〔原著論文〕

多孔体構造の生成と流れ解析

- *名古屋大学大学院工学研究科 大堀 晋也
- *名古屋大学大学院工学研究科 山本和弘*
- *名古屋大学大学院工学研究科 山 下 博 史

近年,ディーゼル車から排出される微粒子が大きな環境問題となっており,その対策が急務である.ディ ーゼルパティキュレートフィルター(DPF)が開発されたが,セラミックのフィルターは複雑な多孔質構造を 持ち,その内部で起こる現象の理解が不十分である.本研究では,格子ボルツマン法を用いて二相流の解 析を行い,自発的相分離現象により多孔体の構造を決定した.内部構造が均一と不均一の構造を作成し, 内部の流れや圧力変化を数値的に解析することで,既に提案されている実験式との対応について検討した. その結果,内部構造が不均一な場合は流れ方向の圧力勾配が変化することがわかった.ただし,内部構造 が均一あるいは不均一によらず摩擦係数がこれまでに提案されている実験式である Ergun の式によく一致 した.

Formation of Porous Structure and Fluid Simulation

Shinya OOHORI, Kazuhiro YAMAMOTO, and Hiroshi YAMASHITA,

Faculty of Engineering, Nagoya University

(Received 18 August, 2006; in revised form 24 November, 2006)

Recently, more strict regulations for emission standards for automotive manufactures are being set in many countries including Japan. To reduce particulate matters (PM) including soot, a diesel particulate filter (DPF) of ceramic porous material has been developed. However, since the structure of DPF is very complex, it is difficult to understand the flow and phenomena in the filter. In this study, we simulate the flow in porous media by the Lattice Boltzmann method. The porous structure is formed in two-phase self-aggregative fluids to obtain uniform and non-uniform inner structure with different porosity and wetted surface. Results show that the flow pattern is largely changed when the inner porous structure is different. Resultantly, the pressure drop in the flow direction is changed at the interface of two different porous media. It is interesting to note that the friction factor in the uniform or non-uniform porous media is in good agreement with predicted value by Ergun equation.

(KEY WORDS): fluid simulation, Lattice Boltzmann method, porous media, Ergun equation, porosity

1 緒論

多孔体とは、その内部に大小さまざまな孔を持つ 固体の総称であり、多孔質固体、多孔材料、(英語で は porous media) とも呼ばれる¹⁾.例えば軽量骨材、 耐火物、断熱材、緩衝材、吸音材などさまざまな分 野に応用されており、これ以外にも自動車の触媒ま たは触媒担体が挙げられる.近年、ディーゼル車の 排気ガス中に含まれる粒子状物質 (PM)の対策とし て²⁾、フィルター (Diesel Particulate Filter, DPF) が 用いられている. 排気ガスをセラミックのフィルタ ーに通し、その内部に微粒子を吸着させて除去する 仕組みである. PM を効率的に捕集・除去するため には、実験に加えて数値解析によりデータを蓄積す ることが望ましい. しかし、フィルターの内部構造 は非常に複雑であるため、N-S 方程式など各種保存 式を解く従来の手法では、内部の現象を模擬するこ とは容易ではない. そこで我々は格子ボルツマン法 (LBM)に着目し、多孔体内の流れを数値的に検討 してきた. これまでに、流路内に障害物を配置して 多孔体内部を簡略化するモデルを提案し、流れを計

^{*〒464-8603} 名古屋市千種区不老町

[†] E-mail: kazuhiro@mech.nagoya-u.ac.jp

算した³⁾. また,実際の多孔体の内部構造を CT で 求め,すすの燃焼解析を行うことでフィルターの再 生プロセスを検討した⁴⁾.

LBM では, 粒子の分布関数を用いて格子の状態を 記述し, 分布関数に対する発展方程式をもとに流れ を解析する⁵⁾. この方法では, ミクロな視点から現 象をモデル化しているため境界条件の記述が容易で あり, 複雑な境界面を持つ多孔体内の流れに対して 特に有効である.

DPFの内部構造の最適化やシステム設計を行うた めには、さまざまな多孔体構造を検討する必要があ る.しかし、多孔体を実際に作成して実験を繰り返 し、フィルターの特性を改善していくことは重要で あるが現実的ではない.また、実験では測定できる パラメータが圧力損失やフィルターの出口流速など に限られているため、実験のみでフィルターの開発 を行うには限界がある.

