

## 〔特集〕生物流体

## 昆虫飛翔と渦—翅相互作用

## Insect Flight and Vortex-Wing Interaction

\*北大・電子科学研究所 飯 間 信†  
Makoto IIMA

## 1 昆虫の飛翔について

飛行機や昆虫は翼（あるいは翅）を持ち、それを用いて飛んでいる。流体力学の勉強をした人にとって、翼（翅）が対気速度を持つとき、揚力を発生しうるのは常識である。しかし、実際に蝶やトンボが飛んでいるのを眺め、彼らがはばたき飛行を用いて「生きている」ことに思いを馳せると、我々は昆虫の飛行機構の精緻さに驚嘆せざるを得ない。それは生物が生きているということは単に空中を飛ぶに留まらず、蜜などの餌を探したり、鳥などの捕食者から逃れたり、恋の相手の歓心を買うといった高度な運動を実現していることに他ならないからである。一方で、飛行機は気軽に利用できる時代になり、今やありふれた移動手段になりつつあるが、横風や吹雪などといった天候の急変には弱く、生物の飛行に比べると脆弱な面があることは否めない。

ダーウィンの自然淘汰説を考えてみても、進化の過程で生き残ってきた生物の飛行機構が効率的であることは、余り異論はないのではないかと思う。特に昆虫の飛翔については、意思による制御など生物に特有の事情を差し引いて、純粹に流体力学的な意味で考えても非常に効率が良いことが昔から知られている。昆虫の翅の定常翼としての空力特性を計り、その空力特性がはばたき運動を行っている各瞬間にも成り立つと仮定して昆虫が得る流体力学的力を計算すると、多くの昆虫は自分の重さすら支えられない<sup>4)</sup>。当然昆虫は自由

に飛び回っているという現実があるわけだから、昆虫の翅ははばたいている時の方が一様流中に置かれている場合よりも効率よく流体力学的力を発生できるということになる。

昆虫の飛翔機構が流体力学的な意味で定常翼理論とは異なるものとすれば、その機構の詳細について知りたくなる。近年この分野については実験や数値計算などによる研究が進んできているものの、まだ研究は発展途上である。

本稿では、この後で昆虫の飛翔の流体力学的特性と、昆虫飛翔に類似する現象との関連を述べたあと、筆者達が解析を行っている対称はばたきモデルについての解説を行う。

## 2 昆虫飛翔の流体力学的特性

ひとくくりに「昆虫の飛翔」といっても、飛翔する昆虫は数多くおり、はばたきの機構も多様である。また種類だけでなく、飛行状況にも依存してはばたき方は異なっている。ここでは主にホバリング（空中停止）を例にとり、スズメガと蝶の違いについて示してみよう。

翅を翼だと見なし、はばたき時に翼端（翅上で胴体から最も遠い一点とする）が載る（近似的な意味での）平面（はばたき面と呼ぶ）と、水平面のなす角度を $\beta$ とおく（図1）。この $\beta$ を用いてはばたき運動を類別する。スズメガは $\beta \approx 0^\circ$ であり、蝶は $\beta \approx 90^\circ$ であることが知られている。ちなみにトンボなどは $\beta \approx 60^\circ$ とされている<sup>注1)</sup>。（一方、巡航飛行を行っているときのスズメガの

\* 〒060-0812 札幌市北区北12条西6丁目

† E-mail: makoto@aurora.es.hokudai.ac.jp

注1) これら3種類のはばたき運動は、それぞれがエリントンによるホバリングの類別<sup>4)</sup>の例になっている。

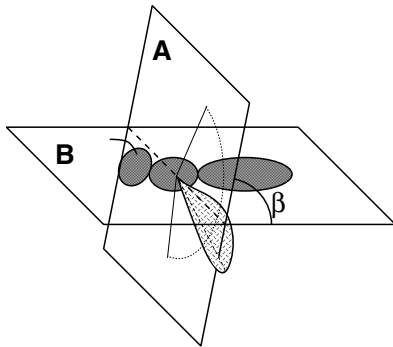


図1 ホバリングの種類を分けるために、はばたき面(A)と水平面(B)の成す角度を $\beta$ とする。

$\beta$ は変化して $\beta \approx 60^\circ$ になる。)

