ながれ **21**（2002） 78－88.

〔原著論文〕

渦輪に現れる遠心力不安定

*名城大学・理工 奥 出 宗 重†
**愛機製作所 大 蔵 信 之
*名城大学・理工 早 藤 英 俊

静水中で円柱を回転するとき，小渦輪（俗に言うキノコ渦）が円柱軸方向に規則的に現れる．前報で，これとよく似た小渦輪が崩壊直前の渦輪の渦まわりに観察された．本報告では，回転円柱の小渦輪と渦輪の小渦輪との対応関係を調査した．回転円柱の場合，小渦輪の間隔（p/d）と回転レイノルズ数（Rer）との関係は，$p/d = 64 \cdot Rer^{-0.77}$ で表される．渦輪の場合に対しては，回転円柱の円柱直径に相当するものとして，渦をランキン渦に置き換えたときの渦核直径を当て，回転円柱の小渦輪の間隔に相当するものとして，渦輪の小渦輪が波状変形した多角形の渦輪の各辺に現れていたので，渦輪の波状変形した波長を当て，回転レイノルズ数に渦輪の循環値を用いるとき，渦輪の p/d と Rer の関係は，上記の回転円柱の関係とほぼ一致した．上記の渦輪の循環値を評価する過程で，理想流体中にある渦輪の循環値が渦輪直径と渦輪軸方向の渦輪中心速度との積（$\Gamma = 2R \cdot V_0$）で表されることを導出した．さらに，この結果が実際の渦輪にも適用できることを示し，実際の渦輪の循環値を精度よく簡易的に求める方法として提案した．

Centrifugal Instability in Circumference of a Vortex Ring

Muneshige OKUDE
Faculty of Science and Technology, Meijo University
Nobuyuki OHKURA
Aiki Seisakusyo Ltd
Hidetoshi HAYAFUJI
Faculty of Science and Technology, Meijo University

(Received 4 September, 2001 ; in revised form 17 January, 2002)

The correspondence of the coherent structure on the surface of a rotating cylinder to the circumferential distortion of a vortex ring was investigated by using the flow visualization technique. When a circular cylinder rotates suddenly about its axis, some mushroom type eddies which surround the rotating cylinder are regularly generated along its axis. The relation between the spacing of mushroom eddies, p/d, and the Reynolds number, Rer, is shown as $p/d = 64 \cdot Rer^{-0.77}$. The circulation of the vortex ring which is made from a vortex filament is given by $\Gamma = 2R \cdot V_0$, where 2R is the diameter of vortex ring and V_0 the induced velocity at the center of vortex ring. This simple relation is also applicable to the real vortex ring. The vortex in a vortex ring can be replaced by the Rankine vortex model which has the same circulation as real vortex ring, when the diameter of vortex core is 1.2 times the half width of the vorticity distribution of the real vortex ring and the constant vorticity in vortex core is equal to that of the vortex center. It is assumed that the core diameter of vortex ring which is made from the Rankine vortex is equivalent to the diameter

* 〒468-8502 名古屋市天白区塩釜口 1-501
† E-mail: okude@ccmfs.meijo-u.ac.jp
** 〒492-8162 稲沢市井之口小番戸町 39

of a rotating cylinder. Then, the relation between the spacing of the circumferential distortion and the Reynolds number for the vortex ring well corresponds to the above relation for the rotating cylinder. This fact suggests that the distortion of vortex ring is caused by the centrifugal instability that generates mushroom eddies on the surface of rotating cylinder.

(**KEY WORDS**): Vortex ring, Circulation, Vortex core, Flow Visualization, Centrifugal instability

1 まえがき

境界層，伴流および噴流などの層流ー乱流遷移過程の遷移初期の流れ模様を観察すると，次のような特徴が見られる．平板境界層の場合[1]，T−S波直後に平板上を転がるような二次元のロール状の渦が現れ，渦の発生と同時に横方向（渦軸方向）に規則的に波状変形する．二次元物体伴流の場合[2]，物体直後の二次元渦が下流に行くにつれて，渦軸方向に規則的に小乱れが現れる．また，環状噴流の場合[3]，噴流を取り巻くように現れた渦輪が周方向に波状変形するのが観察される．このように，流れは層流状態から乱流に遷移する最も初期の段階で，先ず，渦が現れ，やがてその渦が規則的に波状変形したり，あるいは，渦まわりに規則的に小乱れを作って，渦を変形させ，この変形に伴って渦が崩壊して，流れが複雑になり乱流状態になるように見える．このように，層流ー乱流遷移のメカニズムを知る上で，渦の振る舞いが重要な役割を果たしていることが分かる．また，渦の初期の変形に規則性があることに興味が持たれる．しかし今のところ，渦の初期の変形がどうして規則的に現れるのか，また，その原因は何か，過去に記述した報告はなく，原因について，殆ど分かっていない様に思う．言い換えると，遷移の起こる切っ掛け，また，遷移を促進させる原因は何か，分かっていないように思う．

渦の変形過程を調査する場合，境界層流れでは板が邪魔であり，また，物体伴流の流れでは比較的現象が速く起こるので，両者の実験はかなり困難であり手間取る．これに対して，筆者らが前々報[4]および前報[5]で報告した通り，渦輪はその発生から変形，崩壊までの過程が比較的緩慢であり，且つ，渦輪周りに現れる変形の規模が比較的大きいので，他の渦現象を取り扱うより容易である．このような事情で，筆者らは遷移のメカニズムの手がかりを得るために，渦輪の変形過程を調査することとした．以下に，前々報および前報を概観し，本研究の目的を述べる．

