

岩石中の地震波伝播Ⅰ： 不均質媒質のモデル化と弾性波速度

西 澤 修*

Seismic Wave Velocities in Rocks I: Modeling Heterogeneous Media and their Elastic Wave Velocities

Osamu NISHIZAWA *

Abstract

On the basis of the viewpoint that rocks are typical random heterogeneous media consisting of different minerals and micro-cracks, modeling techniques for predicting seismic wave velocities in crystalline rocks are reviewed. The term seismic velocity is sometimes unclear in its physical meaning in real media that contain heterogeneity and anisotropy. The physical meaning of seismic velocity is first discussed on the basis of wave fields in heterogeneous media. Elastic constants and phase velocity in an anisotropic medium are then introduced. Further, phase velocity and group velocity in transverse isotropy are discussed because transverse isotropy is considered to be a realistic case when we consider seismic wave propagation in the Earth's crust. In most cases in actual field observations, rocks are considered to be homogeneous materials because the wavelength of seismic velocity is always longer than the scale length of heterogeneity in rock. It is thus important to understand techniques used to model the macroscopic elastic properties of rocks, which are microscopically heterogeneous. Finally, modeling techniques are shown for anisotropic rocks having lattice-preferred orientations and micro-cracks. These techniques are useful for interpreting field seismic observations, as well as for interpreting experimental results in the laboratory.

Key words : seismic wave velocity, transverse isotropy, preferred orientation, cracks, elastic constants

キーワード : 地震波速度, 水平等方性, 選択配向, クラック, 弾性定数

Ⅰ. はじめに

地震波観測の結果をもとに地球内部の岩石の組成と岩石の置かれた状況を知るためには、岩石の地震波速度の値が必要である。地球物理的な観測結果を解釈するために実験室で岩石の地震波速度

が計測されてきた。この総説では、岩石の地震波速度について考える。とくに地震波速度が岩石の微細構造とどう関係するか、また、その関係をどう取り扱って実際の観測結果を解釈すべきかについて議論する。

一般に岩石は複数の鉱物種から構成されたラン

* 産業技術総合研究所地圏資源環境研究部門

* Institute of Geo-Resources and Environment, Institute of Advanced Industrial Science and Technology

ダムな不均質媒質である。そこで、このような不均質媒質中の弾性波速度と波動場の問題に焦点をあて、いくつかの問題点を取り上げる。また、弾性論や弾性定数に関する基礎的事項も解説する。基礎的事項を詳しく記述した書物は多く、ここであえて説明する必要はないかもしれない。しかし、不均質岩石のモデル化手法と基礎的事項とを関連づけ、テクニカルなポイントと実践的手法までをレビューした解説が現在不足しているように思われる。そこで、敢えて基礎的事項の解説まで踏み込むこととした。

最初に地震波速度と呼ばれているものの意味を考える。一般に地震波速度と呼ばれているものの中には、物理的意味の異なるものが混在している。とくに、不均質構造中を伝播する地震波では、波動場が乱れて波の振幅や位相が変動し波形や地震波速度にゆらぎが現れる。乱れた波動場の実態を認識し、実験室で計測される岩石の地震波速度の実体について考える。

次に異方性媒質とその弾性定数を導くため、熱力学ポテンシャルによるアプローチを紹介する。この後に述べる岩石微細構造と弾性的性質の関係を理解するには、こうしたアプローチのほうがかかりやすい。異方性媒質の中で水平等方性（横等方性と呼ぶこともある）と呼ばれるものは地球科学分野でとくに重要であり、この種の異方性の扱いと、そこを伝播する弾性波の特徴を、実用的見地から少し詳しく議論する。

最後に岩石の微細構造が岩石の弾性波速度に及ぼす影響を扱うが、これがこの総説の最終目標である。岩石中に十分大きな領域を考えたとき、岩石は均質な媒質とみなすことができ、密度のような基本物性を岩石固有のものとして定義することができる。岩石の密度から弾性波速度を予測する Birch の関係式（Birch, 1961）は個別の岩石についての正確な値を与えるものではない。実際には鉱物粒子の形状、サイズ分布、鉱物の選択配向、割れ目や空隙などの微細構造が岩石の地震波速度を支配している。空隙中の流体（ガス、水、油など）は資源探査で重要な意味を持つため、岩石中の流体と地震波速度に関する膨大な数の研究

がある。地震波の波長は岩石の微細構造の特徴的サイズに比べ十分に長いので、等価な均質媒質の巨視的性質によって地震波速度を議論できる。ここでは、岩石の微細構造から巨視的な力学的挙動を予測する手法の一部を紹介し、鉱物の選択配向や空隙・割れ目を含む岩石の巨視的な弾性的性質を議論する。

この総説では各種の手法や文献を網羅的に紹介するのではなく、少数の基本的な題材を少し詳しく記述している。知識を羅列するのではなく、考え方の筋道に重点を置いたつもりである。

以下では野外観測で得られる弾性波を「地震波」と書き、実験室で観測されるものを「弾性波」と書いた。実験室での弾性波伝播の状況がそのまま野外の地震波伝播の状況にあてはまるわけではないのでこのような記述とした。

II．地震波速度

我々が「波」と呼んでいるものの実態は、もともとかなりあいまいなものである（Scales and Snieder, 1999）。これに関連して、我々が地震波速度と呼ぶものの実態も、実はかなりあいまいである。地球内部はさまざまな大きさの不均質を含むため、地震波の伝播の様子は均質媒質中のものとは大きく異なっている。まず均質媒質中の弾性波速度の定義から始め、ランダム不均質構造中を伝播する弾性波の実態と比較してみる。その後、岩石の弾性波速度測定法について議論し、岩石の地震波速度とは何かを考える。

1) 位相速度

岩石はランダムに混合したさまざまな大きさの鉱物粒子の集合体で、内部に割れ目・空隙を含んだ複雑な不均質物質である（Guéguen and Palciauskas, 1994）。現実には、こうした不均質物質中の弾性波の挙動について知ることが必要であるが、この問題は後で議論するとして、まず均質媒質を伝播する弾性波を扱う。

減衰のない一定周波数の平面波を考える（図 1(a)）。波の進行方向に沿う距離を x とすると、波動による変位 u は

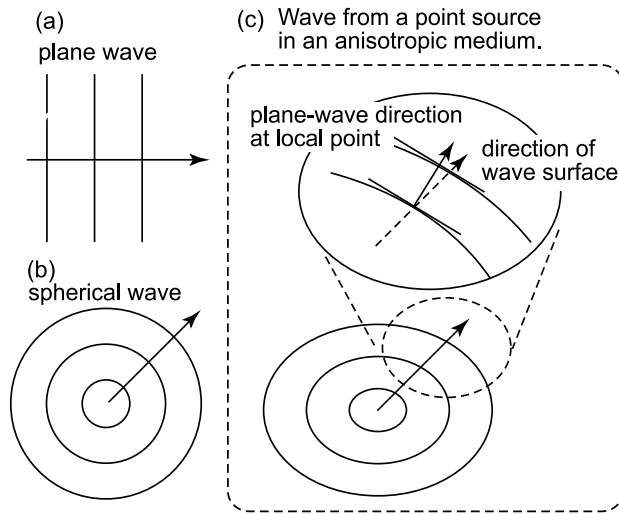


図 1 波の同位相面の断面図：(a)平面波，(b)球面波，(c)異方性媒質内の波（一例）．同じ位相を示す部分が面（波面）を形成して広がる．平面波の波面は進行方向に直行し振幅は一定である．球面波ではの波面は放射状に各方向同じ速度で広がり，振幅は幾何学的広がりに対応して減衰する．異方性媒質では，波面の広がる方向は局所的な平面波の方向とは一致しない．図の異方性媒質での波面は単純な場合であるが，異方性が強いと形状は複雑になる．式(12)で得られる解は局所的平面波に対応している．

Fig. 1 Common phases in seismic wave: (a) plane wave, (b) spherical wave, (c) waves in an anisotropic medium.

Common phases of waves are shown by lines or curves in the sectional view. In non-dissipative media, amplitudes are constant during propagation in plane waves, but attenuate in spherical waves due to geometrical spreading. The surface formed by a common phase is called the wave surface. In anisotropic media, the direction of a local plane wave is not same as the direction a wave surface spreads.

$$u(x, t) = A \exp[-i(kx - \omega t)] \quad (1)$$

となる。ここで、 k は波数、 ω は角周波数である。また、以降の議論では t を正とする。式(1)は、単一周波数の波だけを扱い、距離 x と時間 t で特定される周期的変位の位相が、速さ $V = \omega/k$ で移動することを示している。位相の進む速度を位相速度と呼び、多くの書物では最初にこの値が波の速度として定義されている。このとき、空間に広がった同位相部分の作る面の最短距離が波長となる。 V が ω の関数である場合、位相速度は周波数とともに変化し、分散と呼ばれる。位相速度が座標の関数となる場合には、 kx を一般化して $\varphi(x)$ で記述するが、ここではこの手法には立ち入らない。

いっぽう、空間の一点に一定周期の振動源（以下振動源あるいは波の原因となる場所を震源と呼ぶ）があり、震源に起因するひずみや応力が周囲に伝わる場合は(1)とは別の表現となる。媒質が等方均質であれば、 r を震源から観測点までの距離として球面波

$$u(r, t) = A(r) \exp[-i(kr - \omega t)] \quad (2)$$

で波を表現できる（図1(b)）。ここで $A(r)$ は振幅が距離とともに変化することを示している。平面波や球面波では、同位相面が空間を移動しながら波のエネルギーを伝播し、均質な媒質であれば同位相面は同じエネルギーを運んでおり、エネルギーの伝播と位相との対比はくずれることはない。ところが、異方性媒質や不均質媒質では事情

は少し複雑になる。

一点から発生した波のエネルギーを追跡し、エネルギーの局所的な移動方向を示すベクトルをスナップショットで見ると、そのベクトルの起点が作る面を定義することができ、これを波面 (wave surface) と呼ぶ (Caricione, 2001)。異方性媒質では、波面のスナップショットは球面ではなく、また滑らかな曲面とは限らない (MacBeth, 2002)。均質な異方性媒質では波面は相似形で広がり、波面の垂線方向を局所的な平面波の方向とすれば、その点で位相速度が定義される。また、エネルギーの局所的移動方向を示すベクトルの起点を追跡すれば、波のエネルギーが進む方向を線で表すことができ、これを波線と呼ぶ。波線の移動速度が波線速度となる。

媒質が不均質で内部に弾性波速度の異なる領域を含めば波面の形状が乱れ、ある時間の波面のスナップショットには波面の細かい凹凸が見られる。このときも乱れた面の垂線方向で位相速度を決めることはできるが、速度が空間的に細かく変動すると、速度分布の細かい乱れを反映して位相速度の方向や大きさも空間的に細かく変動する。また、波面は伝播とともに複雑に形を変え、波線も複雑になり、波線や波面の追跡は困難になる。弾性波の乱れは不均質の強さ、およびそのスケールサイズと波長との関係から決まる。次節でこの実例を紹介する。

不均質媒質では波面の乱れが大きいと位相速度の測定はできない。複雑な地下構造を持つ野外の地震波観測では、均質と考えてよい領域の中でしか位相速度を測定できない。

2) 波面の移動と走時

これまでは震源で単一周波数の波が作られると考えたが、実際にこのような波が観測される例は少ない。我々が対象とする自然地震や人工震源の多くは、パルス状の衝撃のように、震源における力や変位の時間関数の中に微分値の不連続点 τ を含んでいる (図 2)。

震源の急激な変動 (時間関数における微分値の不連続点) に起因するひずみが、一定速度で媒質を伝播してゆくならば、震源での力の時間関数と

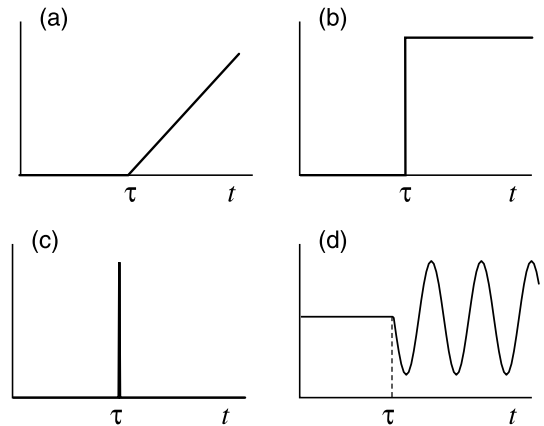


図 2 震源での時間関数 (Aki and Richards, 2002 の図に補足)。

(a) ランプ型関数, (b) ヘビサイド階段関数, (c) インパルス型, (d) サイン波のバースト。いずれも時間微分の不連続点 τ が存在する。 τ における変化は遠方の地震波による変位にそのまま現れることが理論的に導かれるが、実際に観測される波形は、波の伝播経路の特性を反映して、震源の時間関数とは一致しない。

Fig. 2 Examples of the source time function (Aki and Richards, 2002 and another example).

(a) ramp function, (b) Heaviside step function, (c) impulse function, (d) burst of sine waves. A discontinuity of the time derivative appears at time τ . Theoretically, discontinuities of the time derivative appear in far-field displacements. However, waveforms observed at the far field are not same as the source time functions, but change during propagation depending on elastic and inelastic properties of the medium.

