

Three-Dimensional Analysis of Flat Rolling of Rectangular Stock by a Numerical Method Based on Upper Bound Theory



林 宏之
Hiroiyuki Hayashi
鉄鋼研究所 水島研究
部第4研究室 主任研
究員(掛長)



磯辺 邦夫
Kunio Isobe
鉄鋼研究所 水島研究
部第4研究室 主任研
究員(課長)



片岡 健二
Kenji Kataoka
鉄鋼研究所 水島研究
部第4研究室 室長(部
長)

1 緒 言

近年、圧延理論の発展は著しく、スラブ法を主体とした解析は板圧延の分野ではほぼ完成されたと考えられる。しかし、これはスラブ法の制約により主として平面ひずみ圧延を対象としており、条鋼圧延などのように3次元変形を示す問題に関しては必ずしも十分解析されているとは言い難い。

これらの大変形問題は、有限要素法などの大規模なシミュレーションが有効であるが、3次元変形を取り扱う際には計算容量、計算時間が問題になる場合があり、より小規模な計算が有効な時もある。

有限要素法以外の手法としては上界法があり、簡単な速度場で変形形状が表現できれば速度場をあらわす関数中のパラメータを調節することにより正解に近い速度場を得ることができる。

上界法による圧延解析は、3次式で近似した速度場をRitz法で最適化する方法¹⁾、速度場の最適化に非線形最適化計算を行う方法^{2,3)}などが報告されている。

本報告では後者の方法である非線形最適化計算により角棒の平圧延の解析⁴⁾を試みた。角棒の平ロールによる圧延はカリバレス圧延⁵⁾として実用化されている線棒の新圧延法であり、変形形状が比較的単純であるため上界法による解析に適した加工方法である。ここでは計算結果と鉛モデル実験結果の比較および計算結果に基づく変形エネルギー効率の検討結果を示す。

2 解析方法

解析の際の主な仮定は以下のとおりである。

要旨

三次元変形の解析手段のひとつに上界法がある。これは上界定理に基づき、速度場を調節可能なパラメータを含む数式で表し、全仕事消散率を極小化して最も正解に近い速度場を得る近似解法である。本報では、カリバレス圧延として実用化されている角棒の平圧延を対象に、上界法による幅広がりおよびトルクの解析を行った。ここでは横断面が平面を保持するという簡単な速度場としたにもかかわらず、計算結果と鉛を用いたモデル実験結果はよく一致した。また上界法の計算結果を用いて変形エネルギー効率 η に及ぼす各種圧延条件の影響を検討し、平均ロール間隙形状比 $L_d/H_m=1$ のとき η が最大になるという結果が得られた。

Synopsis:

Three-dimensional rolling of rectangular bar is analyzed. This analysis is based on the upper bound theorem. The total energy dissipation rate is minimized by the simplex method which is one of the direct methods of nonlinear optimization.

It is assumed that kinematically admissible velocity is a cubic function of the distance from the entry plane and the cross section of rolled stock keeps plane in the roll gap.

Though the velocity field is simple, the calculation results of the spread and rolling torque agree well with lead-model experiments. From these results, deformation energy efficiency in case of flat rolling of the rectangular bar becomes maximum in the rolling condition of $L_d/H_m=1$.

- (1) 材料は剛完全塑性体である。
- (2) 材料は非圧縮性である。
- (3) 圧延材料の横断面は圧延中も平面を保つ。
- (4) 圧延時のロールは剛体ロールである。
- (5) ロール面の摩擦応力 τ は $\tau=mk$ で与えられる(ただし、 m は摩擦定数、 k はせん断降伏応力)。
- (6) 圧延材に曲がりおよび反りは生じない。

Fig. 1に示すような座標系、記号とし、定常変形としてこれからある変形の増分が生じたものとする、上限定理⁶⁾によれば

$$2T\omega \leq \int_V \sqrt{3} k \dot{\epsilon}_{eq} dV + \int_{\Gamma_k} k dv_k^* d\Gamma + \int_S \tau dv_k^* dS \dots \dots (1)$$

ただし、 T : ロール1本分トルク (kgf・mm)

ω : ロール角速度 (rad/s)

k : せん断降伏応力 (kgf/mm²)

ϵ_{eq} : 相当塑性ひずみ速度 (s⁻¹)