また、飛行時のレイノルズ数にもばらつきがある。ここでは特徴的長さとして翼長をとり、特徴的速度として並進速度または翼端でのはばたき速度の大きい方を選ぶことにすると、昆虫の飛翔のレイノルズ数は、100 または 1,000 のオーダーであり、飛行機と比べてレイノルズ数が低い。おおざっぱに言ってこの範囲のレイノルズ数では、粘性の影響は直接的なものではなく、主に慣性により流れは支配されている。しかしながら、流れは層流であると考えることができる。このため飛行機の場合の高レイノルズ数流れとは、流れの特性が異なっており、定常翼としての空力特性を調べてみても、その効率的な形は飛行機の場合と異なる<sup>13)</sup>。

昆虫のはばたき飛行においては、動的な翼の運動に伴って流体力学的力を生成している。これには剥離渦が重要だと考えられている。翼の境界近傍に生成された境界層は、はばたき運動に伴って剥離を起こし、剥離渦を生成する。レイノルズ数は大きくないため、渦は秩序構造を保持して動く。この剥離渦が翅と相互作用を起こし、大きな流体力学的力を生む主因である(典型的な例は遅延失速あるいは動的失速と呼ばれる揚力発生機構であり、実験や数値計算など活発な研究が行われている<sup>5,11)</sup>)。そこで、この相互作用の詳細や、生成される流体力学的力の大きさを見積もることが昆虫飛翔の理論構成に必要なのだが、これは簡単ではない。その理由は以下の通りである。

第一に、境界層剥離に関しては2次元定常流の場合などある程度の知見が得られている例もあるが、ここで扱う問題は3次元、かつ非定常な場合であり、理論的な取り扱いほとんどなされていない。第二に、剥離渦と翅との動力学についても、常に境界層剥離により供給される渦と、それまでに生成された渦の動力学を計算し、さらに翅におよぼす力を予測することは非常に難しい。

渦—翅相互作用の動的側面について議論することが容易ではない一例を挙げると、遅延失速に関しては翅の前縁より剥離した渦が剥離後しばらくの間、前縁近傍に留まるという事実が観測されている。このような渦の安定化は、揚力生成の理論を形成するために重要である。安定化の主因については2説あり、デルタ翼の場合と同様に翼上での翼端方向への流れが重要であるとする説と、剥離した渦が誘導する下向の流れが実効的な迎角を減らし、渦の成長を弱めているとする説である<sup>2)</sup>。どちらの説も模型の実験や、数値計算での検証が行われているものの、理論的に検証することはまだなされていない。

また、昆虫の飛翔等の観測により、はばたきに伴い生成される渦輪が生成されることで揚力が生成される、といった比較的素朴な定性的説明も与えられているものの<sup>3,16)</sup>、このような見方はせいぜい生成される揚力のかなり粗い見積もりを与える程度に留まっている<sup>1)</sup>。いわゆる定常翼理論が、翼形を与えるだけで空力特性のかなりの部分を計算出来るのに比べれば、昆虫飛翔の理論は流体力学的観点から見ればまだ初歩的な段階に位置している。

そのうえ、先にのべたように、昆虫飛翔を一括りにして論じることには無理がある。たとえば動的失速は、スズメガの巡航飛行時の揚力生成を始め比較的広い範囲の昆虫飛翔を説明できると期待されている理論であるが、蝶の飛翔の説明に関してはあまり役立つとは思えない。その理由としては、そもそもはばたき方が全然異なる事に加えて、蝶の翅のアスペクト比が1に近く、翅の横端からの剥離渦の影響が大きいと考えられること、

また、翅の翼面加重が小さいため重心の変動が無視できないほど大きいこと（これはひらひら飛ぶさまを想像すればよいだろう）、などが挙げられる。蝶は、こういった意味でかなり特殊であるが、一方で流体力学的観点から見ると、別の興味深い現象との類似性が存在する。それは、『渦—物体相互作用問題』とでも呼ぶべき一連の問題である。

### 3 渦—物体相互作用問題

蝶の飛翔を、重心運動と、剥離渦に起因する力の結合した系だと考えることにする。このように、流体中の物体運動が、運動に伴って剥離した渦に主に支配されるような現象について考えることを、ここでは『渦—物体相互作用問題』と呼ぶことにする。これには蝶の飛翔以外にも、興味ある現象が数多く存在する。例えばコインを水の中に落とした時、底まで落ちていくときの運動形態は4種類（定常的落下、振動、宙返り、カオス的）が知られている<sup>6)</sup>。この動力学はコインの運動にともなう剥離渦と、コインの相互作用によるものである。しかし、なぜ4種類の運動が発現するのかについてはまだわかっていない。また、旗は強風の下で振動運動を起こしてはためくが、この運動にも剥離渦がかかわっていると考えられている<sup>15)</sup>。