同様のシグナルが遠方で地震波に現れることは理論的に示されている (Aki and Richards 1980; Aki and Richards, 2002; 村・森, 1976)。また、地震断層では面のくい違いで生じた力が断層面に分布するが、十分遠方ではこれを空間の一点で反対方向に働く力の組に分解でき、そのときは震源の時間関数を一階微分したものが遠方での変位を支配する (Aki and Richards, 1980; Aki and Richards, 2002)。いずれの場合も、波形に見られる振動の開始点 (初動) は震源で最初に現れた力の急激な変動点に対応している。実際の測定で

は弾性波発生装置や受信装置および伝播経路の特性のため、初動に相当する点が厳密な意味での時間微分不連続点というわけではないが、ノイズが大きくなければ初動を確認することはさほど困難ではない。

初動に注目してこれを追跡し、その到達時間と距離から速度を決めることもできる。初動が伝播する時間 Δt は走時と呼ばれ、空間に広がる初動位置の瞬間的形狀は wave front と呼ばれる。

図2のシグナルをフーリエ変換すると、初動到達時の波形の急峻な立ち上がり部分には高周波が多く含まれるので、初動は地震波の中の高周波成分の到達時刻とみなされる(Aki and Richards, 1980; Aki and Richards, 2002; 蓬田, 1989)。実際に観測される地震波の初動波形は伝播経路の影響で著しく変化し、たとえ観測機器の特性を補正しても震源時間関数と同じ形状とはならない。また、震源でのパルス状の変化も伝播経路での反射、屈折、回折、散乱などを経て複雑な波の継続的振動となり、地震波ではコーダ波とよばれる波の「尻尾」が現れる。

実験や観測では多くの場合、個々の周波数に対する位相速度を測定するのではなく、初動の到達時刻から見かけの速度を得る。たとえば、ノイズを含む波形に時系列モデルをあてはめ、統計的に最適な時系列モデルの変化点を初動到達時刻(τ)に対応させて客観的に判定することができる(Takanami and Kitagawa, 1988; Takanami and Kitagawa, 1991)。実験ではパルス震源を用いて初動から岩石の弾性波速度を決めることが多く、特定周波数に対応する位相速度が得られているわけではない。位相速度を求めるには、あとで述べるパルス重ね合わせ法や共振法のように、一定周波数の波を用いる必要がある。しかし、位相速度の周波数依存性は小さいとして、初動から決められる速度をそのまま位相速度とみなすことが多い。

3) 不均質媒質での波動場

岩石は均質な固体ではなく、一般には弾性的性質の異なる鉱物粒子の集合体で、微細構造は図3(a-1, 2, 3)の岩石表面写真のようにランダム

構造である。図3(b-1, 2, 3)は不均質媒質での弾性波の伝播の様子を室内実験で観察したもので、各波形は、(d)で示した300 mm × 300 mm × 90 mmの岩石試料の広い面の中心部50 mm × 50 mmの方形領域における面に垂直な振動成分のスナップショットである。震源は反対側の面の中心にとりつけた直径5 mmの圧電素子で、500 kHzのサイン波のバースト信号で励起した波を26 × 26個の2 mmおきの点でとらえている。波形はレーザードップラー振動計で観測されているため、観測点の大きさは半径50 μ m程度である。

これらの図から、波動場の乱れが岩石の鉱物粒子サイズと関係していることがわかる。鉱物粒子サイズの小さいウェスターリー花崗岩では波面の乱れは小さいが、大島花崗岩、稲田花崗岩の順に鉱物粒子サイズが大きくなると、乱れはより顕著になる。波動場の不規則な乱れは、岩石中の物性値のランダムなゆらぎに起因する弾性波の散乱による(Sato and Fehler, 1998)。

この状況を定量的に把握するため岩石中のランダム不均質を定量化する。通常は、弾性波速度の平均値に対するゆらぎの空間分布を調べ、そのスペクトルや自己相関関数で表す(Shiomi *et al.*, 1997; Sato and Fehler, 1998; Goff and Holliger, 1999; 河原, 1997, 1999)。岩石試料では、ゆらぎの波長成分は鉱物粒子の大きさによって決まり、鉱物粒子が大きいと緩やかな変動の長波長成分が卓越し、鉱物粒子が小さいと細かく変動する短波長成分が卓越する。

図3の岩石の表面写真をもとにゆらぎの相関関数を指数関数、

$$\alpha(r) = \epsilon^2 \exp(-|r|/a) \quad (3)$$

として各パラメータを決める(Sato and Fehler, 1998; Spetzler *et al.*, 2002; Sivaji *et al.*, 2002; Fukushima *et al.*, 2003)。 r は距離、 ϵ^2 はゆらぎの強さ、 a は相関距離でゆらぎのスケールを示す。ウェスターリー、大島、稲田、各花崗岩に対する ϵ 、 a を表1に示す。

三つの花崗岩で ϵ^2 はほぼ等しいので、スケー

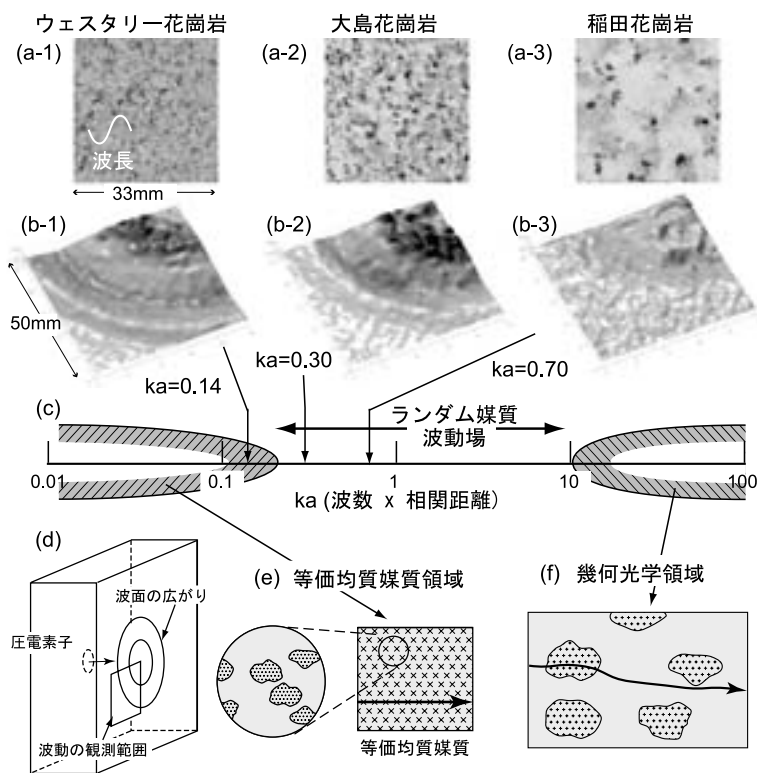


図 3 ランダム不均質媒質中の波動場 .

(a-1)(a-3):(d) 鉱物粒子サイズが異なる花崗岩の表面画像 .(b-1)(b-3):圧電素子から放射された P 波の反対側の面 ((d) の配置) でとらえた波動場の面に垂直な成分のスナップショット (P 波の波面付近) .(c): ランダム媒質中の波動場の状況を ka 値で示したもの .(e): 波長に比べ鉱物粒子が十分に小さければ等価均質媒質として扱うことができる .(f): 不均質サイズが大きい場合, 幾何光学の原理により不均質をイメージすることができる . 通常の地震波トモグラフィーはこの領域になる .

Fig. 3 Wave fields in random heterogeneous media.

(a-1) (a-3) Surface images of granitic rocks with different grain sizes. (b-1) (b-3) Snapshots of a wave field observed at the opposite surface of the PZT source: the source-receiver geometry is shown in (d). Wave motion is vertical to the surface. (c) Zone of typical random fluctuations of wave field shown with respect to the ka value: the product of wave number and scale length of random heterogeneity. (d) Geometry of the sample and the source-receiver arrangement. (e) Schematic illustration of an equivalent homogeneous medium. When mineral grains are sufficiently smaller than the wavelength, the medium can be treated as an equivalent homogeneous medium. (f) Schematic illustration of geometrical optics. Ray theory can be applied for imaging the heterogeneity; the area of seismic ray tomography.

ル a の違いが波動場の乱れの違いを支配している。波動場の乱れと不均質サイズとの関係は, a と k (または波長 λ) を用いて規格化された値, $ka = (2\pi a/\lambda)$ で表現できる (Aki and Richards, 1980; Sato and Fehler, 1998)。図 3 の実験で使われた超音波の ka 値も表 1 に示す。波形の乱れは伝播距離にも依存し, この関係を規格化

するパラメータは, 伝播距離を L として kL である。ランダム媒質中の波動場を扱う手法は, 図 4 に示した ka kL ダイアグラムによって分類することができ, 領域ごとに異なる手法を用いる (Aki and Richards, 1980; 蓬田, 1989; Sato and Fehler, 1998)。室内実験では通常, $ka \leq 1$, $30 \leq kL \leq 1000$ 程度 (斜線領域) である。 (Nishizawa

表 1 岩石のランダム不均質を表すパラメータ。

ϵ と a はそれぞれ、 P 波速度ゆらぎの強さ、特徴的スケール（相関距離）を示す。それぞれの岩石の弾性波速度と周波数から P 波の波長が求まり、 k が決まるので、それぞれの岩石の ka が決まる。

Table 1 Parameters of the random heterogeneity in rock.

ϵ and a indicate the strength of P -velocity fluctuation and the scale length of random heterogeneity, respectively. The wavelength λ and the wave number k are given by the measured P -wave velocity for the frequency 0.5 MHz. ka is the normalized parameter describing the relationship between random heterogeneity and seismic wave.

Rock	ϵ	a (mm)	frequency (MHz)	P -velocity (km/s)	λ mm	k (mm ⁻¹)	ka
Westerly	0.085	0.22	0.5	4.78	9.6	0.66	0.14
Oshima	0.093	0.46	0.5	4.81	9.6	0.65	0.30
Inada	0.079	0.92	0.5	3.78	7.6	0.83	0.76

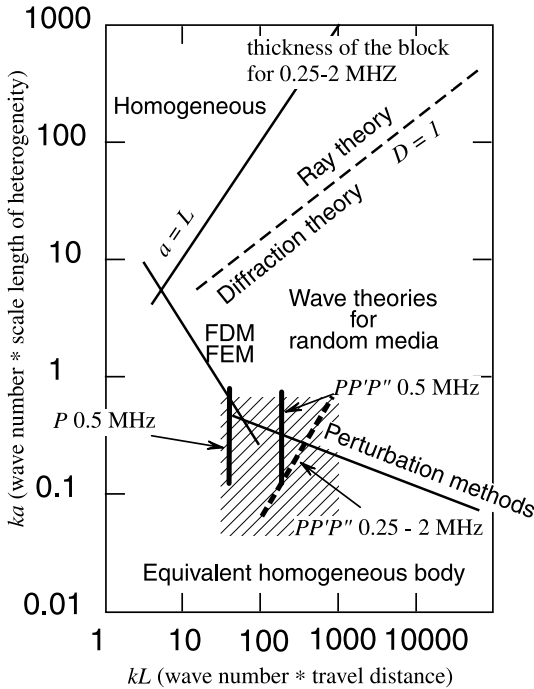


図 4 ka kL ダイアグラム (Aki and Richards, 1980)。

ランダム不均質媒質中の地震波伝播の問題は ka kL ダイアグラム上で分類することができる。 ka の小さい領域はランダム不均質のサイズが地震波の波長に比べて小さく、等価均質媒質の取り扱いが可能である。 ka の大きい領域は層構造での反射法や地震波速度トモグラフィーに対応し、波線理論が適用される。取り扱いが困難なのは両者の中間領域で、実験や数値シミュレーションによる研究が必要となる。地震波の乱れは kL にも依存し、 kL が大きくなるほど乱れが大きくなり、 kL の増大とともに中央領域が広がる。通常の室内実験で扱うことができるのは斜線の領域である。

Fig. 4 ka kL diagram (Aki and Richards, 1980)

Problems of seismic wave propagation in heterogeneous media are classified into several types and plotted on the ka kL planes. The area of small ka corresponds to the case of an equivalent homogeneous medium where the scale length of heterogeneity is smaller than the seismic wavelength. The area of large ka corresponds to the case of geometrical optics where ray theory is applicable. The intermediate area between two cases is an intractable problem because of the scattering of seismic waves, which necessitates the use of laboratory model experiments or numerical simulations. Laboratory experiments cover the shaded area.

et al., 1997; Sivaji *et al.*, 2002)。

Sivaji *et al.* (2002), Nishizawa (2004) は、波動場の乱れが $ka \sim 0.3$ 付近で急激に大きくなることを実験によって確認した。そこで、実験室の弾性波速度測定では、不均質媒質中の波動場の状況を次の三つに分けて考えることができる。

(1) $ka < 0.3$ の場合：弾性波の経路を滑らかな曲線や屈折・反射を含む線で表現する。

(2) $ka \sim 0.3$ あるいは 0.3 より少し大きい場合：波動場は複雑になり波の経路を特定することが困難になる。

(3) $ka < 0.3$ の場合：不均質媒質を等価な均質媒質で置き換え、均質媒質中の波として扱うことができる。

(1) は不均質の大きさは波長に比べ十分に大きく、図 3(f) に示した幾何光学で扱う状況に対

応し、波の伝播経路は波線で示される (Aki and Richards, 1980; 蓬田, 1989)。(2) は不均質の大きさが波長の長さに近く、図 3 (b-3) の稲田花崗岩の波動場で示された複雑な状況に対応する。(3) では不均質は波長に比べ十分に小さいので、図 3 (b-1) のウェスターリー花崗岩の波動場のように乱れが小さく、図 3 (e) に示すような等価均質媒質による置き換えが可能である。

図 3 (b-1, 2, 3) のようなランダム媒質中の波動場の図は、最初に Frankel and Clayton (1986) が数値実験で作成し、多くの書物に引用されている。この種の研究は、これまで地震波の尾部 (コーダ coda) の減衰や地震波振幅の包絡線 (envelope) の形状がランダム不均質とどう関係しているかを調べるために行われていた (Aki and Chouet, 1975; Sato and Fehler, 1998; Sato, 1984; 河原, 1997, 1999) 。しかし、最近ではランダム媒質中の走時の乱れも研究されている (Müller *et al.*, 1992; Roth *et al.*, 1993; Müller and Shapiro, 2001; Sivaji *et al.*, 2001; Spetzler *et al.*, 2002) 。

ランダム不均質が走時あるいは地震波速度に及ぼす影響に関する研究は、初期には ka の大きな領域での波線理論からのアプローチであったが、波動場の数値シミュレーションが盛んになると、 ka のより小さい領域も研究されつつある。また、等価均質媒質近似が可能な ka の小さい領域からは、弾性波を狭い面積で計測するレーザードップラー振動計を用いた室内実験 (物理モデル実験) が有効である (西澤ほか, 1996, 2001; Nishizawa *et al.*, 1997; Sivaji *et al.*, 2002; Nishizawa *et al.*, 1998; Scales and van Wijk, 2001, 1999; Scales and Malcolm, 2003; O'Neil *et al.*, 2004) 。

実験室や野外での弾性波・地震波速度の測定では、上で述べたランダム不均質構造の影響による波動場の乱れを考慮する必要がある。ランダム不均質が弾性波速度に及ぼす影響を実験結果をもとに考察する。

4) 岩石の弾性波速度計測

波形のランダムな乱れが弾性波速度にどの程度影響するか、実際の例を調べてみる。実験室で岩石の弾性波速度測定に用いられる周波数は

10 MHz 以下であるので、波長は通常 0.5 mm 程度より長く、一般的な岩石では $0.05 \leq ka \leq 1$ となる (西澤ほか, 1996; Nishizawa *et al.*, 1997; 西澤ほか, 2001; Sivaji *et al.*, 2002) 。