そこで本研究では、①二相の自発的相分離現象⁶⁾ を模擬し、二相の境界面の形状から多孔体の構造を 決定、②作成した多孔体構造を用いてその内部を通 過する流れを数値的に解析、の2つを検討した.相 分離を計算する際、二相の初期配置やそれぞれの割 合を自由に変えることができるため、任意の空隙率 や濡れ面積を持つ多孔体構造を作成することができ る.今回は特に、内部構造が均一と不均一の多孔体 構造を作成した.①②の計算とも格子ボルツマン法 を用いるが、①の相分離現象では液液系のモデル^{7,8)} を用い、②の多孔体内の流れ解析には非圧縮流れの モデル^{4,6)}を用いた.

2 計算方法

2.1 格子ボルツマン法 (LBM)

ここでは、LBM の計算方法について簡単に説明す る.LBM では格子ガス法(LGA)と同様、粒子の並 進と衝突の過程から流れを解析する.粒子の分布関 数は、1タイムステップで1格子分だけ分布が移動 する並進過程と、分布が衝突により平衡分布へ緩和 する衝突過程により記述される.今回は3次元の流 れを計算するため、d3q15モデル⁹を用いた.

空間は立方格子で離散化され、粒子の速度ベクト ルはそれぞれ以下のようになる.

 ここで、 $c=\delta_x/\delta_t$ であり、 $\delta_x \geq \delta_t$ は格子間隔と時間間隔である. 多孔体内では流速が小さいため、密度変化を考慮しない非圧縮のモデルを用いた.

この場合, 圧力*p* に対する分布関数をもとに流れ 計算をする. 圧力*p* の分布関数に対する発展方程式 と平衡分布はそれぞれ以下のようになる.

$$F_{p}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_{i}\delta_{i}, t + \delta_{i}) - F_{p}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_{p}} [F_{p}(\mathbf{x}, t) - F_{p}^{eq}(\mathbf{x}, t)]$$

$$for \quad i = 1, 2, \cdots, 15$$
(2)

$$F_{p}^{eq} = w_{i} \left\{ p + p_{0} \left[3 \frac{u_{a}e_{ia}}{c^{2}} + \frac{9}{2} \frac{u_{a}u_{\beta}e_{ia}e_{i\beta}}{c^{4}} - \frac{3}{2} \frac{u_{a}u_{a}}{c^{2}} \right] \right\}$$
(3)

w_i = 1/9 (*i*=1~6), 1/72 (*i*=7~14), および 2/9 (*i*=15) である. 圧力 *p* と速度 *u* は以下の式から求められる.

$$\boldsymbol{u} = \sum_{i} \boldsymbol{e}_{i} \boldsymbol{F}_{p} / \boldsymbol{p}_{0} \tag{4}$$

$$p = \sum_{i} F_{p} \tag{5}$$

また、 $p_0 = \rho_0 c_s^2$ であり、 $c_s (=\sqrt{1/3} c)$ は音速である. 緩和時間 τ_p は、以下の式により動粘性係数 ν に対応 する値を用いる.

$$v = \frac{2\tau_p - 1}{6} \frac{\delta_x^2}{\delta_t} \tag{6}$$

2.2 多孔体構造の作成

多孔体は様々な方法¹⁾で製造されるが、一般に水 や有機溶媒からなるバインダーを粒子と混合し、粒 子の凝集体(アグリゲート構造体と呼ばれる)から 多孔体の骨格構造をつくる.本研究では、二相の自 発的相分離現象に着目し、一方は多孔体を構成する 固体壁、もう一方は抜き取ってできた空隙と考える ことにより多孔体を計算により作成した. 前報⁶で は, Gunstensen と Rothman の二相モデル^{10,11)}を用い たが、二相は空間的にほぼ一様に凝集するため、局 所的に不均一な構造を持つ多孔体を作成することが できない. そこで, 稲室らにより提案された液液二 相系モデル ^{7,8)}を用いて二相の分離現象を模擬した. ここでは、その計算方法について簡単に説明する. 流れや圧力を記述する速度分布関数 gi に加えて、二 相(ここでは仮想的な二相として赤と青)を区別す る別の分布関数 fi を導入する. すなわち, 分布関数 f_i により界面を識別する index function ϕ を求め, 速 度分布関数 g_i により流体の速度uと圧力pを求める. 分布関数fiとgiの時間発展は次式で計算される.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_f} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)]$$
for $i = 1, 2, \dots, 15$
(7)

$$g_{i}(\mathbf{x}+\mathbf{e}_{i}\delta_{i},t+\delta_{i})-g_{i}(\mathbf{x},t)=-\frac{1}{\tau_{g}}\left[g_{i}(\mathbf{x},t)-g_{i}^{eq}(\mathbf{x},t)\right]$$

$$for \quad i=1,2,\cdots,15$$
(8)