Γ_k : 速度の不連続面

* 昭和62年10月9日原稿受付

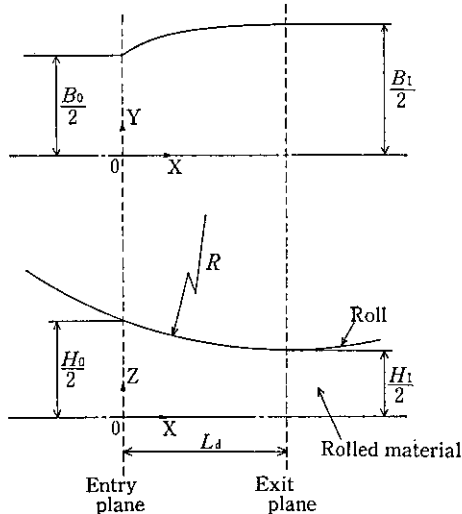


Fig. 1 Coordinates of flat rolling analysis

S: ロールとの接触面

dv_T : 速度不連続量, 相対すべり速度 (mm/s)

(1)式の右辺各項は, 左から順に塑性変形, 速度不連続, 摩擦による各仕事消散率を示している。また上添字kは動的相容 (kinematically admissible) であることを表している。

定常圧延中の外形形状すなわち自由表面形状 w を長手方向位置 x のみの関数であらわされとし, これを3次式で近似する¹⁾。また, 圧延前の横断面は仮定(3)より平面を保つものとし, 自由表面形状は厚さ方向に一様であるとする。Fig. 1に示すように, 入口平面を $x=0$, 出口平面を $x=L_d$, 圧延前の材料高さ, 幅を各々 H_0 , B_0 とする。

$x=0$ で $w=B_0$, $x=L_d$ で $w=B_1$, また $x=L_d$ のとき $dw/dx=0$ であるから外形形状は次式で表される。

$$w(x) = B_0 + C_0 x + (3 \cdot w_0 \cdot B_0 - 2C_0 L_d) \left(\frac{x}{L_d} \right)^2 + (C_0 L_d - 2w_0 B_0) \left(\frac{x}{L_d} \right)^3 \quad (2)$$

C_0 は入口平面における外形形状の流線の変化率, w_0 は出口平面での幅広がり率を示している。

一方, 長手方向の位置 x における材料高さは次式で表される。

$$H(x) = H_1 + 2R - 2\sqrt{R^2 - (L_d - x)^2} \quad (3)$$

ここで, R はロール半径, H_1 は出側材料高さである。

また, 自由表面形状以外に中立点の位置 x_n も未知であるので, これも自由度として与える。

これらの変数が与えられると, ロール半径 R , およびロール角速度 ω を用い, 中立点での x 方向の材料速度を U_n とすれば U_n は次式で与えられる。

$$U_n = \frac{R\omega}{\sqrt{1 + H'(x_n)^2}} \quad (4)$$

U_n を用いマスフロー一定であるから長手方向 x の位置での長手方向材料速度 v_x は

$$v_x = \frac{U_n \times H(x_n) \times w(x_n)}{H(x) \times w(x)} \quad (5)$$

幅方向速度 v_y は, 材料の幅方向中央では0であり, 仮定(3)および(6)より幅方向端部へ向かって一様に変化するから,

$$v_y = v_x \times w'(x) \times \frac{y}{w(x)} \quad (6)$$

厚さ方向速度 v_z は, 材料の厚さ方向中央では0であり, 仮定(3)

および(6)よりロールとの接触面へ向かって一様に変化するから,

$$v_z = v_x \times H'(x) \times \frac{z}{H(x)} \quad (7)$$

すなわち, 外形形状を表すパラメータ C_0 , w_0 , 中立点位置を表すパラメータ x_n の3変数を与えれば変形中の材料の各部における X , Y , Z 方向の速度を求めることができる。これらの速度場から(8)式により塑性ひずみ速度および相当塑性ひずみ速度が求められ⁷⁾, これらより仕事消散率を計算することができる。ここでは解析領域内を数値積分することによりこれらの計算を行った。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \\ \dot{\epsilon}_{eq} &= \sqrt{\frac{2}{3} \sum_{i,j=1}^3 \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

