

〔特集〕成層・回転流体の力学－波動と乱流－

成層乱流における数値実験

Computer simulations for stratified turbulence

*名大・多元数理科学研究科 木村 芳文[†]
Yoshifumi KIMURA

1 はじめに

成層および回転は地球流体における基本的な力学的要素であり、その影響下において流体がどのように運動するのかを研究することは地球流体力学の基礎的中心課題であるといつても過言ではない。以下述べるように成層も回転もどちらも流体を2次元化（正確には2分化）することでは共通であるが個々の特徴はいくつかの点において大きな違いを示す。この記事では成層、回転といった地球流体力学の要素の流れに与える影響をどのように数値計算で捕らえるか、或いは何を計算すべきかという問題を考えてみたい。

コンピューターの発達が著しい今日、地球流体環境全体を計算機にかけようとする試み（例えば地球シミュレーター、本特集の佐藤氏の解説参照）があるが、これを総合的研究方向とすれば本解説はあくまでも分析的研究方向を志向している。本来分析的研究と総合的研究は互いに相補的であるべきであり、どちらが欠けても健全な学問の発達は望めないであろう。この解説では題材を基礎的な側面に限り、成層回転乱流中の流体力学的特徴を大掴みに語ることを目的とする。内容は筆者の個人的問題意識に基づいた管見であることを最初にお断りしておく。

2 成層乱流における問題意識——何が知りたいのか

成層乱流の研究、特に計算機をつかっての研究にはどんな問題意識があるのであろうか？ これは成層回転乱流の特徴は何であり、また我々は何が知りたいのかを問うていることと同義である。ひとつの考え方としてあくまでも我々の目指すことは「成層や回転の影響下における流体運動の記述とそれから予測される現象の理解」であるとすれば、扱りどころとなるのは日頃我々が熟知している他の物理過程や我々が少しでも特徴を掴んでいる通常流体现象との比較であろう。この節では成層流体の基礎方程式から始めてそのいくつかの特徴を述べ、ついで数値解析との関係について考えてみたい。

成層と回転の効果をとりいれた流体の無次元化された基礎方程式（Navier-Stokes 方程式）は速度 \mathbf{u} と温度搅乱 θ について密度の平均値のまわりの揺らぎは十分に小さいという Boussinesq 近似のもとで

$$(\partial_t - \nu \nabla^2) \mathbf{u} = -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla p + \theta \hat{\mathbf{z}} + 2\Omega \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$(\partial_t - \kappa \nabla^2) \theta = -N^2 w - \mathbf{u} \cdot \nabla \theta, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (3)$$

となる。(1)の右辺は左から非線形項、圧力勾配、浮力項、コリオリ力であり、 Ω は系の角速度であるとする。温度搅乱 θ は鉛直座標 z について線形の平均温度場 \bar{T} からのずれを表しているし、 $d\bar{T}/dz \equiv -N^2$ とおく。ここで N は Brunt-

* 〒464-8602 名古屋市千種区不老町

† E-mail: kimura@math.nagoya-u.ac.jp

Väisälä 周波数（浮力周波数）, $\sqrt{g\alpha(\partial\bar{T}/\partial z)/T_0}$ である。ここで α は体膨張係数 $\{d \ln(\rho)/d \ln(T)\}_p$ であり、また $\hat{\mathbf{z}}$ は z 方向の単位ベクトルで、回転の軸と成層の方向はどちらも z 方向を向いているとする。

ここで速度の z 方向成分 w と温度搅乱の間の本質的なカップリングは回転が無い場合

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \theta \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -N^2 w \quad (5)$$

となり单振動の式であり、安定成層に波動が付随しているのはこのためである。また、この式からすぐわかるように（この系では）鉛直方向の運動エネルギーと温度搅乱によるところのポテンシャルエネルギーを加えたものが全エネルギーとして保存され、 z 方向の速度が振動し、その結果 z 方向の変位は抑制されることもわかる。

一方、成層が無く回転が卓越している場合には

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -2\Omega v \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 2\Omega u \quad (7)$$

これもまた单振動の式であり、水平面内の回転運動を表す。このように成層も回転もそれらが卓越する場合には運動は水平面内に制限されることが期待される。当然疑問に思うことは回転成層乱流の二次元乱流との相違点／類似点であるし、また成層と回転の二次元性の違いといったことにも興味が湧いてくる。以下ではこの問題についていくつかの視点から考察を加えていくことにする。

2.1 2次元性と2成分性

上述のように成層および回転はそれぞれ線形のプロセスであり、さらにその影響下にある流体は鉛直軸方向を特徴的な方向としてもつ異方性を備えている。このように

- [1] 線形性が（ある程度）重要な「役割」をはたし、
- [2] 異方性を特徴づける方向が決まっている

ような状況において非圧縮性流体系を取り扱う方法として以下における Craya-Herring 分解と呼ばれる方法が良く知られている^{1,2)}。まず \mathbf{k} を波数ベクトルとし次のような正規直交系 $\mathbf{e}_1(\mathbf{k})$, $\mathbf{e}_2(\mathbf{k})$, $\mathbf{e}_3(\mathbf{k})$ を導入する。

$$\mathbf{e}_1(\mathbf{k}) = \frac{\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{z}}}{|\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{z}}|} = \begin{pmatrix} k_y/k_{\parallel} \\ k_x/k_{\parallel} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{e}_2(\mathbf{k}) = \frac{\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{z}})}{|\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{z}})|} = \begin{pmatrix} k_x k_z / k_{\parallel} k \\ k_y k_z / k_{\parallel} k \\ -k_{\parallel} / k \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{e}_3(\mathbf{k}) = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \quad (10)$$

ここで $k_{\parallel} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ である。速度と温度搅乱のフーリエ変換を