このとき,局所平衡分布関数 f_i^{eq} と g_i^{eq} は,以下のように表される.

$$f_{i}^{eq} = H_{i}\varphi + F_{i}\left(p_{0} - \kappa_{f}\varphi\nabla^{2}\varphi - \frac{\kappa_{f}}{6}|\nabla\varphi|^{2}\right)$$

$$+ E_{i}\varphi\left(3u_{a}e_{ia} - \frac{3}{2}u_{a}u_{a} + \frac{9}{2}u_{a}u_{\beta}e_{ia}e_{i\beta}\right) + E_{i}\kappa_{f}G_{a\beta}^{\varphi}e_{ia}e_{i\beta}$$

$$g_{i}^{eq} = E_{i}\left(3p + 3u_{a}e_{ia} - \frac{3}{2}u_{a}u_{a} + \frac{9}{2}u_{a}u_{\beta}e_{ia}e_{i\beta} + A\left(\frac{\partial u_{\beta}}{\partial \alpha_{a}} + \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial \alpha_{\beta}}\right)e_{ia}e_{i\beta}\right)$$
(10)
$$+ E_{i}\kappa_{g}G_{a\beta}^{\varphi}e_{ia}e_{\beta}$$

 $E_i = 1/9$ (*i*=1~6), $E_i = 1/72$ (*i*=7~14), $E_{15} = 2/9$, $H_i = 0$ (*i*=1~14), $H_{15} = 1$, および, $F_i = 3E_i$ (*i*=1~14), $F_{15} = -7/3$ である. 界面を識別する index function ϕ , 流体 の圧力 p および流速 u は、次式で求められる.

$$\phi(\mathbf{x},t) = \sum_{i=1}^{15} f_i(\mathbf{x},t)$$
(11)

$$p(\mathbf{x},t) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{15} g_i$$
(12)

$$u(x,t) = \frac{1}{\phi(x,t)} \sum_{i=1}^{15} e_i g_i$$
(13)

なお,

$$G^{\phi}_{\alpha\beta} = \frac{9}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x_{\alpha}} \frac{\partial \phi}{\partial x_{\beta}} - \frac{3}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x_{\gamma}} \frac{\partial \phi}{\partial x_{\gamma}} \delta_{\alpha\beta}$$
(14)

$$p_0 = \phi T \frac{1}{1 - b\phi} - a\phi^2 \tag{15}$$

である.ここで、 κ_f は界面の厚さを決めるパラメータであり、 κ_g は界面張力の大きさを決めるパラメータである.

2.3 座標系と境界条件

図2に計算領域と座標系を示す.まず,自発的相分離現象を計算して,多孔体構造を決定した.その計算に用いた格子数は,x方向101,y方向41,z方向41である.初期の赤と青の二相の比や時間的に変化する相分離の状況を選ぶことにより,任意の空隙

率 ϵ や濡れ面積 S_w を決定することができる. このようにして作成された多孔体は図1に示した流路の中央部(点線で囲まれた領域)に配置される. 流れ解析では,図の左より空気が一様に流入し,多孔体に 衝突することで流れが変化する.計算領域の大きさは,文献 12 の DPF の形状を参考に,多孔体の厚さを 0.4mm になるように設定した. 流路長さはこの倍の 0.8mm とした. 格子数はそれぞれ,x方向(流れ方向)201,y方向 41,z方向 41 とした. これにより計算領域は,流路長さ 0.8mm×幅 0.16mm×高さ 0.16mm となる. ここで,流路の幅をL(=0.16mm) とした.

境界条件は、入口で流入境界、流路の上下左右4 つの側面を対称境界とし、出口の圧力を一定(大気 圧)としてその平衡値を与えた.また、多孔体の表 面で流速がゼロとなる Non-Slip の境界条件 (Bounce-back則¹³⁾)を用いて多孔体壁を模擬する. 変数は全て無次元化し、その無次元量を実際の値に 対応させた.なお、流入速度(U_{in})は 0.1~2.0m/s まで 変化させた.流入境界の設定方法については、文献 13 と同じである.



