

共有財の所有権売買交渉

大 石 英 貴

1 はじめに

この論文では、2人で共有している物をどちらか一方の所有にするための交渉について、モデルを提示して、得られる結果について解説する。

このモデルで説明される実際の例は、共同で発見した分けることのできない宝物である。一方に所有権を渡し、他方はそれを手放す見返りにお金をもらう。共同経営の会社をどちらか一方の単独経営にするときにも当てはまる。

以下では、2節でモデルの説明を、3節で相手の評価が分かるときの分析、4節で相手の評価が分からないときの分析をし、5節で他の文献との関係を述べて、今後の拡張の方向について展望する。

2 モデル

2人のプレイヤー A と B が分割できない1つの財を共有している。その財に対する2人の評価はそれぞれ a と b で $[0, 1]$ 区間に独立に一様分布している。

交渉の仕方は、まず A が価格 x を提示し、 B がその価格で自分の持ち分を売るか、 A の持ち分を買うかを決定する。利得は、財の所有から得られる評価と支払いの和である。 B が売った場合、財は A の所有となり、利得は A が $a - x$ 、 B が x となる。 B が買った場合、財は B の所有となり、利得は A が x 、 B が $b - x$ となる。以上のモデルを表1にまとめる。

交渉を行うときに、自分の評価を知っているのは当然であるが、相手の評価については、分かる場合と分からない場合があるだろう。以下ではその2つの

表1 モデル

プレイヤー	評価	戦 略	利 得	
			A の所有	B の所有
A	a	x：価格	a-x	x
B	b	y：売買	x	b-x

場合に分けて分析する。

また、用いる解は後ろ向き帰納法である完全ベイズ均衡である。

3 相手の評価が分かるとき

B は A の提示する価格と自分の評価を比較し、自分にとって利得が大きい
選択を行う。つまり、 $x > b - x$ ならば売り、 $x < b - x$ ならば買いである。

A はこの結果を先読みして、 $x > \frac{b}{2}$ なら利得が $a - x$ に、 $x < \frac{b}{2}$ なら利得が x
になることが分かる。これを図 1 で説明する。 a と b の大小関係によってグラ
フの位置は異なるが、いずれにしても利得を最大化する価格は $x = \frac{b}{2}$ である。

均衡経路では、A が $x = \frac{b}{2}$ を提示し、 $a > b$ のときは、B が売りを選び A が
財を入手し、A の利得は $a - x = a - \frac{b}{2}$ 、B の利得は $x = \frac{b}{2}$ となる。 $a < b$ のと
きは、B が買いを選び、A の利得は $x = \frac{b}{2}$ 、 $b - x = \frac{b}{2}$ となる。この結果を表
2 にまとめる。実際の利得の様子を図 2 に示す。

また、財は必ず評価の大きいほうが所有することになる。これは社会的に最
適である。これを図 3 に示す。

後から選択を行う B は不利な立場になっている。相手の評価にかかわらず、
自分の評価の半分の利得になる。一方、先に価格を提示できる A は有利である。
自分の評価にかかわらず、いつも相手の評価の半分の価格を提示し、都合のよ
い選択をさせることで、最低でも自分の評価の半分の利得を得ることができる。