そこで、ここでは蝶のはばたき運動を単純化して、あるモデルを設定し、数値計算により剥離した渦と翅の相互作用を計算して、そこに現れる特徴的な現象の解析を行う。このようなアプローチにより渦と翅の相互作用についての知見を蓄積し、昆虫の飛翔を始め、上に例示したような系に見られる現象の普遍的な理解を深めることを目指す。これが筆者らが解析している2次元対称はばたきモデルの思想である。

### 4 2次元対称はばたきモデル

図2は、そのモデルを説明する図である。系は左右鏡像対称とし、2つの線分が黒四角で表される軸を中心にはばたき運動を行う。その運動は水

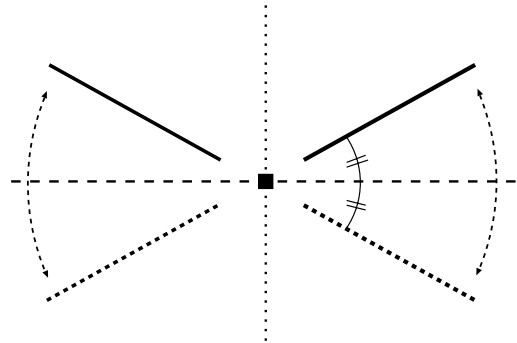


図2 2次元対称はばたきモデルの図。水平面から計った翅の角度 $\theta$ は時間に対して $\theta = \Delta\theta \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ と変わり、上下対称な運動を行う。説明は本文参照。

平面（破線）に対称である。重力も無視することで左右に加えて上下の対称性を与えることにする。このモデルを2次元非粘性流体にいれ、運動させると、（左右対称性から）系の重心は点線にそって上下動する。なお、剥離渦と翅の相互作用を実現するために、翅の先端からの剥離は認めることにする。

このように対称性を高めた理由は、実質的な自由度を制限することにより、引き起こされる現象を単純にすることが出来るからである。しかし、これは必ずしも自明であることを意味しない。ここでは上下方向の流体力学的力（以後、便宜上単に「力」と呼ぶことにする）<sup>注2)</sup>の時間変動に着目する。一見すると、力の時間変動は、対称であるように思われる。このような「対称にはばたいた翼から生成される揚力変動は対称的である」という主張は、剥離渦と翅の動力学を考慮にいれても常識と考えられてきた。実際、Wangは一樣流の中におかれた楕円断面翼がはばたき運動を行ったときの揚力生成を直接数値計算により計算したが<sup>14)</sup>、この論文に示された結果では、翼が対称にはばたいたとき、たとえ渦の剥離を考えても揚力の生成は対称であった。また、砂田ら<sup>12)</sup>は離散渦法を用いて蝶の離陸の様子を数値計算して観測結果と比較しているが、この中でもやはり対

注2) 一樣流がないので、揚力ではないことに注意。

称にはばたいた場合の揚力生成は対称であると述べている。このモデルが、これらの研究と本質的に最も異なる点は、重心運動が考慮されている点である。この効果がどのように系の振る舞いに変化を与えるのだろうか。

このモデルを、離散渦法を用いて計算した結果を以下に示す。離散渦法の詳細は、例えば文献<sup>10)</sup>を参照されたい。

## 5 対称性の崩れ

一つの興味深い結果は、静止状態から始めたときに、この系の重心はある一定方向に向けて動き出し、力の変動が非対称になるということである<sup>7)</sup>。そのもっとも特徴的な力学を示したのが図3である。ここでパラメータは文献<sup>12)</sup>に掲載されたスジグロシロ蝶の諸元と同じオーダーになるように選ばれている。

時間は(a) → (b) → (c) → (d)の順序で進む。第一周期目の打ち下ろし(a)と打ち上げ(b)では、基本的に一つの秩序渦（それぞれ  $V_1$ ,  $V_2$ ）が力