先ず，前々報では，可視化技術を用いて，渦輪に変形の現れる直前の渦断面の速度分布，渦度分布および循環値などを詳細に求めた．定量的な測定は，渦輪の変形に伴って極めて困難となるので，上記の諸量を渦輪変形直前で求められた．次に，前報では，前々報と同様に，可視化技術を用いて，渦輪の変形から崩壊直前までの渦輪の内部構造と渦輪まわりの構造を調査した結果を報告した．特に，前報では，渦輪の変形から崩壊に至る過程で，渦輪周方向に規則的に並ぶ渦を取り巻く環（小渦輪）を観察した．筆者らは，この小渦輪の現れる原因を静水中の回転円柱まわりの流れを例にあげ，遠心力不安定の二次流れ（俗に言うキノコ渦）として説明した．渦輪の場合，渦の回転による遠心力不安定が原因で，渦輪の渦を取り巻くように回転円柱のキノコ渦に相当する小渦輪が現れ，これが渦まわりに環を呈した可能性があると考えた．このように，渦輪の小渦輪と回転円柱の小渦輪が同じ原因で現れるとすると，回転円柱の小渦輪の軸方向に現れる間隔の規則性と渦輪に小渦輪が現れるときの渦輪周方向の間隔の規則性との間に一定の対応関係があると思われる．渦輪の場合，前報で明らかになっているように，渦まわりに現れる小渦輪が，渦輪の周方向に波状変形した各辺に形成されるので，渦輪の波状変形の波長と回転円柱の小渦輪の間隔とが対応関係にあると言える．

本研究の目的は，静水中で回転する円柱の軸方向に現れる規則性と渦輪周方向の波状変形との対

応関係を調査することにある．この対応関係を調査するために，先ず，遠心力不安定流れの典型的な例である静水中で回転する円柱まわりの流れを調査概観した．次に，回転円柱で取り扱った物理量（無次元量：回転レイノルズ数）に対応する渦輪に対する回転レイノルズ数との間の対応関係を思考提示した．具体的には，回転円柱の円柱直径に相当する渦輪の渦の剛体回転部分の大きさ，すなわち，渦核直径を提案，また，上記回転レイノルズ数に循環値が含まれるが，渦輪の循環値を精度良く簡易的に求める方法を提案し，その事例を示した．

2 実験装置および方法

実験装置として，前々報[4)] および前報[5)] で使用した渦輪発生装置と，静水中で円柱を回転させる小水槽が用いられた．

渦輪発生装置については，実験の方法を含め，前々報および前報で，詳細を述べてあるので，これについては説明を省略する．

小水槽では，静水中で回転する円柱まわりの流れ模様が観察された．水槽として，縦 600 mm，横 300 mm および深さ 360 mm の熱帯魚の飼育用の小水槽が用いられた．円柱として，長さ 300 mm で，直径 d = 10，19 および 45 mm の 3 つのアルミニュームの円筒が用いられた．水槽内に 2 枚の板（側壁）がその平面を 300 mm 隔てて水槽底面に立てられている．円柱は，その両端を側壁に取り付けたボールベアリングで支えられ，水深中程に置かれた．円柱の回転は，側壁の外部に取り付けたプーリを水槽上部にあるサーボ・モータでベルト駆動して得られた．回転数は，おおよそ N = 18〜500 rpm の範囲で設定できる．円柱およびベルトを含む回転部分は，慣性質量が極めて小さく，円柱まわりに現れる現象も緩慢に進行するので，円柱は，現象の進行と比較して，通電と同時にほとんど瞬時に設定回転数に達する．

円柱まわりの水流の可視化法として，電解フエノールフタレイン法が用いられた．少量のフエノールフタレインを混入した無色の薄い食塩水に，回転円柱を沈め，水槽底面に陰極を置き，円柱を陽極として通電すると，円柱表面が酸性化して薄赤く染まる．この色素で回転円柱まわりの流れを可視化した．

撮影はスチール・カメラとビデオ・カメラで行われた．照明はスライド撮影用のプロジェクタが用いられた．流れの様子は，空気流の中におかれた円柱の伴流と比較して，現象が極めて緩やかに進行するので，肉眼でも十分確認できる．また，写真撮影も比較的容易である．

3 実験結果および考察

3.1 静水中で回転する円柱まわりの流れ

3.1.1 回転円柱まわりの流れ模様

図 1 に,静水中で回転する円柱まわりの流れ模様を示す．流れ模様は,回転レイノルズ数 Rer = 900 に対するもので，回転開始から t = 4.2，5.0 および 5.8 sec 経過した状態を示す．左右の矢印の範囲は円柱直径を示す．実際の模様は，カラー・フイルムで撮影されていて，円柱表面近くに薄赤く縞状に現れていた．回転レイノルズ数 Rer は，

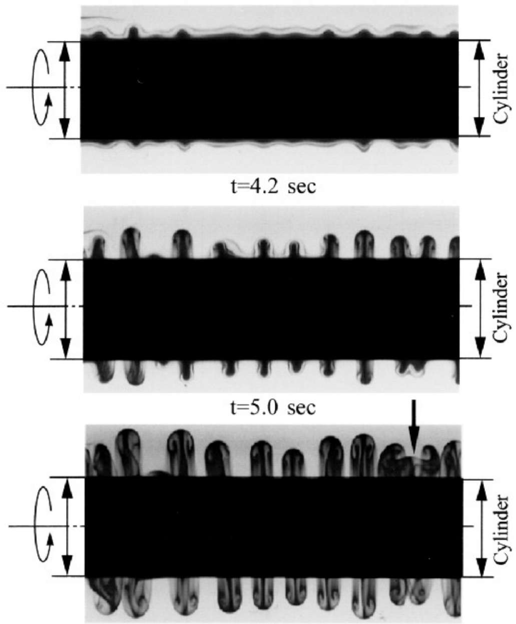

図 1 回転円柱まわりの流れ模様（Rer = 900）

Rer = Vd/ν（V：円柱表面の周速度，d：円柱直径，ν：動粘度）で定義された．

t = 4.2 sec の場合，円柱表面に沿って，円柱軸方向に波状の模様が観察される．波の山に多少の高低があるが，山はほぼ等間隔に並んでいる．この波は，Rer = 900 のとき，円柱が回転を始めてから約 3 sec 程度で目視される．

t = 5.0 および 5.8 sec の場合，円柱軸方向に茸の断面の様な模様（キノコ渦）が観察される．キノコ渦は，その形が多少不揃えな部分があるが，円柱軸方向にほぼ一定の間隔で並んでいる．キノコ渦は，時間経過と共に発達するが，一定時間経過後，隣同士の渦が融合し，間隔が不規則的になる．この初期の様子が t = 5.8 sec の↓印に見られる．隣同士のキノコ渦が融合する回転開始からの時間は，Rer の増加と共に短くなる．円柱が回転し始めた初期の段階で，キノコ渦が円柱軸方向に極めて規則的に並ぶことが分かる．

