

〔特集〕基礎的な流れ

チャネル乱流

Turbulent Channel Flow

*航空宇宙技術研究所 松 尾 裕 一†
Yuichi MATSUO

1. はじめに

チャネル乱流は、2枚の平行な板の間を流れる乱流を指し、平行平板間乱流とも呼ばれる。幾何形状は極めてシンプルだが、乱流という側面から見ると、乱れは常に壁の影響を受けるとともに粘性力が重要な役割を果たしており、境界層乱流や円管内乱流などと並んで基本的な壁乱流 (wall turbulence) の一種である。壁乱流では、壁付近で乱れエネルギーの生成・散逸が活発に起こり、結果として一様乱流や単純剪断乱流にない特徴的な構造を呈することが知られている。その構造や不変性などに関する力学的素過程あるいは統計的性質の探求は、乱流の力学機構、輸送メカニズムを解明し、乱流摩擦や乱流熱伝達を精度良く評価して行く上で学術的にも工学的にも極めて重要である。

一方、チャネル乱流は、その形状のシンプルさに比べて学術的興味の豊富さ・深さから、従来よりしばしば数値解析による研究の対象とされて来た。特に、直接数値シミュレーション (Direct Numerical Simulation ; DNS) の進展は、数々の乱流現象を再現することを可能にし、DNSは理論解析、実験と並んで、乱流現象の解明に必要な不可欠な解析手法となっている。ここで、DNSとは、ナビエ・ストークス方程式をモデル化せず、可能な限り高精度に直接解く3次元時間進行型の数

値計算手法である。このDNSを用いることにより、任意の時間・位置における速度、圧力、温度などを求めることができる。さらに、DNSでは、実験では収集困難な微分量、高次の乱流統計量を高精度で得ることができる。

このような背景の下に、航空宇宙技術研究所 (以下「航技研」と略) では、東京理科大学との共同研究の一環として、壁乱流の微細構造や大規模構造の解明、あるいは新たな有益なスケールング則の発見を目途に1997年よりチャネル乱流の大規模なDNSを実施して来た。本稿では、チャネル乱流の数値解析の動向をサーベイした後、航技研におけるチャネル乱流の計算及びその結果について言及し、最後にこの方面における研究の展開について展望したい。

2. チャネル乱流の数値計算の進展

チャネル乱流は、その形状のシンプルさゆえに早くから数値計算による研究の対象とされて来た。チャネル乱流のDNSの実質的な始まりは、1987年、Kimら¹⁾によって行われた計算と言って良いであろう。レイノルズ数は、壁面摩擦速度 u_τ 、チャネル半幅 δ に基づくレイノルズ数 $Re_\tau = u_\tau \delta / \nu$ で180であり、層流から乱流へ遷移したばかりのいわば幼い乱流の計算であった。その後、Kimら²⁾は、 $Re_\tau = 395$ までレイノルズ数を上げた計算を行い、DNSデータベースとしてデータを公開している。

乱流のDNSにおいては、平均流による大きな

* 〒182-8522 東京都調布市深大寺東町7-44-1

† E-mail : matsuo@nal.go.jp

渦を捕らえるに十分な広さの計算領域を確保するとともに、乱れの最小スケール（コルモゴロフ・スケール）を捕らえるほど細かい格子を設定する必要がある。ここで、乱れの最大・最小長さスケール比は、およそレイノルズ数の $3/4$ 乗に比例するので、三次元計算に必要な格子数はレイノルズ数の $9/4$ 乗に比例する。また、時間スケール比はレイノルズ数の $1/2$ 乗に比例し、積分時間ステップ数も増加する。従って、レイノルズ数の増加とともに、計算量は飛躍的に増加する。しかし、実質的な乱れの最小スケールはコルモゴロフ・スケールの約 5 倍程度で担われているため、チャンネル乱流の DNS は徐々にではあるが高いレイノルズ数の計算が行われるようになった。