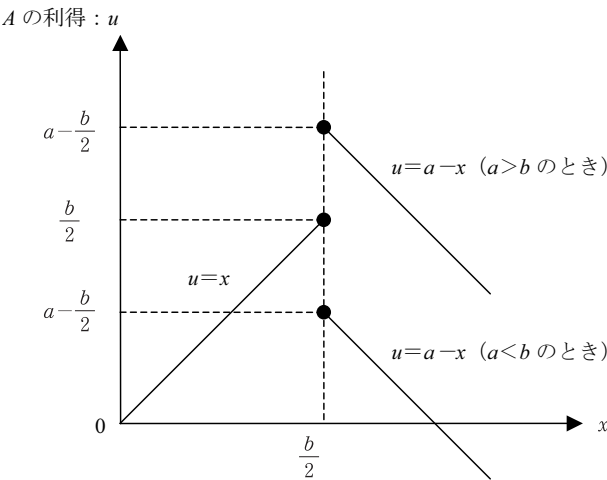


図1 相手の評価が分かるときの、A の提示する価格と利得の関係

表2 相手の評価が分かるときの均衡

プレイヤー	戦 略	利得 (事後)		条件付期待利得	事前期待利得
		$a > b$	$a < b$		
A	$x = \frac{b}{2}$	$a - \frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{1 + 2a^2}{4}$	$\frac{5}{12}$
B	$y = \begin{cases} \text{売} (x > \frac{b}{2}) \\ \text{買} (x < \frac{b}{2}) \end{cases}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{1}{4}$

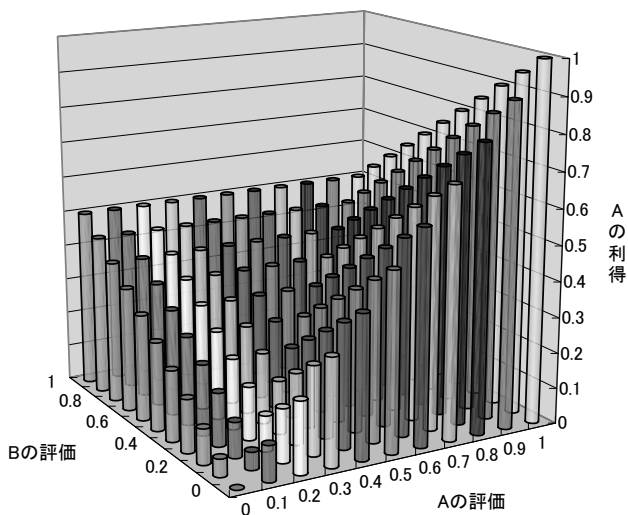


図 2 - A 相手の評価が分かるときの、均衡における A の利得

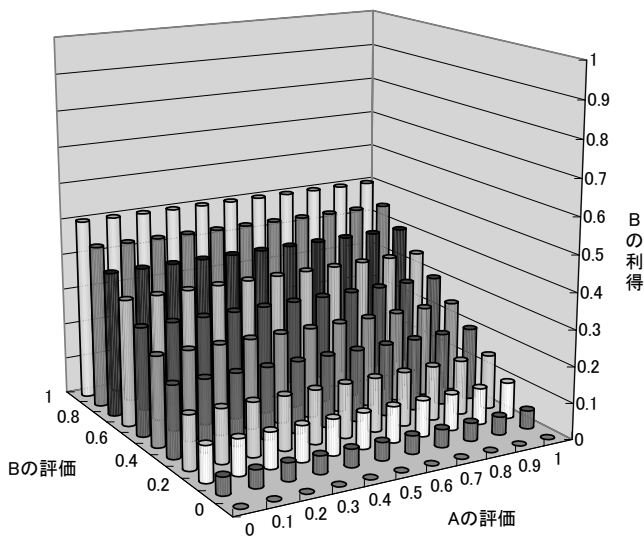


図 2 - B 相手の評価が分かるときの、均衡における B の利得

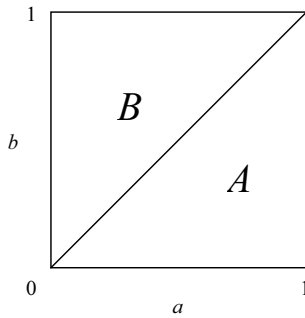


図3 相手の評価が分かるときの、財の所有者

このことをさらに確認するために、均衡での期待利得を計算する。自分の評価が分かった条件での期待利得は、 A については

$$\int_0^a \left(a - \frac{b}{2}\right) db + \int_a^1 \frac{b}{2} db = \frac{1 + 2a^2}{4}$$