上記のキノコ渦は，次のようにして作られる．すなわち，円柱表面の流体粒子が粘性のため円柱と共に回転し，遠心力を受け周囲に散逸する．散逸した流体を周囲から補うように局所的循環流れが起こる．遠心力による循環流れ，言い換えると，遠心力不安定によってキノコ渦が円柱を取り巻くように形成される．次に，円柱の回転開始から隣同士の渦が融合し始めるまでの渦間隔が安定な回転初期の段階におけるキノコ渦の間隔を以下に調べる．

3.1.2　キノコ渦の間隔

キノコ渦の間隔を p とし，これを円柱直径 d で除した無次元渦間隔 p/d を Rer に対してプロットしたものを**図 2** に示す．縦および横軸を対数目盛で示す．Kirchner ら [6] および Liu [7] の結果も同時に示す．なお，図中の●，◐および◑印（Vortex ring）については，後にその詳細を述べる．

図から分かるように，p/d は Rer の増加と共に対数目盛り上を直線的に減少する．Kirchner らおよび Liu の結果は，Rer の小さな範囲に限られているが，筆者らの結果とよく一致している．**図 2** から p/d と Rer の関係は次式の様に表される．

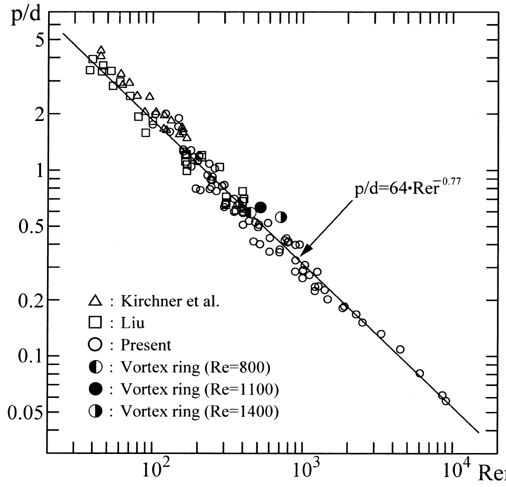

図 2　Rer 変化に対するキノコ渦の間隔 p/d

$$p/d = 64.0 \cdot \mathrm{Rer}^{-0.77} \qquad (1)$$

さて，円柱の回転によって起こる遠心力不安定によって現れたキノコ渦が渦まわりにも現れる可能性がある．もし，渦軸方向にキノコ渦が現れるとすると，その間隔は，回転円柱の Rer に相当する渦の Rer との関係が式(1)を満たすと予想される．ここで，回転円柱を渦に置き換えるとき，円柱直径に相当するものとして渦核直径が考えられる．一方，Rer に対しては，先の回転円柱の場合，円柱表面の周速度 V と円柱直径 d を用いて表示した．この回転円柱の場合，回転する円柱の循環値 Γ が $\Gamma = \mathrm{V} \cdot \pi \mathrm{d}$ のように表されるので，回転レイノルズ数を $\mathrm{Rer} = \mathrm{Vd}/\nu = \Gamma/\pi\nu$ のように表示することもできる．したがって，渦の回転レイノルズ数として，回転円柱の V と d の代わりに，渦の循環値 Γ を用いて表示して差し支えないと考えた．また，渦輪のキノコ渦（小渦輪）は，渦輪が多角形に波状変形した後期段階で目視確認されるが，小渦輪は，多角形の渦輪の各辺に規則的に現れることが前報で明にされている．したがって，渦輪に現れる小渦輪の間隔は，渦輪が周方向の波状変形した波の波長に対応するとも言える．

上述のように，渦輪に対して，式(1)に現れた物理量を与えるとき，渦輪の渦核直径および循環

値を的確且つ，精度よく求める必要がある．以下に渦輪の渦核直径および循環値を求める．

3.2 渦輪まわりの流れ

3.2.1 渦輪の循環値

実在渦の循環値を得る一つの方法として，渦断面の渦度をその面全体にわたって積分する方法がある．しかし，実在渦の場合，渦の範囲を特定する方法が確立されていないので，検査面の取り方によって，その結果がかなり異なると想像される．筆者らは，前々報で，渦断面の速度を細密に測定し，これを計算して渦度を細密に得，上記の方法で渦輪の循環値を求めた．この方法で，他に循環値を求めたものとして，大島[8,9]の結果があるが，筆者らのように細密な測定ではなく，十分正確なものとは言えない．筆者らのように，渦断面全体にわたって，渦度を細密に精度よく求めることはかなり困難であって，結果として，大島らの他に上記の方法で循環値を求めたものは見かけない．したがって，筆者らの前々報の結果と比較出来るものはないように思う．筆者らの求めた循環値は，十分信頼できる正確な値であると思われるが，他に比較できるものがないので，その結果になお疑念が残る．

上記の疑念を払うために，以下に，前々報と異なる方法で渦輪の循環値を求め，前々報の結果と比較する．また同時に，渦輪断面の渦度を積分して循環値を求める方法はかなり困難であるので，渦度の測定なしに循環値を求める一簡易的方法を提案する．

図 3 に，渦輪中心軸（z）をもつ渦輪が空間にある場合の模式図を示す．上述と異なる他の方法として，循環値 Γ は閉曲線の速度の線積分で求められる．今，図のように，z 軸上の点 A（$z = -\infty$）から点 B（$z = +\infty$）を経て，z 軸から無限遠の点 C に至り，z 軸に平行で $z = -\infty$ の点 D を経て点 A に戻る閉曲線（長方形）ABCD を検査面とする．このとき，長方形 ABCD の各辺（線素 ds）に沿う速度 V の線積分 $\Gamma = \int_{ABCDA} V\,ds$ は，渦輪の循環値を与える．ここで，z 軸以外の各辺