表 1 は、近年行われたチャンネル乱流の数値計算の代表的なものをまとめたものである。比較的高

いレイノルズ数の DNS の計算は、Moser ら³⁾により行われ、 $Re_\tau=590$ までの DNS データベースが公開されている。その後、Abe ら⁴⁾が各種乱流統計量に対するレイノルズ数依存性を Hussain & Reynolds の実験⁵⁾に相当するレイノルズ数 $Re_\tau=640$ まで検討している。また、 $Re_\tau=640$ までのレイノルズ数に対して乱流制御による研究も Iwamoto ら⁶⁾により行われている。さらに、高いレイノルズ数の DNS は、店橋ら⁷⁾が $Re_\tau=800$ において微細渦構造の解析を行っている。

上述した比較的高いレイノルズ数の DNS は、比較的狭い計算領域で行われてきた。しかしながら、境界層乱流、円管内乱流、チャンネル乱流などの壁乱流における高いレイノルズ数の実験では、外層の領域に δ のオーダーの大規模構造が存在することが指摘されている⁸⁻¹¹⁾。また、外層が内層

表 1 比較的高いレイノルズ数のチャンネル乱流の DNS

著 者	年	Re_τ	格子点数	領域($L_x \times L_y \times L_z$)	Δx^+	Δy^+_{max}	Δz^+
Kim, Moin, Moser ¹⁾	1987	180	$192 \times 129 \times 160$	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$	11.8	4.4	7.1
Moser, Kim and Mansour ³⁾	1999	180	$128 \times 129 \times 128$	$4\pi\delta \times 2\delta \times 1.3\pi\delta$	17.7	4.4	5.9
		395	$256 \times 193 \times 192$	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	10.0	6.5	6.5
		590	$384 \times 257 \times 384$	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	9.7	7.2	4.8
Abe, Kawamura, Matsuo ⁴⁾	2001	180	$256 \times 128 \times 256$	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$	9	5.90	4.5
		395	$256 \times 192 \times 256$	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	9.88	9.64	4.94
		640	$512 \times 256 \times 256$	$2\pi\delta \times 2\delta \times 2\delta$	8	8.02	5
店橋, 岩瀬, 塩川, 柳川, 宮内 ⁷⁾	2001	100	$128 \times 129 \times 128$	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$	-	-	-
		180	$192 \times 193 \times 160$	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$	-	-	-
		400	$256 \times 385 \times 192$	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	-	-	-
		800	$512 \times 769 \times 384$	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	-	-	-
Iwamoto, Suzuki, Kasagi ⁶⁾	2002	110	$48 \times 65 \times 48$	$5\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$	36.0	5.40	14.4
		150	$64 \times 97 \times 64$	$2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	18.4	4.91	7.36
		300	$128 \times 193 \times 128$	$2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	18.4	4.91	7.36
		400	$192 \times 257 \times 192$	$2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	16.4	4.91	6.54
		650	$288 \times 257 \times 384$	$2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$	17.7	7.98	5.32

表 2 大きな計算領域を設定したチャンネル乱流の DNS

著 者	年	Re_τ	格子点数	領域($L_x \times L_y \times L_z$)	Δx^+	Δy^+_{max}	Δz^+
del Álamo and Jiménez ¹⁴⁾	2001	180	$768 \times 97 \times 512$	$12\pi\delta \times 2\delta \times 4\pi\delta$	8.9	6.1	4.5
		550	$1536 \times 257 \times 1536$	$8\pi\delta \times 2\delta \times 4\pi\delta$	8.9	6.7	4.5
Abe and Kawamura ¹⁵⁾	2002	180	$256 \times 128 \times 256$	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$	9	5.90	4.5
		395	$512 \times 192 \times 512$	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$	9.88	9.64	4.94
		640	$1024 \times 256 \times 1024$	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$	8	8.02	4

