L. Capeletti, L.A. Jackman & W.J. Childs : Recrystallization Following Hot-Working of a HSLA Steel and a 304 Stainless Steel at the Temperature of Deformation : Met. Trans., 3 (1970) 4, 789
- 17) T. Tanaka, N. Tabata, T. Hatomura & C. Shiga : Three Stages of the Controlled Rolling Process, Proc. of Microalloying 75, (1975), 350
- 18) J.C.M. Li : Recrystallization, Grain Growth and Texture (ASM), (1966), 45
- 19) R. Sandström : On Recovery of Dislocations in Subgrains and Subgrain Coalescence, Acta. Met., 25 (1977), 897
- 20) 吉田, 伊藤, 浜田, 広瀬, 須藤 : ホットストリップミル仕上圧延セットアップに使用する圧延荷重式と変形抵抗式についての検討, 鉄と鋼, 63 (1977) 2, A 25
- 21) 横井, 美坂 : 厚板圧延における数式モデル, 塑性と加工, 16 168 (1975) 1, 10