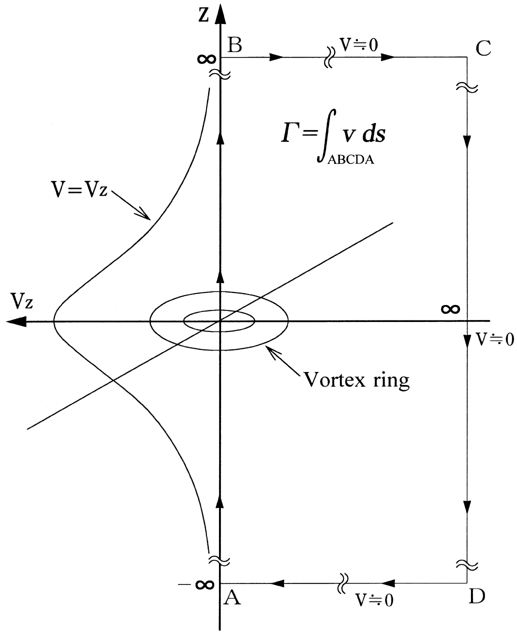

図 3 渦輪の循環値を求める一方法に対する検査面

は渦輪中心から無限遠方にあって，その辺上の速度は近似的に零である．結果として，z 軸上の速度 V (= V_z) の線積分のみが残る．すなわち，渦輪の循環値は，$\Gamma = \int_{ABCDA} V\,ds = \int_{AB} V_z\,dz$ で求められる．以下に，この方法を用いて，理想流体中および実在流体中の渦輪の渦輪軸上の速度から循環値を求める．

(a)理想流体中の渦輪の場合

図 4 に，理想流体中に渦輪中心軸 z をもつ渦糸で作る渦輪モデルを示す．z 軸上の任意の点 P の誘導速度を求める．渦の回転方向を図のようにとる．循環値 Γ および渦糸の微小要素を ds とする．また，z 軸上の点 P と ds の距離を L，L と ds のなす角を β とする．このとき，点 P の誘導速度 dV は，Biot-savart の法則により，次のように表される．

$$dV = \frac{\Gamma \sin\beta}{4\pi L^2} ds \tag{2}$$

ここで，点 P の渦輪中心からの距離を $z = Z$，渦輪の半径を R，$\beta = \pi/2$ とし，渦輪を一周積分（$\phi = 0〜2\pi$）して，誘導速度の z 軸方向成分 V_z

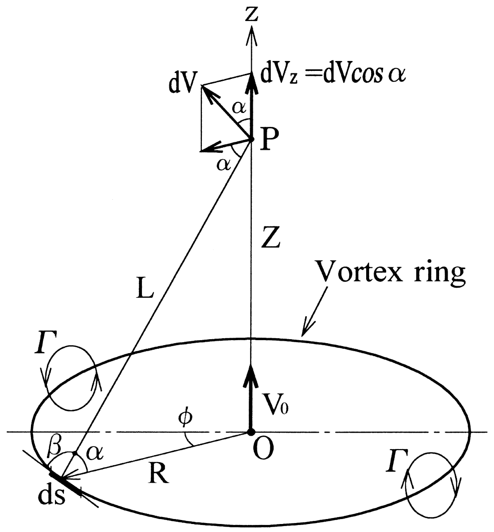

図 4 渦輪による渦輪軸上の誘導速度

を求めると，以下のようになる．

$$V_z = \frac{\Gamma R^2}{2(Z^2 + R^2)^{3/2}} \tag{3}$$

式(3)は，理想流体中にある渦輪の z 軸上の軸方向の速度分布を与える．式(3)で $Z = 0$ とするとき，渦輪中心の z 方向の速度 V_0 を与える．

$$V_0 = \frac{\Gamma}{2R} \tag{4}$$

式(4)を Γ について解くと，

$$\Gamma = 2RV_0 \tag{5}$$

式(5)から理想流体中の渦輪の循環値は，渦輪直径 2R と渦輪中心の速度 V_0 から簡単に求められることがわかる．

次に，式(3)を式(4)の渦輪中心速度 V_0 で無次元化すると，z 軸上の z 方向の速度は次のようになる．

$$\frac{V_z}{V_0} = \left\{\left(\frac{Z}{R}\right)^2 + 1\right\}^{-\frac{3}{2}} \tag{6}$$

以上の結果は，理想流体中の渦輪について得られたものであるが，結果として，渦輪の循環値は，渦輪中心の速度と渦輪の直径から求められ，きわめて簡単な式で得られることになる．渦輪中心の速度および渦輪の直径の両者は，実験的には比較的簡単な測定で得られる．もし，上述の結果が実在の渦輪に適用できるなら，極めて都合がよい．しかし，実際の渦輪は，粘性流体中を運動していること，有限な大きさの渦核を有すること，および粘性のため明確な渦核の領域が特定できない，などによって，上記の結果が実際の渦輪に適用できるかどうか極めて疑問である．理想流体中の渦輪の結果が実際の渦輪に適用出来るかどうか，以下に検証する．

(b)実在流体中の渦輪の場合

実際の渦輪の渦輪中心軸上の速度分布を測定して，前述の理想流体中の渦輪の速度分布を与える式(6)と比較する．

ここで，渦度分布の積分から，既に循環値が求められている前々報と同じ Re 数の渦輪を取り扱うことにする．レイノルズ数 $Re = Ud_o/\nu = 1100$（U：渦輪の進行速度，d_o：渦輪噴出口のオリフィス直径）の渦輪が h = 400 mm を通過する場合について調査された．渦輪中心軸上の速度は，煙線のタイムラインの微少時間内の変化から求めるスモークワイヤ法と熱線風速計を用いて求める方法で測定された．