実験では岩石中の弾性波を圧電素子で計測することが多く、圧電素子のサイズと岩石の不均質の大きさとの関係が弾性波速度のばらつきに影響する。ランダム不均質による走時の空間的ばらつきが圧電素子のサイズより大きいと、ランダム不均質による走時のばらつきを平均化できていない。通常、こうした速度のばらつきは試料の個体差とみなされる。

図 3 (b-2) のような複雑な場合でも、圧電素子のサイズが十分大きく波動場の空間的乱れが平均化されれば、走時も平均化され、試料どうしの弾性波速度の差は小さくなる。このときは図 3 (e) のように岩石を等価な均質媒質で近似するのが適当であろう。このように、ランダム不均質の大きさと測定対象とする部分の大きさとの関係は岩石のモデル化において重要であり、武井 (2005) に述べられている REV (Representative Elementary Volume) はこの関係に基づき定義される。

波動場が図 3 (b-2) の状況にある大島花崗岩について、レーザードップラー振動計と圧電素子による弾性波速度 (走時) の測定が行われている。Sivaji *et al.*, (2002) はレーザードップラー振動計を用い、円周アレイ上の 180 個の全観測点 (間隔約 0.3 mm, 震源から同一距離, 計測範囲の直径 レーザービームの径約 50 μ m) の P 波走時のばらつきを計測し、標準偏差 4.5% (計測誤差 2% 程度) を得た。いっぽう, Sano *et al.*, (1992) は 50 cm $\times$ 50 cm $\times$ 15 cm のブロックからとった 69 個の試料を直径 6 mm の圧電素子を用いてパルス透過法で精密測定し、 P 波速度の標準偏差 1.2% (計測誤差 0.1%) を得ている。圧電素子による測定のほうが速度のゆらぎ幅が小さくなっているが、これは圧電素子のほうが波動検出領域が広く走時の乱れが平均化されたことによるのである。このように、岩石の弾性波速度に見られる試料の個体差を岩石のランダム不均質の反映と見ることができる。

岩石の弾性波速度測定法は、パルス透過法の他に、(1)超音波位相比較法やパルス重ね合わせ法、(2)共振法、を考えることができる。いずれも結晶の弾性定数の測定に使われる方法である。(1)はコヒーレントな平面波の重なりによって位相速度を測定する (McSkimin, 1964)。(2)は試料の共振周波数から弾性定数 (次節で説明) を求め弾性波速度を得る (Demarest, 1971; Suzuki *et al.*, 1992; Oda *et al.*, 1994)。これらの方法は相対的精度が非常に高いので、弾性定数の微小な変化を検出するのに具合がよく、鉱物の弾性定数の温度変化や圧力変化を調べるのに使われている (Ohno *et al.*, 2000)。また、(2)は異方性物質に対して有効である。ただし、これらの方法は、岩石の不均質による波形変化が影響しない範囲で適用できることに注意しなければならない。

たとえば、共振法を岩石に適用した例 (Zadler *et al.*, 2004) もあるが、試料が小さいと岩石の不均質による影響が強く現れ、鉱物のように精密な弾性定数を得ることはできない。いっぽう、Sano *et al.*, (1992) はパルス透過法によって異方性を持つ岩石の弾性定数を求めることに成功している。Sano *et al.*, (1992) では十分大きな試料を用いたため、岩石中のランダム不均質が平均化され等価均質媒質の扱いが可能になったためであろう。

このように、通常の岩石の弾性波速度は等価均質媒質を対象としたもので、弾性波の波長が岩石の不均質構造に比べ十分に大きい場合の値である。実験室での測定ではこのような条件が満たされているかに注意する必要がある。

III. 異方性物質の弾性定数と水平等方性

ここでは熱力学に基づいて弾性定数を定義し、異方性媒質中を伝播する弾性波の性質を調べる。地球科学では水平等方性 (transverse isotropy: TI) と呼ばれる異方性が重要である。水平等方性媒質における弾性波の伝播を少し詳しく議論し、人工震源による地下探査で重要な群速度の性質を調べる。

1) 弾性定数

多くの書物ではフック (Hooke) の法則を弾性

論の最初に記述する。変形や振動に関する個別の問題に対して実用的な式を導くには Hooke 則を駆使するやり方は無駄がなく、地震学や岩石力学に関する書物の多くがこの方法を採用している。しかし、フック則を基礎とした記述では外力によるひずみだけに注目するので、弾性定数の熱力学的な意味をつかみにくく混乱のもとになる (鈴木, 1989, 1990; ゲラー, 1990)。

弾性定数の意味を物性と関連付けて理解するには、ランダウ・リフシッツ (Landau and Lifshitz, 1965) の教科書のように熱力学的意味を踏まえて議論するほうがよい。とくに後で述べるような、クラックを含む岩石の弾性波速度を計算する手法では、等価均質媒質の熱力学的ポテンシャルに基づいて弾性定数が決められるので、熱力学からのアプローチは重要である。

応力やひずみは固体内部の状態変化を表すパラメータのひとつであり、通常の熱力学で用いられる状態変数 T (温度)、 S (エントロピー)、 P (圧力)、 V (体積) などと同等に扱えばよい (ランダウ・リフシッツ, 1965)。内部エネルギーのような熱力学ポテンシャル Φ をこれらの状態変数の関数で表現すると、 Φ の 1 階偏微分は対応する別の状態変数を与え、さらに 2 階偏微分は比熱、熱膨張係数、弾性係数などの物性定数やそれらの関係式を与える。状態変数は示量変数・示強変数の組で対応し $V - P$ 、 $S - T$ が互いに対応する。状態変数間の関係を示したものが状態方程式であり、フック則は弾性領域内の状態方程式である。

応力は変形に伴って物質内部に生じる力であり、固体が平衡状態にあるときの形状が変形量を測る基準である。したがって、固体の外側から力を加えなくとも、基準となる平衡状態から外れれば、熱力学ポテンシャルが変化し固体内部に応力が発生する。例として、熱膨張率の異なる固体で構成された系に熱を与えた場合を図 5 に示す。このとき外部から応力は加えられていないが固体内部には応力が生じる。このような状態を内部応力状態と言う。内部応力状態は異なる物質で構成された複合媒質の弾性的性質を考える際に重要となる。

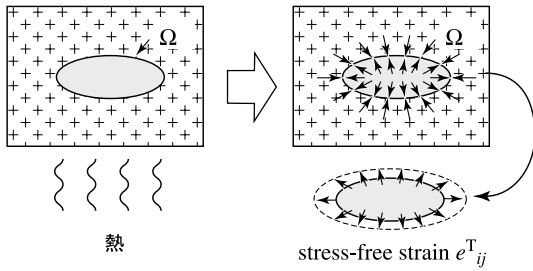


図 5 外部応力の無しで物質内部に応力が発生する状態。
内側に熱膨張率の大きい物質を含む複合媒質に熱を与えると、熱膨張による変形を拘束したことによる内部応力が物質内部に発生する。内側の物質を取り出せば応力のない状態に戻る。弾性定数の異なる複合媒質に外力を与えると同じように、内部応力状態になり、媒質の持つエネルギーが変化する。

Fig. 5 Internal stress state without external forces. When temperature changes, an internal stress state is realized in a composite medium containing materials having different thermal expansivities. Stress appears inside the composite medium even free from external forces. When the embedded material is removed, both materials take on a stress-free state. If the composite material is under stress, internal stress also appears, and the total elastic energy of the composite material changes.

今、外力やその他の条件の変化によって、物質の状態が変化したとすると、単位体積あたりの内部エネルギー $u(S, V)$ あるいはヘルムホルツの自由エネルギー $f(T, V)$ のような熱力学ポテンシャルも変化する。示量変数 V の代わりに後述するひずみテンソル e_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) を考えると、対応する示強変数としての応力テンソル σ_{ij} はポテンシャルの一階偏微分で得られる。 f を $f(T, e_{ij})$ とし、等温変形の場合

$$\frac{\partial f}{\partial e_{ij}} = \sigma_{ij} \quad (4)$$

となる。ここではすべて準静的な変化を考える。このとき、岩石力学で習慣的に用いられる応力 σ_{ij} を熱力学で使われる圧力 P と対応づけるには、符号に注意しなければならない。

式(4)は等温変化であるから、物質は同じ温度でひずみのない状態を基準とし、力学的原因のみによる変化だけを対象とする。一般の弾性論はこの状況を想定している。ひずみテンソルは、変位を $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ (t は転置を表す)、座標を $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ として、

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = e_{ji}$$

である。式(4)をひずみでさらに微分すると、

$$\frac{\partial^2 f}{\partial e_{ij} \partial e_{kl}} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial e_{kl}} = c_{ijkl} \quad (5)$$

となる。微小量の変形に対して c_{ijkl} のすべてを一定値とみなすことができれば、基準となる状態からの変化分で応力、ひずみを定義して、

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} e_{kl} \text{ または } e_{ij} = c_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} = s_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (6)$$

となる。ただし c_{ijkl}^{-1} は c_{ijkl} を行列で表現したときの逆行列の要素である。同じ記号が出てきたときには、次のように 1, 2, 3 を代入した和をとることを意味する。

$$c_{ijkl} e_{kl} = c_{1111} e_{11} + c_{1122} e_{22} + c_{1133} e_{33} + c_{1112} e_{12} + \dots$$

式(6)がフックの法則で σ_{ij} と e_{ij} との関係が一次式で表現される。 c_{ijkl} が弾性定数、 s_{ijkl} が弾性コンプライアンスで、どちらも 4 階のテンソルである。

式(5)に示すように、弾性定数は熱力学的ポテンシャルのひずみテンソルに関する 2 階偏微分値である。熱力学ポテンシャル Φ と状態変数 x, y との間には、

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial x}$$

が成り立つので、

$$c_{ijkl} = \frac{\partial^2 f}{\partial e_{ij} \partial e_{kl}} = \frac{\partial^2 f}{\partial e_{kl} \partial e_{ij}} = c_{klij} \quad (7)$$

である。 c_{ijkl} をすべて書けば $3^4 = 81$ 個であるが、 e_{ij} の独立成分はひずみの定義により 6 個となる

ため c_{ijkl} の独立成分は $6 \times 6 = 36$ 個に減少し、さらに式 (7) の関係から、一般の場合の独立成分は 21 個となる。媒質が対称性を持てば、対称性に応じて独立成分の数は減り、等方性の場合は 2 個だけとなる。なお応力でも 2 個ずつの添え字 ij の相互の置換 ($\sigma_{12} = \sigma_{21}$ など) に対する等価性が成り立つ (ランダウ・リフシッツ, 1965)。

フックの法則を使って計算を行うときには、 c_{ijkl} の等価な要素に同じ値を代入して、式 (6) を繰り返しループで計算すればよい。ひずみテンソルと応力テンソルを 6 個の独立成分 ($e_m, \sigma_m, m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) で記述したとき、フックの法則に現れる c_{ijij} が次節で述べる Voigt の記号 C_{mm} とは異なる記述をしたものもあるので注意する必要がある (竹内, 1969)。

なお、ここで定義した c_{ijkl} は等温状態に対応した値 (c_{ijkl}^T) であるが、内部エネルギーからも同様に断熱弾性定数 (c_{ijkl}^S) を導くことができる。両者の関係は

$$c_{ijkl}^S - c_{ijkl}^T = \frac{T}{C_v} c_{ijmn}^T c_{klpq}^T \alpha_{mn} \alpha_{pq} \quad (8)$$

である (高木, 1958)。ここで C_v は定容積比熱、 α_{mn} は熱膨張率 (2 階テンソル) である。等温弾性定数と断熱弾性定数との差は常温では 2 ~ 3% であるが、1000 を越える高温になると両者の差はかなり大きくなる。

次節に述べるように弾性波速度は弾性定数と密度の比の平方根で与えられるため、弾性定数は弾性波速度から決められることが多い。鉱物の熱伝導率は小さく、超音波パルスのような高周波では波による弾性変形の間に媒質の温度が平衡に達することはない。このため、得られる弾性定数は断熱弾性定数となるが、地殻内部の高温でない場所では両者の違いをとくに意識する必要はない。

なお、式 (8) の関係は地球内部物理学で等方性物質に対して使われる

$$\frac{K_T}{K_S} \approx 1 + \alpha\gamma$$

を一般化したものであり、異方性を考えるときに役に立つ。ただし K_T 、 K_S 、 α 、 γ はそれぞれ、

等温体積弾性率、断熱体積弾性率、熱膨張率、グリュナイゼン (Grüneisen) 定数である。

大気圧下で測定された岩石の弾性波速度は岩石内部の割れ目の影響があるため、地下深部の岩石の弾性波速度に対比することはできない、岩石本来の (intrinsic) 弾性波速度は、試料を封圧下に置き、弾性波速度に影響する割れ目や空隙を閉鎖させて測定する。実験室での岩石の弾性波速度を地殻内部の温度・圧力状態での地震波速度に対比させるには、地殻内部の圧力条件下での割れ目や空隙の状況を考慮しなければならない。岩石本来の弾性波速度の圧力依存性はあまり大きくないが、地下の温度変化に対しては速度の温度依存性だけでなく、造岩鉱物の相転位や反応による岩石相の変化も考慮しなければならない。

2) 弾性波

物質内のある領域に、外部から弾性変形 (周期的な応力) が伝わるときの様子を運動方程式で書き表すと、

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (9)$$

となり、これにフックの法則を適用して

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} e_{kl} = c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (10)$$

となる。ここで、右端の項はひずみの定義によって書き直されている。式 (10) を式 (9) に代入して、

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} \quad (11)$$

となる。式 (11) が均質媒質での波動を表す式である。式 (1) の平面波の伝播方向を一般化してベクトル $\mathbf{k}$ 、 $\mathbf{x}$ で表したものの

$$\mathbf{u} = \mathbf{A} \exp[-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})]$$

を式 (11) に代入すれば、

$$(\rho \omega^2 \delta_{ik} - c_{ijkl} k_j k_l) \mathbf{A}_k = 0 \quad (12)$$

となる。ただし、 $i \neq k$ で $\delta_{ik} = 0$ 、 $i = k$ で δ_{ik}

= 1 である。式 (12) は固有値問題であり、 $\mathbf{k}$ と ω の関係を決める式は

$$|\rho \omega^2 \delta_{ik} - c_{ijkl} k_j k_l| = 0 \quad (13)$$

となる。ただし $|\cdots|$ は行列式を表す。

$\mathbf{k}$ の方向余弦を (ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3) で表し、 $V = \omega(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2)^{1/2}$ とすると

$$|\rho V^2 \delta_{ik} - c_{ijkl} \ell_j \ell_l| = 0 \quad (14)$$

となって、弾性波速度 V が求められる。式 (12) は平面波に対する固有値方程式で、クリストッフエル (Christoffel, または Kelvin-Christoffel) の式と呼ばれる。