B については

$$\int_0^1 \frac{b}{2} da = \frac{b}{2}$$

となる。これを比較すると図4のようになり、どの評価においても先手となるほうが有利である。

さらに、自分の評価が分かる前の事前の期待利得は、 A については

$$\int_0^1 \frac{1 + 2a^2}{4} da = \frac{5}{12} \approx 0.417$$

B については

$$\int_0^1 \frac{b}{2} db = \frac{1}{4} = 0.25$$

となる。これらを表2の右側にまとめる。

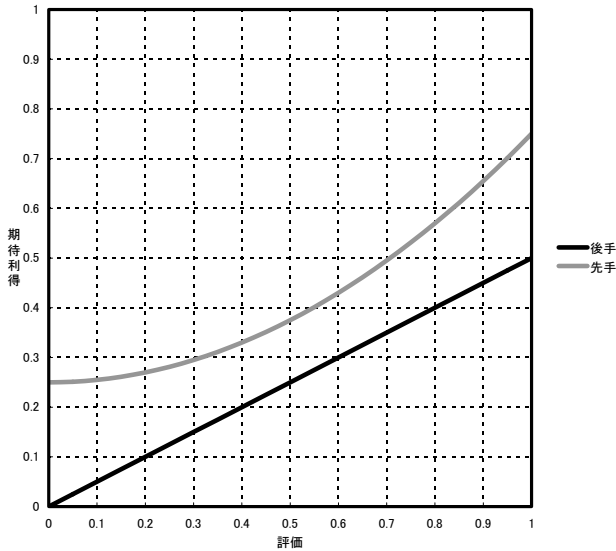


図4 相手の評価が分からないときの、均衡における事前の期待利得

4 相手の評価が分からないとき

B は A の提示する価格と自分の評価を比較し、自分にとって利得が大きい選択を行う。つまり、 $x > b - x$ ならば売り、 $x < b - x$ ならば買いである。

A はこの結果を先読みするが、実際にどの評価の B が相手なのか分からないので、期待利得を最大化するような価格提示を行わなければならない。期待利得は、

$$U = (a - x)P\{b < 2x\} + xP\{b > 2x\} = (a - x)2x + x(1 - 2x) = (1 + 2a)x - 4x^2$$

となる。これを最大化する条件は x についての導関数が 0 のときなので、

$$\frac{dU}{dx} = 1 + 2a - 8x = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x = \frac{1 + 2a}{8}$$

となる。

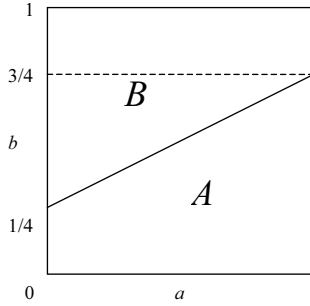


図5 相手の評価が分からないときの、財の所有者

A のこの価格提示に対して、B が売りを選ぶのは $x > b - x$ のときであり、それは、

$$b < 2 \times \frac{1+2a}{8} \iff a > \frac{4b-1}{2}$$

のときである。これを図5に表す。情報が隠されているため、必ずしも評価の高いほうが財を手に入れているわけではない。事後的には非効率な結果となっている。

均衡経路では、A が $x = \frac{1+2a}{8}$ を提示し、 $a > \frac{4b-1}{2}$ のときは、B が売りを選び A が財を入手し、A の利得は $a - x = \frac{6a-1}{8}$ 、B の利得は $x = \frac{1+2a}{8}$ となる。 $a < \frac{4b-1}{2}$ のときは、B が買いを選び、A の利得は $x = \frac{1+2a}{8}$ 、 $b - x = b - \frac{1+2a}{8}$ となる。この結果を表3にまとめる。実際の利得の様子を図6に示す。

今度は、先に選択を行う A が不利な立場になっている。A は相手の評価が

表 3 相手の評価が分からないときの均衡

プレイヤー	戦 略	利得 (事後)		条件付期待利得			事前 期待 利得
		$a > \frac{4b-1}{2}$	$a < \frac{4b-1}{2}$				
A	$x = \frac{1+2a}{8}$	$\frac{6a-1}{8}$	$\frac{1+2a}{8}$	$\frac{(1+2a)^2}{16}$			$\frac{13}{48}$
B	$y = \begin{cases} \text{売} (x > \frac{b}{2}) \\ \text{買} (x < \frac{b}{2}) \end{cases}$	$\frac{1+2a}{8}$	$b - \frac{1+2a}{8}$	$b < \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} < b < \frac{3}{4}$	$b > \frac{3}{4}$	$\frac{37}{96}$
				$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} + (b - \frac{1}{4})^2$	$b - \frac{1}{4}$	