先ず，スモークワイヤ法によるタイムラインから速度を求める方法について述べる．**図 5** に，渦輪の流れ模様とタイムラインの変化を示す．白い煙の塊は渦輪の外形を示し，細い白線はタイムラインを示す．スモークワイヤの位置（h = 400 mm）を矢印 → と ← で示す．**図 5** (a)は，渦輪がタイムラインの下方にある場合（$Z > 0$）を，**図 5** (b)は，渦輪中心がちょうどタイムラインを通過した場合（$Z = 0$）を，および**図 5** (c)は渦輪がタイムラインの上方にある場合（$Z < 0$）の状態を示す．タイムラインとワイヤの距離 ΔS とタイムラインの変形に要した時間 ΔT から速度が求められる．この速度の渦輪軸上の鉛直方向成分が z 軸方向の速度 V_z となる．

次に，熱線風速計による速度の測定について述べる．熱線は，渦輪中心軸上（h = 400 mm）に置かれていて，渦輪の通過と共に，渦輪の前方の

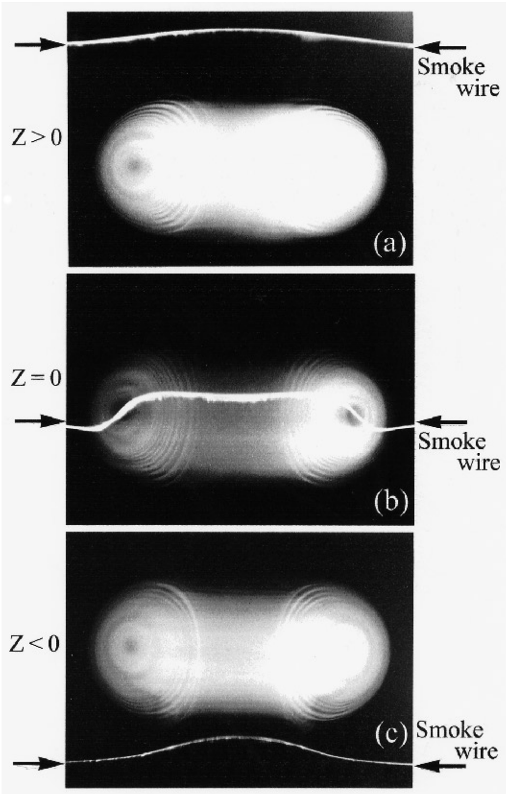

図 5　渦輪の位置とタイムラインの変化（Re = 1100）

速度から渦輪の後方の速度まで連続的に記録して測定された．

図 6 に，渦輪中心軸上の速度 V_z を Z 変化に対して示す．タイムラインからの結果を◯印で，熱線風速計の結果を熱線の出力信号のトレース（波形）で示す．

図からわかるように，タイムラインの変化から求めた速度と熱線で求めた速度は，極めてよい一致を示す．V_z の分布は，渦輪中心 Z = 0 で最大値を示し，渦輪中心から離れるに従い減少する．その分布は，釣り鐘状を示す．

ところで，理想流体中の渦輪に対する z 軸上の速度は，式(6)で与えられる．上記の通り，実在渦輪の z 軸上の速度が求められた．これら両者を比較する．

図 7 に，理想流体中の渦輪に対する z 軸上の速度（式(6)）と実在渦輪の結果を同時に示す．縦

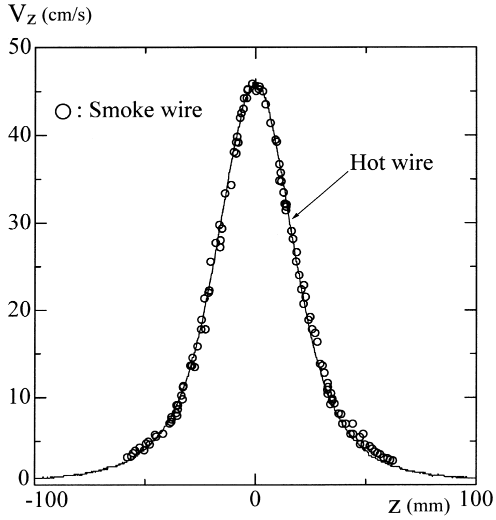

図 6　渦輪軸上の速度分布（Re = 1100）

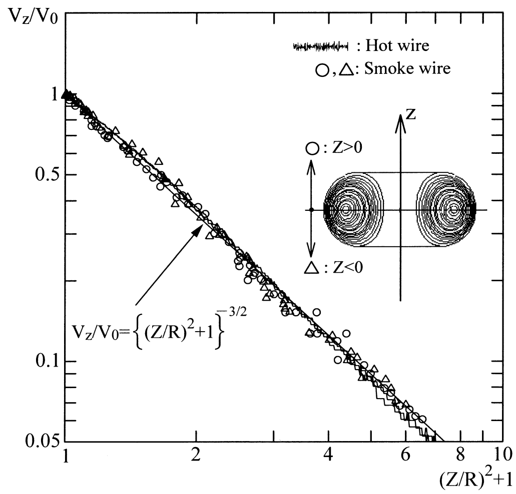

図 7　実在渦輪と理想流体中の渦輪の渦輪軸上の速度分布を比較（Re = 1100）

軸に z 軸上の速度 V_z を Z = 0 の速度 V_0 で除した無次元速度 V_z/V_0 を，横軸に渦輪中心からの距離 $(Z/R)^2 + 1$ をそれぞれ対数目盛で示す．Z の負の領域と正の領域が同時に示されている．

図からわかるように，理想流体の結果は，図中に直線で現れている．一方，実験結果を見ると，スモークワイヤおよび熱線による結果は，理想流体の直線近くにあって，三者は極めてよい一致を示すことがわかる．この結果から，理想流体の式(6)を実在渦輪に適用して差し支えないと思わ

れる．

ここで，前々報[4]の渦断面の渦度分布を積分して求めた循環値 $\Gamma = 248\,\mathrm{cm^2/s}$（Re = 1100）と上記の渦輪中心軸上の速度を $-\infty < Z < \infty$ の範囲で積分した結果および式(5)の渦輪直径と渦輪中心の速度から得た三者の結果を比較する．