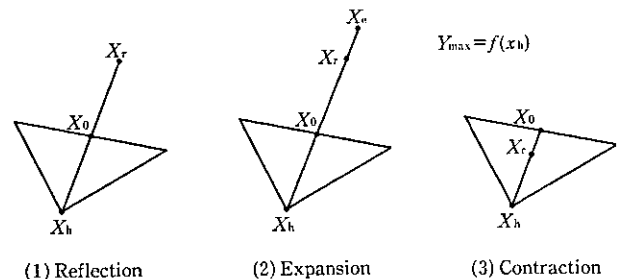


Fig. 2 Schematic representation of direct searching by simplex method

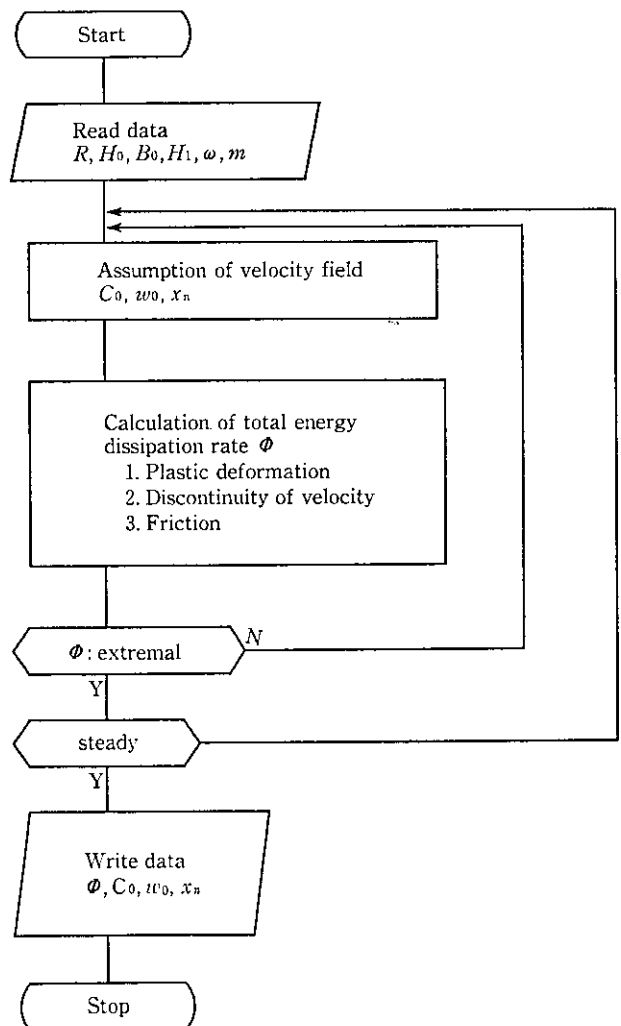


Fig. 3 Flow chart of calculation

外形形状を表すこれらの3変数を適切に選択して、全仕事消散率 ϕ を停留させる条件および停留後の速度場が最初に仮定した速度場と一致するという定常条件を満足すれば、最も正解に近い速度場が得られる。

本報告では、上界法の最適化は非線形最適化計算法の直接計算法の一つであるシンプレックス法⁹⁾を用いて行った。シンプレックス法はシンプレックス(単体)の頂点における関数値を比較し、Fig. 2に示すようにシンプレックスの鏡像(reflection), 拡大(expansion), 縮小(contraction)を繰り返して探索方向を決定していく方法であり、自由度が少ない場合は一般に収束性がよく有力な計算方法である。

計算の概略フローをFig. 3に示す。

3 実験方法

角棒のように厚みと幅が同程度の材料の圧延を対象にして上界法による解析と鉛を用いたモデル実験結果⁹⁾の比較を行った。角棒の平圧延は、カリバレス圧延に相当し、近年線棒の新粗圧延法として注目されているものである。計算および実験の条件をTable 1に示す。

Table 1 Conditions of calculation and experiment

Roll diameter	200 mm ϕ
Material	99.99% Pb
Stock height H_0	40, 30, 23, 18 mm
Width/height B_0/H_0	0.5, 1.0, 2.0
Reduction	10, 20, 30, 40%

これらの条件は当社水島製鉄所棒鋼工場の粗中間スタンド列を想定しており、縮尺は実機の1/3である。計算条件は実験条件と合致させているが計算時の材料の幅や摩擦条件は実験範囲より広くしている。