☑ 1 Calculation region and coordinate

2.4 多孔体内の流れに関する経験式

透過する流体の流動抵抗と系内のレイノルズ数の間には,理論的に導出された経験式が提案されており,以下の Ergun の式がよく知られている^{3,14)}.

$$f = 150/\text{Re} + 1.75$$
 (16)

Ergun の式に使われている摩擦係数 $f \ge \nu < 1 / \nu$ ズ数 **Re** は以下の式で与えられる.ここで D_p は等価 直径である.

$$f = \left(-\frac{dp}{dx}\right) \frac{D_p}{\rho U_{in}^2} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)}$$
(17)

$$\operatorname{Re} = \frac{U_{in}D_p}{\nu(1-\varepsilon)}$$
(18)

$$D_p = \frac{6R_h}{\varepsilon} (1 - \varepsilon) \tag{19}$$

ここで、等価直径の式に含まれている動水半径 R_h (hydraulic radius) は、以下に示すように系内の空隙 率と濡れ面積により求めた.

$$R_{h} = \frac{volume \ available \ for \ flow}{total \ wetted \ surface}$$
(20)

3 計算結果および考察

3.1 均一な多孔体構造と流れ場

既に説明したように、二相の自発的相分離現象に より多孔体構造を作成した.まず、赤(固体)と青 (流体)の二相の比を変えることで空隙率を設定で きる.二相の自発的分離現象では、時間がたつにつ れ二相が互いに凝集し、二相の界面の面積が次第に 減少していく⁶⁾.多孔体構造は、二相を識別する index function ϕ の値をもとに、二相それぞれを表す ϕ の中間の値を閾値として二値化し、気相が流れる 領域(青)と多孔体の領域(動かない固相である赤) に分けた.ここで、index function ϕ の値は文献 11 を 参考に、青の相を 2.211、赤の相を 4.895 とした.空 隙率と濡れ面積の時間変化の一例を図 2 に示す.こ こで、濡れ面積は、計算領域の入り口面積 L^2 により 無次元化している.



2 Porosity and total wetted surface

これによると、空隙率は一定のまま、濡れ面積が単 調に減少していく様子が観察された.

次に、本手法により作成した多孔体を用いて流れ 場を計算した.作成した多孔体構造を図3に、また 計算に用いた多孔体の空隙率 ε と濡れ面積 S_w を表 1にまとめて示す.多孔体の大きさは 0.4mm×幅 0.16mm×高さ0.16mmであり、それぞれ格子数で101 ×41×41 である.この計算では、界面の厚さを決定 するパラメータ κ_f と表面張力の大きさを決めるパ ラメータ κ_g の値を計算領域内で一定としたので、得 られた多孔体構造の空隙率や濡れ面積は空間的にほ ぼ一様になった.**表1**で示したこれら3つの多孔体 をそれぞれ A, B, C とする.なお次節では、多孔 体の内部で空隙率と濡れ面積が異なる多孔体構造を 作成し、流れ場の検討を行っている.

表 1 Porosity and wetted surface of uniform porous structure

	З	S_w/L^2
Α	0.78	9.4
В	0.65	9.4
С	0.78	13.0



図 3 Uniform porous structures of (a) A, (b) B, and (c) C

図4にそれぞれ3つの多孔体構造AからCを用い て得られた流れ場を示す.流入速度は0.1m/sであり, 入り口の流速で無次元化したx方向速度と速度ベク トルを示している.計算は3次元で行っているが, 比較のため中央のxy断面のみを示した.

まず多孔体 A と B の結果を比較する. 両者の濡れ 面積は同じであるが, 空隙率は B のほうが小さいた め,流れがより大きく加速されていることがわかる. 次に多孔体 A と C の結果を比較する. 空隙率は同じ 0.78 であるが,濡れ面積は多孔体 C のほうが大きい ため,多孔体 C の内部の最大流速はわずかではある が大きくなることがわかった.





