

長大橋に作用する定常・非定常空気力のレイノルズ数効果

Reynolds Number Effects on the Steady and Unsteady Aerodynamic Forces Acting on the Bridge Deck Sections of Long-Span Suspension Bridges

松 田 一 俊 技術開発本部基盤技術研究所熱・流体研究部 部長 博士（工学） P. Eng.
徳 重 雅 史 物流・鉄構事業本部橋梁事業部設計部
岩 崎 徹 株式会社ギャラクシーエクスプレス 技術部

実橋のレイノルズ数は、風洞試験のそれに比べ通常 $10^2 \sim 10^3$ オーダ高い。この違いが橋梁に作用する空気力に与える影響を調査するため、カナダ国立研究所の大型風洞と当社の風洞を用いて空気力を計測した。 10^6 オーダの高レイノルズ数における非定常空気力計測は世界で初めての試みである。この結果、空気力に及ぼすレイノルズ数の影響が確認されたが、現行の低レイノルズ数領域のフラッタに関する風洞試験結果は、検討対象橋梁に関する限り耐風設計上安全側の評価を与えることが分かった。

This paper gives the results of research on Reynolds number effects on steady and unsteady aerodynamic forces on twin-box bridge section models of different scales in three different wind tunnels. The forces were measured over a wide Reynolds number range from 1.1×10^4 to 1.5×10^6 based on the dimension of deck height. In order to investigate Reynolds number effects on the steady and the unsteady aerodynamic forces, wind-induced static displacement analysis and flutter analysis were carried out for a suspension bridge with a main span of 2 500 m using a three-dimensional analytical model. Also, the paper considers amplitude effects on both the unsteady aerodynamic forces and the predicted flutter speeds.

1. 緒 言

1940 年アメリカ「タコマ橋」の落橋事故がきっかけとなって、橋梁の耐風設計における風の動的作用の重要性が初めて認識された。これ以降橋梁の動的耐風安定性を確保するため、風洞試験による照査が実施されるようになった。しかし、低風速の構造物用風洞を用いて風洞試験を実施する場合、実現象と風洞試験との間で一致させる相似条件のうち、流体の慣性力と粘性力の比であるレイノルズ数を一致させることは通常、困難である。例えば、三次元弾性模型を用いる全橋模型風洞試験において、模型縮尺を $1/50 \sim 1/150$ と仮定し、フルード数相似が満足されているとすると、実橋と風洞試験のレイノルズ数比は、 $354 (= 50 \times \sqrt{50}) \sim 1\,837 (= 150 \times \sqrt{150})$ となり、 $10^2 \sim 10^3$ オーダの違いがある。このため、橋梁など大型鉄鋼構造物を対象とした風洞試験において、レイノルズ数の相似を無視して試験条件が設定されている。実際には、橋梁など角張った構造物に風が作用した場合、流れのはく離点は固定されると考えられることから、従来、構造物の耐風性に与えるレイノルズ数の影響は小さいものと仮定して風洞試験が行われてきた。

しかし、近年、橋梁の風洞試験において、レイノルズ数

の影響と考えられる空気力特性や対風応答事例が散見されるようになってきた^{(1)~(5)}。レイノルズ数の違いによって空気力特性や対風応答が異なることは、実橋の風による応答の推定、評価を誤る危険性がある。したがって、レイノルズ数が風洞試験結果に与える影響を把握することは、橋梁の耐風設計上重要である。

本研究では、3 種類の異なる風洞および橋桁部分模型を用いて、 $1.1 \times 10^4 \sim 1.5 \times 10^6$ （代表長さ：桁高）のレイノルズ数範囲で橋桁模型に作用する定常および非定常空気力を計測し、各空気力に及ぼすレイノルズ数効果について考察を加えた。過去に高レイノルズ数領域における橋桁部分模型を用いた定常空気力の計測⁽³⁾やばね支持試験^{(4),(5)}の研究例はあるが、本研究では、定常空気力の計測だけでなく、強制加振法による非定常空気力の計測も実施した。実橋のレイノルズ数に比べ 10^4 オーダが小さい高レイノルズ数領域において、非定常空気力の計測を実施したのは世界で初めての試みである。さらに、得られた定常および非定常空気力係数を中央支間長 2 500 m の長大吊橋の三次元解析モデルに適用して、実橋の静的風荷重変形とフラッタ風速に及ぼすレイノルズ数効果について解析的に検討したので、その結果についても報告する。なお、本研究におけるフラッタとは、鉛直たわみ振動とねじれ振動

が位相差をもって連成する自励振動である鉛直たわみねじれフラッタを意味する。

2. 風 洞 試 験

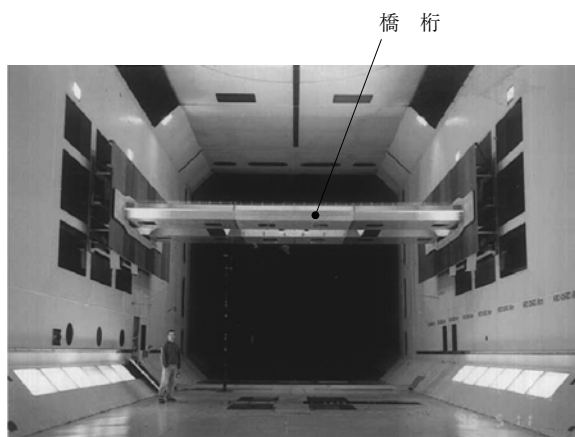
(1) 式に示すレイノルズ数の定義式から、平均風速が速いほど、また模型の大きさが大きいほど高レイノルズ数を確保できることが分かる。

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、

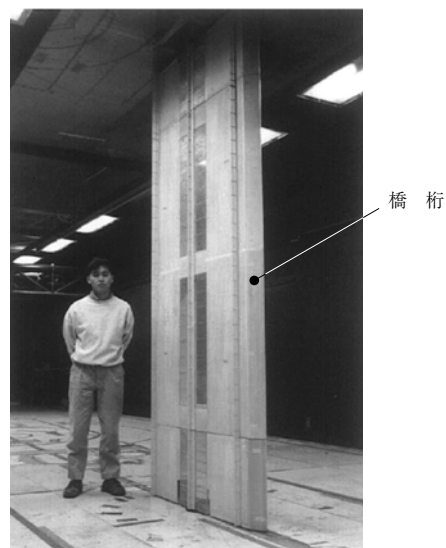
- Re : レイノルズ数
- V : 平均風速 (m/s)
- D : 代表幅, ここでは桁高 (m)
- ν : 動粘性係数 (m^2/s)

したがって、本研究では高レイノルズ数を確保してかつ広範囲におけるレイノルズ数領域での定常および非定常空気力を計測するため、大きさの異なる橋桁部分模型とそれらに対応する風洞を用いた。模型縮尺は使用する風洞測定胴の大きさを勘案して、1/10, 1/30, 1/80 を採用した。これら 3 種類の模型は同一の断面形状をもつ。3 種類の風洞と模型を第 1 図～第 3 図に示す。研究対象の橋桁断面図を第 4 図に示す。また、第 1 表に橋桁部分模型の主要寸法を示す。模型に作用する定常および非定常空気力は、模型両端部または内部に設置したロードセルを用いて計測した。さらに、模型断面まわりの表面圧力分布を計測するため、上流側桁、下流側桁に合わせて 60 点の圧力孔を設けた。平均圧力係数および変動圧力係数の定義式をそれぞれ (2), (3) 式に示す。



第 1 図 NRC^{*1} 大型風洞と縮尺 1/10 橋桁部分模型
Fig. 1 1:10 scale bridge deck model mounted in the NRC 9.1 m × 9.1 m wind tunnel

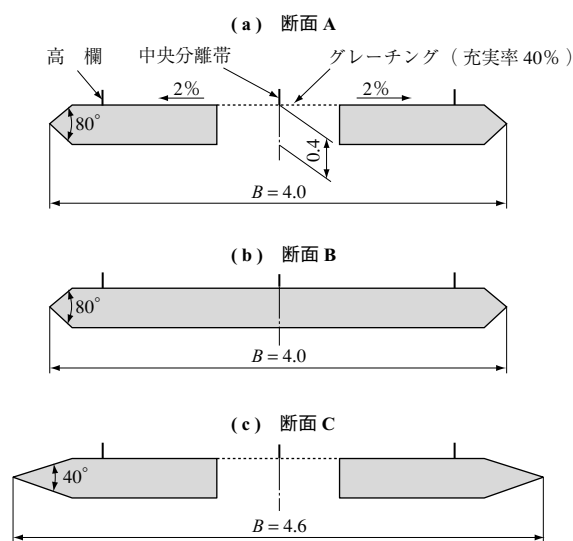
(注) *1 : National Research Council Canada (カナダ国立研究所)



第 2 図 IHI 大型大気乱流風洞と縮尺 1/30 橋桁部分模型
Fig. 2 1:30 scale bridge deck model mounted in the IHI 6 m × 3 m wind tunnel



第 3 図 IHI 構造物安定性風洞と縮尺 1/80 橋桁部分模型
Fig. 3 1:80 scale bridge deck model mounted in the IHI 1.5 m × 2.5 m wind tunnel



(注) 寸法は縮尺 1/10 橋桁部分模型の数値

第 4 図 研究対象の橋桁断面図 (単位: m)

Fig. 4 Bridge deck cross section (unit : m)

第 1 表 橋桁部分模型の主要寸法

Table 1 Bridge deck section model properties

縮 尺	全 幅 B (m)	高 さ H (m)	長 さ L (m)	アスペクト比 L/B
1/10	4.0	0.4	8.0	2.0
1/30	1.3	0.13	3.0	2.3
1/80	0.5	0.05	1.35	2.7

$$C_{PS} = \frac{P_S - P_0}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$C_{PD} = \frac{P_D}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、

C_{PS} : 平均圧力係数

C_{PD} : 変動圧力係数

P_S : 平均圧力 (= 全圧) (N/m²)

P_0 : 基準静圧 (N/m²)

P_D : 変動圧力の RMS 値 (N/m²)

ρ : 空気密度 (kg/m³)

V : 平均風速 (m/s)

第 2 表に使用風洞の主要諸元およびレイノルズ数範囲を示す。高レイノルズ数を確保するためカナダ国立研究所 (National Research Council Canada : NRC) の大型風洞を用いた。測定胴寸法は、幅 9.1 m × 高さ 9.1 m × 長さ 23.9 m であり、最大風速は 55 m/s である。各風洞における気流はいずれも乱れの強さが小さい一様流とした。