実験に用いたモデル材料は99.99%の純鉛であり、常温で再結晶し、鋼の熱間圧延をよくシミュレートするとされている¹⁰⁾。モデル圧延実験は室温で行い、圧延後のロール表面は鉛の付着による摩擦係数の低下を防止するためバスごとにエメリーペーパー(#300)で研磨した後ベンジンで脱脂した。また、圧下率は10~40%の間で変化させたが高圧下率の場合、材料先端が噛み込まない場合があった。このときは材料先端を予成形して厚さを減少させ噛みこませるようにした。いったん噛みこんだ材料を定常圧延している時は今回の実験範囲ではスリップなどは発生しなかった。

純鉛を圧延すると圧延後の自由表面の凹凸が著しくなり寸法測定が困難になる場合がある。このため圧延前の材料に標線をけがき、この圧延前後の距離の変化から伸びを求めて圧延後の平均幅を算出した。

4 実験結果と計算結果の比較と考察

平均幅から求めた幅広がり率と圧下率の関係をFig. 4に示す。今回のように厚さと幅がほぼ等しい材料の圧延では、従来報告¹¹⁾されているように圧延後の幅は圧下率の増加と共に二次曲線的に増加していき、この傾向はロール径 D に対し材料高さ H が小さいほど、すなわち D/H が大きいくほど顕著である。

このような線棒圧延時の幅広がり率は種々の実験式が提案されており^{12,13,14)}、中でも篠倉の式¹⁵⁾は簡単なモデルにもかかわらず種々

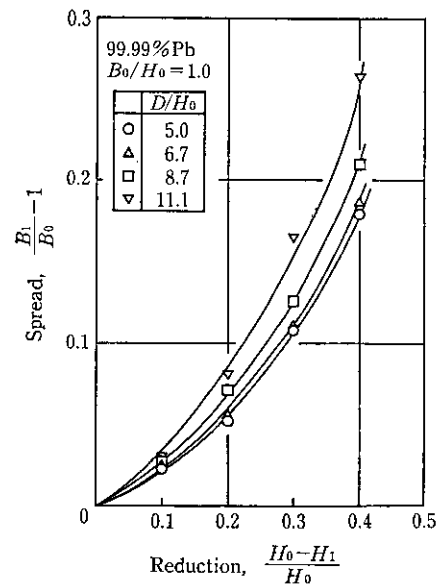


Fig. 4 Relationship between reduction and spread (experimental)

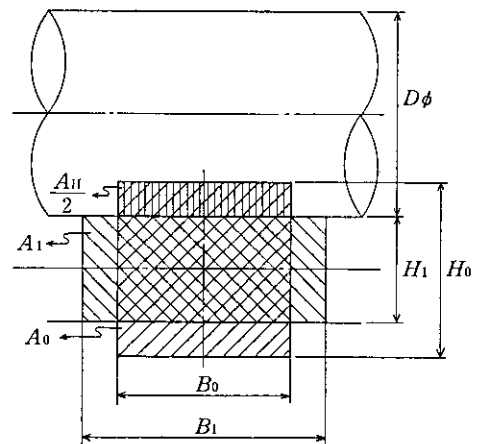


Fig. 5 Schematic view of flat rolling of rectangular stock

の孔型圧延方式に対しよく合う¹⁶⁾とされている。篠倉の式はFig. 5に示すような圧延前の幾何学的寸法を用いて圧延後の材料幅を予測する式である。

$$\frac{B_1}{B_0} - 1 = \alpha \times \frac{L_d}{H_0 + 2B_0} \times \frac{A_{II}}{A_0} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 A_{II} : 孔型により排除される断面積 (mm²)
 A_0 : 圧延前の断面積 (mm²)
 α : 実験係数

本実験の角棒の平ロール圧延時の幅広がり率を篠倉の式で整理するとFig. 6のようになる。Fig. 6から種々の材料高さおよび圧下率での実験結果が一本の直線で近似できることが分かる。実験値から最小自乗法により原点を通過する回帰直線の傾きを求めると0.571であり、この値が篠倉の幅広がり率の式の係数 α に相当する。