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) = \phi_1 \mathbf{e}_1(\mathbf{k}) + \phi_2 \mathbf{e}_2(\mathbf{k}) \quad (11)$$

$$\tilde{\theta}(\mathbf{k}) = N \phi_3 \mathbf{e}_3(\mathbf{k}) \quad (12)$$

と置き(1), (2)をフーリエ変換した式に代入し

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_j = 0, \quad \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{e}_1 = 0,$$

$$\mathbf{e}_1 \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{e}_2) = -\frac{k_z}{|\mathbf{k}|} \equiv -\cos \vartheta,$$

$$\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{e}_2 = \frac{|\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{k}|}{|\mathbf{k}|} = -\sin \vartheta$$

といった関係を使って線形部分を取り出すと

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2\Omega \cos \vartheta & 0 \\ -2\Omega \cos \vartheta & 0 & N \sin \vartheta \\ 0 & -N \sin \vartheta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} \quad (13)$$

を得る^{3,4)}。この表現が先の二種類の調和振動子系の結合になっていることは Ω と N をそれぞれ 0 と置いた系を考えてみればわかる。更に成層、回転は二次元性というよりも二成分性を持つという説明も頷けるであろう。ちなみにこの行列は固

有値 0 と $\pm iR$ を持ち、それらに属する固有ベクトルは

$$\frac{1}{R} \begin{pmatrix} N \sin \vartheta \\ 0 \\ -2\Omega \cos \vartheta \end{pmatrix} \quad \frac{1}{2R} \begin{pmatrix} 2\Omega \cos \vartheta \\ \pm iR \\ N \sin \vartheta \end{pmatrix} \quad (14)$$

ここで $R = \sqrt{4\Omega^2 \cos^2 \vartheta + N^2 \sin^2 \vartheta}$ であるがこれは線形波の分散関係式を与えることがわかる。

以上のような線形系の情報を元に数値解析を伴っての研究方向としては大きく分けて二通りあるといえる。

- [1] 速度ベクトルを先の固有ベクトル(14), 或いは同種のモードを使って展開し、非粘性線形解を使って各種の一点及び二点相関を計算し、実験或いは他の理論と比較する方法。
- [2] 固有ベクトルを使い非線形項の評価および近似を行う方法。

前者は一般に Rapid Distortion Theory (RDT) として特徴づけられる方法で粒子拡散の定性的な理解^{4,5)} や成層乱流中の波動現象にともなう各種の性質の解明に成功している⁶⁾。

後者は線形過程が本質的な役割を果たすなかでの弱非線形問題として定式化され、地球流体や工学流体における LES モデルや closure の問題等について研究が進んでいる。詳しくはたとえば Cambon & Scott (1999) を参照されたい⁷⁾。

2.2 拡散の描像

まず最初に成層回転乱流中の粒子拡散の問題から考えてみよう^{38,42)}。前述のように成層、回転はどちらも鉛直方向の運動を抑制することが考えられるが、そういう流体中で粒子の運動はどのような異方性を示すであろうか。これを見るために方程式(1), (2), (3)を周期境界条件の下で擬スペクトル法を用いて数値積分する。(計算サイズは 128^3 の格子点を使い時間発展は 3 次の Runge-Kutta 法を使った。) 初期条件としては等方な Gaussian ランダムな速度場を用いエネルギースペクトルとして

$$E(k) = 16 \sqrt{\frac{2}{\pi}} u_0^2 k_0^{-5} k^4 \exp(-2(k/k_0)^2) \quad (15)$$

の形を持つとする。 $(u_0, k_0$ は特徴的な速度、波数に対応する定数である。) 時間発展の方法としてはまず最初に成層、回転の無い等方の Navier-Stokes 方程式を積分し、エンストロフィー $<\omega^2>/2$ が最大値をとり乱流が充分発達した時点で成層および回転をスイッチオンするという方法をとることにする。

粒子の拡散を見るために Navier-Stokes 方程式から得られた格子点上の速度データから 3 次のスプライン法を使って速度を補間し j 番目の粒子の軌跡を $d\mathbf{X}_j(t)/dt = \mathbf{u}(\mathbf{X}_j, t)$ を解くことによって求める⁸⁾。この Lagrange 的な粒子追跡は分子拡散が無視できるような Péclet 数無限大の状況に対応しているといえる。粒子の拡散には初期位置からのずれの 2 乗平均をみる絶対拡散と初期に近接している 2 粒子の距離の 2 乗平均をとる相対拡散があるが⁹⁾ ここでは前者の計算結果を示すこととする。

図 1 は N^2 と Ω^2 のいろいろな組み合わせに対しての垂直方向の絶対拡散 $\langle Z(t)^2 \rangle$ である。まず、成層のみで回転が無い場合の特徴としてはいずれの場合も t が十分小さい時間領域では弾道モードと呼ばれる $\langle Z(t)^2 \rangle \sim t^2$ が現れその後成層の強さに応じたレベルでほとんど一定値をとることが観察される。また、さらに詳細に見るとこれは減衰乱流中の拡散に特有のことであるが、 $\langle Z(t)^2 \rangle$ が時間とともにわずかながら減少していることがわかる。

成層方向の拡散の抑制現象は Csanady (1964) によって説明されているが彼は Navier-Stokes 方程式において圧力勾配項を white noise で置き換えるというモデルを使用した¹⁰⁾。Kimura & Herring (1996) はこのモデルの発展として Langevin 方程式を導入し数値計算より渦粘性を計算することにより特に成層の強い場合の拡散の時間発展を説明し、 $\langle Z(t)^2 \rangle$ の減少も再現することに成功した¹¹⁾。一方 Kaneda & Ishida (1999) は RDT 解の下でも振動積分が減衰として働くといういわゆる位相混合の概念を使って鉛直方向の拡散について定性／定量的に考察している。