へ及ぼす影響がレイノルズ数の増加とともに顕著になる傾向が実験により指摘されている^{10,12,13)}。最近では、このような大規模構造を捉えるほど大きな計算領域を設定した比較的高いレイノルズ数の DNS が行われている^{14,15)}。表 2 は、その計算例をまとめたものである。

3. チャネル乱流の DNS の計算法と結果

ここでは、最近著者らのグループが行ったチャネル乱流の DNS の結果を紹介する。

3.1 定式化

非圧縮チャネル乱流における無次元化した支配方程式は、

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_i^+}{\partial x_i^*} = 0 \\ \frac{\partial u_i^+}{\partial t^*} + u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^+}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 u_i^+}{\partial x_j^{*2}} + \Delta p \delta_{i1} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{連続の式} \\ \text{ナビエ・ストークス方程式} \end{array}$$

と表される。ここで、上付き+は壁面摩擦速度 u_τ 、密度 ρ 、動粘性係数 ν による無次元化、*はチャネル半幅 δ による無次元化を示す。流れ場の駆動には、流量を一定に与える方法もあるが、本計算では流れ方向の圧力勾配を一定として Δp で与える形としている。

図 1 に計算領域を示す。チャネル乱流の DNS において計算領域の設定は極めて重要である。計算領域は、前述のように最大渦を捕らえる十分な領域の広さと、最小渦を捕らえる十分な細かさを有しなければならない。前者は、計算領域の半分

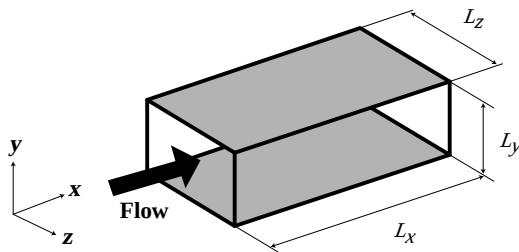


図1 チャネル乱流のDNSの計算領域

の距離にある2点の2点相関が0になっていること、後者は、1次元パワースペクトルが高波数域で十分減衰していることを調べることによりそのレイノルズ数に対して満足しているかどうかが確かめられる。境界条件は、流れ方向 x (or x_1) 及びスパン方向 z (or x_3) に対しては周期条件が、壁垂直方向 y (or x_2) に対しては滑りなし条件が課せられる。また、 x, z 方向には一様間隔の格子が使われるが、 y 方向には一般に不等間隔の格子が使われる。計算パラメーターは表 1 に示す。

3.2 計算法

チャネル乱流の DNS における空間微分の近似は、スペクトル法と有限差分法に大別される。スペクトル法では、空間微分は全て波数空間で行われる。打ち切り誤差が格子数に対して指数関数的に減少するため、計算精度が高い利点があるが、適用が簡単な形状・境界条件に限定される。一方、有限差分法は、物理空間にて空間微分を近似する手法で、複雑な形状・境界条件に対する計算が可能である。しかし、非線形項の離散化手法が計算結果に強く影響する欠点がある。本研究では、このうち有限差分法を用いている。差分精度としては、 x, z 方向には Morinishi ら¹⁶⁾ が提唱する 4 次精度の中心差分を、 y 方向には 2 次精度の中心差分を用いている。一方、時間進行は、粘性項 (y 方向) には 2 次精度クランクニコルソン法を用い、その他の項は 2 次精度アダムスバッシュフォース法で扱った。最近では、3 次精度のルンゲクッタ法を用いて計算を行っている。

3.3 結果と考察

図 2 は、壁面摩擦係数について、Kuroda ら¹⁷⁾、Kim ら¹²⁾ によるスペクトル法を用いた DNS の結果、Dean による平行平板間乱流における経験式¹⁸⁾、ブラジウスによる円管内乱流の経験式と本計算結果を比較したものである。本計算結果は、スペクトル法による DNS の結果と良く一致し、さらに、上記 2 つの相関式とも良い一致を示している。