さらに、橋桁模型後流域に生じる放出渦の周波数を熱線風速計によって計測することで、ストローハル数を算出した。放出渦の周波数は風速に比例し、構造物の代表長さに逆比例するが、(4) 式に示すようにストローハル数はその比例定数として定義され、構造物の断面形状に固有の無次元数である。

$$St = \frac{fD}{V} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、

St : ストローハル数 (—)

第 2 表 使用風洞の主要諸元

Table 2 Wind tunnel properties

風 洞	測 定 胴			風速範囲 (m/s)	レイノルズ数範囲 $Re = VD/\nu$
	幅 (m)	高 さ (m)	長 さ (m)		
NRC 大 型 風 洞	9.1	9.1	23.9	5 ~ 55	$1.4 \times 10^5 \sim 1.5 \times 10^6$
IHI 大型大気乱流風洞	6.0	3.0	24.0	0.5 ~ 15	$4.5 \times 10^3 \sim 1.4 \times 10^5$
IHI 構造物安定性風洞	1.5	2.5	8.0	0.5 ~ 20	$1.7 \times 10^3 \sim 6.8 \times 10^4$

f : 渦放出周波数 (1/s)

D : 桁高 (m)

V : 平均風速 (m/s)

3. 橋桁に作用する空気力に及ぼすレイノルズ数効果

3.1 定常空気力

3.1.1 レイノルズ数と定常空気力係数の関係

定常空気力は、橋桁に作用する空気力の時間平均成分であり、第 5 図に示すように抗力、揚力、空力モーメントの 3 分力に分類される。これらを無次元化したものは、それぞれ抗力係数、揚力係数、空力モーメント係数と呼ばれるが、それらの定義式を次に示す。

$$C_D = \frac{D_S}{\frac{1}{2} \rho V^2 A_n} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$C_L = \frac{L_S}{\frac{1}{2} \rho V^2 B} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$C_M = \frac{M_S}{\frac{1}{2} \rho V^2 B^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

C_D : 抗力係数

C_L : 揚力係数

C_M : 空力モーメント係数

D_S : 単位長さ当たりの平均抗力 (N/m)

L_S : 単位長さ当たりの平均揚力 (N/m)

M_S : 単位長さ当たりの平均空力モーメント

(N・m/m)

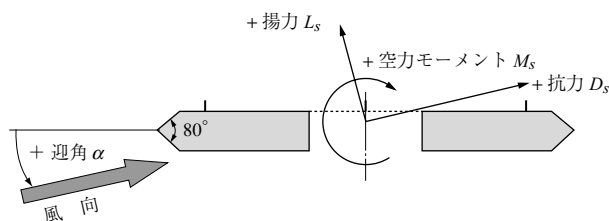
ρ : 空気密度 (kg/m³)

V : 平均風速 (m/s)

A_n : 橋桁の単位長さ当たりの投影面積、ここでは桁高分のみの実橋値 = 4 m²/m

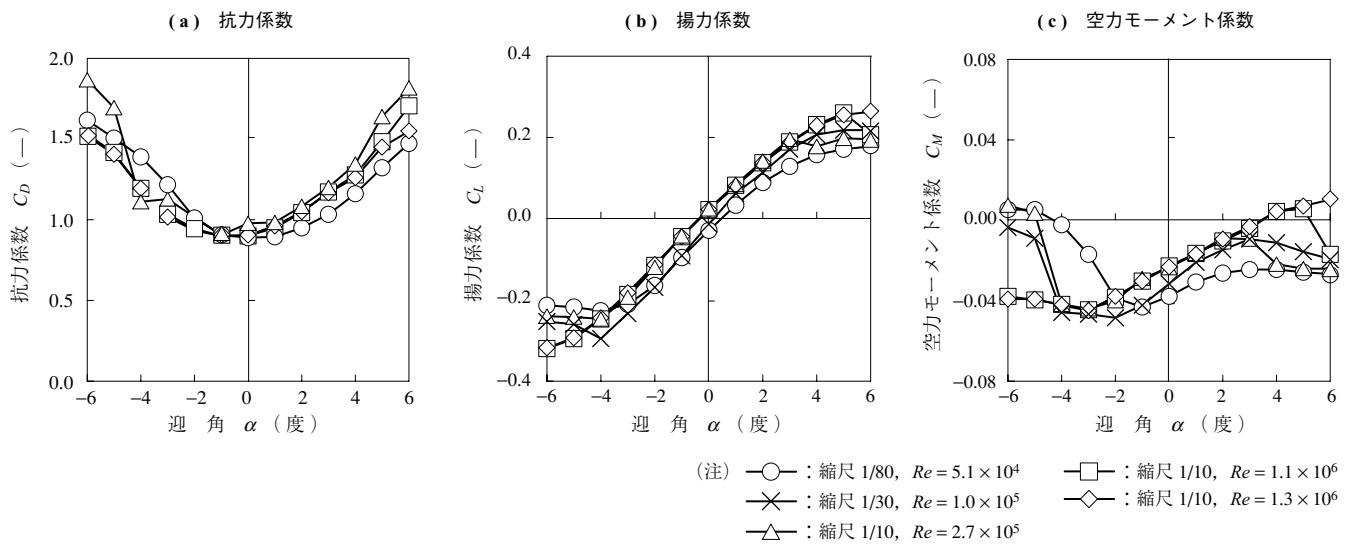
B : 桁幅の実橋値 = 40 m

第 4 図に示す断面 A、断面 B、断面 C の各定常空気力係数をそれぞれ第 6 図、第 7 図、第 8 図に示す。定常空



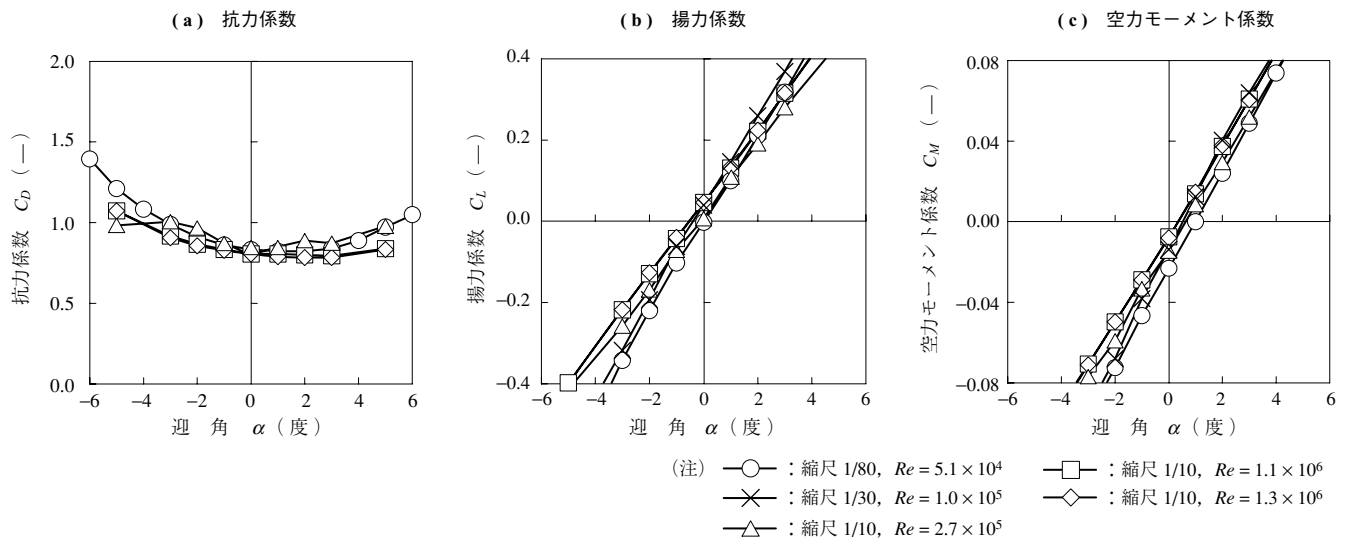
第 5 図 定常空気力

Fig. 5 Steady aerodynamic force



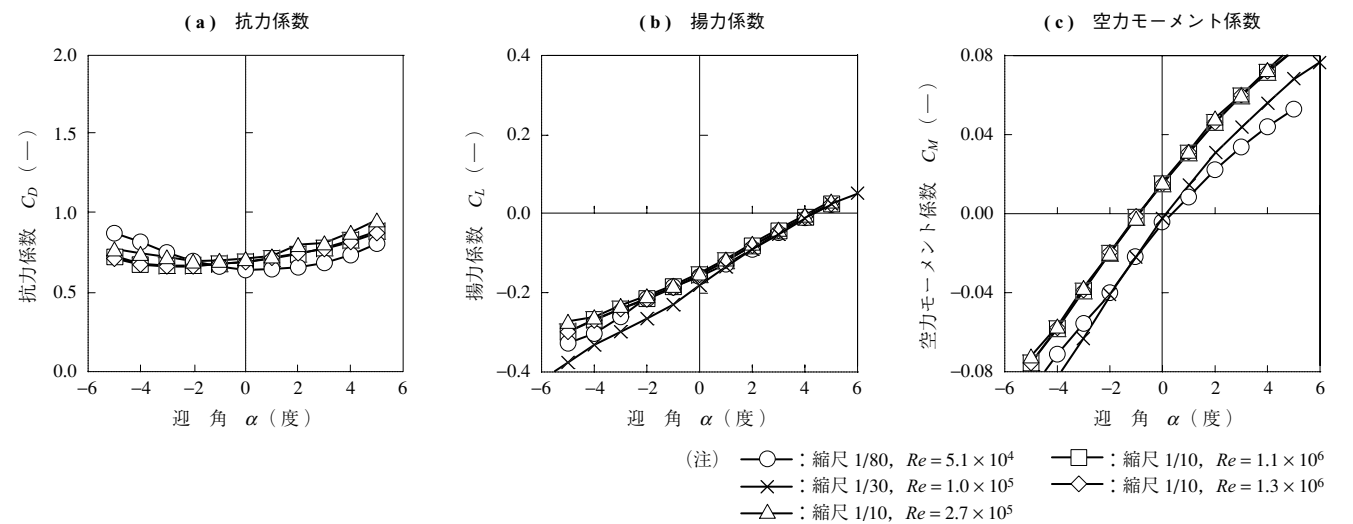
第 6 図 迎角と定常空気力係数の関係 (断面 A)