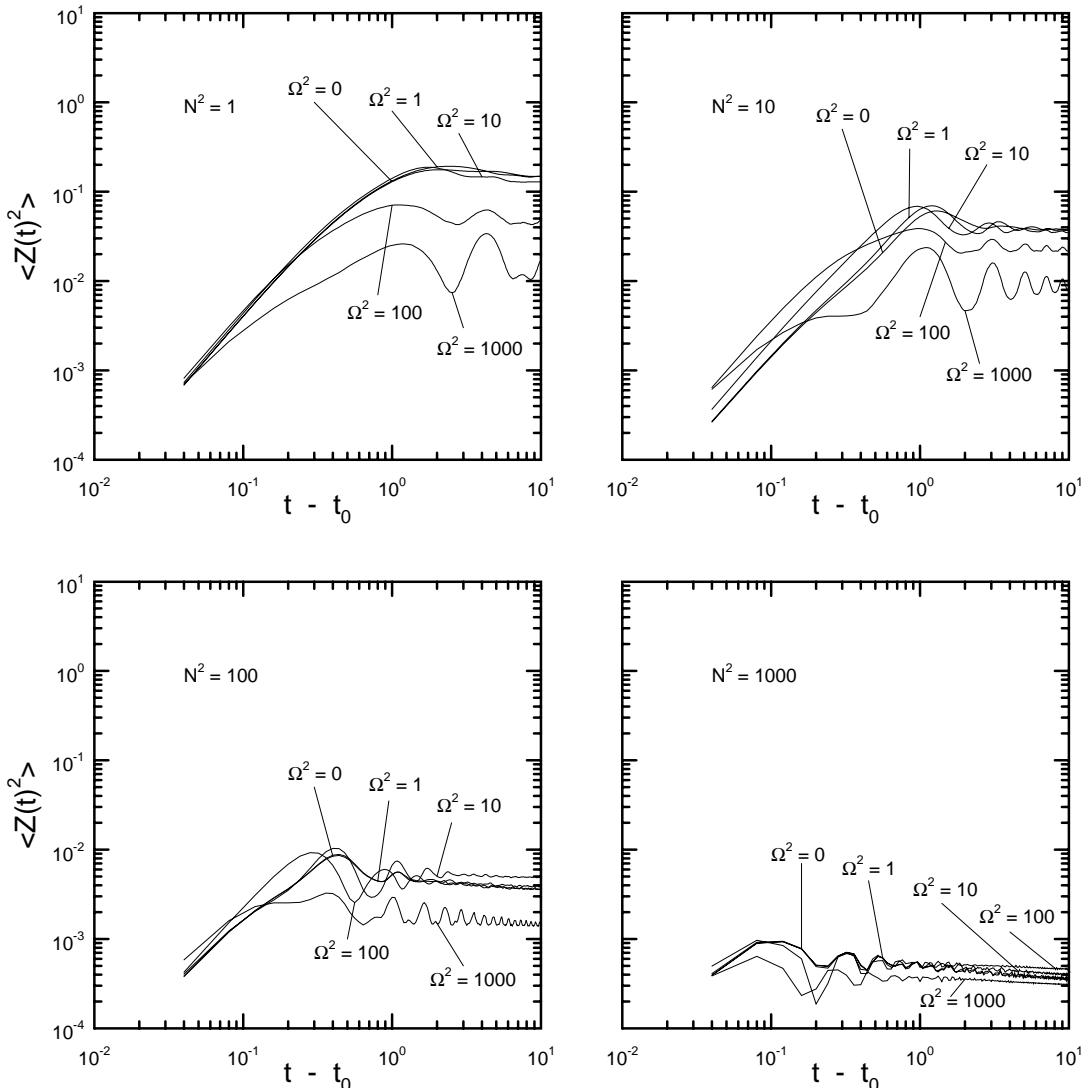


図 1 鉛直方向の絶対拡散

成層とともに回転を加えると次のようなことが全体を通して観察される。

- [1] 回転の強さに応じて拡散の抑制が助長される。
- [2] 回転の効果として $\langle Z(t)^2 \rangle$ が時間とともに振動する。

図 2 は水平方向の粒子拡散を図 1 と同じく N^2 と Ω^2 のいろいろな組み合わせに対して計算した結果である。鉛直方向の場合のような劇的な異方性を見せはしないが以下のような興味深い特徴を

示している。

- [1] 成層、回転が強くなるにつれ $\sim t^2$ の時間依存性が初期の弾道モードのみならず後の時間領域にも現れる。
- [2] 特に成層が弱い場合には 2 種類の t^2 モードの間にそれらをつなぐ遷移時間帯がある。
- [3] 成層の強さを固定すると回転が強い程遷移時間帯は初期時間に現れる。
- [4] 成層が強い場合には遷移時間帯は消失する。