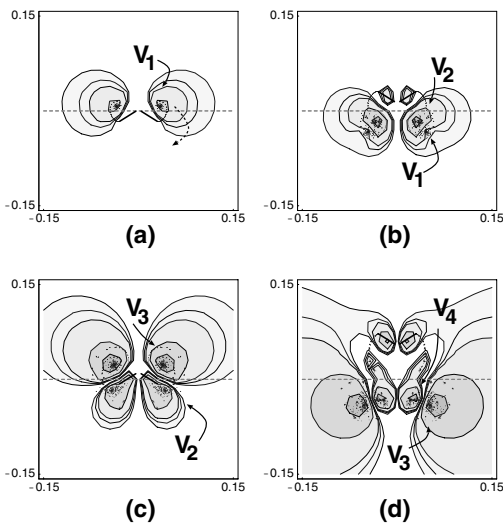


図3 二次元対称はばたきモデルの数値計算例。2本の線分は翅を、水平な破線は初期の重心位置を表す。翅の端から出ている（点で構成された）曲線が、渦を形成する渦層である。曲線は流線を表す。渦と物体の相互作用の詳細は本文参照。

の生成に寄与している。その大きさはほぼ同じで符号が逆であるので、この間平均の力は打ち消されて主要な寄与をしない。一方第二周期目の打ち下ろし(c)では、第一周期目の打ち上げ時に生成された渦  $V_2$  が翅の下に留まったまま、新しい渦  $V_3$  が生成されている。これら2つの渦は共に力の生成に寄与し、結果として非常に大きな力を発生し、大きな重心運動を引き起こす。これが(a)で示される場合とは本質的に違う機構である。以後、系の上下対称性は崩れてしまい、非対称な運動が発生する。この場合は最終的には一方向に定常速度で進行するようになる。

以上の動力学は、もちろん力の変動に表されている。それが図4右のグラフである。図4左のグラフは、剥離した渦がすぐに消えるというモデル化<sup>注3)</sup>を行った場合の力の変動のグラフである。剥離渦の影響があまりないことから、この場合は力の生成は対称である。

この結果が示すことの一つは、渦—翅 相互作用は簡単に予想できるほど単純ではないことである。その主な原因は、翅の運動により生成された剥離渦が、流体中に留まることで、ある種の履歴が残ることと、重心運動が考慮されている点にある。第二周期目は、第一周期目の状態の履歴が残っているため、第一周期目とは異なる。そのため、はばたき運動自体は対称かつ周期的という単純なものであっても、振る舞いが変わる。

注3) より正確に述べると以下になる。離散渦法において、時刻  $t = t_0$  に剥離した（点）渦は、時刻  $t = t_0 + t_{\text{lifetime}}$  に半径が無限大になることにより力の生成に寄与しなくなる、というモデル化を行う。これは離散渦法における粘性の表現法の一つである core spreading method を単純化したものである。グラフ中の“Lifetime of vortex”は  $t_{\text{lifetime}}$  を表している。 $T$  ははばたき周期を表す。なお、この  $t_{\text{lifetime}}$  を  $T$  で無次元化した量  $\eta \equiv t_{\text{lifetime}}/T$  を変動させ、このモデルの定常状態における平均速度の分岐を調べた結果が9)に記載されている。右のグラフのパラメータは、非粘性の極限  $t_{\text{lifetime}} \rightarrow \infty$  に繋がる枝に乗っている。

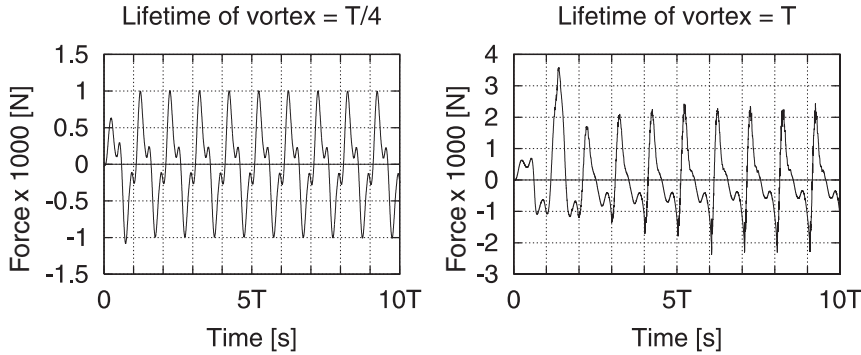


図4 パラメータを調節したときの力の時間変動。左：剥離した渦がすぐに消失するように人為的にパラメータを導入して調節している。力の変動は対称性を回復していることがわかる。右：剥離渦がなかなか消えない場合。力の変動は特に第2周期目に大きくなり、その後対称性を失い、非対称になっていることがわかる。