V には 3 個の解が存在し、これらに対応して互いに直交する A の解が 3 個存在する。式 (13) の解を明示的に書けば煩雑であるが、実際の岩石は対称性を持った媒質で近似できるため、より簡単になる。点群の六方晶系 (hexagonal) に属する対称性を持つ媒質の弾性的性質は水平等方性となり実用上重要である。水平等方性は、岩石の微細構造や地殻の構造が層構造を含むために現れる (Backus, 1962; Babuška and Cara, 1991; Thomson, 2002)。成層構造では層の面に立てた垂線が回転対称軸となる (図 6)。層の面に平行な方向では弾性波速度は変化しない。

3) 水平等方性の弾性定数

六方晶系の一種、 $x_1 x_2$ 面を鏡面とし x_3 軸が 6 回回転対称軸となる媒質が水平等方性となることを、 c_{ijkl} の回転変換によって証明し、独立要素数を調べる。 c_{ijkl} の独立要素数は、対称操作による各要素の不変性から明らかになる。 $x_1 x_2$ 面に関する鏡面对称性により、 $x_3 \rightarrow -x_3$ の変換に対して c_{ijkl} は不変でなくてはならない。式 (5) から $x_3 \rightarrow -x_3$ で、ひずみが $e_{ij} \rightarrow -e_{ij}$ となっても c_{ijkl} が不変であるためには、 c_{ijkl} の $ijkl$ の中に 3 が奇数個含まれているものはすべてゼロとならなければならない。次に、 x_3 軸まわりの $\pi/3$ の回転について c_{ijkl} の不変性が成り立つ条件を見る。

任意の回転によって結晶を表記する座標軸が (x'_1, x'_2, x'_3) となり、固定座標に対する弾性定数が c'_{mnpq} となったとき、変換式は c_{ijkl} が 4 階の

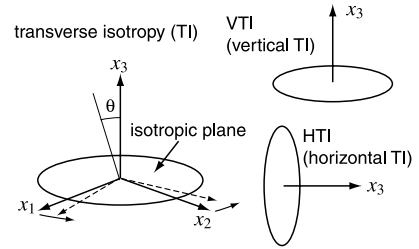


図 6 水平等方性の分類。

(a) VTI: 回転軸が鉛直の場合、(b) HTI: 回転軸が水平の場合。

Fig. 6 Two cases of transverse anisotropy.

(a) VTI: the symmetric axis is vertical, (b) HTI: the symmetric axis is horizontal.

テンソルであることにより、新しい軸座標 (x'_1, x'_2, x'_3) の旧座標 x_i に対する方向余弦 $\ell_{i1}, \ell_{i2}, \ell_{i3}$ を用いて、

$$c'_{mnpq} = c_{ijkl} \ell_{im} \ell_{jn} \ell_{kp} \ell_{lq} \quad (15)$$

となる。 ℓ_{mn} は図 7 のオイラーの角 (ϕ, θ, ψ) を用いて表現できる。 ℓ_{mn} , $m, n = 1, 2, 3$ をすべて書く

$$\begin{pmatrix} C_\psi C_\phi - C_\theta S_\phi S_\psi & C_\psi S_\phi - C_\theta C_\phi S_\psi & S_\phi S_\theta \\ -S_\psi C_\phi - C_\theta S_\phi C_\psi & -S_\psi S_\phi + C_\theta C_\phi C_\psi & C_\psi S_\theta \\ S_\theta S_\phi & -S_\theta C_\phi & C_\phi \end{pmatrix} \quad (16)$$

となる。ここで、 $C_\theta = \cos \theta$, $S_\theta = \sin \theta$, $C_\phi = \cos \phi$, $S_\phi = \sin \phi$, $C_\psi = \cos \psi$, $S_\psi = \sin \psi$ である。

この場合、 x_3 軸についての対象性を考えればよいので、 $\theta = \psi = 0$ となり、上式はさらに簡略化され。

$$\begin{pmatrix} C_\phi & S_\phi & 0 \\ -S_\phi & C_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

となる。鏡面对称操作の後、残った独立な c_{ijkl} について、式 (17) を式 (15) に代入して得られる c'_{ijkl} は $\phi = \pi/6$ に対して不変でなければならない ($c_{ijkl} = c'_{ijkl}$) という条件から、以下の関係が得られ、独立成分は 5 個のみとなる。

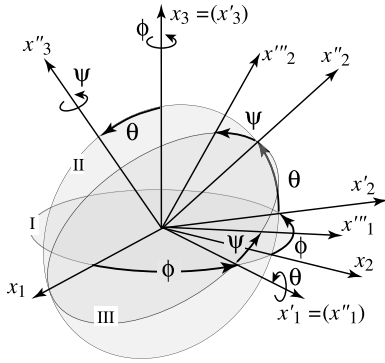


図 7 オイラー (Euler) の角の定義 .
結晶の方向を特定するには、一般に三つの角 ϕ , θ , ψ が必要であり、結晶の座標軸を回転させて方向を記述する .

I . x_3 軸のまわりの ϕ の回転

$$(x_1, x_2, x_3 \rightarrow x'_1, x'_2, x'_3).$$

II . x'_1 軸のまわりの θ の回転

$$(x'_1, x'_2, x'_3 \rightarrow x''_1, x''_2, x''_3).$$

III . x''_3 軸のまわりの ψ の回転

$$(x''_1, x''_2, x''_3 \rightarrow X_1, X_2, X_3).$$

θ の回転軸を x'_2 にとる場合もある . このときの表現は式 (16) とは少し異なる .

Fig. 7 Definition of Euler angle. To specify the orientation of crystal, three angles ϕ , θ , ψ are necessary. Those angles correspond to the following rotating operations:

I. ϕ around x_3 -axis ($x_1, x_2, x_3 \rightarrow x'_1, x'_2, x'_3$).

II. θ around x'_1 -axis ($x'_1, x'_2, x'_3 \rightarrow x''_1, x''_2, x''_3$).

III. ψ around x''_3 -axis ($x''_1, x''_2, x''_3 \rightarrow X_1, X_2, X_3$).

There will be another definition in some books and articles: θ means the rotation with respect to x'_2 -axis. In such a case, the tensor is different from equation (16).

$$\begin{aligned} c_{1111} &= c_{2222} \\ c_{1133} &= c_{2233} \\ c_{1212} &= (c_{1111} - c_{1122})/2 \end{aligned} \quad (18)$$

式 (18) の関係は六方晶系と呼ばれる対称を持つ媒質について成り立つ。いっぽう、この関係があれば、 ϕ の任意の値に対し $c_{ijkl} = c'_{ijkl}$ が保持されるので、 x_3 以外の他の直交軸は $x_1 - x_2$ 面上のどの方向でもよく、 $x_1 - x_2$ 面は水平等方面となる。

弾性定数の値を記載したデータ集では通常 Voigt の表記と呼ばれる C_{mn} が用いられる。 C_{mn} と c_{ijkl} との関係は以下の変換則による。

$ijkl$		$m(n)$
11	$\rightarrow$	1
22	$\rightarrow$	2
33	$\rightarrow$	3
23, 32	$\rightarrow$	4
31, 13	$\rightarrow$	5
12, 21	$\rightarrow$	6

つまり $c_{1111} \rightarrow C_{11}$, $c_{1212} \rightarrow C_{66}$ などとなる。以下、具体的な計算式の中では Voigt の表記を用いることにする。水平等方性に対して Voigt の表記で弾性定数を書き表すと

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (19)$$

となる。

4) 水平等方性媒質の弾性波速度

水平等方性媒質における位相速度は式 (19) を式 (14) に代入して得られる。波の伝播方向は主軸 x_3 からの角度 θ だけで決まり、

$$V_{qP}(\theta) = \left[\frac{(C_{11} \sin^2 \theta + C_{33} \cos^2 \theta + C_{44} + \sqrt{M})}{(2\rho)} \right]^{1/2} \quad (20)$$

$$V_{qS}(\theta) = \left[\frac{(C_{11} \sin^2 \theta + C_{33} \cos^2 \theta + C_{44} - \sqrt{M})}{(2\rho)} \right]^{1/2} \quad (21)$$

$$V_{SH}(\theta) = \left[\frac{(1/2)(C_{11} - C_{12}) \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta}{\rho} \right]^{1/2} \quad (22)$$

のようになる。ただし

$$M = [(C_{11} - C_{44}) \sin^2 \theta - (C_{33} - C_{44}) \cos^2 \theta]^2 + (C_{13} + C_{44})^2 \sin^2 2\theta$$

である (Mavko *et al.*, 1998)。

式(20)で表される波は図8のように、通常の P 波と異なり、波の振動方向が進行方向と一致しない。また、式(21)で表される波は通常の S 波と異なり、分極を表すベクトルが進行方向に垂直な面に存在せず面と交差している。これらは本来の P 波、 S 波と区別して、擬似 (quasi) P 波 (qP 波)、擬似 S 波 (qS 波) と呼ばれる。式(22)で表される波は純粋な S 波 (SH) で、分極ベクトルが進行方向に垂直な面内にある。すでに述べたように、これら三つの波の振動方向は互いに直交している。

対称軸を含む面で $V(\theta)$ をプロットすると、 V_{SH} は完全な楕円となるが、 V_{qP} 、 V_{qS} は一般には楕円とはならない。 V_{qS} は x_3 軸の大きさが V_{SH} と等しく ($V_{qS}(0) = V_{SH}(0)$) かつ x_1 軸方向の速度は x_3 軸の速度と等しい。それ以外の方向では円からはずれる。

異方性が弱い水平等方性媒質では、位相速度を表す簡便な式が Thomsen (1986) によって与えられ、地震波探査の分野でよく使われている。この式は水平等方性が持つ位相速度の $\theta = \pi$ の周期性 ($\sin \theta$, $\cos \theta$ の 2 次項, 変数 2θ) を、さらに倍周期を含む項 ($\sin \theta$, $\cos \theta$ の 4 次項, 変数 4θ) を加えた近似式で表すもので、軸方向の P 波 S 波速度から決められる異方性のパラメータ ε , γ と、もうひとつのパラメータ δ が使われる。

$$V_P(\theta) = V_P(0) \{ 1 + \delta \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^4 \theta \} \quad (23)$$

$$V_{qS}(\theta) = V_{qS}(0) \{ 1 + \eta \sin^2 \theta \cos^2 \theta \} \quad (24)$$

$$V_{SH}(\theta) = V_{SH}(0) \{ 1 + \gamma \sin^2 \theta \} \quad (25)$$

ここで ε , γ , δ は以下で与えられ、 η は他の ε , δ と軸方向の P 波速度と S 波速度の比から与えられる。

$$\varepsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} \approx \frac{V_P(\pi) - V_P(0)}{V_P(0)} \quad (26)$$

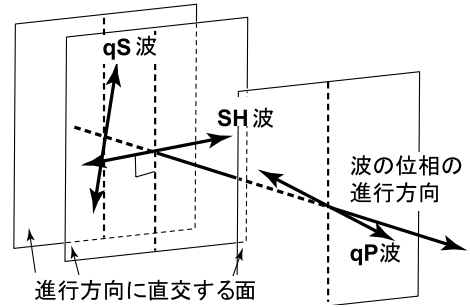


図 8 異方性媒質を伝わる波の振動方向。
 qP 波の振動方向は波の伝播方向 (位相速度の方向) と一致していない。 qS 波の振動方向は波の伝播方向に垂直な面からはずれている。 SH 波の振動方向は伝播方向に垂直である。これら三つの振動方向は互いに直交する。

Fig. 8 Polarization directions of the waves propagating through general anisotropic media. The polarization direction of wave qP deviates from the propagation direction (the direction of phase velocity). The polarization of wave qS is not perpendicular to the propagation direction of the wave, whereas the polarization of wave SH is perpendicular to the propagation direction.

$$\gamma = \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}} \approx \frac{V_{SH}(\pi) - V_{SH}(0)}{V_{SH}(0)} \quad (27)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})} \approx 4 \left[\frac{V_P(\pi/4)}{V_P(0)} - 1 \right] - \left[\frac{V_P(\pi/2)}{V_P(0)} - 1 \right] \quad (28)$$

$$\eta = \left(\frac{V_P(0)}{V_S(0)} \right) (\varepsilon - \delta) \quad (29)$$

図 9 に $\varepsilon = 0.2$, $\gamma = 0.3$, のとき、 $\delta = -0.2$ から $\delta = 0.2$ までの位相速度の θ 依存性を示した。 δ は qP 波の位相速度の回転楕円体からのずれを、 η は qS 波の位相速度の球からのずれを示している。なお、 SH 波は γ で決まる回転楕円体となり、 δ とは無関係である。式(23)、(24)、(25)は水平等方異方性媒質の各方向の地震波速度を軸方向の地震波速度と軸から 45 方向の P 波速度 (式(28)) だけで推定できるので、野外データの解釈によく利用される (Thomsen, 2002)。

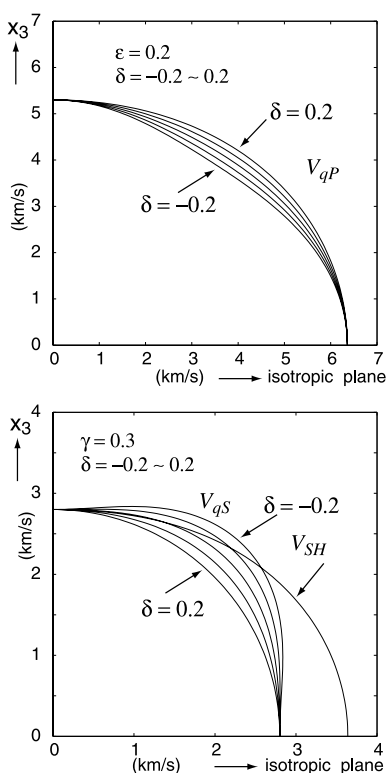


図 9 Thomsen のパラメータで表現された水平等方媒質の弾性波速度異方性の軸を含む面での投影図。対称性を考慮して全体の 1/4 が示されている。ε、γ はそれぞれ P 波、S 波の異方性の大きさを表し、δ は qP 波の楕円からのずれを表す。qS 波は円からはずれ、異方性が大きくなるとふくらみが顕著になる。SH 波は常に楕円となる。

Fig. 9 Phase velocities of TI media calculated from the Thomsen parameters projected onto the section including the symmetry axis. Only one quarter of the curves are shown considering the symmetry of TI. Velocities are projected on the plane including the symmetric axis. ε and γ describes the strength of anisotropy for P and S waves. δ describes the deviation from the ellipsoid in qP-wave velocity. The velocity of wave qS deviates from a circle, and the inflation near the direction 45° from the axis becomes remarkable when the value of ε δ becomes large. The velocity of wave SH is an ellipsoid.