さらに詳しく流れ場について検討するため,これ ら3つの流れ場における圧力を調べた.流れ方向の 変化について検討するため,各yz断面で平均の圧力 を求めた.この結果を図5に示す.それぞれの圧力 は、出口圧力で無次元化している.また点線で示し た領域に多孔体が挿入されている.これによると, いずれの多孔体構造を用いても、多孔体内部の圧力 はほぼ直線的に減少することがわかった.ただし, その勾配は空隙率が高く濡れ面積の小さい多孔体A が一番緩やかであった.多孔体Aと比較すると,空 隙率の小さな多孔体Bは圧力降下が大きく,入り口 の圧力が高くなった.また同様に,濡れ面積の大き い多孔体Cでは、多孔体Aよりも圧力降下が大きい ことがわかった.



3.2 不均一な多孔体構造と流れ場

次に,不均一な多孔体構造を作成した.今回は, 空隙率と濡れ面積が多孔体内部で変化する2種類の 多孔体を作成した.まず,濡れ面積を内部で変化さ せるため, 自発的相分離の計算領域を2つに分け, 分離のしやすさに関するパラメータκ。を2つの領 域で別々の値を与えて、同じ空隙率であっても2つ の領域では異なる濡れ面積を持つように設定した. ちなみに,パラメータκ gの値が大きいほど自発的相 分離の速さが大きくなるため、より早く大きな相へ と成長し、濡れ面積はより小さな値となっていく. 自発的相分離の全計算領域は、格子数で 101×41× 41 であり,x方向にちょうど半分の位置を境にして, κ_o=0.010 と κ_o=0.001 を与えることにした. ここで, 初期の赤と青の相の割合は、全体の平均の空隙率が 0.78 になるように設定した. このようにして得られ た多孔体構造を図 6(a)に、また空隙率と2つの領域 の濡れ面積をそれぞれ表2に示す.

その結果, x 座標が 50(ちょうど x 方向に半分の 位置)を境に, 0<x<50では分離の進み具合が遅いた め赤の固相の領域が小さく分散しているが, 50<x<100の領域では分離の進み具合が早いため赤 の固相が比較的まとまって存在している.したがっ て,この二つの領域で内部構造が異なる多孔体 D が 得られた.

一方,多孔体内部で同じ濡れ面積を持つが,空隙 率が異なる構造の作成も試みた.同じように,2つ の領域で初期に与える青と赤の相の比を変えること により,空隙率が異なる多孔体構造を作成すればよ いが,2つの相で濡れ面積を同じにすることができ ない.そこで,51×41×41の格子数で初期に与える 赤と青の相の比を変えて2つの計算を別々に行い, 異なる空隙率 ϵ でも濡れ面積が同じになるようにし た2つの構造を結合させて1つの多孔体とした.こ れにより得られた多孔体構造を E とし,図 6(b)に示 す.また表2に,多孔体構造 E の2つの領域の空隙 率 ε と濡れ面積 S_wをまとめた.

	З	S_w/L^2
D	0.78	7.7 & 4.4
Е	0.65 & 0.79	13.7





I 6 Non-uniform porous structures of (a) D and (b) E

次に、この不均一な多孔体構造を用いて流れ場を 計算した.図7に多孔体構造DとEを用いて得られ た流れ場を示す.流入速度は0.1m/sであり、入り口 の流速で無次元化したx方向の速度分布と速度ベク トルを示している.計算は3次元で行っているが、 比較のため中央のxy断面で得られた結果のみを示 した.

まず多孔体 D の内部の流れであるが, 図 7(a)では ちょうど中央部分で濡れ面積が異なるため,流れが 変化しているはずであるが, xy 断面のみの結果であ り,また,濡れ面積自体もそれほど大きく変えてい ないことから,2つの領域ではあまり大きな差は見 られない.同様に,図 7(b)の内部で空隙率の異なる 領域を持つ多孔体 E でも,明確な流れの変化はわか らなかった.

そこで、図5と同様、多孔体内部の圧力変化について検討した.yz断面で平均し、x方向(流れ方向)の圧力分布を求めた結果をそれぞれ図8に示す.まず多孔体Dについて考察する.多孔体の内部では空隙率分布は均一で濡れ面積が中央を境に変化する構造であるため、圧力勾配が中央で変化していることとがわかった.すなわち、濡れ面積が大きい領域では、小さい領域に比べて圧力降下が大きいことがわ

かった.同様に多孔体 E でも,途中で空隙率が変化 するため,やはり中央部分で圧力勾配が変わること がわかった.すなわち,空隙率が小さい領域の方が 大きい領域に比べてその圧力降下が大きくなった. 以上により,不均一な構造を持つ多孔体では,圧力 降下が変化することがわかった.