一方、摩擦定数 $m=1.0$ として上界法により計算した結果を同様のグラフで示すとFig. 7のようになる。この計算結果も篠倉の式で整理すると原点を通過する一本の直線で近似できその傾きは0.602で鉛のモデル実験結果の前述の傾きとほぼ近い値を示している。この摩擦定数 m が1.0というのは $\tau=k$ すなわちロール表面では材料はせん断降伏応力に達している状態(sticking)である。今回の実験

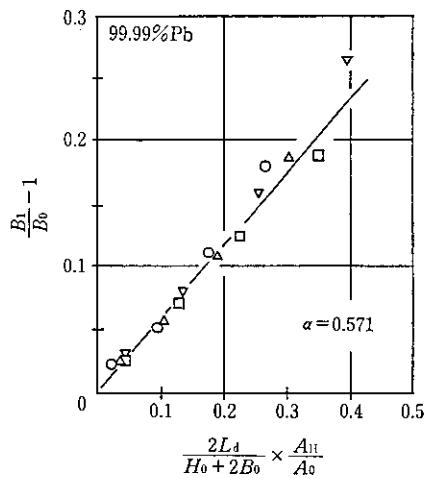


Fig. 6 Relationship between Shinokura's spread equation and width spread (experimental)

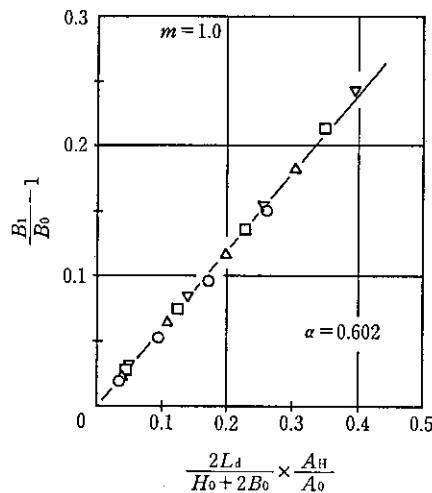


Fig. 7 Relationship between Shinokura's spread equation and width spread (calculated, $m=1$)

結果は、篠倉の式の傾き α が $m=1.0$ の場合の幅広りの計算結果から求めた α の値とほぼ同程度であることから、ほぼ sticking に近い状態であったものと考えられる。

これらをさらに詳しく検討するため、摩擦定数 m を $m=0.5$ から $m=1.0$ まで 0.1 ごとに变化させ、篠倉の式の傾き α を求めた結果を Fig. 8 に示す。Fig. 8 から摩擦定数 m が 1.0 から小さくなるほど篠倉の式の傾きは小さくなり、その減少傾向は m が 0.5 に近づくほどゆるやかになることが分かる。すなわち摩擦定数が低下するほど幅広りが小さくなり、従来の報告¹⁷⁾と同様の傾向であると言える。鉛圧延実験から得られた $\alpha=0.571$ の結果は Fig. 8 から内挿すれば摩擦定数 $m=0.93$ に相当しほぼ sticking に近い摩擦条件であったと言える。

また、圧延トルクの計算結果と実測結果と実測結果の比較を Fig. 9 に示す。Fig. 9 の縦軸はトルクを圧延後断面積 H_1 , B_1 , ロール半径 R およびせん断降伏応力 k で除算して無次元化した値を示しており、図中の open mark が計算結果、solid mark が実測結果を示している。また Fig. 9 は左から各々材料高さ $40, 30, 23$ および 18 mm の結果を示している。いずれの場合でも計算値の方が実測値よりも大きい傾向にあるが、ほぼ両者は一致していると考えられる。計算値のほうが実測値よりも大きいのは、上界法によるものであり、計

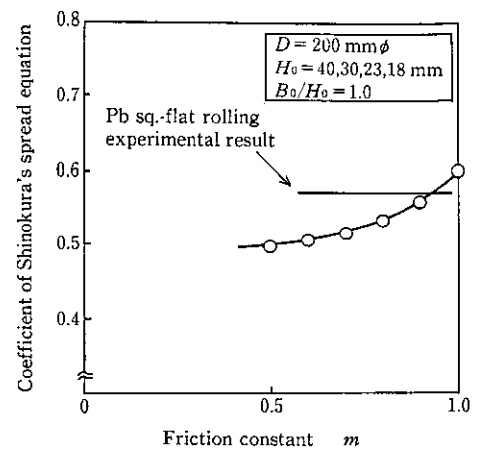


Fig. 8 Relationship between friction constant and coefficient of Shinokura's spread equation