渦輪中心軸上の速度の線積分は，具体的には，**図 6** の熱線の速度分布を $-100\,\mathrm{mm} \leqq Z \leqq 100\,\mathrm{mm}$（$-1.9 \leqq Z/D \leqq 1.9$，$D = 2R = 2 \times 25.8\,\mathrm{mm} = 51.6\,\mathrm{mm}$）の範囲で行われた．z 軸に沿って積分した循環値は $\Gamma = \int_{AB} V\,dz = 230\,\mathrm{cm^2/s}$ であった．また，式(5)を用いて，渦輪直径と渦輪中心速度から得た循環値は，$\Gamma = 2R \cdot V_0 = 5.16\,(\mathrm{cm}) \times 47.6\,(\mathrm{cm/s}) = 246\,\mathrm{cm^2/s}$ であった．これらの結果は，渦輪中心軸上の速度の線積分の値が多少小さく現れたが，三者はよく一致した．渦輪中心軸上の速度の積分から得た値が小さく現れた理由は，積分範囲を $-\infty < Z < \infty$ とすべきところ，$|Z|$ の大きい範囲で速度が十分小さくなっているとして，積分範囲を $-100\,\mathrm{mm} \leqq Z \leqq 100\,\mathrm{mm}$ と狭くしたためと思われる．

渦輪の循環値は，過去にそれぞれの研究者が必要に応じて求めている．この多くの場合，循環値を求めることが調査研究の中心でないにしても，事柄を説明するパラメータの中に循環値が含まれていて，それが重要な役割を果たしている場合が多々見受けられる．しかし，ほとんどの場合，渦輪の循環値は，かなり荒っぽい方法で求められていて，真の値（最も確からしい値）に対してどの程度の近似値か，確たる自信を持って示したものはないように思われる．この自信を持って示せない理由は，先にも若干触れたが，つぎの困難さがあるためと思われる．実在流体中の渦に対する循環値の最も確からしい値としては，周知のように，渦度の面積分あるいは速度の線積分で得た値ではないかと思われるが，前者については，渦断面全体にわたる渦度を精度よく求めることはかなり困難であること．一方，後者については，渦の範囲を特定することとその渦まわりの速度分布を求めることがかなり困難であること．この両者のいずれの場合も，測定がかなり困難であって，循環値の測定を等閑にされてきたと思う．筆者らは，前々報で渦断面の細密な渦度分布の面積分から循環値を得ている．また，本報告では，上述の通り，理想流体中にある渦輪の循環値が渦輪中心の速度と渦輪直径との積で表される．これを実在流体中の渦に適応するとき，筆者らの前々報の渦度の面積分の結果と，極めてよい一致を示した．渦輪中心の速度と渦輪直径を求めることは，極めて容易なことであって，渦輪の循環値の最も確からしい値を簡便に求めることができる．

3.2.2　渦輪の渦の渦核直径

渦の大きさ（規模）を評価する場合，その渦核の大きさ（直径）を用いるのが適当であると思われる．また，これが一般的であるように思う．実在渦は，ある一定の大きさの渦核を有しているが，その範囲を特定する一般的な方法については確立されていない．

過去の研究では，渦核の範囲を決定する方法として，渦中心を通る軸上の速度分布の最大値および／または最小値を与える位置を渦核の端として，最大値と最小値の距離を渦核直径としたものが多いように思う．渦輪についても Sullivan ら[10]，Maxworthy[11] および内藤ら[12] がこの方法を用いて渦核直径を求めている．これに対して，大蔵ら[13] は，円柱伴流内の渦を取り扱う事例の中で，実在渦をランキン渦で置き換えたときの渦核直径を渦の大きさ（規模）とするのが適当であると報告している．具体的には，ランキン渦の渦核直径を実在渦の渦度分布の半値幅の 1.2 倍とし，この渦核内の一定渦度として実在渦の渦中心の渦度を用いている．この場合，ランキン渦の循環値が実在渦の循環値に等しくなる．上記の速度分布の最大値と最小値を与える距離を渦核の大きさとするとき，Okude ら[14,15] の円柱伴流を例にとれば，渦核まわりの速度の一周積分から得られる循環値は，渦度分布を積分して得られる循環値の 75％（円柱直後）〜50％（円柱直径の 40 倍下流）程度の値となり，極めて小さく見積もられ

る．これに対して，大蔵らの方法は，循環値とこれを与える渦度を考慮して渦核の大きさを評価しており，現段階では，渦核の大きさを評価する最も合理的な方法ではないかと思われる．

筆者らの渦輪の渦について，大蔵らの方法を用いて，渦核の大きさを評価する．前々報で，既に渦断面の渦度分布が詳細に求められている．それによると，渦度の等値線は，渦中心を囲むほぼ同心円を示した．この分布の渦中心を一周するときの半値幅の平均値は，約 11.84 mm であった．また，渦中心の渦度は，$\omega_0 = 156\,\mathrm{s}^{-1}$ であった．この渦を大蔵らの方法でランキン渦に置き換えると，渦核内の渦度は $\omega_0 = 156\,\mathrm{s}^{-1}$ であり，渦核直径は，$d = 1.2 \times 11.84 = 14.2$ mm となる．このランキン渦の循環値をあらためて求めると，$\Gamma = \omega_0 \cdot (\pi d^2/4) = 156 \times (\pi \times 1.42^2/4) = 247\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$ となる．この循環値は，前述の渦度を積分して得た循環値 $\Gamma = 248\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$ に極めて近い．粘性渦を取り扱い容易なランキン渦に置き換える大蔵らの方法は，その適応性を円柱伴流中の渦について確かめたものであったが，上記の結果から，渦輪についても，適当な方法であると考えられる．

上記の結果を用いて，静水中で回転する円柱まわりに現れるキノコ渦（乱れ）の円柱軸方向の間隔と渦輪周方向に現れる小渦輪の間隔，渦輪変形の初期では波状変形するので波長とを比較する．