☑ 7 Velocity in flow direction in non-uniform porous structures of (a) D and (b) E



8 Pressure distribution; (a) porous structure D,(b) porous structure E

3.3 Ergun の式との比較

最後に多孔体の摩擦係数を予測する経験式である Ergun の式と比較することにした.既に示した流入 速度 0.1m/s の結果に加え, 0.6m/s, 1.0m/s, 2.0m/s とした計算も行い,比較を行った.その結果を図 9 に示す.ここで,圧力勾配は多孔体内部でほぼ直線 的に変化するので³⁾,入り口と出口の圧力を多孔体 の厚さ(0.4mm)で割ることにより求めた.ただし 図8に示したように,不均一な多孔体では空隙率や 濡れ面積が内部で変化するため,圧力勾配が一定と はならなかったが,1つの多孔体とみなして式(20) より内部の濡れ面積の和と流体が流れる領域の全体 積から等価直径を求めた.また,圧力勾配も均一の 多孔体と同様,入り口と出口の圧力差を多孔体の厚 さで割ることにより算出した.

これによると、まず均一な多孔体ではどの流速に おいても計算した摩擦係数は Ergun の式とよい一致 を示した.また非常に興味深いことであるが、内部 構造が不均一な多孔体 D と E の場合も、Ergun の式 とほぼ一致することがわかった.したがって、内部 構造が不均一な多孔体であっても均一な多孔体と同 様に、入り口と出口の圧力差から単純に求まる圧力 勾配を用いて、濡れ面積や空隙率などの多孔体の特 性を議論できることがわかった.



9 Variations of friction factor with Reynolds number compared with Ergun equation

4 結論

本研究では、二相の分離現象から空隙率と濡れ面 積を任意に設定して多孔体を作成した.特に、内部 で空隙率や濡れ面積の異なる不均一な構造を持つ多 孔体を作成することができた.このようにして作成 した多孔体の内部流れを格子ボルツマン法により解 析したところ,空隙率や濡れ面積が異なる不均一な 多孔体では,流れ方向の圧力勾配が変化することが わかった.ただし,均一な多孔体と同様,内部の平 均的な空隙率や濡れ面積を求め,入り口と出口の圧 力差から算出した圧力勾配を用いることにより,不 均一な多孔体の場合でも得られた摩擦係数が Ergun の式に一致することを確認した.

謝 辞

本研究の一部は、(独)新エネルギー・産業技術総 合開発機構(NEDO)平成17年度産業技術研究助成 事業助成(05A18020d)により行われたものである. ここに記して感謝の意を表す.

参考文献

- 竹内雍他,多孔質体の性質とその応用技術,フ ジ・テクノシステム,1-20 (1999).
- 2) 自動車 NOx・PM 法(自動車から排出される窒素酸化物および粒子状物質の特定地域における総量の削減等に関する特別措置法),(2002).
- 山本和弘,日本流体力学会誌ながれ 23,295-302, (2004).
- 4) K. Yamamoto, N. Takada, and M. Misawa, *Proc. Combust. Inst.* **30**, 1509-1515 (2005).
- S. Chen and G. D. Doolen, *Annual Rev.Fluid Mech*, 30, 329-364 (1998).
- K. Yamamoto and N. Takada, *Physica* A 362, 111-117 (2006).
- 7) 稲室 隆二,格子ボルツマン法一新しい流体シミ ュレーション―「物性研究者のための計算手法 入門」,物性研究 77-2 (2001).
- T. Inamuro, R. Tomita, and F. Ogino, *Int. J. Modern Physics* B, Vol. 17, Nos.1&2 1-26, (2003).
- Y. H. Qian, D. d'Humie'res and P. Lallemand, *Europhys. Lett.* 17, 479–484 (1992).
- D. H. Rothmann and J. M. Keller, J. Statistical Physics, Vol. 52, Nos.1/2, 367-383 (1988).
- A. K. Gunstensen, D. H. Rothman, S. Zaleski, and G. Zanetti, Phys. Rev. A 43, 4320-4327 (1991).
- Proc Instn Mech Engr Vol 216 Part D:J Automobile Engineering P773 (2002).
- 13) Q. Zou and X. He, Phys. *Fluids* 9 (6),1591-1598 (1997).
- 14) R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena* (1960).