地震波探査では図 6 に示したように、軸が鉛直の場合の水平等方性を VTI (Vertical Transverse Isotropy)、水平の場合を HTI (Horizontal

Transverse Isotropy) と呼んでいる。HTI は鉛直方向に広がる層状構造を示唆しており、鉛直な断層面などはこれにあたる。

5) 水平等方性媒質の位相速度と群速度

式 (12) から計算される弾性波速度は位相速度である。十分遠方から来る波は平面波としてよいので、2 点間の走時差から位相速度を得ることができるが、近傍の点震源からの波は平面波とみなすことができない。位相速度に周波数依存性があると分散が起こり、また、異方性媒質では方向に依存して速度が変化する。このような媒質では波線方向の波の速度は位相速度と一致しないことが知られている。そこで、位相速度を周波数や方位の関数として扱うことを考えてみる。

位相速度に周波数依存性があると k 、 ω の関係を示す線は曲線となる。例として、 V 、 ω が図 10 (a-1) あるいは (a-2) で表される場合を考える。これらを k 、 ω 図で表したものが図 10 (b-1)、(b-2) で、位相速度は曲線上の一点と原点を結ぶ直線の傾き ω/k となる。(b-1) では位相速度は ω の増大とともに減少する。(b-2) の例では k' 、 ω' から k'' 、 ω'' の間で位相速度が V から V' に変化し、高周波側で位相速度を示す傾きが大きくなっている。

図 10 (b-1)、(b-2) における (k, ω_0) 、 ω_0 での k 、 ω の関係を示す線の局所的勾配 $d\omega/dk$ は (k, ω_0) 、 ω_0 近傍の波群の移動速度と考えることができ、これを群速度と呼ぶ。群速度は波線速度 (ray velocity) (Thomsen, 2002) あるいはエネルギー速度と呼ばれることもある (Caricione, 2001)。ただし、伝播途中でエネルギーが散逸する媒質の場合、群速度とエネルギー速度の定義は一致しない (Caricione, 2001)。

地震波速度の分散は岩石中の地震波エネルギーの減衰メカニズムと関係している (Aki and Richards, 2002; Guéguen and Palciauskas, 1994)。ここでは減衰についての議論はしないが、線形弾性体の減衰と分散の関係は本特集号の武井 (2005) に述べられている。これは本特集号で渡辺 (2005) が紹介しているデバイ型の誘電緩和モデルと数学的に同じものである。

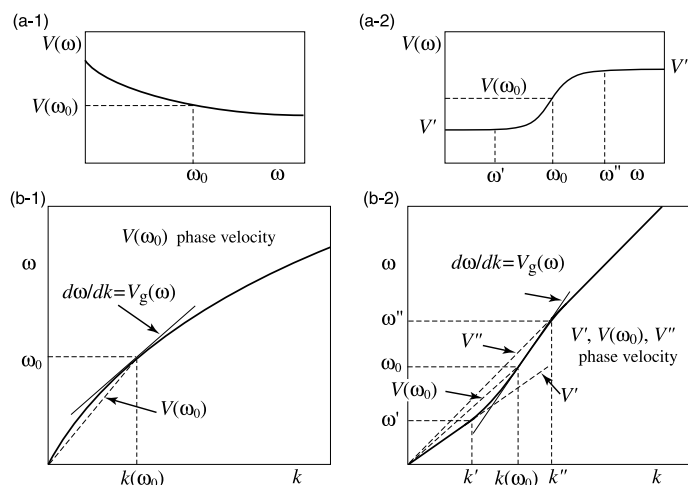


図 10 分散がある場合の k ω の関係 .

(a-1) , (a-2) は位相速度の ω 依存性を示している . このとき (b-1) , (b-2) で示した k ω 座標で , 原点と (k, ω) を結ぶ直線の傾きが位相速度を与える . $\omega = \omega_0$ の傾きは ω_0 周辺の局所的な波群の速度を与える . (b-1) のように群速度 V_g が ω とともに小さくなる (傾きが小さくなる) 場合を正常分散という . k ω 図のグラフが下に凸になると群速度は ω とともに大きくなり逆分散となる . また , (b-2) のように , 位相速度の変化する領域で群速度がいったん大きくなるが , 位相速度が再び一定となる周波数付近で群速度は周波数とともに小さくなる場合は異常分散と呼ばれる .

Fig. 10 k ω relation in dispersive media.

(a-1) and (a-2) show changes of phase velocity with respect to ω , and (b-1) and (b-2) show the corresponding relationships in the k ω plane, respectively. The phase velocity is given as the gradient of the line connecting the origin with the point (k, ω) , whereas the group velocity is given as the gradient of the tangent at (k, ω) . The gradient at $(k(\omega_0), \omega_0)$ is the velocity of a wave packet consisting of waves near ω_0 . In (b-1) , the group velocity V_g decreases as ω increases, which is called the normal dispersion. The inverse dispersion appears when the curve of the k ω relation is downward convex, where the group velocity increases as ω increases, as shown in the low ω portion ($\omega' - \omega_0$) of (b-2) . In (a-2) phase velocity increases in the range between ω' and ω'' . The corresponding k ω diagram (b-2) shows downward-concave and downward-concave parts, which produce inverse and normal dispersions. This is called anomalous dispersion.

異方性の場合 V が方向に依存するので k も方向によって変わる . 異方性媒質中の点震源から広がる波面を調べるには , 群速度を扱わなければならない . 以下に k の方位依存性から導かれる群速度を調べる .

異方性の場合も分散と同じように群速度を $d\omega/dk$ で定義することができる . 水平等方性の場合軸を含む面での二次元の異方性を考えればよく , 図 10 (b) に示した k ω 関係を各方向について描けばよい . ここでは簡単のため k ω 関係を直線としておくと , 一般には直線である必要はな

い .

図 11 (a) のように k_1 k_3 面に ω 軸を立て , k ω 図によって関係を表現できる . 点 (k, ω) と原点を結ぶ直線の傾きが k 方向の位相速度で , 傾きが方向によって変化すると k ω 空間にすり鉢状の曲面が形成される . 曲面上の点での最大傾斜が $d\omega/dk$ となり , 群速度 V_g を与える .

図 11 (a) で示した曲面での最大傾斜の方向は $\omega = \text{一定}$ の等高線に直交するので , 等高線を k 面に投影した曲線に直交する方向が群速度の方向である (図 11 (b) の小さな矢印の方向) 等高線

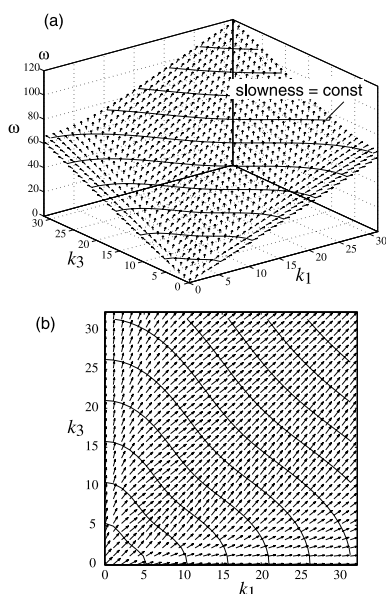


図 11 位相速度が方向によって変化するとき k と ω の関係 (角度分散関係)。
TI 異方性の場合、 k を 2 次元として k の傾きが位相速度を与える。傾きは ω によって変化しないが、方向によって変化するため、 (k_1, k_3, ω) 空間にゆがんだすり鉢状の曲面が形成される。曲面の局所的勾配、すなわち ω が一定の等高線に直交する方向での面の接線の傾斜、が $d\omega/dk$ となり群速度 (小さい矢印) を与える。等高線を k_1-k_3 面へ投影した線が各方向の速度の逆数 (スローネス) となり、群速度の方向はスローネス曲線に直交する方向で、この方向の k_3 からの角度を Θ とする。

Fig. 11 $k-\omega$ relationship in an anisotropic medium. In TI, k is two dimensional. The relation between ω and k forms a curved surface, and the gradient between the origin and the point k gives the phase velocity. In (a) phase velocity is dependent on the azimuth on the k_1-k_3 plane, but is linear for each azimuth. (b) is the projection of contours on the k_1-k_3 plane. The local gradient, which is perpendicular to the contour, gives the group velocity, $d\omega/dk$. The shape of the contour on the k_1-k_3 projection is identical to the slowness curve with respect to the angle θ . The vector perpendicular to the slowness curve gives the direction of group velocity shown as small arrows. The direction of arrows from the axis is denoted as Θ .

の x_1-x_3 面への投影は、 k が速度の逆数に比例することから、速度の逆数 (スローネス) の方位変化と同じ形状になる。

一般の波面から群速度を決める方法が図 12 に示されている。まず図 12(c)のように、波面の法線方向から k を決め、 k の方向に対応するスローネス (図 12(b)) から群速度の方向が決まる。図 13 は、図 12(a) の位相速度と (破線) それから得られる群速度 (実線) である。ただし、群速度の方向は位相速度の方向 θ とは一致しない。群速度の進む方向 Θ についての大きさを示したものが図 13 である。 V_{qs} 波の群速度には同じ方向で三つの値をとる三重縮重 (triplication) の領域が現れ、そこでカスプ (鉤型形状) を形成している。

以上は平面波の式 (13) をもとにした結論であるが、Sakai and Kawasaki (1990) は震源のインパルスの変動による変位を正確に計算して wave front の伝播速度を求めた。この研究では波動の伝播方向とそれに直行する方向の振幅が計算されており、強い異方性媒質での群速度の縮重の様子が詳しく示されている。

異方性の固体の内部を伝わる縮重した群速度を実験で観察することは難しいが、固体表面でなら似た現象を観察することができる。図 14 は TeO_2 の (001) 面に垂直に入射した 1 GHz 程度の波が広がる様子を別の面で観察した例である (Sugawara *et al.*, 2002)。図にはカスプ状のパターンが見られ、複雑な形の波が広がっている。群速度が縮重する方向では振幅の変動が複雑なため、縮重した波を同定することは容易ではない。野外観測では人工震源を用いる VSP (Vertical Seismic Profiling) で V_{qs} 波縮重の観測例が報告されている (Hake *et al.*, 1998; MacBeth, 2002)。 qs 波と SH 波の位相速度が等しくなり、位相速度の方位依存性を表す面が互いに交差あるいは接触することが実際の岩石でも起こりうる (Takanashi *et al.*, 2001; Nishizawa and Yoshino, 2001)。位相速度面の交差・接触を singularity と呼ぶ (Crampin and Yedlin, 1981)。singularity や triplication の存在は波の収束 (caustics) を引き起こす。波線理論では caustics の取り扱い

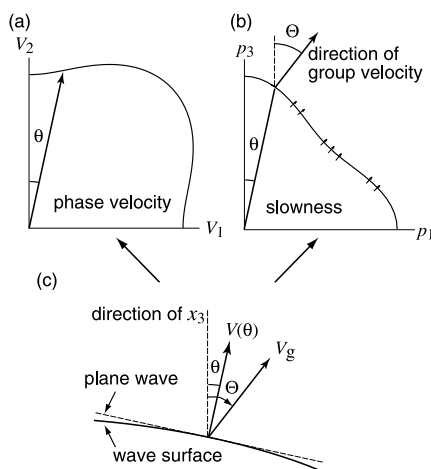


図 12 一般の波面における位相速度と群速度の求め方．
波面の接線に直交する方向が局所的平面波の方向で位相速度となる． θ 方向のスローネスの曲線に直交する方向が群速度の方向 Θ である．この例では軸と軸の間に位相速度のふくらみがあり，ふくらみの方向でスローネスが小さくなって曲線が凹型となり，群速度が 45° 方向に集中する．

Fig. 12 Phase velocity and group velocity for general wavefront.

Phase velocity is given by the normal of the surface of wave front, whereas group velocity is given by the normal of slowness. θ and Θ are the angles between the axis of TI and the directions of phase and group velocities, respectively. In (a) phase velocity shows an inflation at the direction 45° from the axis. This corresponds to the depression in the slowness curve, and most of the group velocity vectors have orientations toward 45° from the axis.

が重要なテーマであり (Aki and Richards, 2002; 蓬田, 1989) singularity や triplication は異方性媒質中の地震波を波線理論で扱うための重要な研究対象となっている (Vavryčuk, 2003)。

このように，異方性媒質では位相速度は波線方向に一致しないため，パルス透過法による弾性波速度測定結果は位相速度かどうかといった疑問が生じる。Dellinger and Vernik (1994) は，これまでに行われた実験の多くは平面波とみなせ

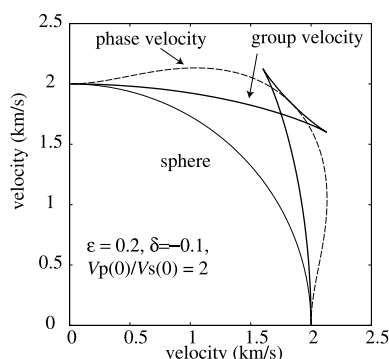


図 13 強い TI 異方性の場合の qS 波の群速度． qS 波のふくらみが大きいとき，群速度は三重に縮退しカuspが生じる．

Fig. 13 Group velocity of qS wave for strong TI anisotropy. Triplication of group velocity forms a cusp.