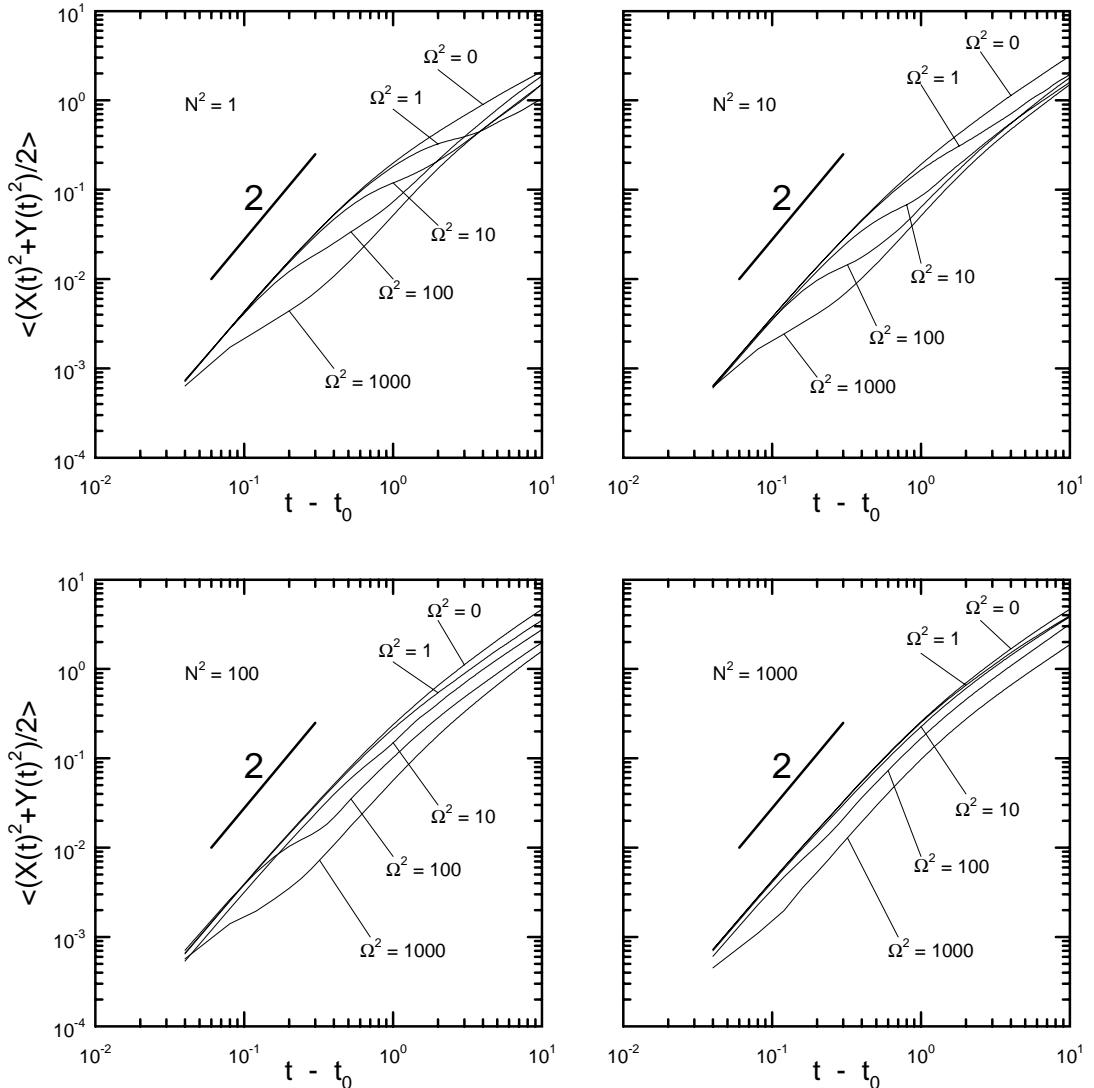


図 2 水平方向の絶対拡散

絶対拡散における t^2 依存性は各種の物理系においても観察されている。例えば変調された進行波¹²⁾ や内部慣性重力波¹³⁾などにおけるカオスに伴う粒子拡散について数値実験で報告されている。このある意味での普遍性をもとに Mezić & Wiggins は漸近的な t^2 領域の存在は粒子運動における非エルゴード性によるものであることを証明した¹⁴⁾。彼等の定理は流れ場におけるカオス領域と非カオス領域の共存が漸近的 t^2 依存性の存在の本質であることを示している。これ

は我々が成層、回転乱流中における構造と拡散の問題を理解する上で重要な示唆を与えている。図 3 はそう言ったことを見るために流れ場の中のある水平面を切り出しその上の（水平）速度ベクトルとその水平面の近傍にある粒子をプロットしたものである（左： $N^2 = 1000$, $\Omega^2 = 0$ 右： $N^2 = 1000$, $\Omega^2 = 1000$ ）。

どちらも成層が非常に強い場合であるから速度の鉛直成分はほとんど無視できるとした。いずれの場合にも閉じた流線に囲まれた橿円領域とそ

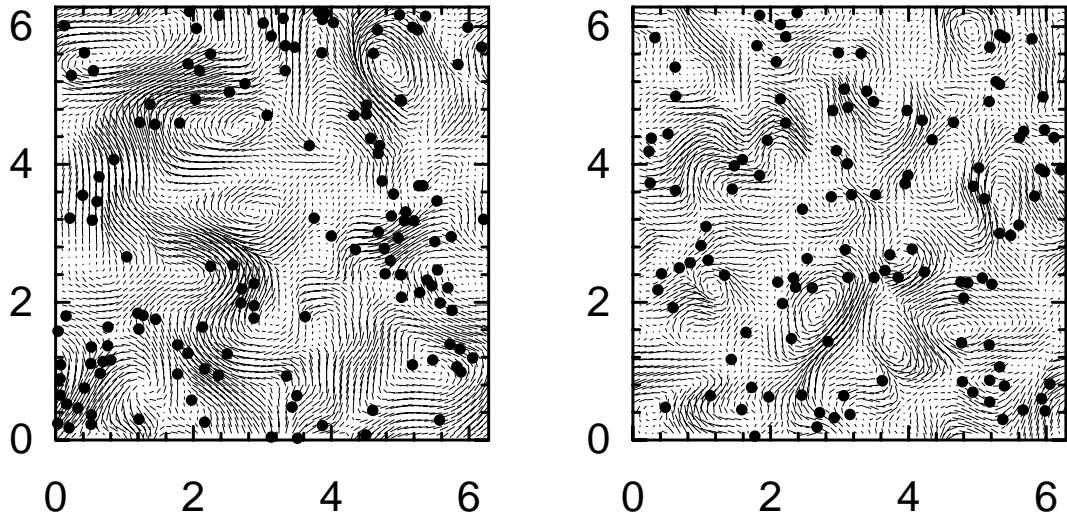


図3 水平面 $z = \pi/4$ における水平速度場とその水平面近傍にある粒子。
左 : $N^2 = 1000$, $\Omega^2 = 0$, 右 : $N^2 = 1000$, $\Omega^2 = 1000$

の近傍に強いシアー領域が観察され、粒子の多くはそのシアー領域に存在するように見えるがその定量的な考察はまだこれからの問題である。2つの t^2 領域をつなぐ遷移時間帯の存在およびそのパラメーター依存性は2次元流における粒子捕捉問題^{15,16)} 或いは特異拡散の問題^{17,18)} などと絡んで興味深い問題である。