Fig. 6 Relationship between angle of attack and steady aerodynamic force coefficients (Deck section A)



第 7 図 迎角と定常空気力係数の関係 (断面 B)

Fig. 7 Relationship between angle of attack and steady aerodynamic force coefficients (Deck section B)



第 8 図 迎角と定常空気力係数の関係 (断面 C)

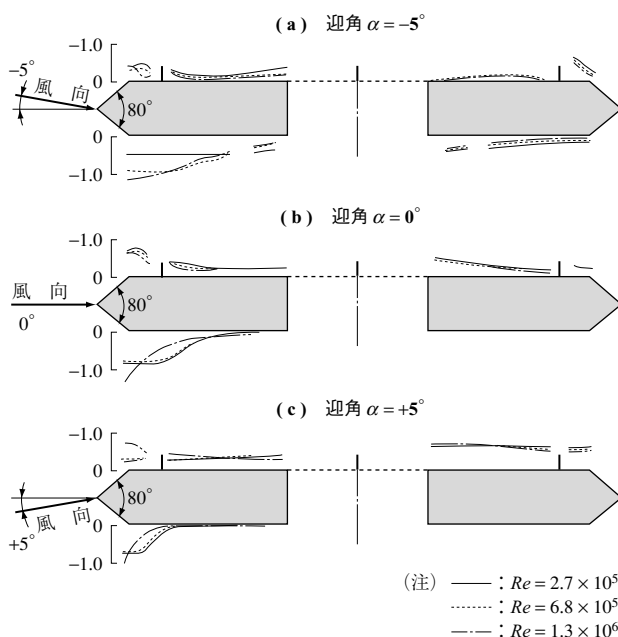
Fig. 8 Relationship between angle of attack and steady aerodynamic force coefficients (Deck section C)

気力係数に与えるレイノルズ数の影響が顕著であったのは第6図の断面Aである。-2度以下および+3度以上の迎角において、レイノルズ数の増加とともに揚力係数および空力モーメント係数が変化している。一方、迎角0度付近ではレイノルズ数による各係数の変化は小さい。この迎角0度における傾向は、フランス「ノルマンディー橋」の縮尺1/10模型の定常空気力係数⁽³⁾と同様である。このときの計測レイノルズ数範囲は、桁高を代表長さとしたとき $0.2 \times 10^6 \sim 1.7 \times 10^6$ である。

3.1.2 定常空気力がレイノルズ数の影響を受けるメカニズム

断面Aの揚力係数および空力モーメント係数が、迎角-2度以下および+3度以上の迎角においてレイノルズ数の影響を受けるメカニズムについて、模型表面圧力分布計測結果から考察する。静止状態における断面Aの迎角-5度、0度、+5度における模型表面の平均圧力分布を第9図に示す。いずれの迎角においてもレイノルズ数の増加とともに、上流側桁上面および下面の圧力分布が局所的に変化している。例えば、迎角-5度の場合、レイノルズ数の増加に伴い、上流側桁下面の負圧の絶対値が大きくなり、下向きの揚力および頭下げ空力モーメントが大きくなる。そのため、第6図の迎角-5度における揚力係数および空力モーメント係数は、レイノルズ数の増加に伴い負値で絶対値が大きくなったと考えられる。

一方、迎角+5度の場合、レイノルズ数の増加に伴い上



第9図 模型表面の平均圧力分布（断面A）

Fig. 9 Surface pressure distribution (Deck section A)

流側桁下面の負圧の絶対値が小さくなり、かつ上流側桁上面の負圧の絶対値が大きくなるため、上向きの揚力および頭上げ空力モーメントが大きくなる。その結果、第6図の迎角+5度における揚力係数は、レイノルズ数の増加に伴い正值で絶対値が大きくなり、空力モーメント係数は負値から正值になったと考えられる。

また、いずれの迎角においても上流側桁下面先端における負圧力のピーク部分が、レイノルズ数の増加とともに上流側へ移行している。この傾向は、逆台形断面⁽⁶⁾や斜張橋π桁断面⁽⁷⁾を対象とした既往の研究においてもみられる。

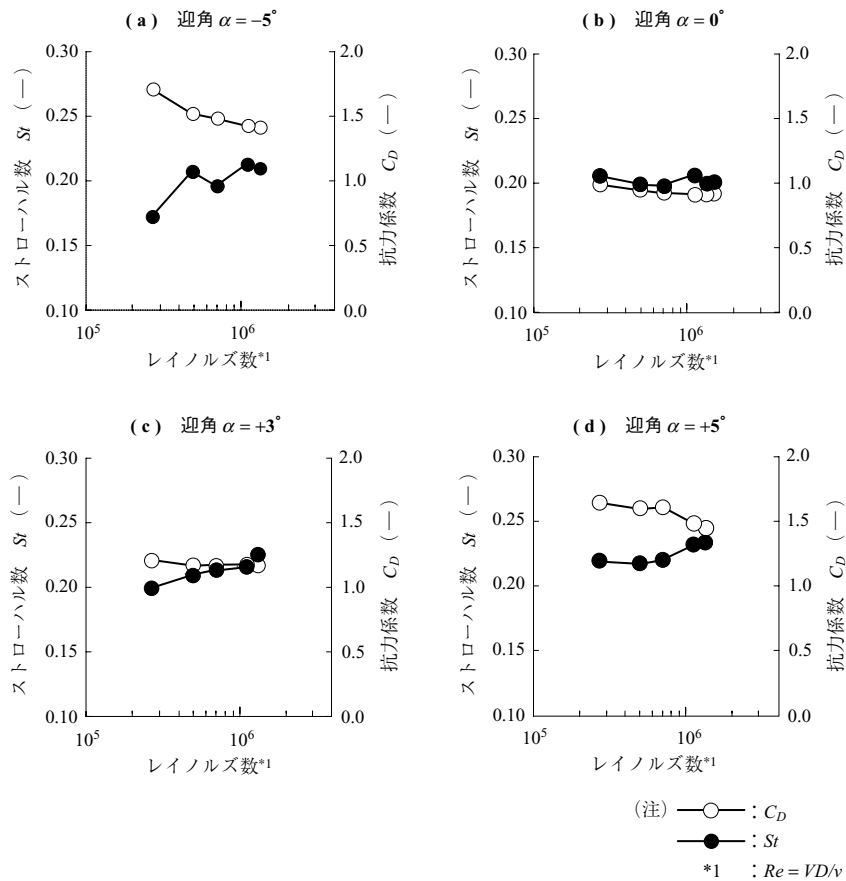
3.1.3 抗力係数とストローハル数の関係

ストローハル数がレイノルズ数の影響を受ける代表的な例は円柱断面である。すなわち、レイノルズ数約 3×10^5 以下の亜臨界域から臨界域におけるストローハル数は約0.2であるが、それ以上の臨界域から超臨界域においては約0.5と大きくなる^{(8)~(10)}。このようにレイノルズ数の増加に伴ってストローハル数が大きくなるということは、(4)式から風速の増加率に比べ渦放出周波数の増加率の方が高いこと、すなわち、橋桁模型の後流域に生じる放出渦の幅が狭まっていることを意味する。

既往の研究において、周ら⁽¹¹⁾は矩形断面 $B/D = 2, 4, 6$ (B : 桁幅, D : 桁高) のストローハル数を計測した結果、レイノルズ数5000以下において、扁平率 (B/D) が大きいとストローハル数に及ぼすレイノルズ数の影響が大きいことを指摘している。また、箱桁閉断面も矩形断面と同様の傾向にあると結論づけている。さらに、Scheweら⁽²⁾は、定常空気力係数にレイノルズ数効果が確認された逆台形断面のストローハル数 St と抗力係数 C_D の関係を(8)式で表現できるとしている。

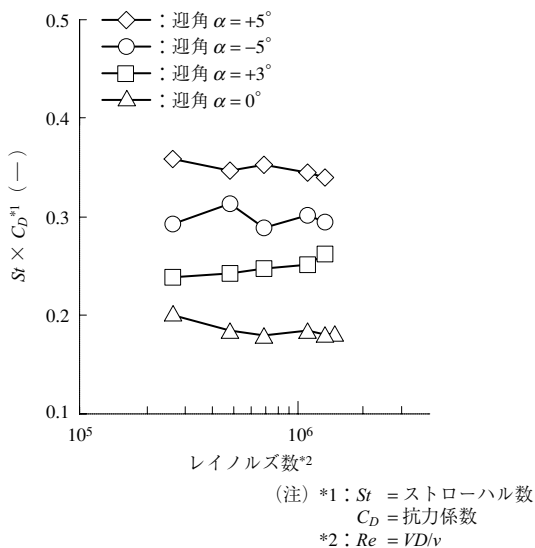
$$St \times C_D = \text{一定} \quad \dots\dots\dots (8)$$

レイノルズ数効果が認められた断面Aに関する抗力係数とストローハル数の関係を第10図に示す。迎角-5度および+5度において、レイノルズ数の増加とともにストローハル数が増加し抗力係数が減少している。しかし、同じ断面でもレイノルズ数効果がほとんど認められなかった迎角0度におけるストローハル数と抗力係数は、レイノルズ数の変化に影響されずほぼ一定となった。第11図にレイノルズ数と $St \times C_D$ の関係を示す。既往の研究結果と同様に、断面Aについても(8)式が成立することが確認できたことから、抗力係数に及ぼすレイノルズ数効果をストローハル数の点からも説明できることが分かった。



第 10 図 抗力係数とストローハル数の関係 (断面 A)

Fig. 10 Relationship between drag coefficients and Strouhal numbers (Deck section A)



第 11 図 レイノルズ数と $St \times C_D$ の関係 (断面 A)

Fig. 11 Relationship between Reynolds number and $St \times C_D$ (Deck section A)

3.2 非定常空気力

3.2.1 非定常空気力の概要

長大橋梁のフラッタ特性を検討する場合、現在の技術レベルから判断すると最も信頼性の高い手法は、三次元弾性

模型を用いた全橋模型試験であろう。しかし、実橋のレイノルズ数に比べ風洞試験のそれは通常 $10^2 \sim 10^3$ オーダが小さく、レイノルズ数の相似条件を満足できないこと、模型製作費を含め試験費用が高いこと、橋桁断面形状のパラメトリックスタディに難があることなどの理由から、この手法の採用が見送られることもある。