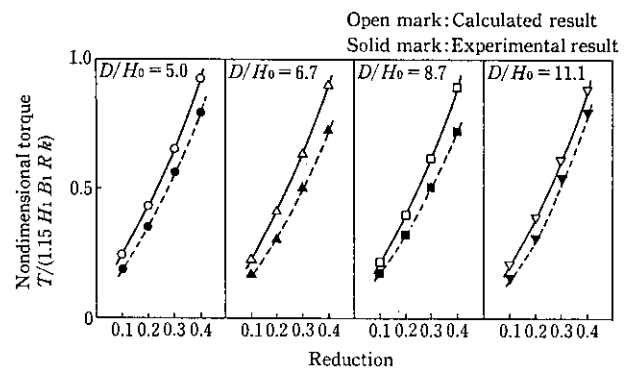


Fig. 9 Accuracy of calculation results of rolling torque

算結果が正解を下回ることがないためである。

以上のように、上界法による計算結果を無潤滑条件下での鉛圧延実験結果と比較したところ、 $m=1.0$ とすれば幅広がり率およびトルクの両者はほぼ一致し、計算の妥当性が確認された。

5 変形エネルギー効率の検討

上界法により圧延時の仕事消散率を求めることができるので、これを用いて変形エネルギー効率に対する各種圧延条件の影響を検討することができる。

圧延加工の主たる目的の一つは材料の延伸であるが、圧延時の付加的なせん断仕事などにより延伸に寄与しない変形エネルギーの消費がある割合で含まれる。同一の伸びを与える場合を基準にして比較するため、単位体積あたりの圧延仕事を a_w とし、これと同じ伸びを単純引きで与えるのに要する単位体積あたりの仕事を a_w^* とすれば変形エネルギー効率 η は次式で表される¹⁸⁾。

$$\eta = \frac{a_w^*}{a_w} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$a_w^* = K_{fm} \cdot \ln \lambda \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$a_w = \frac{2T}{A_1 \cdot R \cdot (1 + \phi)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 η : 変形エネルギー効率

a_w^* : 理想的な変形仕事 (kgf/mm²)

a_w : 単位体積あたりの仕事 (kgf/mm²)

K_{fm} : 平均変形抵抗 (kgf/mm²)

λ : 伸び ($=l_1/l_2$)
 A_1 : 圧延後断面積 (mm^2)
 ϕ : 先進率

a_w は圧延時の付加的なせん断仕事, 摩擦仕事などが含まれるため a_w^* より大きな値となり, η は通常 1 より小さい値となる。 η が大きければ, 圧延材に同じ伸びを与えるのに要する仕事が少ないことを示しており, 圧延所用動力の低減のためには η は大きい方が望ましい。

Fig. 10 および 11 に変形エネルギー効率に及ぼす材料高さおよび幅の影響を示す。図の横軸は圧下率, 縦軸は変形エネルギー効率を示している。これらの図からロール径に対し材料高さが大きいほど変形エネルギー効率は大きく, この傾向は軽圧下の場合には顕著ではないが, 圧下率が大きいほど顕著であることが分かる。また材料高さが同一の場合は圧延材の幅が大きいほど変形エネルギー効率が大きい。

これらは主として圧延材の幅広がり傾向によって説明できる。すなわち, ロール径に対し材料高さが大きいほど, また材料高さに対し幅が大きいほど, 圧延材料の幅広がり小さく, このため同一の圧下率に対して圧延材の伸びが大きいので変形エネルギー効率が增加すると考えられる。