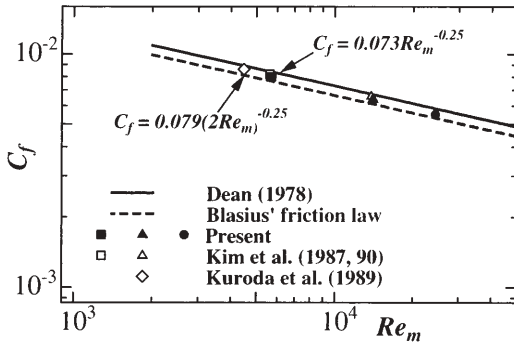


図2 壁面摩擦係数

図3に平均流速分布を示す．本計算結果は，Hussain & Reynolds⁵⁾の実験値と良く一致している．対数領域は，Kimら¹⁾により低レイノルズ数の $Re_\tau=180$ の場合でさえも存在することが報告されているが，本計算においても同様の傾向が見られ，さらに，レイノルズ数が増加するにつれて対数領域が広がる結果が得られた．

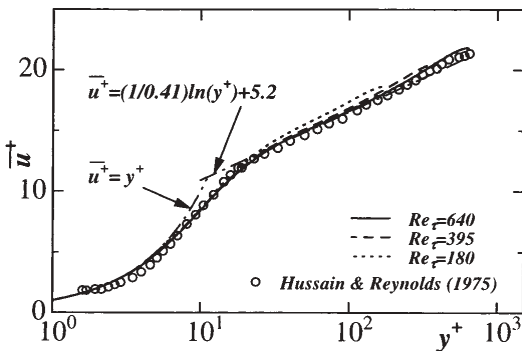


図3 平均速度分布

各レイノルズ数における速度変動のRMS値を図4に示す．Moserら³⁾のスペクトル法による結果，Hussain & Reynolds⁵⁾の u'_{rms} の実験値も併せて比較した．Antoniaら¹⁹⁾は， u'_{rms} ， v'_{rms} に比べて w'_{rms} のレイノルズ依存性が顕著であると述べている．本計算結果では， w'_{rms} だけでなく v'_{rms} もレイノルズ数が高くなるにつれて大きくなる傾向が見受けられる．これは， v'_{rms} ， w'_{rms} へのエネルギーの再分配が，レイノルズ数が高くなるにつれて活発になるためであると考えられる．また，

本計算結果は， u 成分に対してHussain & Reynolds⁵⁾の実験値と（ピーク値を除いて）良い一致を示している．このピーク値における差異は，ピーク値の現れる所は乱れが激しく，プローブの空間分解能が十分でなかったためと考えられる．他方， $Re_\tau=640$ の結果と Moser ら³⁾ の $Re_\tau=590$ の結果を比較すると，わずかな差が見受けられるが，

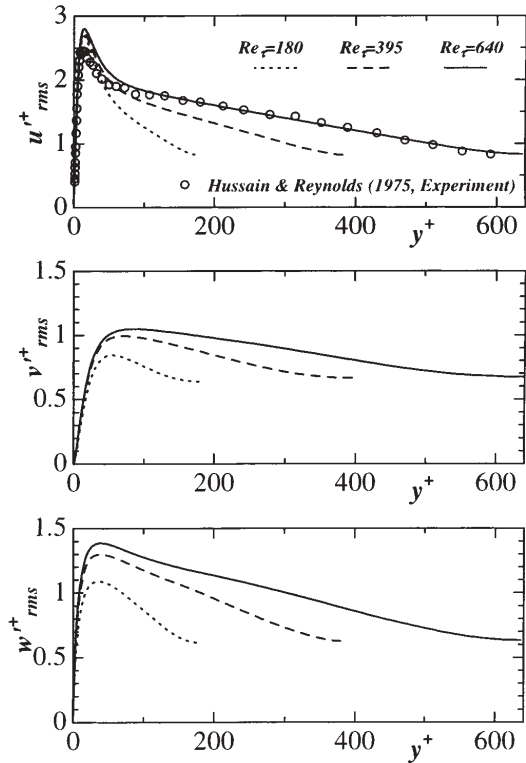


図4 速度変動のRMS値

外層のスケーリングをすれば，チャンネル中心で良い一致を示すことが分かっている．その上， $Re_\tau=180, 395$ の結果は，Moserら³⁾の結果と良く一致している．なお，この他の乱流統計量の計算結果の詳細はAbeらの論文^{4,15)}を参照されたい．