## 6 重心運動と飛翔機構の変化

上では、一つのパラメータの組を選んだときに、非自明な振る舞いが起こることを示した。当然パラメータの変化に対する振る舞いの変化が疑問となる。そこで、重心運動を決定づける無次元パラメータとして  $\chi \equiv \rho l^2 / M$  という量を考えることにする。ここで  $\rho$  は (2次元の) 流体の密度、 $l$  は翼長、 $M$  はモデルの慣性質量 (翅と胴体の質量の合計) である。この量は、生成される力の大きさが  $\rho$  に比例し、モデルの慣性を表す量が  $M$  であることに注意すれば、力が加速度に変わる割合に関係している。

しかし、 $\chi$  という量を変化させるとき、このモデルの振る舞いにどのような変化が生じるのかは自明ではない。やはり単純な直感で話をすると、重力が無視されていると言っても翅が大きいとか、慣性質量が軽いといったこと、つまり  $\chi$  が大きい方がばたきによる重心運動には有利であるように思われる。

ここで、特徴的な物理量として翅の回りの循環  $\Gamma$ 、力  $L$ 、変位  $Y$  を選ぶ。これらの量ははばたきモデルが、静止した状態から運動を始め、先に説明した力学機構により対称性が崩れるまでの間 ( $0 < t < 3T$ ) の時系列関数を無次元化することを考える。一つのやり方は、はばたき運動に伴う特徴的な速度  $U \sim l/T$ 、循環  $\Gamma \sim Ul$ 、力  $L \sim \rho U T$

と見なすことによって、

$$\Gamma(t) = \frac{l^2}{T} \tilde{\Gamma}(T\tilde{t}), \quad (1)$$

$$L(t) = \rho \frac{l^3}{T^2} \tilde{L}(T\tilde{t}), \quad (2)$$

$$Y(t) = l \tilde{Y}(T\tilde{t}), \quad (3)$$

( $\tilde{A}$  は、 $A$  を無次元化した量を表す) と書くことである。数値計算の結果は、ある  $\chi$  の範囲 ( $\chi < \chi_0 \approx 0.3$ ) では式(1)、式(2)についてはこの無次元化が良く成立しているが、長さの次元をもつ  $Y$  は単純に  $l$  で無次元化したのではうまくゆかず、 $l\chi$  で無次元化しなければならない、というものであった<sup>8)</sup> (また、図5も参照のこと)。この結果については、重心の変位が、力から運動方程式を用いて得られると考えれば以下のように説明される。まず、重心運動の加速度  $a$  は、 $a \sim LM^{-1} \sim \rho l^3 T^{-2} M^{-1} = \chi l T^{-2}$ 、速度  $v$  が  $v \sim aT \sim \chi l T^{-1}$ 、すると変位  $y$  は  $y \sim vT \sim \chi l$  と見積もられる。

数値計算によって見積もられた振幅 (ここでは  $0 < t < 3T$  における無次元量の絶対値の最大値) を、 $\chi$  の関数として表示したものが図5である。これはパラメータ  $\rho$ 、 $l$ 、 $T$  を変えて得られたものであり、一つの  $\chi$  の値に対して複数の  $\{\rho, l, T\}$  の組が対応している。