これらの変形エネルギー効率 η を (13) 式に示す平均板厚 H_m を

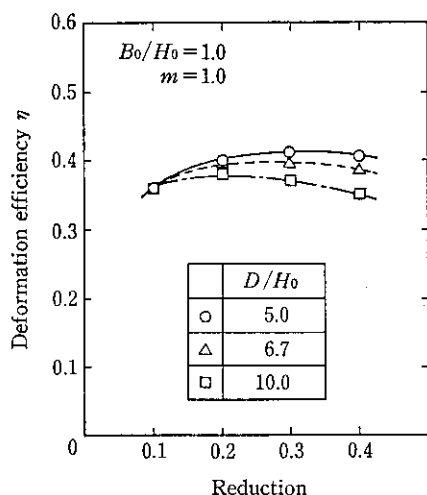


Fig. 10 Effect of stock height on deformation energy efficiency

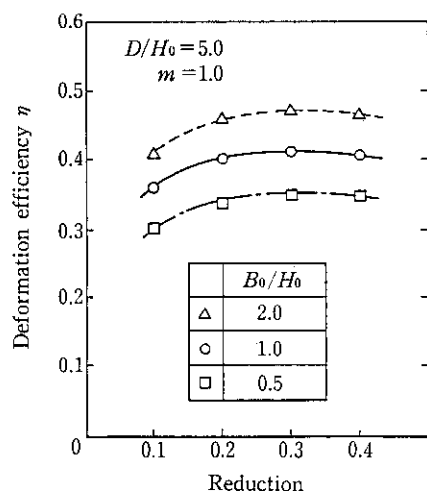


Fig. 11 Effect of stock width on deformation energy efficiency

用いて平均ロール間隙形状比 L_d/H_m で整理すると Fig. 12 のようになる。

$$H_m = \frac{H_0 + H_1}{2} \quad (13)$$

圧延材の幅と高さの比が一定であれば, η は L_d/H_m に対しほぼ一本の曲線であらわれ, L_d/H_m が 1.0 程度でピークを示しその値は 0.35~0.4 である。このように L_d/H_m に対し η がピークをもつのは圧延条件によって塑性変形, 速度不連続, 摩擦などによる各々の仕事消散率の構成比率が変化するためと考えられる。 $D/H_0=5$ の場合にこれらを計算した結果を Fig. 13 に示す。Fig. 13 は上から塑性変形, 摩擦, 速度不連続による仕事消散率の全仕事消散率に占める割合を示しており, 一番下には変形エネルギーを示している。この図から L_d/H_m が増加すれば摩擦による仕事消散率の割合が増加すること, また L_d/H_m が減少すると速度不連続による仕事消散率の割合が増加することが分かる。すなわち L_d/H_m が 1.0 より離れた圧延

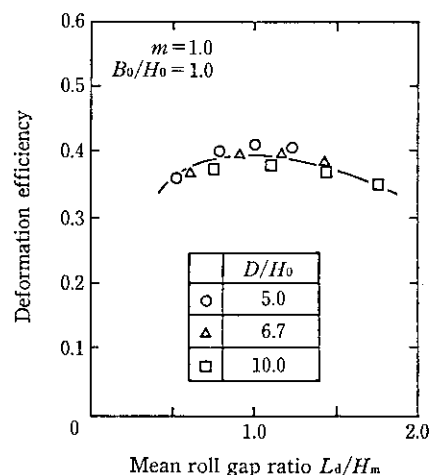


Fig. 12 Relation between mean roll gap ratio L_d/H_m and deformation energy efficiency

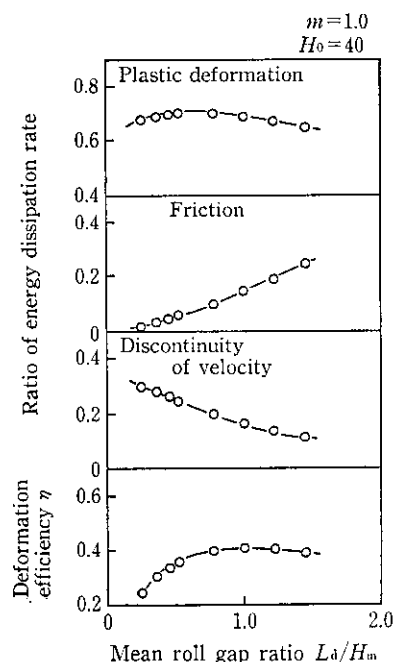


Fig. 13 Effect of each energy dissipation rate on deformation energy efficiency

条件では全体の仕事消散率に対し、摩擦あるいは速度不連続のいずれか一方の仕事消散率の増加が他方の減少を上回るため、相対的に塑性変形に要する仕事消散率の割合が低下する。このため $L_0/H_m = 1.0$ 付近で η がピークをもつと考えられる。