この全橋模型試験に代わる手法は、橋桁部分模型に作用する非定常空気力を風洞試験から求め、得られた空気力を橋梁全体系の運動方程式の外力として入力し、フラッタ解析プログラムによって解析的にフラッタ特性を推定する方法である。本節では、この方法で使用する非定常空気力に着目する。非定常空気力を無次元化した非定常空気力係数は、通常、断面形状、レイノルズ数、無次元振動数、迎角、振幅に依存するものであるが、これらのうちレイノルズ数の影響に関する検討例は少ない。

1950 年 Bleich⁽¹²⁾ が「タコマ橋」の落橋事故の原因を調査した際、Theodorsen⁽¹³⁾ が考えた平板翼に作用する非定常空気力を吊橋の運動方程式に適用して、トラス補剛吊橋のフラッタが発生する可能性を指摘している。微小な一定振幅の鉛直たわみ・ねじれ 2 自由度の調和振動中の二

次元平板剛翼に作用する非定常揚力および非定常空力モーメントは、次式で表される。

$$L = -\pi\rho b^2 \left\{ \ddot{\eta} + V\dot{\theta} - ba\ddot{\theta} \right\} - 2\pi\rho VbC(k) \left\{ \dot{\eta} + V\theta + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

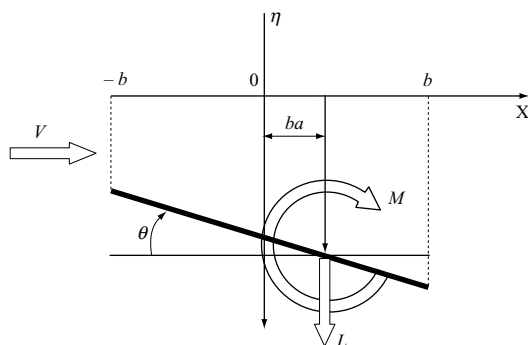
$$M = \pi\rho b^3 \left\{ a\ddot{\eta} - V\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} - b\left(\frac{1}{8} + a^2\right)\ddot{\theta} \right\} + 2\pi\rho Vb^2 \left\{ a + \frac{1}{2} \right\} C(k) \left\{ \dot{\eta} + V\theta + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} \right\} \dots (10)$$

ここで、

- L : 非定常揚力（下向きを正）（N/m）
- M : 非定常空力モーメント（頭上げを正）（N・m/m）
- ρ : 空気密度（kg/m³）
- b : 半弦長（m）
- V : 平均風速（m/s）
- a : 第 12 図参照
- η : 鉛直たわみ振幅（m）
- θ : ねじれ振幅（rad）
- $C(k)$: Theodorsen 関数 $\{=F(k)+iG(k)\}$

$$= \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)}$$
- $F(k)$: Theodorsen 関数の実部
- $G(k)$: Theodorsen 関数の虚部
- i : 虚数記号
- $H_n^{(2)}(k)$: 第 2 種 Hankel 関数
- k : 無次元振動数（ $=\omega b/V$ ）
- ω : 円振動数（1/s）

これらの非定常空気力は、準定常空気力と非定常空気力の比を表す Theodorsen 関数 $C(k)$ を含む。したがって、非定常空気力は準定常空気力より位相が遅れることに



第 12 図 二次元平板剛翼の振動系

Fig. 12 Aerodynamic forces on oscillating flat plate

なり、この位相遅れが平板のフラッタ特性に大きく影響する。しかし、風洞試験値と計算値の比較結果から、上記の Bleich のフラッタ理論をあらゆる吊橋に適用するには無理な点があることが報告されている⁽¹⁴⁾。たとえば、一般にフラッタ風速の理論値は風洞試験から得られるフラッタ風速よりかなり高くなる。この主な理由として、吊橋補剛桁断面から気流がはく離することに起因して、フラッタ理論の基本であるポテンシャル流の仮定が成立しないことから、断面に作用する非定常空気力が(9)、(10)式の理論式と異なっていることが挙げられる⁽¹⁵⁾。したがって、検討対象の橋桁断面の非定常空気力を精度良く求めるためには、主として風洞試験によって直接計測する方法が用いられる。他方、近年数値流体解析（CFD）を用いて非定常空気力を解析的に算出する方法が精力的に行われている⁽¹⁶⁾。

本節ではレイノルズ数が長大橋の橋桁断面に作用する非定常空気力に与える影響について考察する。

3.2.2 レイノルズ数と非定常空気力係数の関係

風速 V において、部分模型が円振動数 ω で鉛直たわみ・ねじれの連成振動をしているとき、模型に作用する非定常空気力は次のように表される。

$$D = \pi\rho B^2 A_n \omega^2 \left\{ (C_{D\eta R} + iC_{D\eta i}) \frac{\eta}{B} + (C_{D\theta R} + iC_{D\theta i}) \theta \right\} \dots (11)$$

$$L = \pi\rho B^3 \omega^2 \left\{ (C_{L\eta R} + iC_{L\eta i}) \frac{\eta}{B} + (C_{L\theta R} + iC_{L\theta i}) \theta \right\} \dots (12)$$

$$M = \pi\rho B^4 \omega^2 \left\{ (C_{M\eta R} + iC_{M\eta i}) \frac{\eta}{B} + (C_{M\theta R} + iC_{M\theta i}) \theta \right\} \dots (13)$$

ここで、

- D : 非定常抗力（N/m）
- L : 非定常揚力（N/m）
- M : 非定常空力モーメント（N・m/m）
- ρ : 空気密度（kg/m³）
- B : 桁幅（m）
- A_n : 橋桁投影面積（m²/m）
- ω : 円振動数（1/s）
- η : 鉛直たわみ振幅（桁幅中央点における振幅）（m）
- θ : ねじれ振幅（rad）
- C_{XYZ} : 非定常空気力係数（無次元振動数 $k = fB/V$ の関数, f : 振動数, V : 平均風速）
- i : 虚数記号

橋桁に作用する非定常空気力の計測方法として、一般に

次の2種類の方法がある。

(1) 強制加振法

河島ら⁽¹⁷⁾によって開発され、笠口、坂田^{(18), (19)}が吊橋模型に対して応用した方法である。気流中で模型を強制加振させ、非定常空気を計測する。

(2) 自由振動法

気流中で二次元剛体模型を自由振動させ、そのときの応答振動数、応答対数減衰率、鉛直たわみ振動・ねじれ振動の振幅比および位相差を計測して、非定常空気を逆算する方法である⁽²⁰⁾。

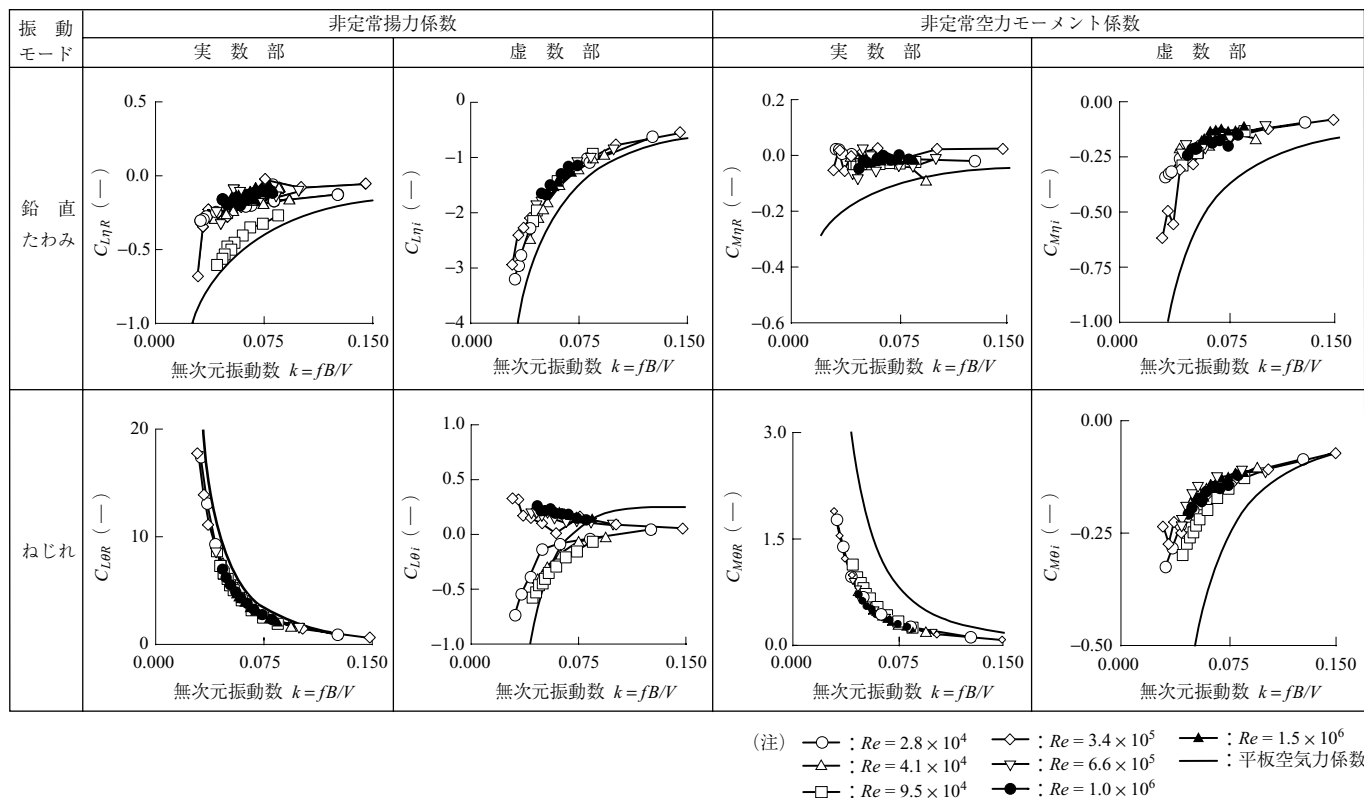
本研究では強制加振法による計測方法で非定常空気を計測した。この方法は、橋桁はフラッタ時に調和振動をしているという前提に基づいている。したがって、強制加振法で得られた非定常空気力係数は、振幅に依存することもある。この振幅依存性の検討については次の3.2.3節で述べる。