3.2.3　渦輪周方向に現れる波と波長

図 8 に，オリフィスからの距離 h に対する渦輪中心軸に直角な断面の渦輪の模様を示す．

図から分かるように，その発生から h = 400 mm の比較的初期の段階で，その内周および外周は共に円形である．h = 600 mm では，渦輪は内周および外周共に波状変形を示す．渦輪の周方向に 7 つの山，または谷が見られる．渦輪の輪郭は 7 角形を示す．図に示していないが，この渦輪の変形は，h = 450 mm 程度で，肉眼で確認出来るようになる．また，h = 700 mm では，その模様は複雑になるが，一対の渦模様を示すよく似た模様が渦輪周方向に規則的に 6 つ並ぶのが観察される

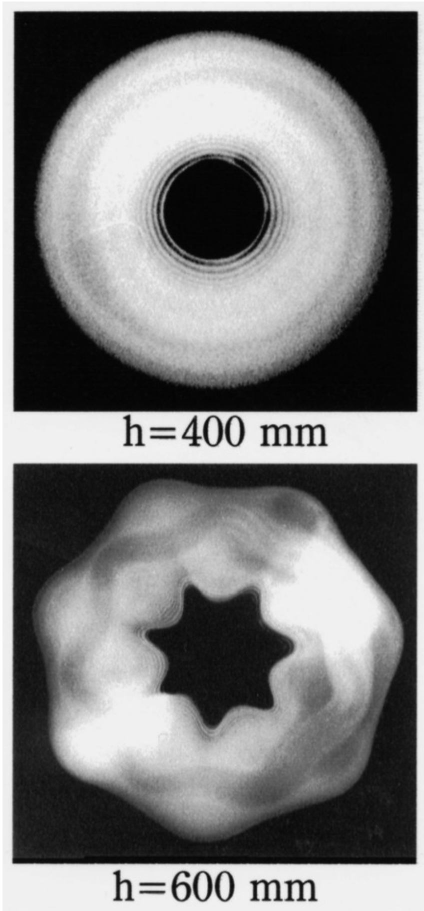

図 8　渦輪軸に直角な渦輪中央断面の流れ模様（Re = 1100）

様になる．この直後，渦輪は崩壊する．渦輪は，h の増加，すなわち，時間経過と共に，渦輪周方向に現れる波の振幅が大きくなり，且つ，規則性を保ちつつ画数が少なくなって，やがて崩壊に至る．

図 9 に，渦輪に現れる画数 n の h に対する変化を示す．図から分かるように，渦輪に現れる画数は，h の増加と共に直線的に小さくなる．この h の変化に対する一連の流れ模様の変化は，内藤ら [12] によって観察されていて，図中に内藤ら [12] の結果を同時に示す．なお，内藤らも指摘しているように，渦輪周方向の変形の画数は，ある整数値から 1 つ小さい整数値へ変化する過程では，その画数を整数値として客観的に読みとることができな

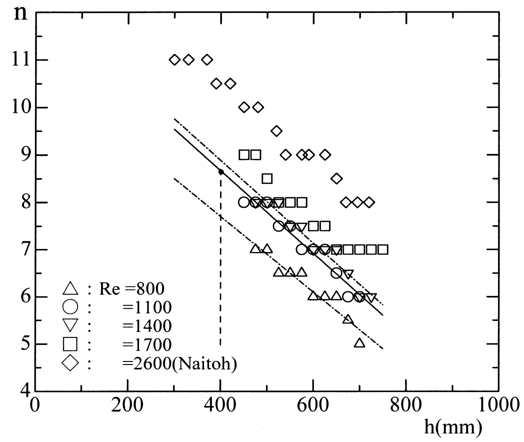

図 9　オリフィスからの距離 h に対する渦輪の画数 n の変化

い．この変形過程の画数については，変形過程の前後の画数（整数値）の平均値とした．例えば，渦輪が 8 から 7 角形へと変化する高さ h の範囲では，その画数を n = 7.5 として**図 9** にプロットした．

先に，Re = 1100 に対する h = 400 mm の位置の渦輪の循環値を求めた．この位置での渦輪の変形は，流れ模様から確認できないが，**図 9** 中に記す Re = 1100 のプロット点（○印）を結ぶ直線から，n = 8.7 と読みとれる．このグラフの特徴として，Re = 1100 に対する h = 400 mm の位置の渦輪の変形画数としては，プロット点が整数値の階段状に現れることから，上記の値に近い n = 9 の可能性を示唆している．ここで，渦輪の変形画数を n = 9 と仮定する．前々報の渦度を積分して得た循環値 $\Gamma = 248\,\mathrm{cm^2/s}$ と大蔵らの方法で求めたこの渦輪の位置の渦核直径 d = 14.2 mm を用いて，先に述べた渦輪直径 D = 51.7 mm の渦輪まわりの波長を算出して，回転円柱まわりに現れるキノコ渦の円柱軸方向の間隔（p/d）と比較する．

Re = 1100 に対する h = 400 mm の位置にある渦輪の回転レイノルズ数 Rer は，これを測定したときの動粘度の値を $\nu = 15.12 \times 10^{-2}\,\mathrm{cm^2/s}$ として，$\mathrm{Rer} = \Gamma/\pi\nu = 248/(\pi \times 15.12 \times 10^{-2}) \fallingdotseq 522$ となる．一方，画数 n = 9 に対する，渦輪周方向の波長 p_w は，$p_w = \pi D/n = \pi \times 51.7/9 \fallingdotseq 18.05\,\mathrm{mm}$ となる．ここで，前報[5)] の結果を引用する．前報の結果を見ると，波状変形が十分発達した段階で，波状変形の 1 波長内に渦を取り巻く一対の環が現れる．さらに，この環の一方の環は，渦を取り巻く 1 対の小渦輪で構成されていることが示された．この 1 対の小渦輪は，静水中で回転する円柱まわりに現れるキノコ渦に相当すると考える．すなわち，1 対の小渦輪は渦の回転による遠心力不安定によって発生し，渦輪周方向に規則的に並ぶと考える．この結果から，上記の 1 波長 p_w 内に 2 対の小渦輪があって，その間隔は $p = p_w/2 = 9.0\,\mathrm{mm}$ となる．回転円柱の p/d に相当する渦輪のこの値は，p/d = 9.0/14.2 = 0.63 となる．この値を**図 2** に●印でプロットした．また，他の Re 数，Re = 800 および 1400 の渦輪について，上記と同じ方法で Rer と p/d を求め，**図 2** に同時にプロット（◐：Re = 800（Rer = 448），◑：Re = 1400（Rer = 715））した．なお，Re = 800 および 1400 の渦輪の Rer 数の算出には，前述の簡易的方法で求めた循環値が用いられた．