2.3 湍構造の動力学とその安定性

回転と成層の流体にもたらす一番大きな違いはそれらが生成する渦構造に現れる。図4はパラメーター $N^2 = 1, 10, 100, 1000$ に対して $t = 4.0$ におけるエンストロフィー密度（渦度ベクトルの2乗）の等高面を描いたものである。Kimura & Herring¹¹⁾ で報告されているように成層が強くなるに従ってパンケーキ状の渦が散在するのが観察される。このような2次元的な渦構造は一様等方乱流に典型的な渦管構造とは対照的である¹⁹⁻²¹⁾。Métais & Herring (1989), Herring & Métais (1989)による数値計算^{22,23)} や Fernando (1988)の実験²⁴⁾ で指摘されていた成層乱流中の層状構造と整合するものであるが特にパンケーキ渦はその渦度ベクトルの方向に注目すると水平方向を向いており、渦度は水平速度の z 方向への勾

配からの寄与が最も大きいことが確かめられる。

パンケーキ渦の厚さについては Fernando はおよそ Ozmidov 長さスケール ($k_o = \sqrt{N^3/\epsilon}$) の数倍と報告しているがこれは渦の生成過程および Reynolds 数に依存するものである²⁴⁾。パンケーキ渦の生成過程に関しては少なくとも2種類のものが考えられるであろう。

- [1] 何らかの不安定メカニズムによって大規模渦が不安定化することによる
- [2] エネルギーの選択的な transfer によって構造生成がなされる。

前者に関しては Billant & Chomaz が一連の論文において数値的及び実験的に成層流中の鉛直渦対について報告している^{25,26)}。彼等は Miyazaki & Fukumoto による成層流中の2次元渦に対する橢円型不安定性²⁷⁾ を確認するとともに zigzag 不安定性を含む各種不安定性について研究を続けている。また Majda & Grote (1997) は低 Froude 数の極限モデル方程式の数値解析により2次元渦からのパンケーキ渦の生成を説明している²⁸⁾。

後者に関しては Kimura & Herring¹¹⁾ 或いは他の数値実験^{22,29,30)} などにおいても初期条件としてはランダムな速度場を用いており、また水槽

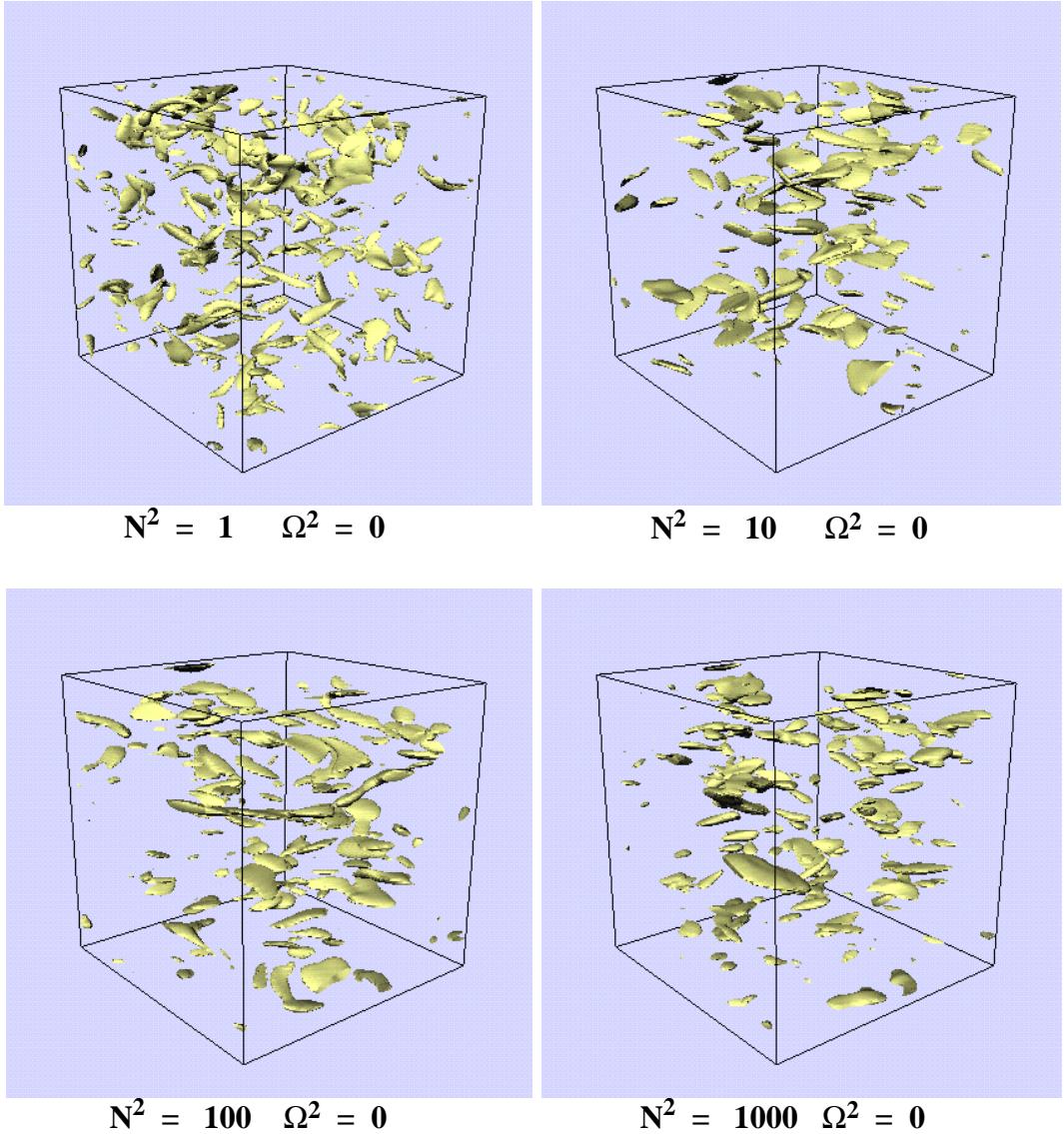


図4 成層乱流中のエンストロフィー密度

実験などで振動格子を使って乱流を生成している場合などであっても^{31,32)} 初期に大規模構造を仮定してはおらず、そのような状況であっても層状構造が観察されていることを考えると何らかの説得力があると言えるであろう。理論的には前述の渦モードについてのモデル方程式により層状化について考察されている³³⁻³⁵⁾。