非定常空気力係数の計測結果^{(21), (22)}を第13図～第16図に示す。縦軸は各非定常空気力係数で、表示は(12)、(13)式に示した定義式に従った。横軸は無次元振動数 $k = fB/V$ (f : 振動数, B : 桁幅, V : 平均風速) である。図中には比較のため、平板空気力係数も示した。なお、箱桁断面のフラッタへの影響が小さい非定常抗力係数⁽²³⁾

の図示は省略した。

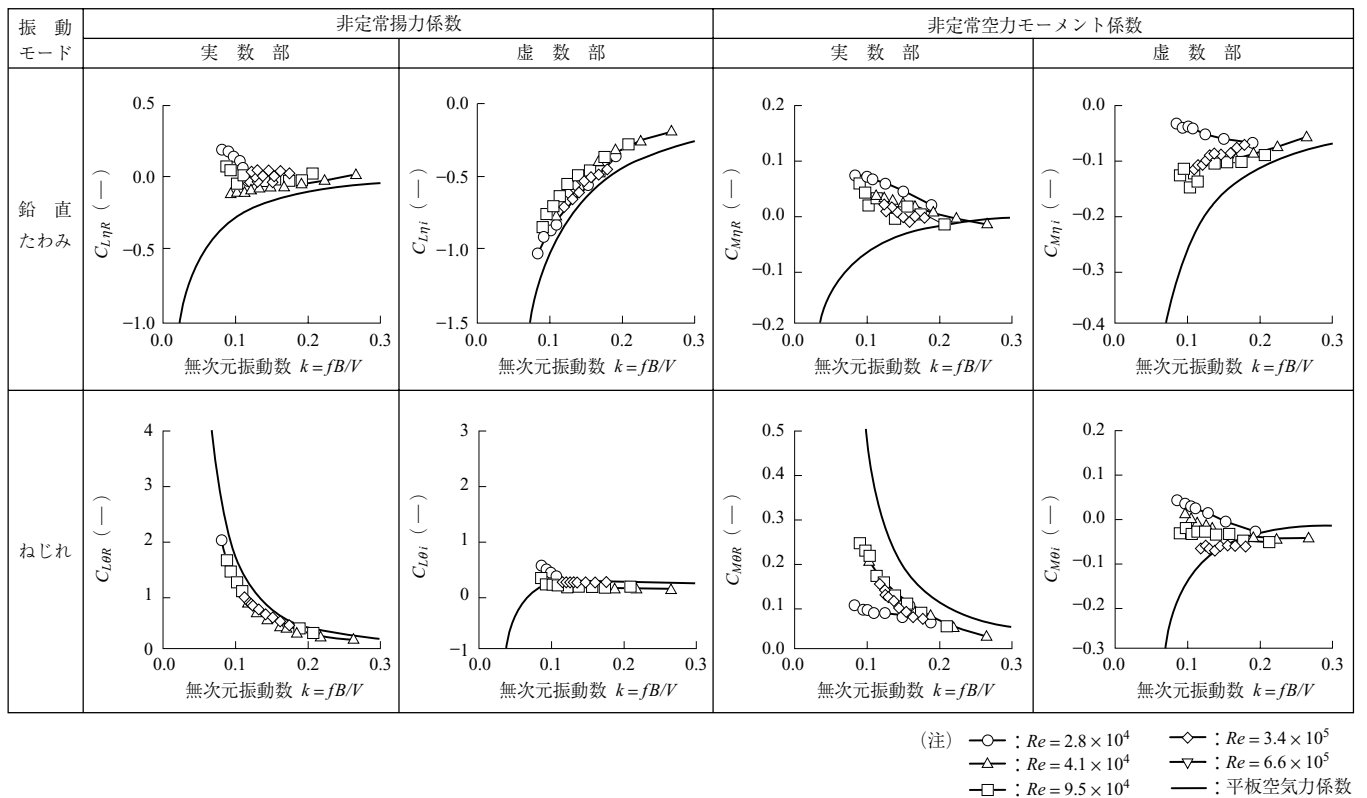
第13図に示す断面Aの迎角0度における計測非定常空気力係数のなかで、フラッタへの影響が大きい係数 $C_{M\eta i}$, $C_{L\theta R}$ ^{(24), (25)}は、レイノルズ数による変化がほとんど認められない。レイノルズ数による変化が大きかった係数は、 $C_{L\theta i}$ である。この係数は、レイノルズ数が 9.5×10^4 以下において負値となるが、 3.4×10^5 以上では正值となるようなレイノルズ数依存性が認められた。しかし、この係数はフラッタ特性に与える影響は小さいとされている。計測非定常空気力係数を平板空気力係数と比較すると、絶対値は異なるものの両者は定性的にはおおむね同じ傾向にある。

次に、第14図に示す断面Aの迎角+3度における計測非定常空気力係数のなかで、レイノルズ数の影響が大きい係数は、空力モーメントに係数 $C_{M\eta R}$, $C_{M\eta i}$, $C_{M\theta R}$, $C_{M\theta i}$ であり、このなかにはフラッタに与える影響が大きい $C_{M\theta i}$ が含まれている。一方、同様にフラッタに与える影響が大きい $C_{L\theta R}$ にはレイノルズ数依存性はみられない。本ケースの計測結果と上記迎角0度の結果を勘案すると、同じ橋桁断面形状であってもレイノルズ数依存性が存在する非定常空気力係数は、迎角によって異なることが分かる。



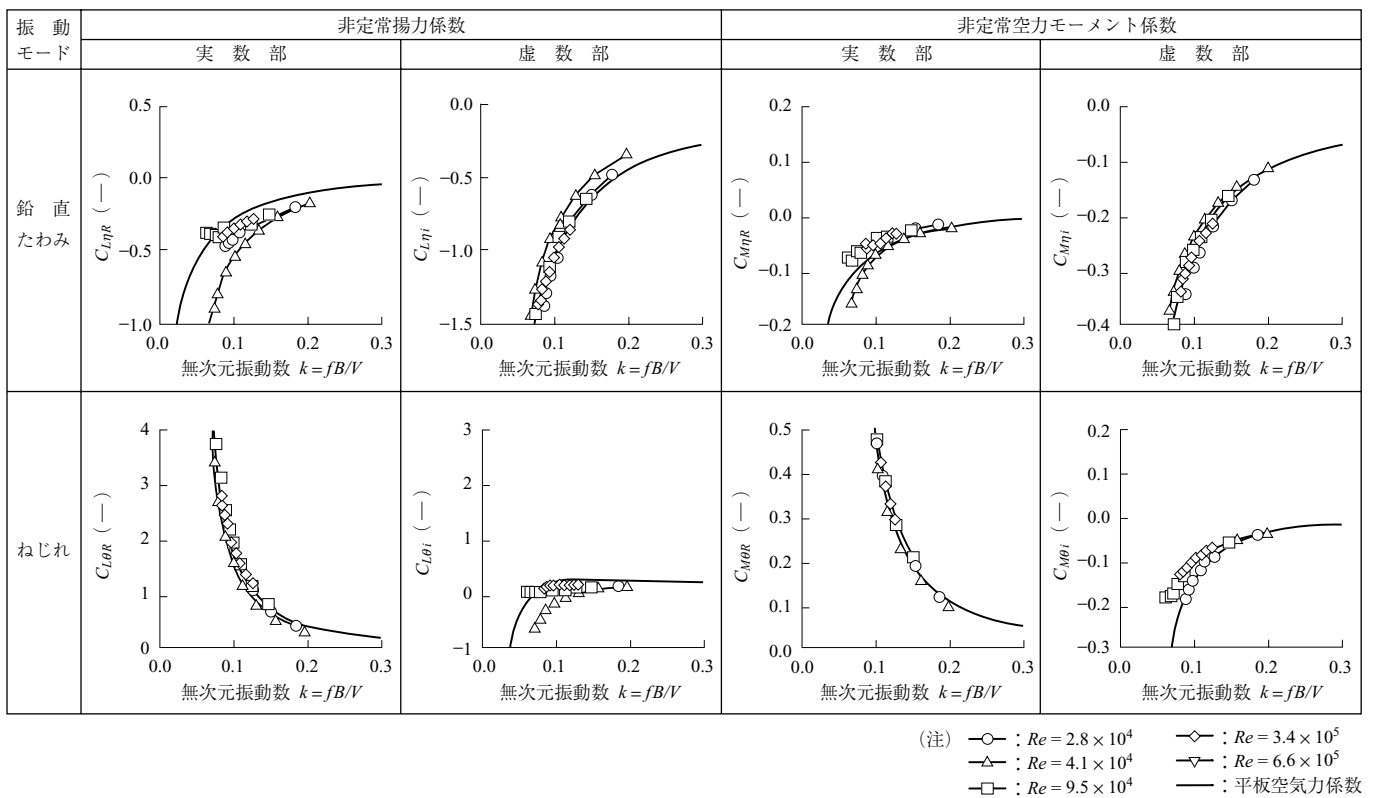
第13図 非定常空気力係数 (断面A, 迎角 $\alpha = 0$ 度)

Fig. 13 Unsteady aerodynamic force coefficients (Deck section A, Angle of attack: $\alpha = 0$ degree)