壁乱流の乱流構造の中では，ストリーク構造と渦構造が，従来の実験により最も多くの知見が蓄積されている．ここで，ストリーク構造とは，粘性底層付近に高速・低速の流体が集まってできる縞状の構造のことである．DNS データベースを用

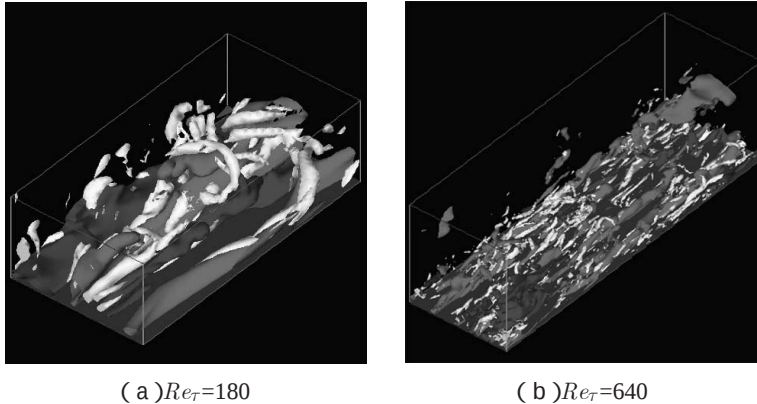


図5 ストリーク構造

いた乱流構造の解析例としては、Robinson²⁰⁾が乱流境界層において解析を行い、数多くの知見を報告している。本研究の対象となる平行平板間乱流においては、Kasagi ら²¹⁾が比較的低レイノルズ数において解析を行っているが、高いレイノルズ数の解析はほとんど行われていない。そこで、ここでは平行平板間乱流の高いレイノルズ数の乱流構造の解析結果を報告する。図5に $Re_\tau=180$ 、640の壁面近くの高速・低速領域及び渦構造の可視化結果をそれぞれ示す。結果として、両レイノルズ数ともに、壁面近傍に高速・低速のストリーク構造や縦渦構造が見いだされるが、より詳細にみれば顕著なレイノルズ数依存性が検知される。すなわち、ストリーク構造に関しては、レイノルズ数が高くなるにつれて、クラスター化し構造が密集する傾向がある。他方、渦構造に関しては、レイノルズ数が低い場合は縦渦構造が支配的だが、レイノルズ数が高い場合は縦渦の他にアーチ状の渦など多数の異なった渦構造が見られる。

4. チャネル乱流関連研究の今後の展望

現状のレイノルズ数の範囲では、外層が内層へ及ぼす影響は非常に小さいことが知られているが、高いレイノルズ数の実験では、低波数の影響がレイノルズ数の増加とともに顕著になることが報告されており^{10,12,13)}、より高いレイノルズ数のDNSにおいては、低波数の挙動をできるだけ捉えられるように計算領域を極力大きく確保した計

算が必要不可欠になるものと考えられる。また、格子点の増加とともに計算量が飛躍的に増大し、計算時間が長くなることから、計算時間を短縮する方法や効率よい統計量分析法を模索して行く必要があるだろう。また、空間構造を捕らえる効果的な可視化法などについても検討して行く必要がある。

5. おわりに

本稿では、チャネル乱流の数値解析研究全般に関して、航技研におけるチャネル乱流の計算結果を交えて紹介した。本稿がこの分野の研究者諸賢の参考に供するとともに、この方面の研究の発展に資すれば幸いである。なお、本稿を執筆するにあたり、東京理科大学の河村洋教授、航技研の阿部浩幸博士には、多大なるご協力・ご助言をいただいた。ここに記して謝意を表する。