る範囲で測定されており，近似的には位相速度が測られているとみなしてよいと結論している。測定データを解析した結果を見ても，位相速度として扱うことに矛盾はなさそうである (Sano *et al.*, 1992; Johnston and Christensen, 1994; Takanashi *et al.*, 2001)。

IV．岩石微細構造による影響

岩石の微細構造は岩石の弾性波速度に大きな影響を及ぼす。強い異方性を持つ鉱物の選択配向を含む岩石もまた，顕著な弾性的異方性を示す。さらに，岩石は微小な空隙や割れ目を含むので，これらも岩石の弾性波速度に強い影響を及ぼす。ここでは，こうした岩石の微細構造が弾性波速度に及ぼす影響を評価する手法の一部を紹介する。

1) 鉱物の選択配向

岩石は鉱物多結晶体であり，鉱物は一般的に異方性を持つので，異方性の強い鉱物結晶が選択配向すると岩石は顕著な異方性を示す (笠原ほか, 1968a, b; Christensen 1984; Babuška and Cara, 1991; Pros *et al.*, 1998)。

このとき，鉱物の弾性定数から弾性波速度異方性を求める方法が必要となる。まず考えつくのは，鉱物の各方向の弾性波速度に選択配向による重み付けをした平均化を行

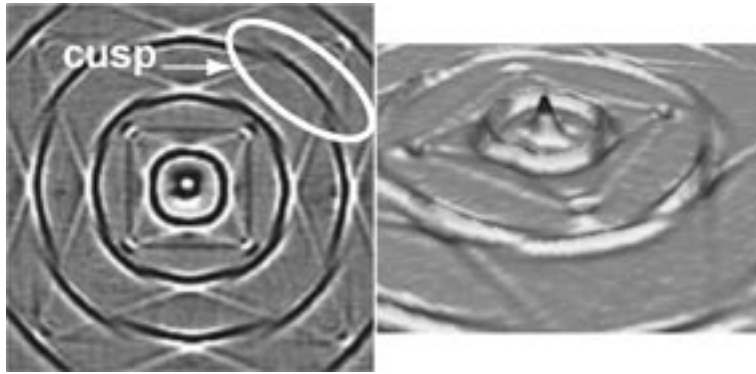


図 14 二酸化テルル TeO_2 (Tetragonal) 結晶を伝播する弾性波の画像 .
厚さ 1 mm で (001) 面に平行にカットし, 面の一方から熱パルスを与え反対側で面に垂直な振動を観測している . 結晶の異方性のために複雑な波が観測され, 折り返したような波面 (カスプ) が見られる . Sugawara *et al.* (2002) による .

Fig. 14 Elastic waves in TeO_2 (strongly anisotropic medium, tetragonal) .
The sample thickness is 1 mm cut parallel to the (001) plane. Thermal pulses were given on another surface and the vertical component was observed. Images were obtained on the surface. A complicated wave field is observed due to strong anisotropy. Cusps are observed in wave fronts. After Sugawara *et al.* (2002) .

うことである。ところが, 岩石中の弾性波が幾何光学で表現されるような挙動を示すのは, 室内実験で使われる波長に比べ, 結晶粒子が非常に大きい場合である。岩石中の不均質スケールが弾性波の波長に比べて十分に小さい場合は, 幾何光学による取り扱いではなく, 等価な均質媒質に置き換える。不均質な岩石を等価な均質媒質に置き換え多結晶体の弾性定数を決定する方法を以下に記述する。

結晶方位は図 7 のオイラーの角で記述でき, 式 (15) で示されたように, 固定された座標に対する結晶軸の方向余弦によって記述できる。したがって, さまざまな方向の結晶を固定座標で見た弾性定数に変換し, 配向密度による重み付けを行ったものを多結晶体の弾性定数とすることが出来る。 $\Omega(\psi, \theta, \phi)$ で結晶の方位を表し, 方位が立体角 $\Omega + d\Omega$ の中に入る結晶の割合を $w(\Omega)d\Omega$ で表せば,

$$w(\Omega)d\Omega = w(\psi, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi d\psi \quad (30)$$

となる。 $w(\Omega)$ は結晶粒の配向分布密度関数で

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} w(\Omega) d\Omega \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} w(\psi, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\psi d\phi = 1 \end{aligned}$$

となる。結晶が完全にランダムに配向していれば, $w(\Omega) = 1/8\pi^2$ である。

方向 Ω の結晶の回転変換に関する式 (15) から, 配向による重みづけ平均は

$$\begin{aligned} \bar{c}_{mnpq} = c_{ijkl} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} w(\psi, \theta, \phi) & \ell_{im} \ell_{jn} \ell_{kp} \ell_{lq} \\ & \times \sin \theta d\theta d\psi d\phi \end{aligned} \quad (31)$$

となる。式 (31) が鉱物集合体の弾性定数を求める基本式である。以上の原理にもとづいて, 結晶配向から弾性定数を求め弾性波速度を計算するプログラムは Mainprice (1990) に基づくものが本人のホームページ (Petrophysics software) で公開されている。

結晶がランダムに配向した場合や, 特定の軸が集中した場合などは, $w(\Omega)$ が一定の値になるので, 計算は単純化される。ただし, 上で得られた配向平均は Voigt 平均と呼ばれるもので, 媒

質内部のひずみを一様として得られるものである。 s_{ijkl} についても同様な平均を計算することができ、Reuss 平均と呼ばれ、媒質内部の応力が一様と仮定している。Voigt 平均による弾性定数は常に Reuss 平均のものよりも大きい(大南ほか, 1980; 井田, 1982)。また、両者を平均する Hill 平均もある。

結晶がランダム配向した等価等方性媒質の Voigt 平均, Reuss 平均を計算する式は、大南ほか(1980)、井田(1982)に記載されている。Simmons and Wang(1971)には各鉱物の C_{ij} のほかに鉱物がランダム配向した場合の Hill 平均の弾性定数値や弾性波速度が多数記載されている。Mainprice and Humbert(1994)は多結晶体の弾性定数について詳しい考察を行っている。岩石の実際の状況にあわせるには、鉱物組み合わせと配向結晶の体積比率も考慮しなければならない。

空隙や微小割れ目などを内部に含む媒質を等価均質媒質で表現するためには、媒質全体の熱力学ポテンシャル変化を計算する。以下では、熱力学ポテンシャルからのアプローチを述べる。

2) クラック・空隙の影響

岩石の構成要素は鉱物だけでなく空隙やそれに含まれる流体などがある。複数の鉱物の弾性定数を平均化する方法は上で述べたが、空隙やその中に流体が含まれる場合は単純な平均化によって弾性定数を予測することはできない。弾性定数が大きく異なる物質が混じりあった複合媒質では、平均化された弾性定数の上限と下限を表す Voigt 平均と Reuss 平均の値が違いすぎるため、真の弾性定数のとりうる値の幅が大きくなりすぎる。上限と下限の幅を狭くするには、Hashin-Shtrikman の方法などがある(大南ほか, 1980; 井田, 1982; Hashin, 1963; Mavko *et al.*, 1998)。しかし、空隙中の流体相が液体や気体の場合、その弾性定数(体積弾性率あるいは体積非圧縮率)が鉱物に比べて極端に小さいため、僅かな量の流体相の存在が弾性定数に大きな影響を及ぼし、上限と下限の幅は小さくならない。

空隙を含む岩石を扱うには、本特集号で武井(2005)が紹介しているように、系の弾性的性質

を記述する構成方程式を導かなければならない。いっぽう、熱力学がポテンシャル変化から等価均質媒質の弾性定数を求める方法もある。地震波の波長が不均質の特徴的な大きさに比べ十分長く、空隙内部の流体が空隙内を流動しないとき、この方法は有効である。空隙率の小さい結晶質岩などはこの場合に当たる。すでに見たように弾性定数はポテンシャルのひずみに対する 2 階微分(コンプライアンスは応力に対する 2 階微分)であるので、空隙を含むときのポテンシャルが計算できれば、同じひずみ量(応力)に対する 2 階微分から弾性定数(弾性コンプライアンス)を決めることができる。

2-1) Eshelby のテンソル

まず、弾性定数 c_{ijkl}^0 の均質物質(第一相)を考え、ここに別の弾性定数 c_{ijkl}^1 を持つ別の物質(第二相)が含まれるとする。第二相の量が非常に少ないとき、第一相は基質(matrix)第二相は介在物(inclusion)と呼ばれる。matrix だけの物質に外部応力が加わると、応力 σ_{ij}^A とひずみ e_{ij}^A が発生し、

$$e_{ij}^A = c_{ijkl}^0 \sigma_{kl}^A \quad (32)$$

となる。

内部に inclusion を持つ媒質では、応力やひずみは σ_{ij}^A , e_{ij}^A から変化し、 σ_{ij}^C , e_{ij}^C の乱れを持ち、

$$\sigma_{ij}^A + \sigma_{ij}^C = c_{ijkl}^1 (e_{ij}^A + e_{ij}^C) \quad (\text{inclusion 内部}) \quad (33)$$

$$\sigma_{ij}^A + \sigma_{ij}^C = c_{ijkl}^0 (e_{ij}^A + e_{ij}^C) \quad (\text{inclusion 外部}) \quad (34)$$

となる。Eshelby(1957)は、この乱れ分は inclusion を matrix と同じ物質に取替え、inclusion に適当な仮想的固有ひずみ(fictitious eigen strain)を与えることにより再現できることを示した(図 15)。なお、Eshelby(1957)の原論文では固有ひずみを stress-free strain と呼んでいる。

ここで言う固有ひずみとは弾性ひずみ以外のひずみのことで、塑性ひずみや熱膨張による変形などを含める。ただし熱膨張ひずみでは変形のみを対象とし、熱は扱わない(実例を図 5 で示す)。

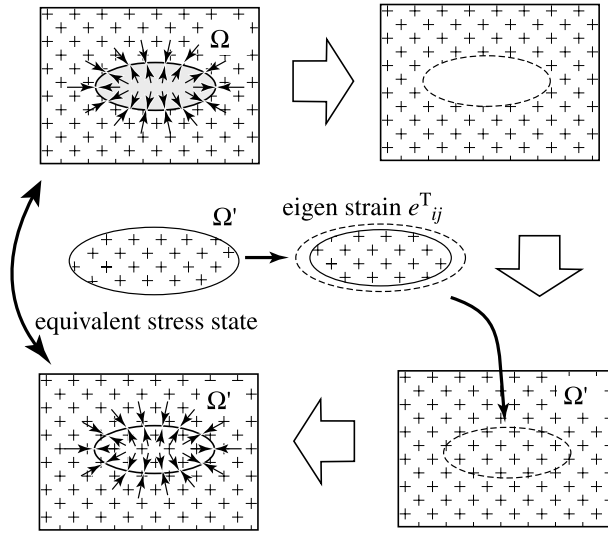


図 15 Eshelby (1957) による inclusion の取り扱い .

(a) inclusion による内部応力状態 . (b) inclusion をマトリックス物質と置き換え、適当な固有ひずみ e_{ij}^T を与える . (c) これをもとの inclusion の位置にもどす . (d) 以上の操作により (a) と同じ内部応力状態を作り出すことができる . e_{ij}^T を決めれば、複合媒質の内部応力状態を再現でき、その状態に対応する弾性エネルギーがわかればよい .

Fig. 15 A method for treating stress state in a composite material (Eshelby, 1957).

(a) Internal stress state due to an inclusion. (b) The inclusion is removed and replaced by a matrix material that has eigen strain e_{ij}^T . (c) The matrix material is embedded into the void. (d) The same internal stress as (a) is then reproduced. If the eigen strain e_{ij}^T is determined, the same internal stress state of the composite material can be realized. Then the elastic energy due to the inclusion can be calculated. The eigen strain can be obtained by using Equation (37).

σ_{ij}^A や e_{ij}^A によって e_{ij}^T を表すことができれば、後で述べる方法で inclusion を含む複合物質のエネルギーを計算することができる。

ここでは詳しい説明は省略し Eshelby (1957) が得た結論のみを述べる (詳しい解説は、村・森 (1976) や竹内 (1972))。matrix 物質に置き換わった inclusion 内部の領域に対して次の式が成り立つ。

$$\sigma_{ij}^C = c_{ijk}^0 (e_{kl}^C - e_{kl}^T) \quad (35)$$

$$e_{ij}^C = S_{ijkl} e_{kl}^T \quad (36)$$

ここで、 S_{klmn} は Eshelby のテンソルと呼ばれているもので第二相の形状と第一相の弾性定数によって定まる量である。

式 (32) から式 (36) までは使って、以下の関係式が得られる。

$$c_{ijkl}^0 e_{kl}^T = (\Delta c_{ijkl} e_{kl}^A + \Delta c_{ijkl} S_{klmn} e_{mn}^T) \quad (37)$$

なお、

$$\Delta c_{ijkl} = c_{ijkl}^0 - c_{ijkl}^1$$

である。

式 (37) は固有ひずみを決める一次式となっているので、仮想的に考えた固有ひずみ e_{kl}^T を既知の量で表すことができる。ただし S_{klmn} の値は inclusion の形状に依存する (Eshelby, 1957; 村・森, 1976)。とくに、inclusion の量が少なく matrix 中に希薄に分布し、その形状が楕円体であれば σ_{ij}^C は inclusion 内部で一様とみなすことがで

きる(村・森, 1976)。

2-2) 複合媒質の弾性エネルギー

Eshelby 理論の骨子は, inclusion を matrix と同じ物質に置き換え, それを変形させて固有ひずみを生み出し, 固有ひずみを回復させずにもとの matrix 中に戻せば等価な内部応力状態が作り出せるというものである(図 15)。このとき, 新たに等価な均質物質を考え, 内部応力場の平均を等価均質媒質中の様な応力に置き換え, 等価な均質物質に新しい弾性定数を与えることによって応力 ひずみ関係を作ることができる。応力やひずみの微視的な乱れを巨視的に平均化し, もう一度矛盾のない関係を導くという意味から, この方法を自己無撞着モデル (self-consistent model) と呼ぶ(大南ほか, 1980; Yamamoto *et al.*, 1981; Mavko *et al.*, 1998)。

self-consistent model では, 等価均質媒質が持つ熱力学ポテンシャル変化を求めれば, 応力が媒質内部に一樣に加わったとして, ポテンシャルを応力で微分して弾性コンプライアンスを決めることができる(村・森, 1976)。同様に, ひずみを一定とすれば弾性定数を導くことができるが, 両者は一致しない(Eshelby, 1957; Le Ravalec and Guéguen, 1996)。Yamamoto *et al.*, (1981) は微小ステップで両方の値を計算し, その平均によって両者の違いを狭める手法を提案している。

熱力学ポテンシャルの変化は σ_{ij}^A が固有ひずみに対してなした仕事から, 付録に示した関係を利用して求めることができる(図 16)。応力を受けた均質な媒質中に inclusion が現れたとき, 媒質は新たな内部応力状態となり, 媒質の持つ熱力学ポテンシャルが変化する。self-consistent model では, このポテンシャル(ヘルムホルツ自由エネルギー)変化が求めるべき量で, これを等価均質媒質中の応力またはひずみで微分して弾性コンプライアンスあるいは弾性定数を求める。ヘルムホルツ自由エネルギーの変化をどのように求めるかについては Eshelby (1957) 竹内(1972) 村・森(1976)などを参照することができる。ここで, これらを詳しく紹介することはできないので, 付録に直感的に理解するための説明を示した。