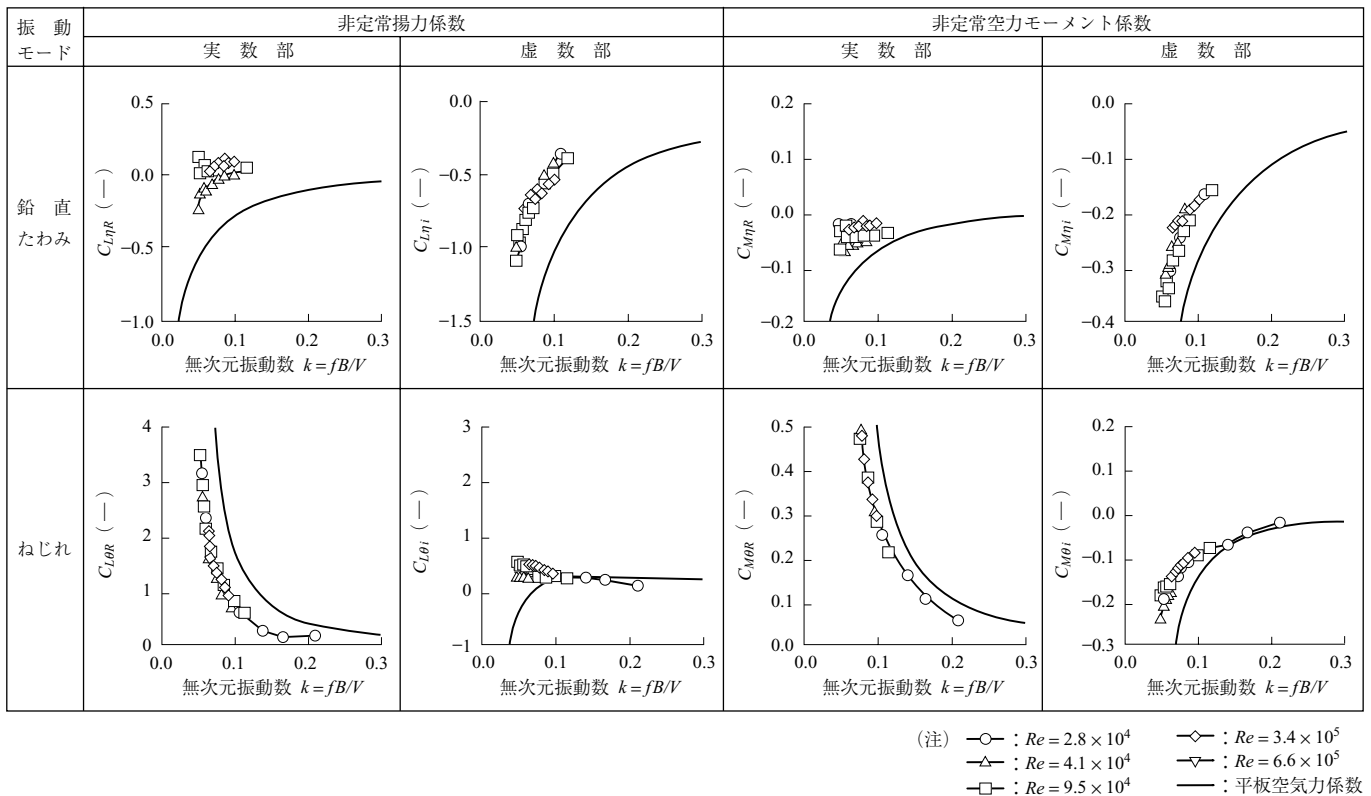
第 14 図 非定常空力係数 (断面 A, 迎角 $\alpha = +3$ 度)

Fig. 14 Unsteady aerodynamic force coefficients (Deck section A, Angle of attack : $\alpha = +3$ degrees)



第 15 図 非定常空力係数 (断面 B, 迎角 $\alpha = +3$ 度)

Fig. 15 Unsteady aerodynamic force coefficients (Deck section B, Angle of attack : $\alpha = +3$ degrees)



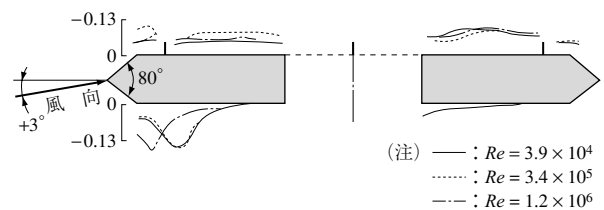
第 16 図 非定常空力係数 (断面 C, 迎角 $\alpha = +3$ 度)

Fig. 16 Unsteady aerodynamic force coefficients (Deck section C, Angle of attack : $\alpha = +3$ degrees)

第 15 図および第 16 図に示す断面 B および断面 C の計測非定常空力係数は、平板空力係数と定性的に類似しており、レイノルズ数依存性は認められない。この理由は断面 A に比べ、より平板に近い断面形状をもっているためと考えられる。

次に、第 14 図においてレイノルズ数効果がみられた断面 A, 迎角 $+3$ 度の非定常空力係数のうち、ねじれ加振に伴う空力モーメント係数である $C_{M\theta R}$, $C_{M\theta i}$ に着目して模型表面変動圧力分布の計測結果からレイノルズ数効果のメカニズムに関する考察を行う。

3 種類の異なるレイノルズ数において計測された模型表面変動圧力分布を第 17 図に示す。レイノルズ数の増加とともに、上流側桁下面の変動圧力ピークが上流側に移動していることが分かる。このため第 14 図における $C_{M\theta R}$, $C_{M\theta i}$ の絶対値がレイノルズ数の増加とともに大きくなっていると考えられる。レイノルズ数の増加によって模型表面圧力分布が変化する傾向は、模型静止時の平均圧力分布を計測した第 9 図においてみられたが、第 17 図に示すように模型加振時の変動圧力分布にもみられることが分かった。



第 17 図 模型表面変動圧力分布 $C_{p\theta}$

(断面 A, 迎角 $\alpha = +3$ 度, ねじれ加振振幅 $\theta = 1$ 度)

Fig. 17 Unsteady pressure coefficients : $C_{p\theta}$
(Deck section A, $\alpha = +3$ degrees, $\theta = 1$ degree)

3.2.3 非定常空力係数の振幅依存性

一般的に非定常空力係数は、振幅に対して線形となるとは限らず、場合によっては非線形性がフラッタ応答特性に影響を及ぼすことも考えられる。しかし、通常実施されているフラッタ解析は、非定常空力係数は線形性をもつことを前提条件としている。そのため、振幅を変化させて非定常空力係数の振幅依存性の有無を確認することが望ましい^{(26), (27)}。

振幅依存性に関する既往の研究では、デンマーク「ストアベルト東橋」の偏平六角形断面をもつ縮尺 1/300 のタウトストリップ模型を用いた非定常空力計測例⁽²⁸⁾がある。無次元風速 $V_r = V/fB$ (V : 平均風速, f : 振動数, B : 桁幅) が 10 以下においては振幅依存性が認められず, 10

以上において振幅依存性が若干認められたと報告されている。ただし、この研究のレイノルズ数は、桁高 D を代表長さとしたとき、 $Re = VD/\nu = 6.5 \times 10^3$ (V : 平均風速 = 6.5 m/s, D : 桁高 = 4.4 m/300 = 0.0147 m, ν : 動粘性係数 = 1.46×10^{-5} m²/s) と小さいことに注意する必要がある。

本研究では、レイノルズ数依存性が認められた断面 A、迎角 +3 度について、鉛直たわみ、ねじれの加振振幅を変化させて、非定常空気力係数の振幅依存性を検討した。モデルは、縮尺 1/10 橋桁部分模型を用いた。加振振幅は風洞試験要領⁽²⁹⁾における鉛直たわみ加振振幅 $\eta_m = B_m/100$ (B_m : 模型桁幅)、ねじれ加振振幅 $\theta = 1.0$ 度を基準として、その 1/3、2/3 も含め 3 種類とした。フラッタの初期状態を左右する小振幅における非定常空気力係数特性の把握が重要であることから、基準よりも小さい振幅を選定した。計測結果を第 18 図に示す。計測された非定常空気力係数は、いずれも加振振幅による有意な差異は認められなかった。したがって、実橋のレイノルズ数に比べ 10^4 オーダが小さい高レイノルズ数領域において、非定常空気力係数の振幅依存性が認められなかったことから、風洞試験要領で規定されている鉛直たわみ加振振幅 $\eta_m = B_m/100$ 、ねじれ加振振幅 $\theta = 1$ 度は妥当であると考えられる。

4. 実橋の対風応答解析

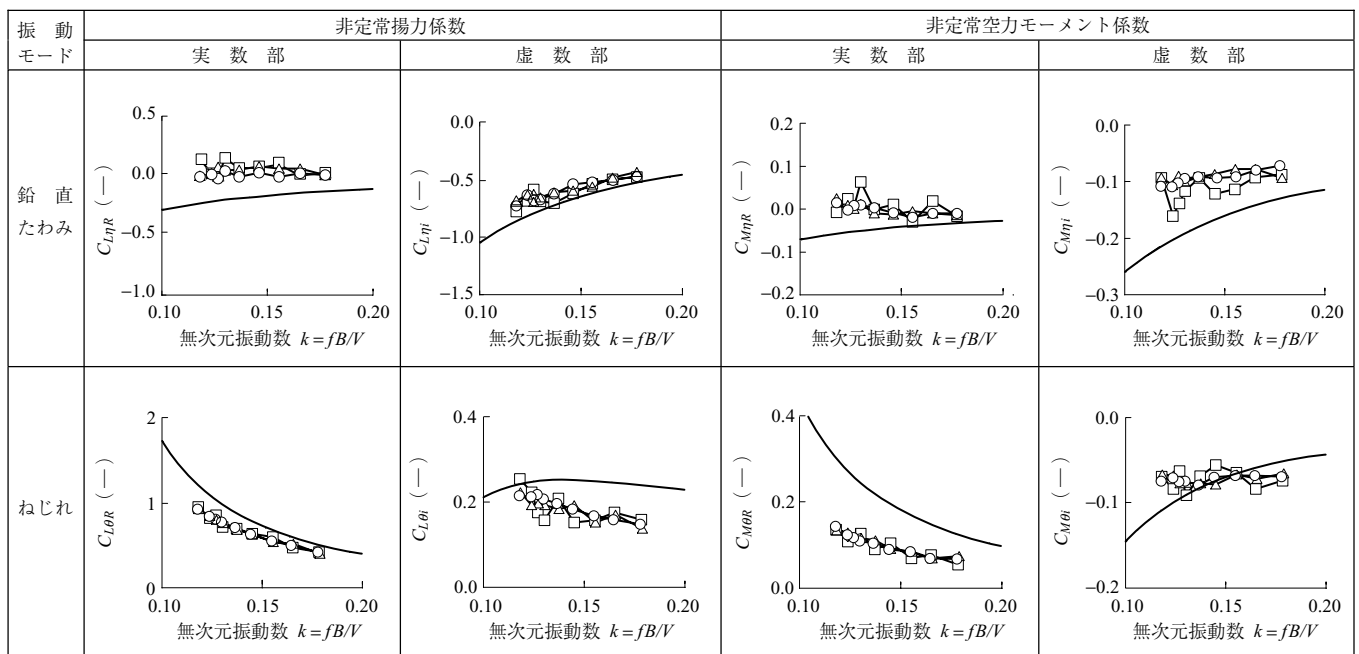
ここでは、3 章で得られた定常および非定常空気力係数を長大橋の全体解析モデルに作用させて、強風時における静的変形解析とフラッタ解析を行うことによって、レイノルズ数が長大橋の風荷重静的変形とフラッタ特性に及ぼす影響について検討する。