引用文献

- 1) J. Kim, P. Moin & R. Moser : Turbulence statistics in fully developed turbulent channel flow at low Reynolds number, J. Fluid Mech. 177 (1987) 133.
- 2) J. Kim, P. Moin & R. Moser : In the diskette of Collaborative testing of turbulence models (ed. P. Bradshaw), Stanford University 1990.
- 3) R. D. Moser, J. Kim & N. N. Mansour :

- Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau=590$, *Phys. Fluids* 11 (1999) 943.
- 4) H. Abe, H. Kawamura & Y. Matsuo : Direct numerical simulation of a fully developed turbulent channel flow with respect to Reynolds number dependence, *ASME J. Fluids Eng.* 123 (2001) 382.
- 5) A. K. M. F. Hussain & W. C. Reynolds : Measurements in fully developed turbulent channel flow, *ASME J. Fluids Eng.* 97 (1975) 568.
- 6) K. Iwamoto, Y. Suzuki & N. Kasagi : Reynolds number effect on wall turbulence: toward effective feedback control, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 23 (2002) 678.
- 7) 店橋, 岩瀬, 塩川, 柳川, 宮内 : 乱流の微細渦構造のレイノルズ数依存性, 第16回生研NSTシンポジウム講演論文集 (2001) 14.
- 8) R. E. Falco : Coherent motions in the outer region of turbulent boundary layer, *Phys. Fluids*, 20 (1977) S124.
- 9) G. L. Brown & A. S. W. Thomas : Large structure in a turbulent boundary layers at low Reynolds numbers, *Phys. Fluids* 20 (1977) S243.
- 10) K. C. Kim & R. J. Adrian : Very large-scale motion in the outer layer, *Phys. Fluids* 11(2) (1999) 417.
- 11) J. Jiménez : The largest scales of turbulent wall flows, *Center for turbulence Research Annual Research Briefs* (1998) 137.
- 12) M.H. Hites : Scaling of high-Reynolds number boundary layers in the National Diagnostic Facility, Ph.D. Thesis, Illinois Inst. of Technology (1997) .
- 13) M. M. Metzger & J. C. Klewicki : A comparative study of near-wall turbulence in high and low Reynolds number boundary layers, *Phys. Fluids* 13 (3) (2001) 692.
- 14) J. C. del Álamo & J. Jiménez : Direct numerical simulation of the very large anisotropic scales in a turbulent channel, *Center for Turbulent Research Annual Research Briefs* (2001) 329.
- 15) H. Abe & H. Kawamura : A study of turbulence thermal structure in a channel flow through DNS up to $Re_\tau=640$ with $Pr = 0.025$ and 0.71 , *Proc. of 9th European Turbulence Conference* (2003) 399.
- 16) Y. Morinishi, T. S. Lund, O. V. Vasilyev & P. Moin : Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow, *J. Comp. Phys.* 143 (1998) 90.
- 17) A. Kuroda, N. Kasagi & M. Hirata : A direct numerical simulation of the fully developed turbulent channel flow at a very low Reynolds number, *Int. Symp. Computational Fluid Dynamics, Nagoya*, (1989) 1174.
- 18) R. B. Dean : Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow, *ASME J. Fluids Eng.* 100 (1978) 215.
- 19) R. A. Antonia, M. Teitel, J. Kim & L. W. Browne : Low-Reynolds-number effects in a fully developed turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.* 236 (1992) 579.
- 20) S. K. Robinson : The kinematics of turbulent boundary layer structure, *NASA TM* 103859 (1991) .
- 21) N. Kasagi, Y. Sumitani, Y. Suzuki & O. Ida : Kinematics of the quasi-coherent vortical structure in the near-wall turbulence, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 16 (1995) 2.