σ_{ij}^A がなした仕事量は inclusion の単位体積あたり

$$W = \sigma_{ij}^A e_{ij}^T$$

となる(村・森, 1976; Eshelby, 1957)。付録に示したように, ヘルムホルツ自由エネルギー変化量はクラックが発生することによって外力がなした仕事量 W の半分, $W/2$ である。したがって外部応力 σ_{ij}^A を受けた状態での弾性エネルギーの変化量は,

$$\Delta F = -\frac{1}{2} \int_{v_2} \sigma_{ij}^A e_{ij}^T dv_2 \quad (38)$$

である。 v_2 は inclusion の体積を示す。式(38)の導出は村・森(1976)に詳しく書かれている。

2-3) 等価均質媒質の弾性定数

inclusion を含んだときの巨視的な弾性定数を c_{ijkl}^* とすると,

$$\frac{1}{2} c_{ijkl}^{*-1} \sigma_{ij}^A \sigma_{kl}^A = \frac{1}{2} c_{ijkl}^0{}^{-1} \sigma_{ij}^A \sigma_{kl}^A + \frac{1}{2} \sigma_{ij}^A e_{ij}^T \phi_2 \quad (39)$$

が, クラックを含んだ媒質のヘルムホルツ自由エネルギーである。ここで c_{ijkl}^{*-1} と $c_{ijkl}^0{}^{-1}$ はそれぞれ巨視的に等価な均質媒質と matrix の弾性定数行列の逆行列(コンプライアンス)である。 ϕ_2 は inclusion が占める体積比率である。式(37)から e_{ij}^T は e_{ij}^A で表せ, したがって σ_{ij}^A に置き換えられるので, 式(39)の各項は応力 σ_{ij}^A の2次式となり, コンプライアンスあるいはその逆行列である弾性定数を求めることができる。

ここで注意しなければならないのは σ_{ij}^A が, 等価均質媒質でも変わらないと考えられていることである。この仮定はクラックが微量のときにのみ使えるもので, クラック量が増えたときは, インクルージョン周囲の応力の乱れの相互作用によって成り立たなくなる。実際的な解決法として, 微量のインクルージョンを含む等価均質媒質を新たなマトリックスとして微量のインクルージョンをくり返し入れてゆく方法がある(McLaughlin, 1977; Yamamoto *et al.*, 1981; Nishizawa, 1982; Norris, 1985; Le Ravalec and

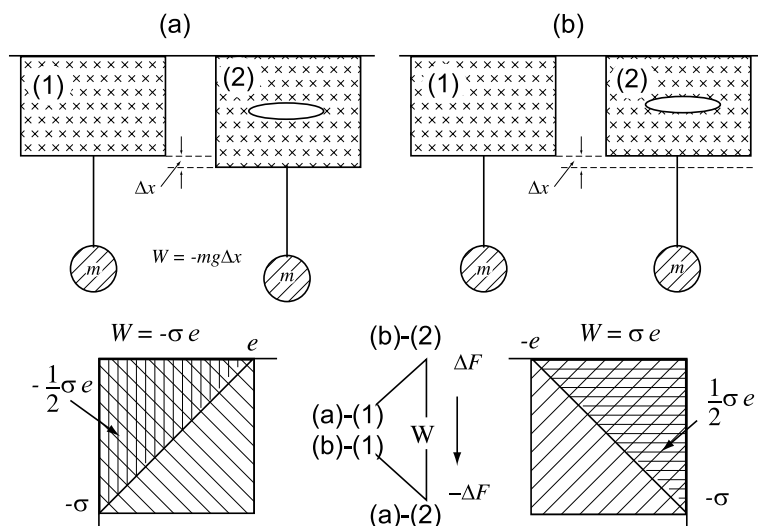


図 16 弾性エネルギーを求めるための図。

(a) (1) の状態にあった物質内部にクラックが発生したため外部応力によって変形して (a) (2) の状態になったとする。(a) (1) と (a) (2) のポテンシャルエネルギーの差 W は $-mg\Delta x$ であるが、この中にはクラックが生じることによって生じた物質内部のエネルギー変化も含まれており、この量を求めることを目標とする。(b) (2) は応力は受けているが、変位が拘束され物質内に内部応力によるエネルギーが存在する状態にある。(b) (2) と (a) (2) のエネルギー差も $W = -mg\Delta x$ である。重力による外部応力 σ_{ij}^0 が為す仕事は下図の方形部分となるが、このエネルギーの半分ずつを (a) (2)、(b) (2) の状態が物質の内部エネルギーとして持っておればよいことになり、下図の三角形の部分がクラックを含む媒質の弾性エネルギーとなる。物質の弾性エネルギーの変化分は、初期状態：(a) (1) または (b) (1)、との間の弾性エネルギー差であり、これは $\Delta F = W/2$ に等しい。

Fig. 16 Elastic energy of cracked medium under stress.

Suppose that a material is under stress caused by weight m . If a crack appears inside the material, the material deforms due to the change of elastic properties caused by the crack, as shown in (a) (2). In (a), the work done by the external force σ_{ij}^0 is equal to the change of potential energy between (a) (1) and (a) (2): $-mg\Delta x$. The potential energy change includes the change of elastic energy between crack-free state and cracked state. (b) (2) is the state with no deformation but under external stress with the crack inside the material. In (b) (2), the material is in an internal stress state because the elastic properties of the material have been changed. The change of potential energy in (a) is also equal between (b) (2) and (a) (2). Considering the change of potential energy between (b) (2) and (a) (2), the energy of the cracked material ΔF should equal to $W/2$.

Guéguen, 1996)。

クラックのような扁平な形状を扁平回転楕円体で近似すれば、短径 c と長径 a の比 $c/a = \alpha$ をアスペクト比として形状の表現に用いることができる。クラックがガス、水、石油などの流体を含む場合は、inclusion の弾性定数として流体の体積弾性率 K_f を用いればよい。Eshelby (1957) で Eshelby のテンソル S_{klmn} は matrix が等方性の場合しか示していないが、実際は村・森 (1976)

に示されているように異方性であっても構わない。すべての異方性で解析的な計算式が示されるわけではないが、水平等方性の場合は inclusion が回転楕円体で inclusion の軸と対称軸が一致しているときは数値積分で S_{ijkl} を計算できる (Kinoshita and Mura, 1971; Lin and Mura, 1973; 村・森, 1976)。

岩石がクラックを含む場合のエネルギー計算法はこの方法のほかに、Rice の J 積分 (岡村,

1976)によってクラック先端のエネルギーを計算し、これに基づいて計算する手法もある(Budiansky and O'Connell, 1976)。クラック密度テンソルに基づくKachanov(1992)の方法は、拡張性が高いために最近よく使われている(Schubnel and Guéguen, 2003)。また、散乱理論からのアプローチ(Garbin and Knopoff, 1973, 1975; Hudson 1981)もよく使われるが、これらについての詳細はここでは省略する。

3) クラックの選択配向と弾性波速度異方性

クラックを含む岩石ではクラックの選択配向と弾性波速度異方性の問題が重要である。扁平楕円体の inclusion に対して、式(38)は方向の分布などを考慮しておらず、すべて同じものと考えている。また、クラックのサイズについて何も述べていないが、Eshelby のテンソルは大きさには関係なく形状のみに依存するので、inclusion の大きさは式(38)の中の体積比率を通して影響するだけである。

inclusion が回転楕円体のとき matrix と inclusion が等方性でも c_{ijkl}^* は水平等方性となる。Eshelby(1957)の方法による式(39)は inclusion の体積比率が小さい部分でしか成り立たないので、クラック密度が小さい場合だけという制限があり、無理にクラック密度の高い場合まで利用すると弾性波速度の減少を過大に評価してしまう(Anderson *et al.*, 1974)。Nishizawa(1982)は村・森(1976)や Lin and Mura(1973)で示された matrix が水平等方性の場合の S_{klmn} を数値的に計算すればクラックが選択配向した岩石の弾性定数を求めることができることを示し、前節で述べたクラックを微量ずつ挿入する方法を使って、クラック密度の大きな状態の地震波速度の推定を行った。Douma(1988)、Douma and Crampin(1990)はこの方法をクラック選択配向に起因する TI 媒質に適用し、群速度を計算して物理探査への応用を議論している。また、この方法はクラックを含む岩石だけでなく、異方性媒質がメルトを含んだ場合のモデル化にも使われたた(Singh *et al.*, 2000)。Nishizawa and Yoshino(2001)は雲母鉱物の形状を扁平な回転楕円体と

して近似し、雲母鉱物内部のひずみが一様という仮定のもとに、インクルージョンが鉱物の場合にまでこの方法を拡張した。

岩石本来の異方性が TI で、これに選択配向したクラックが存在したとき、選択配向したクラックが作る異方性も TI であれば、上に述べた方法でモデル化が可能である。このモデル化による実験結果の解釈について次に報告する(西澤・金川, 2005)。

V. まとめと今後の課題

岩石の地震波速度とその周辺の問題について、これまで国内であまり話題にされなかった題材を選び、基礎的な考察を記述した。岩石物性の研究は複雑な不均質構造を物理的にモデル化する作業であり、モデル化によって実験や観測で見られる現象を説明する。

実験室の結果が野外のデータの解釈にどの程度利用できるかについての問題は、モデル化の意味を考えることによって解決することができる。とくに地震波伝播と岩石の物理的性質との関係を問題にするときは、岩石の持つ不均質性のスケールと地震波の波長との関係が重要な鍵をにぎる。また、ランダム不均質のスケールが方向によって異なるとき、弾性波速度に見かけの異方性が現れることも指摘しておきたい(齊藤・西澤, 2005)。

現在、国内の多くの研究では、地震波速度の異方性をクラックの選択配向モデルによって解釈しているが、地震波の波長と不均質サイズとの関係で支配される波形ゆらぎによる見かけの異方性との区別が重要な問題となるかもしれない。実験によると、S 波分極の乱れはランダム不均質に非常に敏感であることがわかっている(Fukushima *et al.*, 2003)。

付録 1 : クラックを含む媒質のポテンシャル変化

クラックが生じたときの媒質の熱力学ポテンシャル(ヘルムホルツ自由エネルギー)変化を計算するための概念図を示す。

クラックを含まない媒質が応力を受けている状態を図 16 の(a)(1)のように物質に錘を吊り下

げた状態で表す。(a)(1)の状態にあった物質内部にクラックが発生し、(a)(2)のように錘の移動が生じるが、これを等温過程とし媒質のヘルムホルツ自由エネルギー変化を求める。系全体はポテンシャルエネルギー $W = -mg\Delta x$ を失うことが錘の移動から分かるが、これは(a)(1)の状態と(a)(2)の状態とのヘルムホルツ自由エネルギー差ではない。なぜなら、(a)(2)では媒質内にクラックが発生しており、そのときの媒質のエネルギーは(a)(1)の状態と同じではないからである。失ったポテンシャルエネルギーを測る基準を(b)(2)の状態とすれば、通常のパネの問題と同じに考えることができ、(b)(2)から(a)(2)に変化する間に系はエネルギー W を失う。図 16 の中央に示したように、クラックが発生したとき変位拘束の状態ではエネルギーは(a)(1)、(b)(1)に比べ ΔF だけ大きくなり、拘束を取り除くことにより外部から W の仕事になされ、ヘルムホルツ自由エネルギーは $-\Delta F$ だけ小さくなると考えるとそれぞれの状態間の関係を矛盾なく説明できる (Eshelby, 1957; 竹内, 1972)。

したがって、

$$W = 2\Delta F$$

となる。媒質中のクラックが希薄なときは、このような関係が成り立つと考えても問題ないであろう。ところで、内部応力状態はクラックを inclusion と考えて matrix 物質に等価な内部応力状態を作り出すための固有ひずみ e_{ij}^T を与えたわけであるから、外部からの力がこの固有ひずみを作り出すときになした仕事に等しい。したがって、

$$W = e_{ij}^T \sigma_{ij}^A \quad (40)$$

となり、

$$\Delta F = \frac{1}{2} e_{ij}^T \sigma_{ij}^A \quad (41)$$

となる。これがクラックによる媒質のヘルムホルツ自由エネルギーの増加分である。

村・森 (1976) には式 (41) を得るための詳しい過程が記されている。

謝 辞

ここで述べた内容の大半は筆者が東北大学理学研究科と産業技術総合研究所の連携大学院制度にもとづき行ったセミナーの説明資料がもとになっている。東北大学大谷栄治教授は筆者に連携大学院への参加の機会を与えていただいた。岡山大学小田 仁教授からは共振法に関する最近の資料をいただいた。北海道大学 Wright 教授には TeO_2 の表面で観測されたフォノンイメージの掲載を許可していただいた。京都大学川崎一朗教授と東京大学佐野修教授からは重要なコメントをいただいた。産総研の齊藤竜彦氏には内容について有用な議論をしていただいた。ここに記して感謝の意を示したい。

文 献

- Aki, K. and Chouet, B. (1975) Origin of coda waves; source, attenuation and scattering effects. *J. Geophys. Res.*, **80**, 3322–3342.
- Aki, K. and Richards, P. G. (1980) *Quantitative Seismology*, Freeman.
- Aki, K. and Richards, P. G. (2002) *Quantitative Seismology 2nd edition*, University Science Books (邦訳: 上西幸司・亀 伸樹・青地秀雄, 2004, 地震学 定量的アプローチ, 古今書院).
- Anderson, D., Minster, B. and Cole, D. (1974) The effect of oriented cracks on seismic velocities. *J. Geophys. Res.*, **79**, 4011–4015.
- Babuška, V. and Cara, M. (1991) *Seismic Anisotropy in the Earth*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Backus, G. E. (1962) Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering. *J. Geophys. Res.*, **67**, 4427–4440.
- Birch, F. (1961) The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars, Part 2. *J. Geophys. Res.*, **66**, 2199–2224.
- Budiansky, B. and O'Connell, R. J. (1976) Elastic moduli of a cracked solid. *Int. J. Solid Struct.*, **12**, 81–97.
- Caricione, J. M. (2001) *Wave fields in real media: wave propagation in anisotropic, anelastic and porous media*. in *Handbook of Geophysical Exploration*, **31**, Pergamon.
- Christensen, N. I. (1984) The magnitude, symmetry and origin of upper mantle anisotropy based on fabric analyses of ultramafic tectonites. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **76**, 89–111.
- Crampin, S. and Yedlin, M. (1981) Shear-wave singularities of wave propagation in anisotropic media. *J. Geophys.*, **49**, 43–46.
- Dellinger, J. and Vernik, L. (1994) Do travel times in pulse-transmission experiments yield anisotropic group or phase velocities? *Geophysics*, **59**, 1774