成層とともに回転が存在する場合のエンストロフィー密度の等高面を描いたものが図5である。

パラメーターの値は Ω^2 は 1000 に停めて N^2 を 1, 10, 100, 1000 と変化させて $t = 5.0$ における速度場を用いている。このような高速回転下においては成層の強さが必ずしもパンケーキ渦を生成するのではなくむしろ鉛直方向に引き延ばされた渦構造を造り出していることに注目したい。成層も回転も鉛直方向の流体運動を抑制し流体粒子は（ほとんど）水平面内に留まっている。ある意味では各水平面は運動学的には独立であるがそ

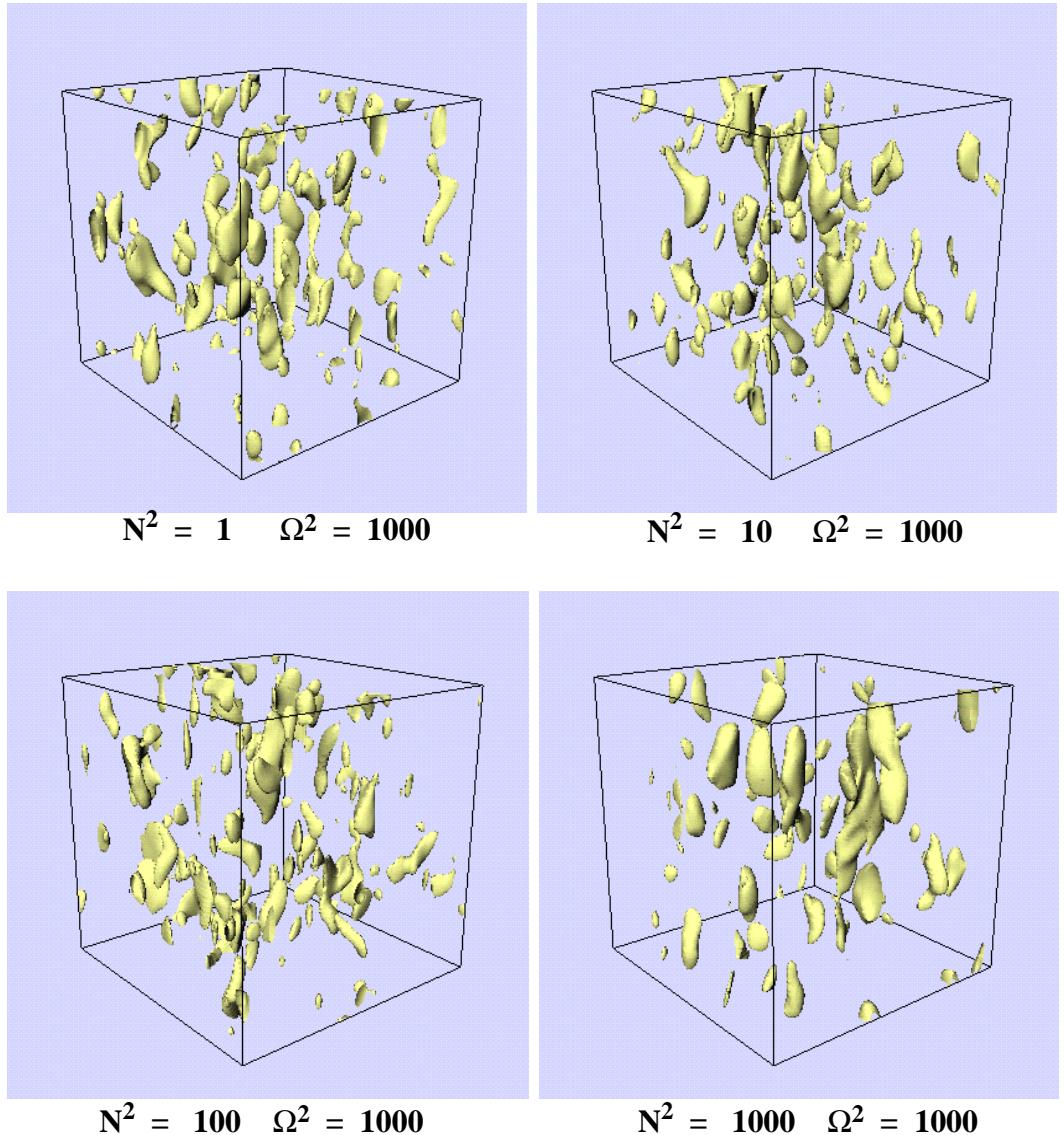


図 5 成層回転乱流中のエンストロフィー密度

れらが鉛直方向に伸びた構造を作りだすことは次節のエネルギークスケードの観点から考察されるべき問題であろう。

成層と回転が非常に強い場合にはコリオリ力と圧力勾配が釣り合う地衡流バランス近傍のゆっくりした運動モードが実現されると考えられる。この準地衡流近似と呼ばれる状態は3次元に拡張された流れ関数 $\Psi(x, y, z)$ に対する次ぎのような方程式で記述される^{36,37,43)}。

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left(\frac{2\Omega}{N} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Psi = \omega_z + \frac{2\Omega}{N^2} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (16)$$

ここで右辺全体はポテンシャル渦度と呼ばれ ω_z は渦度の z 成分、 θ は方程式(2)で記述される温度搅乱である。準地衡流近似は上方程式から得られる $\Psi(x, y, z)$ を使って $u = \partial \Psi / \partial y$, $v = -\partial \Psi / \partial x$ と2次元的に与えられる。方程式(16)の右辺に

Navier-Stokes 方程式のデータを代入し $\Psi(x, y, z)$ を計算することによりデータから準地衡流成分を抜き出すことができる。例えば図 5 の $N^2 = 1000$, $\Omega^2 = 1000$ に対応する場合(右下の図)にこの操作を施し地衡流エンストロフィー密度をプロットするとほとんど同一の図が得られる。また準地衡流のもう一つの特徴である渦度のプラスマイナス分布の対称性も確認され、上の $N^2 = 1000$, $\Omega^2 = 1000$ の場合には準地衡流状態が実現されていることがわかる。