先に述べた通り、 $\chi < \chi_0 \approx 0.3$  においては、上の無次元化は良くデータを整理できていること

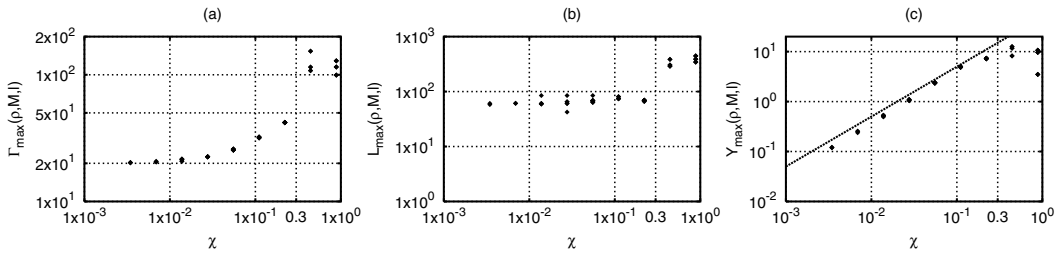


図5 循環 $\Gamma$  (a), 力 $L$  (b), 変位 $Y$  (c) の $[0.3T]$ における最大値を,  $\rho, l, T$ をつかって無次元化した量 ( $\Gamma_{\max} = \{|\bar{\Gamma}(\bar{t})| | 0 < \bar{t} < 3\}$  など) を,  $\chi$  の関数として書いたもの. 範囲  $\chi < 0.3$  では, ほぼ2桁にわたって $\chi$ の依存性は $\sim \chi^0$  (a), (b),  $\sim \chi^1$  (c) であるが,  $\chi > 0.3$  の場合はいずれもスケーリング則から値が外れていることがわかる.

が解る. 例えば図5 (a)では,  $\chi$  が100倍程度変化している時の縦軸の変化は2.5倍程度である. 図5 (b) (c)も同様である. 一方,  $\chi > \chi_0$  の場合はこの無次元化が成立しないことが一見して解る. 結局直感では $\chi$  が大きいほど良いと思われたが, ある限界を超えると相互作用が変質するらしいことが推察される.

数値計算を可視化して渦と翅の相互作用を見ると,  $\chi > \chi_0$  の場合には渦が翅に衝突し, 数値計算自体が破綻する. この数値計算の破綻は, 数値計算のためのパラメータ (時間刻み等) の不具合に因るものではなく, 渦の衝突による崩壊が原因であると考えられる. ここでは $\chi$ の増大に伴い渦と翅の相対速度が大きくなること ( $v \sim \chi l/T$  であった) が予測されているので, 翅と渦が急速に近づく (「衝突」) することで渦構造が崩壊し, 渦—翅相互作用が変質してしまったと考えることが自然である (この詳細な動力学については現在研究中である). いずれにしても,  $\chi$  は相互作用の変質を記述するパラメータとして適当であると考えられる.

興味深いことには, この $\chi$ というパラメータは, 先に例示したコインを水中に落とした時の運動を特徴づけるパラメータの一つでもある. コインの運動を考えても, ここでのべたはばたきモデルと同様, 剥離渦が生成する流体力学的力と, コインの慣性質量が重要となる. そういった意味で, この $\chi$ というパラメータは流体と相互作用しながら自由運動する物体の振る舞いを特徴づける

量の一つである.

## 7 まとめ

ここまで, 2次元対称はばたきモデルに対して概念の説明といくつかの解析例を述べてきた. 最後にその意義についてまとめておきたい.

第一に, このモデルは飛翔に関わるものであるが, いわゆる翼理論と比べると, 対気速度がゼロの状況を取り扱っているという著しい特徴がある. 加えて非定常かつ剥離渦の動力学を含むものであることから, 揚力発生を説明する基本定理である Kutta-Joukowski の定理が想定している状況とは大きく異なっている. このことからわかるように, 流体力学的力の生成機構が航空力学とは根本的に異なっているのである.

第二に, モデル化により, 普遍性を追求した解析が行えることである. 本稿では, ある特徴的な相互作用に対して, その動力学についての詳細を述べただけではなく, スケール変換に対する相互作用の普遍性と変質についても単一のパラメータ $\chi$ で表現できることを示している. また本稿では割愛したが, この他にも剥離渦の粘性散逸をモデル化することで, 対称性の崩れを分岐現象として解析した結果もある<sup>9)</sup>. 解析の時間的・金銭的コストを考えると, 同様の解析を実験や観測, また直接数値計算で行うことは難しく, 出来たとしても見通しのよい結果を得ることは簡単ではないだろう.

剥離渦と翼の非定常相互作用は, 動的失速など

の昆虫飛翔のモデルとも共通しているが、この対称はばたきモデルは2次元化により、翅の横端からの剥離のみを考慮して動力学が構成されていること、重心移動を計算に入れている点が他ののはばたきモデルにない点である。これらは、特に昆虫の中でも蝶の飛翔の特徴である。今のところ特徴的な動力学が成立するパラメータが蝶と同オーダーであるという程度の関連しかないが、今後研究が進むにつれこのモデルで観測されたような渦-翅動力学が実際の蝶の飛翔でも観測されるということになるかもしれない。