4.1 風荷重静的変形解析

4.1.1 解析モデル・解析手法

解析対象とした長大橋は、中央径間長 2 500 m をもつ 3 径間 2 ヒンジ補剛箱桁吊橋である。その構造諸元を次に示す。

吊構造形式	3 径間 2 ヒンジ補剛箱桁吊橋
スパン分割	
ケーブル	1 250 m + 2 500 m + 1 250 m
橋 桁	1 226 m + 2 480 m + 1 226 m
サ グ 比	1/10
ケーブル	
張 力	586 289 kN
ケーブル間距離	35.5 m
直 径	1.324 m
断 面 積	0.871 m ² /本



(注) ○: $\eta = B/100$ または 1 度
 △: $2/3\eta$ または $2/3$ 度
 □: $1/3\eta$ または $1/3$ 度
 —: 平板空気力係数

第 18 図 加振振幅を変化させた非定常空気力係数 (断面 A, 迎角 $\alpha = +3$ 度)

Fig. 18 Amplitude effects on unsteady aerodynamic force coefficients (Deck section A, $\alpha = +3$ degrees)

単位長質量

補剛桁	23.09 t/m (全径間一定)
ケーブル	7.66 t/m/本 (全径間一定)
吊構造部	38.41 t/m/橋 (全径間一定)

単位長極慣性モーメント

補剛桁	2 712 t・m ² /m (全径間一定)
ケーブル	4 827 t・m ² /m (全径間一定)
吊構造部	7 539 t・m ² /m (全径間一定)

補剛桁剛性

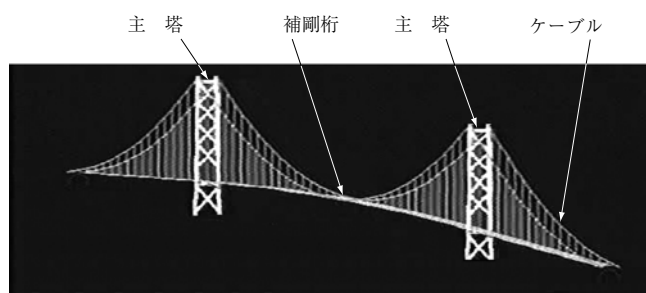
断面積	1.314 m ² (全径間一定)
鉛直曲げ剛性	3.837 m ⁴ (全径間一定)
水平曲げ剛性	146.4 m ⁴ (全径間一定)
ねじれ剛性	9.700 m ⁴ (全径間一定)

解析モデルは、立体骨組構造の FEM 解析モデルである。橋桁およびケーブル部材は、中央径間を 20 分割、側径間を 10 分割して、フラッタ解析するうえで有意な固有振動モードを再現できるように配慮した。長大橋解析モデルの概念図を第 19 図に示す。

風荷重静的変形は、当社が開発した有限要素構造解析プログラム AERODYNA^{(30)~(32)}を用いて解析した。これは風荷重載荷、構造部材の除去・追加など構造物の変形の履歴を含めた有限変位解析が可能である。ここでは逐次荷重増分法⁽³³⁾に基づき、風速 70 m/s に相当する風荷重を 10 等分して、解析モデルの橋桁、主塔、ケーブルおよびハンガーの各構造部材に逐次載荷させた。解析に使用した橋桁の定常空気力係数は、第 6 図に示すように異なるレイノルズ数において計測された風洞試験値である。主塔、ケーブルおよびハンガーについては、耐風設計基準⁽³⁴⁾の定常空気力係数を用いた。

4.1.2 解析結果

第 20 図に補剛桁の風荷重静的変形解析結果を示す。水平たわみ変位は、レイノルズ数の違いに影響されないことが分かる。これは、第 6 図において、抗力係数はレイ



第 19 図 長大橋解析モデルの概念図

Fig. 19 Analytical mode

ノルズ数の影響をほとんど受けていないことに起因している。一方、鉛直たわみ変位およびねじれ変位はレイノルズ数の影響を受けている。すなわち、気流傾斜角 0 度の場合、低レイノルズ数における定常空気力係数を用いた解析結果は、高レイノルズ数領域の係数を用いた結果に比べ変位が大きい傾向にある。これは、第 6 図の迎角 -2.5 ~ 0 度の範囲における低レイノルズ数領域の揚力係数および空力モーメント係数が負値でその絶対値が大きいことに起因している。一方、気流傾斜角 -3 度（吹下げ風）の場合、反対に低レイノルズ数領域の定常空気力係数を用いた解析結果は、高レイノルズ数領域の係数を用いた結果に比べ、変位が小さい傾向にある。これは、第 6 図の迎角 -5 ~ -3 度の範囲における低レイノルズ数領域の揚力係数および空力モーメント係数が負値でその絶対値が小さいことに起因している。

このように、長大吊橋の水平たわみ変位はレイノルズ数の影響をほとんど受けないことが分かった。したがって、低レイノルズ数領域の風洞試験結果の抗力係数を用いる静的耐風設計の検討結果は、耐風設計上妥当であると考えられる。ところが、鉛直たわみ変位およびねじれ変位は、レイノルズ数の影響を受けることが分かった。したがって、鉛直たわみ変位およびねじれ変位については、できるだけ実橋に近い高レイノルズ数領域で得られた定常空気力係数を用いて解析すべきと考える。

このことは強風時における長大橋の耐風安定性の解析精度にも影響を与える。すなわち、橋桁の鉛直たわみ変位が吊橋全体系の鉛直たわみ剛性に寄与することによって、吊橋全体系の有風時固有振動数、固有振動モードの算出に影響を与える。また、ねじれ変位は、フラッタ解析を行う場合に、非定常空気力係数特性が迎角に依存する場合もあるので、このねじれ変位を精度良く評価することが非常に重要となる。

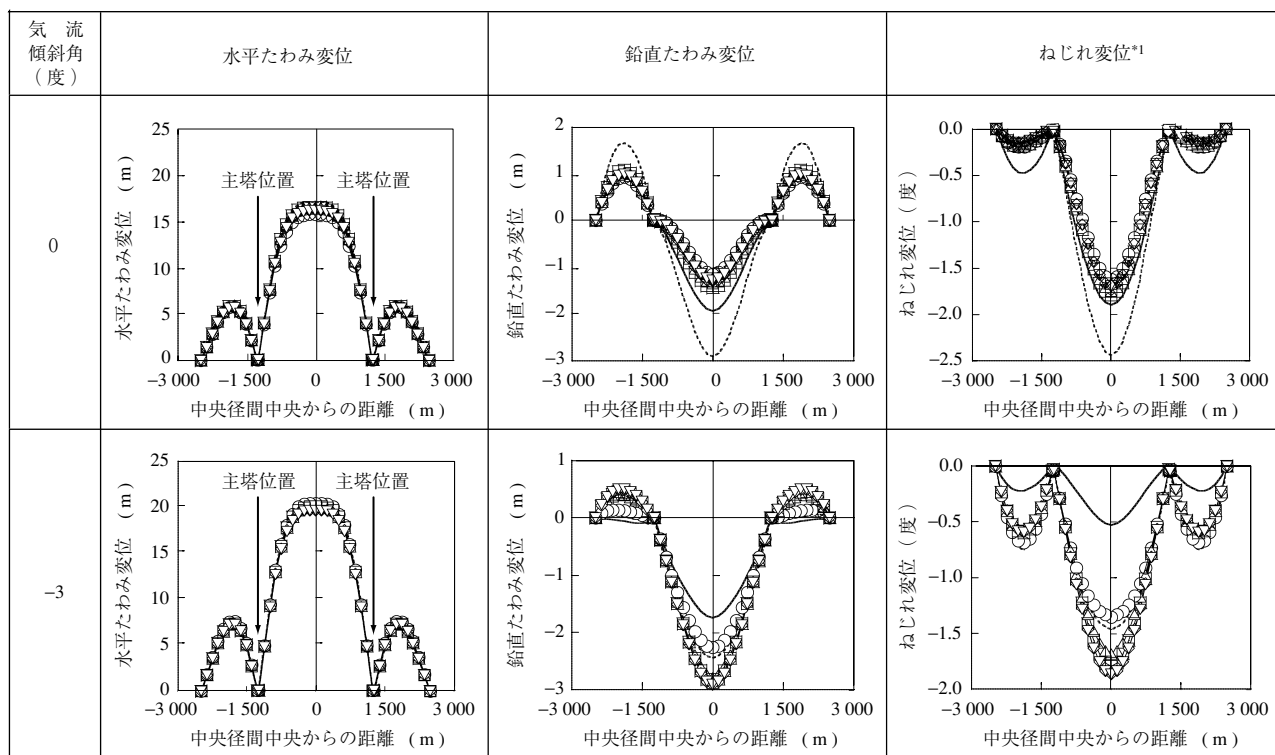
4.2 フラッタ解析

4.2.1 解析モデル・解析手法

解析モデルは、前節の風荷重静的変形解析で使用したモデルと同じである。静的風荷重の作用を受けた状態における固有値解析を行い、その結果得られる 1 次から 50 次までの有風時の固有振動数、固有振動モードを解析に用いた。フラッタ解析は、モード解析法⁽³⁵⁾に基づいた手法を採用した。非定常空気力係数は第 13 図に示す係数を用いた。

4.2.2 解析結果

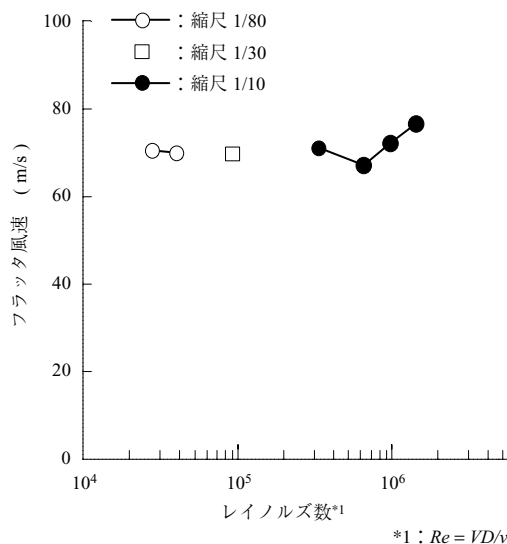
第 21 図に実橋フラッタ解析結果^{(21), (36)}を示す。レイ



(注) — : $Re = 5.1 \times 10^4$ $\triangle$: $Re = 4.7 \times 10^5$ ∇ : $Re = 1.3 \times 10^6$
 : $Re = 1.0 \times 10^5$ $\square$: $Re = 6.8 \times 10^5$ *1 : 頭下げを負
 ○ : $Re = 2.7 \times 10^5$ ◇ : $Re = 1.1 \times 10^6$