このことからカリバレス圧延の際に変形エネルギー効率を最適化するためには、ロール径、圧下率等の圧延条件を L_0/H_m が 1.0 に近づくようにする必要があることが示唆される。また線棒圧延では材料の高さおよび幅の両方から圧下するため、あるパスでの偏平度が過大になると次のパスでの H/B が大きくなり幅広がりが増加して変形エネルギーの低下が問題になるので、これらを考慮してトータルの変形エネルギー効率を最適化することが重要となる。

6 結 言

上界法を用いて角棒の 3 次元圧延の解析を行った結果を鉛モデル実験結果と比較し、また計算結果を用いて変形エネルギー効率の検討を行い、以下の結論が得られた。

- (1) 解析結果を無潤滑条件で鉛を圧延した実験結果と比較した結果、摩擦定数 $m=1$ とすれば両者の幅広がり率はほぼ合致した。
- (2) トルクの計算結果は鉛圧延の実験結果よりやや大きい傾向にあるがほぼ一致した。
- (3) 変形エネルギー効率はある圧下率で最大値を示し、この値はロール径に対し材料高さが大きいほど、また材料高さに対し材料幅が大きいほど大となる。
- (4) 変形エネルギー効率 η は L_0/H_m が 1.0 のときに最大値を示し、これから離れる圧延条件では摩擦あるいは速度不連続による仕事消散率が増加して η を低下させる。

本報告では圧延前の横断面が平面を保つという簡単な速度場としたにもかかわらず上記の知見が得られた。さらに複雑な変形を扱う場合は、上界法では速度場の与え方に加えて最適化計算時の解の唯一性、収束性が問題になる。このため仕事消散率を求める際、有限要素分割して行う方法が試みられており^{19,20,21)}、今後この方面の研究が発展するものと思われる。

参 考 文 献

- 1) S. I. Oh and S. Kobayashi: *Int. J. Mech. Sci.*, **17** (1975) 4, 293
- 2) 室田忠雄, 加藤和典, 神馬 敬, 岡庭憲一: 第 26 回塑性加工連合講演会, (1975), 29
- 3) 斎藤好弘, 森下忠晃, 加藤健三: 昭和 55 年塑性加工春季講演会, (1980), 223
- 4) 林 宏之, 片岡健二, 吉田 博, 磯辺邦夫: 鉄と鋼, **68** (1982) 12, S500
- 5) 柳沢忠昭, 田中輝昭, 野田昭雄, 武田 了, 森田 俊, 林 宏之: 川崎製鉄技報, **14** (1982) 3, 85
- 6) ヒル: 「塑性学」, (1968), [培風館]
- 7) 加藤和典, 室田忠雄, 熊谷敏彦: 塑性と加工, **21** (1980) 231, 359
- 8) オズボーン, コワリク: 「非線形最適化問題」, (1978), [培風館]
- 9) 林 宏之, 片岡健二, 野田昭雄, 井上雅隆: 鉄と鋼, **68** (1982) 5, S384
- 10) 志田 茂, 栗津原博, 安田健一, 津村右文: 塑性と加工, **19** (1978) 212, 796
- 11) 柳本左門: 塑性と加工, **2** (1961) 6, 37
- 12) M. L. Zaitsev: *Stal in English*, Dec. (1968), 1037
- 13) M. Vater, A. Schütza: *Arch. Eisenhüttenwesen*, **42** (1971) 7, 459
- 14) V. I. Nikitin, V. K. Smirnov: *Steel in USSR*, **4** (1974) 4, 310
- 15) 篠倉恒樹, 勝山昭史: 第 29 回塑性加工連合講演会, (1978), 109
- 16) 斎藤好弘, 中野 進, 高橋洋一: 昭和 54 年塑性加工春季講演会, (1979), 505
- 17) 加藤健三, 斎藤好弘, 高橋洋一, 吉木貞朗: 昭和 50 年塑性加工春季講演会, (1975), 25
- 18) 斎藤好弘, 森賀幹夫, 高橋洋一, 加藤健三: 昭和 55 年塑性加工春季講演会, (1980), 5
- 19) 加藤和典, 室田忠雄, 小森和武: 日本機械学会論文集 (A), **51** (1985) 469, 2172
- 20) 斎藤好弘, 新司 修, 加藤健三: 第 33 回塑性加工連合講演会, (1982), 41
- 21) 斎藤好弘, 楠本雄二: 中山製鋼技報, No. 23 (1984), 25