図 2 から分かるように，3 つの Re（Rer）数に対するプロット点は，回転円柱のキノコ渦の間隔の変化を示す直線に極めて近いことが分かる．渦輪が波状変形して多角形となるとき，各辺に小渦輪が現れた前報と照らし，**図 2** の結果は，遠心力不安定によって回転円柱表面にキノコ渦が軸方向に規則的に発生するのと同じ現象が渦輪の渦まわりに現れると言う筆者らの考えを支持する結果を示した．このような渦輪の渦まわりにキノコ渦が現れる現象は，渦輪に限らず，渦一般に言えることと思う．層流ー乱流遷移過程の遷移を促進する大きな一因として，遷移の初期に現れた渦まわりに遠心力不安定で発生するキノコ渦が大きな役割を果たしていると考えられる．

4　むすび

静水中で回転する円柱まわりに現れるキノコ渦の軸方向の間隔と渦輪変形過程の渦輪の画数との対応関係を調査検討した．その調査の過程で得ら

れた主要な成果および回転円柱のキノコ渦と渦輪の画数変化との対応関係は，以下のようにまとめられる．

A．静水中で回転する円柱に対する結果

1）静水中で円柱を回転するとき，回転を開始した初期の段階で，円柱まわりにキノコ渦が軸方向に規則的に発生する．キノコ渦は，回転開始から十分発達後，隣同士が融合してその間隔が不規則的になる．結果として，平均的渦間隔は大きくなる．

2）上記 1)の回転初期のキノコ渦の間隔 p/d（p：キノコ渦間の距離，d：円柱直径）は，円柱の回転レイノルズ数 Rer = Vd/ν の増加と共に，両対数グラフ上を直線的に小さくなる．両者の関係は，$p/d = 64 \cdot Rer^{-0.77}$ で表される．

B．渦輪に対する結果

1）渦輪の循環値を精度よく求める簡易的方法を提案した．すなわち，渦輪の循環値は，$\Gamma = 2R \cdot V_0$（2R：渦輪の直径，V_0：渦輪中心の速度）で求められる．

2）渦輪の渦をランキン渦モデルで表すとき，渦度一定の渦核直径を渦度分布の半値幅の 1.2 倍とし，渦中心の渦度を渦核内の一定渦度とすると，同じ循環値を持つランキン渦で置き換えられる．これは，二次元物体の伴流渦をランキン渦で置き換えた方法と同じである．

3）渦輪を上記 2)の方法でランキン渦モデルで置き換えて，ランキン渦の渦核直径を上記静水中で回転する円柱の直径に相当すると見なすとき，渦輪に現れる周方向の規則的な変形の間隔の渦核直径に対する比は，回転円柱の軸方向に現れるキノコ渦の間隔の円柱直径に対する比とよく一致する．

引 用 文 献

1）Saric W. S.：Visualization of Different Transition Mechanisms, Phys. Fluids **29**（1986）2770.

2）種子田定俊：画像から学ぶ流体力学（朝倉書店, 1988）.

3）Van Dyke： *An Album of Fluid Motion*（The Paradolic Press, 1982）.

4）奥出宗重, 大蔵信之, 早藤英俊：渦輪の渦度分布と循環値，日本流体力学会誌 ながれ **19**（2000）119–128.

5）奥出宗重, 大蔵信之, 早藤英俊 : 流れ模様で得た渦輪の変形過程とその構造, 日本流体力学会誌 ながれ **19**（2000）374–384.

6）Kirchner, R. P. & Chen, C. F.：Stability of Time-Dependent Rotational Couette Flow. Part 1. Experimental Investigation，J. Fluid Mech. **40**（1970）39–47.

7）Liu, D. C.：Physical and Numerical Experiments on Time-Dependent Rotational Couette Flow，Ph. D. Thesis, Rutgers University（1971）.

8）大島裕子 : 渦輪の発生機構によるちがい, 第 9 回流体力学講演会講演論文集（1977）18–21.

9）大島裕子 : 渦輪の運動での可視化の意味, 第 5 回流れ可視化シンポジウム講演論文集（1977）25–28.

10）J. P. Sullivan, S. E. Widnall & S. Ezekiel : Study of Vortex Rings Using a Laser Doppler Velocimeter, AIAA Journal **11**（1973）1384–1389.

11）T. Maxworthy : Some experimental studies of vortex rings, J. Fluid Mech. **81**（1977）465–495.

12）内藤隆, 今井伸治, 後藤俊幸, 山田日出夫 : 渦輪の周方向の不安定波について（波の数の時間的減少に関する実験的観察），日本流体力学会誌 ながれ **15**（1996）401–408.

13）大蔵信之, 早藤英俊, 奥出宗重：渦列内の渦の渦軸方向の流れ，日本航空宇宙学会誌 **44**（1996）105–111.

14）M. Okude & T. Matsui：Correspondence of Velocity Fluctuations to Flow Patterns in a Karman Vortex Street at Low Reynolds Numbers，Trans. Jpn. Soc. Aero. Space Soc. **30**（1987）80–90.

15）M. Okude & T. Matsui：Vorticity Distribution of Vortex Street in the Wake of a Circular Cylinder, Trans. Jpn. Soc. Aero. Space Soc. **33**（1990）1–13.