2.4 二次元乱流との比較

2 次元乱流における最も重要な性質はエネルギー、 $\langle |\mathbf{u}|^2/2 \rangle$ 、が低波数領域に向かって逆カスケードするのに対しエンストロフィー、 $\langle \omega^2/2 \rangle$ 、が高波数領域方向に順カスケードすることにある。定性的には前者は大規模な渦を作り出す性質であるのに対し後者は渦度の空間的ジャンプを作りだしていく性質だと見える。図 6(a) は方程式(1)–(3)において矢印で示されている波数にエネルギーを注入し定常乱流を実現して前節で議論した地衡流成分についてのエネルギースペクトルを表したものである³⁸⁾。パラメーター値としては $\Omega = 2\pi$; $N = 9\pi$ を用いている。エネルギー注入波数より低波数側で $k^{-5/3}$ のスペクトルが観察されるがこれは Kraichnan (1967)³⁹⁾ による 2 次元定常乱流におけるエネルギー逆カスケード仮説の帰結として得られるスペクトルと符合する。(2 次元乱流についての逆カスケード

を示す数値計算としては例えば Frisch & Sulem (1984) を参照されたい⁴⁰⁾。また図 6(b) は地衡流運動エネルギーの transfer (破線はポテンシャルエネルギーに対応) であり低波数領域において transfer が一定レベルを (わずかながらでも正の値で) 保っていることはエネルギーのその領域への流れ込みを表している。これら 2 つのことは地衡流成分が低波数側に逆カスケードしていることを示唆している⁴⁴⁾。

地衡流成分が大規模な渦構造生成に関与しており 2 次元乱流の性質を示すのに対し非地衡流成分は言わば 3 次元乱流と同様に高波数側に順カスケードし粘性で消散することが確かめられる。このように成層、回転乱流の特徴は物理過程の異なるスケール分離であると言うことができるであろう。

2.5 おわりに

冒頭でお断りしたように本解説は成層、回転乱流の物理過程について大まかな描像を示すことに努めた。筆者の勉強不足で触れることのできなかった事柄として成層流体中における物体の後ろの流れについてがある。これは大気および海洋における波動伝播の問題として非常に重要である。先に見たように成層は一般的に波動を助長、安定化すると考えられるがこの問題に関する基礎的数値計算としては花崎による成層流体中の球の後ろの流れを挙げることができる⁴¹⁾。