- 1779.
- Demarest, H. H. (1971) Cube-resonance method to determine the elastic constants of solids. *J. Acoust. Soc. Am.*, **49**, 768 775.
- Douma, J. (1988) The effect of the aspect ratio on crack-induced anisotropy. *Geophys. Prospecting*, **36**, 614 632.
- Douma, J. and Crampin, S. (1990) The effect of a changing aspect ratio of aligned cracks on shear wave vertical seismic profiles: a theoretical study. *J. Geophys. Res.*, **95**, 11293 11300.
- Eshelby, J. (1957) The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proc. Roy. Soc.*, **A241**, 376 396.
- Frankel, A. and Clayton, R. W. (1986) Finite difference simulations of seismic scattering: implications for the propagation of short-period seismic waves in the crust and models of crustal heterogeneity. *J. Geophys. Res.*, **91**, 6465 6489.
- Fukushima, Y., Nishizawa, O., Sato, H. and Ohtake, M. (2003) Laboratory Study on Scattering Characteristics of Shear Waves in Rock Samples. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **93**, 253 263.
- Goff, J. A. and Holliger, K. (1999) Nature and origin of upper crustal seismic velocity fluctuations and associated scaling properties: Combined stochastic analyses of KTB velocity and lithology logs. *J. Geophys. Res.*, **104**, B6, 13169 13182.
- ゲラー, ロバート (1990) 「Hooke 弾性体の独立な弾性定数は 21 ケか 36 ケか?」についてのコメント. 地震 **43**, 133 135 .
- Guéguen, Y. and Palciauskas, V. (1994) *Introduction to the Physics of Rocks*, Princeton University Press.
- Hake, J. H., Gevers, E. C. A., van der Kolk, C. M. and Tichelaar, B. W. (1998) A shear experiment over the Naith field in Oman: pilot seismic and borehole data. *Geophys. Prospect.*, **46**, 617 646.
- Hashin, Z. (1983) Analysis of composite materials, a survey. *J. Appl. Mech.*, **50**, 481 505.
- Hudson, J. A. (1981) Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **64**, 133 150.
- 井田喜明 (1982) 地球を構成する物質の弾性, 秋本俊一・水谷仁編, 岩波講座・地球科学 2, 地球の物質科学 (高圧高温の世界) 岩波書店, pp 1 100 .
- Johnston, J. E. and Christensen, N. I. (1994) Elastic constants and velocity surfaces of indurated anisotropic shales. *Surveys Geophys.*, **15**, 481 494.
- Garbin, H. D. and Knopoff, L. (1973) The compressional modulus of a material permeated by a random distribution of circular cracks. *Q. Appl. Math.*, **30**, 453 464.
- Garbin, H. D. and Knopoff, L. (1973) The shear modulus of a material permeated by a random distribution of free circular cracks. *Q. Appl. Math.*, **33**, 296 300.
- Kachanov, M. (1992) Effective elastic properties of cracked solids: critical review of some basic concepts. *Appl. Mech. Rev.*, **45**, 304 335.
- 河原 純 (1997) ランダム媒質中の波動伝播のシミュレーション. 地震, **50**, 135 156 .
- 河原 純 (1999) ランダムな不均質媒質中の波動伝播の地震波探査への影響: 数値シミュレーションに基づく研究. 物理探査, **52**, 1 13 .
- Kinoshita, N. and Mura, T. (1971) Elastic field of inclusions in anisotropic media. *Phys. Status Solidi*, **(a) 15**, 859 768.
- 笠原順三・鈴木 功・熊沢峰夫・小林洋二・飯田汲事 (1968a) Dunite の P 波異方性, 地震, **21**, 222 228 .
- 笠原順三・鈴木 功・熊沢峰夫・飯田汲事 (1968b) Dunite の S 波異方性, 地震, **21**, 229 236 .
- Landau, L. L. and Lifshitz, I. M., (1965) *Theory of elasticity*, (邦訳: 佐藤常三, 1972, 弾性理論, 東京図書)
- Le Ravalec, M. and Gueguen, Y. (1996) Comments on " The elastic modulus of media containing strongly interacting cracks " by Paul M. Davis and Leon Knopoff. *J. Geophys. Res.*, **101**, 25373 25375.
- Lin, S., Mura, T. (1973) Elastic fields of inclusions in anisotropic media (II). *Phys. Status Solidi*, **(a) 15**, 281 285.
- MacBeth, C. (2002) *Multi-component VSP Analysis for Applied Seismic Anisotropy*. Helbig, K. and Treitel, S. eds., *Handbook of Geophysical Exploration*, Pergamon.
- Mainprice, D. (1990) A FORTRAN program to calculate seismic anisotropy from the lattice preferred orientation of minerals. *Computers and Geosciences*, **16**, 385 393.
- Mainprice, D. and Humbert, M. (1994) Methods of calculating petrophysical properties from lattice preferred orientation data. *Surveys Geophys.*, **15**, 575 592.
- Mavko, G., Mukerji, T. and Dvorkin, J. (1998) *The Rock Physics Handbook: Tools for Seismic Analysis in Porous Media.*, Cambridge University Press.
- McLaughlin, R. A., (1977) A study of the differential scheme for composite materials. *Int. J. Eng. Sci.*, **15**, 237 244.
- McSkimin, H. J. (1964) Ultrasonic method for measuring the mechanical properties of a liquid and solids. *Physical Acoustics*, vol. 1A, Maison, W. P., ed. Academic, Press, pp272 335.
- Müller, G., Roth, M. and Korn, M. (1992) Seismic wave traveltimes in random media. *Geophys. J. Int.*, **110**, 29 41.
- Müller, T. M. and Shapiro, S. A. (2001) Most probable seismic pulses in single realizations of two and three-dimensional random media. *Geophys. J. Int.*, **144**, 83 95.
- 村 外志夫・森 勉 (1976) マイクロメカニクス—転移と介在物—. 破壊力学と材料強度講座 5, 培風館 .

- 西澤 修・雷 興林・佐藤隆司 (1996) 不均質媒質での地震波伝播モデル実験—レーザードップラー速度計を用いた波動計測—. 地質調査所月報, **47**, 211 224.
- Nishizawa, O., Satoh, T., Lei, X. and Kuwahara, Y. (1997) Laboratory studies of seismic wave propagation in inhomogeneous media using a laser Doppler vibrometer. *Bull. Seis. Soc. Am.*, **87**, 809 823.
- Nishizawa, O., Satoh, T. and Lei, X. (1998) Detection of shear wave in ultrasonic range by using a laser Doppler vibrometer. *Rev. Sci. Instrum.*, **69**, 2572 2573.
- Nishizawa, O. (1982) Seismic velocity anisotropy in a medium containing oriented cracks—Transversely isotropic case—. *J. Phys. Earth*, **30**, 331 347.
- 西澤 修・雷 興林・シバジ, C. (2001) 不均質媒質での地震波伝播モデル実験. 地震, **54**, 171 183.
- Nishizawa, O. and Yoshino, T. (2001) Seismic velocity anisotropy in mica-rich rocks: An inclusion model. *Geophys. J. Int.*, **145**, 19 32.
- Nishizawa, O. (2005) Experimental studies of waveform fluctuation in random heterogeneous media. *Proc. 7th SEGJ International Symposium*, 225 230.
- Norris, A. N. (1985) A differential scheme for the effective moduli of composite. *Mech. Material*, **4**, 1 16.
- Oda, H., Hirano, J., Suzuki, I. and Visscher, W. M. (1994) Free oscillation of elastically anisotropic sphere and ellipsoids. *Geophys. J. Int.*, **118**, 555 565.
- Ohno, I., Abe, M., Kimura, M., Hnayama, Y., Oda, H. and Suzuki, I. (2000) Elasticity measurement of silica glass under gas pressure. *Am. Mineral.* **85**, 288 291.
- 岡村弘之 (1976) 線形破壊力学入門, 破壊力学と材料強度講座 1, 培風館.
- 大南正瑛・岩清水幸雄・元家勝彦・塩沢和章・田中喜久昭 (1980) (編集: 大南) マイクロメカニクス入門. オーム社.
- O'Neil, A., Matsuoka, T. and Tsukada, K. (2004) Modeling topographic effects in seismic surface wave surveying on artificial river floodbanks. *Proceedings of the 7th SEGJ Int. Symp., Sendai Nov. 2004*, 415 420.
- Pros, Z., Locajčiek, T. and Klima, K. (1998) Laboratory approach to the study of elastic anisotropy on rock samples. *Pure Applied Geophys.*, **151**, 619 629.
- Roth, M., Müller, G. and Snieder, R. (1993) Velocity shift in random media. *Geophys. J. Int.*, **115**, 552 563.
- 齊藤竜彦・西澤 修 (2005) ランダム不均質構造による地震波速度異方性. 物理探査学会第 113 回学術講演論文集, 7 10.
- Sakai, Y. and Kawasaki, I. (1990) Analytic wave forms for a line source in a transversely isotropic medium. *J. Geophys. Res.*, **95**, 11333 11344.
- Sano, O., Kudo, Y. and Mizuta, Y. (1992) Experimental determination of elastic constants of Oshima granite, Barre granite and Chelmsford granite. *J. Geophys. Res.*, **97**, 3367 3379.
- Sato, H. (1984) Attenuation and envelope formation of three-component seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere. *J. Geophys. Res.*, **89**, p.1221 1241.
- Sato, H. and Fehler, M. (1998) *Seismic wave propagation and scattering in the Heterogeneous Earth*. Springer-Verlag, New York.
- Scales, J. A. and Snieder, R. (1998) What is noise? *Geophysics*, **63**, 1122 1124.
- Scales, J. A. and Snieder, R. (1999) What is a wave? *Nature*, **401**, 739 740.
- Scales, J. A. and Malcolm, A. E. (2003) Laser characterization of ultrasonic wave propagation in random media. *Physical Review E*, **67**, 046618.
- Scales, J. A. and van Wijk, K. (1999) Multiple scattering attenuation and anisotropy of ultrasonic surface waves. *Appl. Phys. Lett.*, **74**, 3899 3901.
- Scales, J. A. and van Wijk, K. (2001) A tunable multiple scattering system. *Appl. Phys. Lett.*, **79**, 2294 2296.
- Schubnel, A. and Guéguen, Y. (2003) Dispersion and anisotropy of elastic waves in cracked rocks. *J. Geophys. Res.*, **108 B2**, 2101, doi:10.1029/2002JB 001824.
- Shiomi, K., Sato, H. and Ohtake, M. (1997) Broad-band power-law spectra of well-log data in Japan. *Geophys. J. Int.*, **130**, 57 64.
- Simmons, G. and Wang, H. (1971) *Single Crystal Elastic Constants and Calculated Aggregate Properties, A Handbook*. MIT Press.
- Singh, S. C., Taylor, M. A. J., Montagner, J. P. (2000) On the presence of liquid in Earth's innercore. *Science*, **287**, 2471 2474.
- Sivaji, C., Nishizawa, O. and Fukushima, Y. (2001) An experimental study of arrival time and energy fluctuation of seismic wave in heterogeneous media. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **91**, 292 303.
- Sivaji, C., Nishizawa, O., Kitagawa, G. and Fukushima, Y. (2002) A physical-model study of the statistics of seismic waveform fluctuations in random heterogeneous media. *Geophys. J. Int.*, **148**, 575 595.
- Spetzler, J., Sivaji, C., Nishizawa, O. and Fukushima, Y. (2000) A test of ray theory and scattering theory based on a laboratory experiment using ultrasonic waves and numerical simulations by finite-difference method. *Geophys. J. Int.*, **148**, 165 178.
- Sugawara, Y., Wright, O. B., Matsuda, O., Takigahira, M., Tanaka, Y., Tamura, S. and Gusev, V. E. (2002) Watching ripples on crystals. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 185504.
- Suzuki, I., Oda, H., Isoda, S., Saito, T. and Seya, K. (1992) Free oscillation of an elastic anisotropic

- sphere and its application to determining the elastic constants of rutile. *J. Phys. Earth*, **40**, 601-616.
- 鈴木保典 (1989) Hooke 弾性体の独立な弾性定数は 21 ケか 36 ケか? . 地震, **42**, 521-524 .
- 鈴木保典 (1990) ゲラー氏のコメントに対する返答 . 地震, **43**, 443-446 .
- 武井康子 (2005) 固液複合系の力学物性 . 地学雑誌, **114**, 901-920 .
- 高木 豊 (1958) 固体の熱力学, 物性物理学講座 5 結晶物理学第 2 章 . 共立出版, 81-154 .
- Takanami, T. and Kitagawa, G. (1988) A new efficient procedure for the estimation of onset times of seismic waves. *J. Phys. Earth*, **36**, 267-290.
- Takanami, T. and Kitagawa, G. (1991) Estimation of the arrival times of seismic waves by multivariate time series model. *Annals of the Inst. Stat. Math.*, **43**, 403-433.
- Takanashi, M., Nishizawa, O., Kanagawa, K. and Yasunaga, K. (2001) Laboratory measurements of elastic anisotropy parameters for the exposed crustal rocks from Hidaka metamorphic belt, central Hokkaido, Japan. *Geophys. J. Int.*, **145**, 33-47.
- 竹内 均 (1969) 弾性論 . 裳華房 .
- 竹内 均 (1972) 地球科学における諸問題 . 裳華房 .
- Thomsen, L. (1986) Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, **51**, 1954-1966.
- Thomsen, L., (2002) *Understanding Seismic Anisotropy in Exploration and Exploitation*, 2002 Distinguished Instructor Short Course, DISC No.5, Society of Exploration Geophysicists.
- Vavryčuk, V. (2003) Parabolic lines and caustics in homogeneous weakly anisotropic solids. *Geophys. J. Int.*, **152**, 318-334.
- 渡辺 了 (2005) 岩石の電気物性—レビュー, 地学雑誌, **114**, 837-861 .
- Yamamoto, K., Kosuga, M. and Hirasawa, T. (1981) A theoretical method for determination of effective elastic constants of isotropic composite. *Sci. Rep. Tohoku Univ., Ser. 5*, **28**, 47-67.
- 蓬田 清 (1989) 横方向不均質媒体における波動場の最新の計算法—ガウシアンビームを中心として— . 地震, **42**, 117-129 .
- Zedlar, B. J., Le Reusseau, J. H. L., Scales, J. A. and Smith, M. L., (2004) Resonant ultrasound spectroscopy: theory and application. *Geophys. J. Int.*, **156**, 154-169.

(2005 年 7 月 11 日受付, 2005 年 11 月 30 日受理)