第 20 図 補剛桁の風荷重静的変形 (桁平均高度における平均風速 70 m/s)

Fig. 20 Wind-induced static deformations at a wind speed of 70 m/s at deck height (Inclination angle : 0 degree and +3 degrees)



第 21 図 実橋フラッタ解析結果

Fig. 21 Flutter analysis results using a three-dimensional analytical model with a main span of 2 500 m (Inclination angle : 0 degree)

レイノルズ数が 0.8×10^6 付近までは、フラッタ風速はレイノルズ数に依存せずほぼ 70 m/s となった。しかし、さらにレイノルズ数が増加すると、フラッタ風速がやや上昇する。このレイノルズ数 1.0×10^6 付近からフラッタ風速が上昇する傾向は、ばね支持試験の構造系を対象とした解析モ

デルを用いたフラッタ解析結果⁽²²⁾と同様である。これは迎角が +3 度の場合の解析結果であり、第 21 図の解析結果は気流傾斜角 (迎角) が 0 度の場合である。このように解析に使用する非定常空気力係数が異なるにもかかわらず、フラッタ風速に及ぼすレイノルズ数効果は、迎角に依存せず同様の傾向となった。

すなわち、レイノルズ数 1.0×10^6 付近からフラッタ風速が高くなる傾向を示すことから、通常の 10^4 や 10^5 のオーダの低レイノルズ数領域における風洞試験やフラッタ解析によるフラッタ照査は、耐風設計上安全側の評価を与えると考えられる。ただし、このことは今回研究対象とした橋桁断面に限定した結論である。

5. 結 言

本研究で実施した風洞試験および応答解析の結果、以下の知見を得ることができた。ただし、これらの知見は、本研究の対象とした橋桁断面に限定したものである。

- (1) 通常の低レイノルズ数領域で得られた非定常空気力係数を用いたフラッタ解析結果は、耐風設計上安全側の評価となる。

(2) 実橋のレイノルズ数に比べ 10^1 オーダの小さい高レイノルズ数領域において、非定常空気力係数の振幅依存性が認められなかったことから、本州四国連絡橋耐風設計基準(2001)・同解説における基準振幅は妥当である。

今後の課題として、高レイノルズ数領域の乱流中における定常および非定常空気力特性の計測および考察が挙げられる。

— 謝 辞 —

本研究の実施に当たっては、オタワ大学田中 宏教授、元 NRC の Mr. Kevin Cooper、横浜国立大学大学院山田 均教授、京都大学大学院白土博通助教授および九州工業大学大学院木村吉郎助教授から多くのご助言とご協力をいただきました。ここに記し、感謝の意を表します。

参 考 文 献

- (1) 土木学会構造工学委員会風洞実験相似則検討小委員会：橋は揺れているかー予測と現実ー土木学会構造工学委員会風洞実験相似則検討小委員会（第2期）研究報告会概要集 1996年7月 pp.60 - 61
- (2) G. Schewe and A. Larsen : Reynolds number effects in the flow around a bluff bridge deck cross section Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 74 - 76 (1998) pp.829 - 838
- (3) C. Barre and G. Barnaud : High Reynolds number simulation techniques and their application to shaped structures model test Proceedings of the 1st IAWQ European and African Regional Conference on Wind Engineering Guernsey UK (1993) pp.83 - 93
- (4) M. C. H. Hui and A. Larsen : Aerodynamic investigation for the deck of Stonecutters Bridge emphasizing Reynolds number effects Proceedings of the 2nd International Symposium on Advances in Wind & Structures (AWAS '02) Busan Korea (2002) pp.649 - 656
- (5) G. L. Larose, S. V. Larsen, A. Larsen, M. Hui and A. G. Jensen : Sectional model experience at high Reynolds number for the deck of a 1 018 m span cable-stayed bridge Proceedings of 11th International Conference on Wind Engineering Lubbock Texas USA (2003) pp.373 - 380
- (6) G. Schewe : Reynolds number effects in flow around more-or-less bluff bodies Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 89 (2001) pp.1 267 - 1 289
- (7) U. Y. Jeong, H. M. Koh and H. S. Lee : Finite element formulation for the analysis of the RNG $k-\epsilon$ model Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 90 (2002) pp.151 - 169
- (8) P. W. Bearman : On vortex shedding from a circular cylinder in the critical Reynolds number regime Journal of Fluid Mechanics 37 part 3 (1969) pp.577 - 585
- (9) G. Schewe : On the force fluctuation acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical Reynolds numbers Journal of Fluid Mechanics 133 (1983) pp.265 - 285
- (10) 松田一俊, Steve Zan : 高レイノルズ数領域における2次元円柱の空気力特性 第33回流体力学講演会概要集(金沢大) 2001年9月
- (11) 周 建芹, 久保喜延, 広中忠孝, 田崎賢治 : 構造断面柱のストローハル数に及ぼすレイノルズ数効果について 土木学会西部支部研究発表会講演概要集(I)-47 1992年3月 pp.114 - 115
- (12) F. Bleich : Dynamic instability of truss-stiffened suspension bridges under wind action Trans. American Society of Civil Engineers 114 (1949)
- (13) T. Theodorsen : General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter NACA TR 496 (1935) pp.413 - 433
- (14) 金子文哉 : 長大吊橋の耐風安定性に関する FLUTTER 理論の数値的検討 石川島播磨技報 第2巻 第4号 1962年1月 pp.69 - 83
- (15) 田中 宏, 伊藤 学 : 充腹構造物の自励振動における空気力の特性 土木学会論文報告集第168号 1969年8月 pp.15 - 24
- (16) たとえば, 黒田真一 : 2方程式乱流モデルを用いた長大橋非定常空気力の数値計算 土木学会論文集 No.654/(I)-52 2000年7月 pp.377 - 387
- (17) 河島佑男, 木村春夫, 柴戸凡夫 : 振動翼に作用する空気力についての一実験 第13回応用力

- 学連合講演会論文抄録集 1963 年 9 月 pp.19 - 20
- (18) 釜口展宏, 坂田 弘: 吊り橋の耐風安定性に関する基礎研究 日本航空宇宙学会誌 第 13 巻 第 133 号 1965 年 2 月 pp.27 - 36
- (19) N. Ukeguchi, H. Sakata and H. Nishitani : An investigation of aeroelastic instability of suspension bridges International Symposium on Suspension Bridges Laboratorio Nacional de Engenharia Civil Lisbon (1966) pp.273 - 284
- (20) R. H. Scanlan : Airfoil and bridge deck flutter derivatives Journal of Engineering Mechanics Division Proceedings of the American Society of Civil Engineering 97 EM6 (1971. 12) pp.1 717 - 1 737
- (21) K. Matsuda, K. R. Cooper and H. Tanaka : The analysis of wind-Induced static displacements and flutter for long-span suspension bridges using steady and unsteady aerodynamic forces measured at high Reynolds numbers Proceedings of 11th International Conference on Wind Engineering Lubbock Texas USA (2003) pp.649 - 656
- (22) K. Matsuda, K. R. Cooper, H. Tanaka, M. Tokushige and T. Iwasaki : An investigation of Reynolds number effects on the steady and unsteady aerodynamic forces on a 1:10 scale bridge deck section model Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 89 (2001) pp.619 - 632
- (23) 樋上琇一, 松田一俊: 長大橋梁のフラッター特性に影響を与える非定常空気力の特性 土木学会第 50 回年次学術講演会講演概要集 (I) - 687 1995 年 9 月 pp.1 374 - 1 375
- (24) 松本 勝, 小林裕輔, 浜崎 博: 構造基本断面における連成フラッターの発生機構に関する研究 第 13 回風工学シンポジウム論文集 1994 年 11 月 pp.359 - 364
- (25) M. Matsumoto, Y. Daito, F. Yoshizumi, Y. Ichikawa and T. Yabutani : Torsional flutter of bluff bodies Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 69-71 (1997) pp.871 - 882
- (26) 久保喜延, 伊藤 学, 宮田利雄: 風による吊橋の多自由度非線形応答に関する研究土木学会論文報告集 第 252 号 1976 年 pp.35 - 46
- (27) 山田 均, 宮田利雄, 勝地 弘, 鈴木 猛, 杉浦 江: 非線形性を導入した非定常空気力に関する研究 構造工学論文集 Vol.47A 2001 年 3 月 pp.967 - 976
- (28) G. L. Larose, A. G. Davenport and J. P. C. King : On the unsteady aerodynamic forces on a bridge deck in turbulent flow Proceedings of the 7th US National Conference on Wind Engineering UCLA USA (1993)
- (29) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋風洞試験要領 (2001) ・同解説 2001 年 8 月
- (30) 結城皓曠, 安藤紘三: 有限要素構造解析法の研究 - 第 4 報 骨組の振動, 座屈および大たわみ解析 - 石川島播磨技報 第 10 巻 第 4 号 1970 年 7 月 pp.327 - 336
- (31) 結城皓曠, 島田忠幸, 樋上琇一: 吊橋と平面骨組の非線形解析例 日本鋼構造協会第 7 回大会研究集会 マトリックス構造解析法研究発表論文集 1973 年 6 月
- (32) 松田一俊, 上島秀作, 徳重雅史, 岩崎 徹: 橋梁耐風安定性の解析的アプローチ 石川島播磨技報 第 37 巻 第 6 号 1997 年 11 月 pp.411 - 417
- (33) Y. Hikami, K. Matsuda and T. Suzuki : Nonlinear geometric and aerodynamic analysis for a long-span cable-stayed bridge during construction Wind Engineering Proceedings of the 1st IAWC European and African Regional Conference Guernsey UK (1993) pp.431 - 440
- (34) 本州四国連絡橋公団: 本州四国連絡橋耐風設計基準 (2001) ・同解説 2001 年 8 月
- (35) T. J. A. Agar : Aerodynamic flutter analysis of suspension bridges by a modal technique Engineering Structures Vol.11 (1989. 4) pp.75 - 82
- (36) 松田一俊, K. R. Cooper, 田中 宏: 長大橋の風荷重静的変形およびフラッター特性に及ぼすレイノルズ数効果 日本風工学会誌 第 95 号 2003 年 4 月 pp.109 - 110