たとえば、このモデルの分岐ダイアグラムでは、あるパラメータ領域では定常進行速度が複数存在することがわかっているが<sup>9)</sup>、蝶の飛翔のひらひらとした様と上の結果に何らかの関係があれば面白いと思う。むしろ今の段階で現実とモデルの間には大きなギャップがあるものの、本モデルのような単純化したモデルの解析においても、現実の昆虫飛翔との関連を念頭において研究を進めることは重要であろう。

また、純粋に流体力学的な観点からみると、このモデルが取り扱っている現象は、非定常剥離と移動境界問題が絡んだ複雑なものである。一方で、この問題にはかなりの普遍性がある。コイン落下の問題とはばたきモデルでは、現象の支配パラメータが同等のものであるし<sup>6)</sup>、旗のはためきの2次元モデルとは、あるパラメータ領域では定常状態が複数存在する<sup>15)</sup>、という点が共通している。実際、これらの系は本モデルを解析するときのヒントになっている。これら一群の問題に対し、今後統一的な視点で研究を進めていくことは個々の問題に焦点を絞るよりももしかしたら効率がよい戦略なのかもしれない。今後は、こういったアプローチでさらに研究を進めていきたいと考えている。

はばたきモデルの解析は、北海道大学電子科学研究所の柳田達雄氏との共同研究である。また、この研究は文部省科学研究費の補助を受けている。

## 引用文献

- 1) C. V. D. Berg & C. P. Ellington : The three-dimensional leading-edge vortex of a 'hovering' model hawkmoth. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B* **352** (1997) 329–340.
- 2) J. M. Birch & M. H. Dickinson : Spanwise flow and the attachment of the leading-edge vortex on insect wings. *Nature* **412** (2001) 729–733.
- 3) A. K. Brodsky : Vortex formation in the tethered flight of the peacock butterfly *inachis io* l. (lepidoptera, nymphalidae) and some aspects of insect flight evolution. *J. Exp. Biol.* **161** (1991) 77–95.
- 4) C. P. Ellington : The aerodynamics of hovering insect flight. *R. Soc. Lond. B* **305** (1984) 1–180.
- 5) C. P. Ellington, C. Berg, A. P. Willmott & A. L. R. Thomas : Leading-edge vortices in insect flight. *Nature* **384** (1996) 626–630.
- 6) S. B. Field, M. Klaus, M. G. Moore & F. Nori : Chaotic dynamics of falling disks. *Nature* **388** (1997) 252–254.
- 7) M. Iima & T. Yanagita : Is a 2d butterfly able to fly by symmetric flapping? *J. Phys. Soc. Japan* **70** (2001) 5–8.
- 8) M. Iima & T. Yanagita : An analysis of a symmetric flapping model: A symmetry-breaking mechanism and its universality. In *Theoretical and Applied Mechanics*, volume 50, pages 237–245. the 50th Japan National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, 2001.
- 9) M. Iima & T. Yanagita : A bifurcation of a two-dimensional symmetric flapping model. In “*Critical Phenomena and Bifurcation Problems*” (*Surikaiseikikenkyuusho Kokyuu-roku*), number 1231, pages 133–144, Kyoto, 2002. RIMS Kyoto University.
- 10) A. Leonard : Vortex methods for flow simulation. *J. Comp. Phys.* **37** (1980) 289–335.
- 11) H. Liu & K. Kawachi : A numerical study of insect flight. *J. Comp. Phys.* **146** (1998) 124–156.

- 12) S. Sunada, K. Kawachi, I. Watanabe & A. Azuma : Fundermental analysis of three-dimensional ‘near fling’. *J. Exp. Biol.* **183** (1993) 217–248.
- 13) S. Sunada, K. Ozaki, M. Tanaka, T. Yasuda, K. Yasuda & K. Kawachi : Airfoil characteristics at a low reynolds number. *Journal of Flow Visualization and Image Processing* **7** (2000) 207–215.
- 14) Z. J. Wang : Vortex shedding and frequency selection in flapping flight. *J. Fluid Mech.* **410** (2000) 323–341.
- 15) J. Zhang, S. Childress, A. Libchaber & M. Shelley : Flexible filaments in a flowing soap film as a model for one-dimensional flags in a two-dimensional wind. *Nature* **408** (2000) 835–839.
- 16) 飯間 信 : 昆虫飛翔の物理. *物性研究* **77** (2001) 447–507.