この解説を書くにあたって Jack Herring,

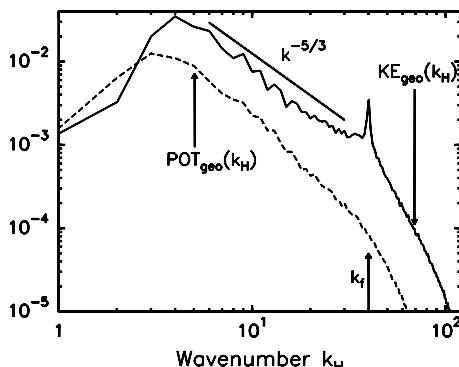


図 6(a) 地衡流成分のエネルギースペクトル

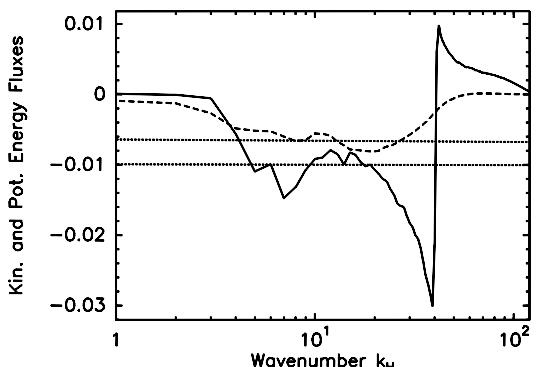


図 6(b) エネルギーフラックス

Claude Cambon, Olivier Métais, 花崎秀史の皆さんにお世話になりました。ここに感謝の意を表します。

引用文献

- 1) A. Craya : Contribution à l'analyse de la turbulence associée à des vitesses moyennes. P.S.T. Ministère de l'Air (1958) 345.
- 2) J. R. Herring : Approach of axisymmetric turbulence to isotropy, *Phys. Fluids* **17** (1974) 859.
- 3) C. Cambon : Turbulence and vortex structures in rotating and stratified flows, *Eur. J. Mech. B, Fluids* accepted.
- 4) Y. Kaneda : Single-particle diffusion in strongly stratified and/or rapidly rotating turbulence, *J. Phys. Soc. Jpn.* **69** (2000) 3847-3852.
- 5) Y. Kaneda & T. Ishida : Suppression of vertical diffusion in strongly stratified turbulence, *J. Fluid Mech.* **402** (2000) 311-327.
- 6) H. Hanazaki & J. C. R. Hunt : Linear processes in unsteady stably stratified turbulence, *J. Fluid Mech.* **318** (1996) 303-337.
- 7) C. Cambon & J. F. Scott : Linear and nonlinear models of anisotropic turbulence, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **31** (1999) 1-53.
- 8) P. K. Yeung & S. B. Pope : Lagrangian statistics from direct numerical simulations of isotropic turbulence, *J. Fluid Mech.* **207** (1989) 531.
- 9) 日野幹雄 : 流体力学, (朝倉書店, 1994).
- 10) G. T. Csanady : Turbulent Diffusion in a Stratified Fluid, *J. Atmos. Sci.* **21** (1964) 439-447.
- 11) Y. Kimura & J. R. Herring : Diffusion in stably stratified turbulence, *J. Fluid Mech.* **328** (1996) 253-269.
- 12) J. B. Weiss & E. Knobloch : Mass transport and mixing by modulated traveling waves, *Phys. Rev. A* **40** (1989) 2579-2589.
- 13) B. Joseph : Chaotic mixing by internal inertia-gravity waves, *Phys. Fluids* **9** (1997) 945-962.
- 14) I. Mezić & S. Wiggins : On the dynamical origin of asymptotic t^2 dispersion of a nondiffusive tracer in incompressible laminar flows, *Phys. Fluids* **6** (1994) 2227-2229.
- 15) R. H. Kraichnan : Diffusion by a random velocity field, *Phys. Fluids* **13** (1970) 22-31.
- 16) W. R. Young : 1988 Arrested shear dispersion and other models of anomalous diffusion, *J. Fluid Mech.* **193** (1988) 129-149.
- 17) J.-P. Bouchaud & A. Georges : Anomalous diffusion in disordered media : statistical mechanisms, models and physical applications, *Physics Report*, **195** (1990) 127-293.
- 18) M. B. Isichenko : Percolation, statistical topography, and transport in random media, *Reviews of Modern Physics* **64** (1992) 961-1043.
- 19) E. D. Siggia & G. S. Patterson : Intermittency effects in a Numerical Simulation of Stationary Turbulence. *J. Fluid Mech.* **86** (1978) 567-592.
- 20) R. M. Kerr : Higher order derivative correlations and the alignment of small-scale structures in isotropic numerical turbulence. *J. Fluid Mech.* **153** (1985) 31-58.
- 21) Z.-S. She, E. Jackson & S. A. Orszag : Structure and dynamics of homogeneous turbulence : models and simulation, *Proc. R. Soc. Lond. A* **434** (1991) 101-124.
- 22) O. Métais & J. R. Herring : Numerical studies of freely decaying homogeneous stratified turbulence. *J. Fluid Mech.* **202** (1989) 117-148.
- 23) J. R. Herring & O. Métais : Numerical experiments in forced stably stratified turbulence. *J. Fluid Mech.* **202** (1989) 97-115.
- 24) H. J. S. Fernando : On the oscillations of harbors of arbitrary shape. The growth of a turbulent patch in a stratified flow, *J. Fluid Mech.* **190** (1988) 55-70.
- 25) P. Billant & J.-M. Chomaz : Theoretical analysis of the zigzag instability of a vertical columnar vortex pair in a strongly stratified fluid, *J. Fluid Mech.* **419** (2000) 29-63.

- 26) P. Billant & J. -M. Chomaz : Three-dimensional stability of a vertical columnar vortex pair in a stratified fluid, *J. Fluid Mech.* **419** (2000) 65-91.
- 27) T. Miyazaki & Y. Fukumoto : Three-dimensional instability of strained vortices in a stably stratified fluid, *Phys. Fluids* **A4** (1992) 2515-2522.
- 28) A. J. Majda & M. J. Grote : Model dynamics and vertical collapse in decaying strongly stratified flows, *Phys. Fluids* **9** (1997) 2932-2940.
- 29) J. J. Riley, R. W. Metcalfe & M. A. Weissman : Direct numerical simulations of homogeneous turbulence in density stratified fluids, in Proc. AIP Conf. on Nonlinear Properties of Internal Waves, (1982) 679-712.
- 30) C. Staquet & J. J. Riley : On the velocity field associated with potential vorticity, *Dyn. Atmos. Oceans* **14** (1989) 93-123.
- 31) F. K. Browand, D. Guyomar & S. -C. Yoon : The behavior of a turbulent front in a stratified fluid : Experiments with an oscillating grid, *J. Geophys. Res.* **92** (1987) 5329-5341.
- 32) A. Fincham, M. T. Maxworthy & G. R. Spedding : Energy dissipation and vortex structure in freely decaying stratified grid turbulence, *Dyn. Atmos. Oceans* **23** (1996) 171-182.
- 33) P. Caillol & V. Zeitlin : Kinetic Equations and Stationary Energy Spectra of Weakly Nonlinear Internal Gravity Waves, *Dyn. Atm. Oceans*, to appear
- 34) A. Babin, A. Mahalov & B. Nicolaenko : On nonlinear baroclinic waves and adjustment of pancake dynamics, *Theor. Comput. Fluid Dynamics* **11** (1998) 215-235.
- 35) P. F. Embid & A. J. Majda : Low Froude number limiting dynamics for stably stratified flow with small or finite Rossby number, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **87** (1998) 1-50.
- 36) O. Métais, P. Bartello, E. Garnier, J. J. Riley & M. Lesieur : Inverse Cascade in Stably Stratified Rotating Turbulence. *Dyn. Atmos. Oceans* **23** (1996) 193-203.
- 37) M. P. Lelong, J. J. Riley : Internal wave-vortical mode interactions in strongly stratified flows *J. Fluid Mech.* **232** (1991) 1-19.
- 38) Y. Kimura & O. Métais : Particle Dispersion and Vortex Formation in Rotating Stratified Turbulence, in Proc. IUTAM/IUGG workshop on Developments in Geophysical Turbulence (eds. R. M. Kerr & Y. Kimura) to appear.
- 39) R. H. Kraichnan : Inertial Ranges in two dimensional turbulence, *Phys. Fluids* **10** (1967) 1417-1423.
- 40) U. Frisch & P. -L. Sulem : Numerical simulation of the inverse cascade in two-dimensional turbulence, *Phys. Fluids* **27** (1984) 1921-1923.
- 41) H. Hanazaki : A numerical study of three-dimensional stratified flow past a sphere, *J. Fluid Mech.* **192** (1988) 393-419.
- 42) Y. Kimura & J. R. Herring : Particle dispersion in rotating stratified turbulence. in Proceedings of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference and the FED Summer Meeting and Exhibition (San Francisco 1999).
- 43) J. C. McWilliams, J. B. Weiss & I. Yavneh : 1994 Anisotropy and coherent vortex structures in planetary turbulence, *Science* **264** (1994) 410-413.
- 44) P. Bartello : Geostrophic adjustment and inverse cascades in rotating stratified turbulence. *J. Atmos. Sci.* **52** (1995) 4410-4428.