分からないため、自分の評価に依存した価格提示を行う。両方の評価が低い場合には、事後的に利得が負になることもある。これは期待利得を最大化するために、相手の評価が高いことに賭けて高めの価格を提示しているからである。後から決定できる B は明かされた情報のもとで選択ができるため有利である。

このことをさらに確認するために、均衡での期待利得を計算する。自分の評価が分かった条件での期待利得は、A については

$$U = (1+2a)x - 4x^2 = \frac{(1+2a)^2}{16}$$

B については図 5 を参考にして、

(i) $b < \frac{1}{4}$ のとき

$$V = \int_0^1 \frac{1+2a}{8} da = \frac{1}{4}$$

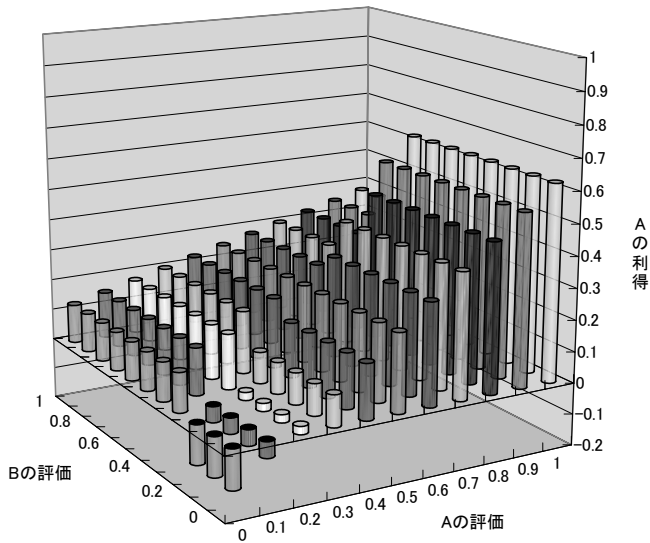


図6－A 相手の評価が分からないときの、均衡におけるAの利得

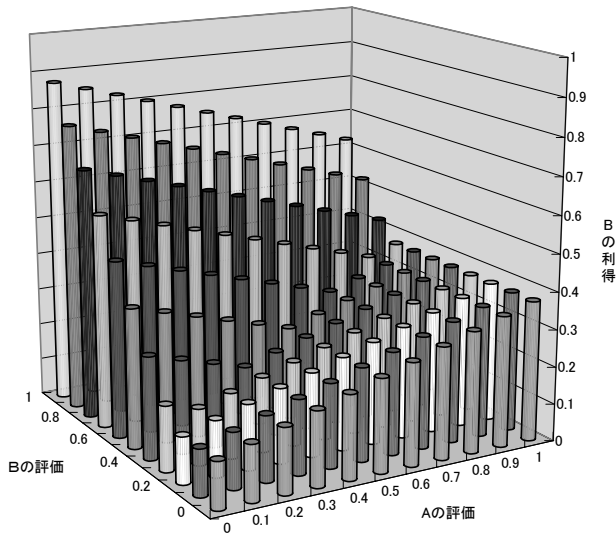


図6－B 相手の評価が分からないときの、均衡におけるBの利得

(ii) $\frac{1}{4} < b < \frac{3}{4}$ のとき

$$V = \int_0^{\frac{4b-1}{2}} \left(b - \frac{1+2a}{8} \right) da + \int_{\frac{4b-1}{2}}^1 \frac{1+2a}{8} da = \frac{1}{4} + \left(b - \frac{1}{4} \right)^2$$

(iii) $b > \frac{3}{4}$ のとき

$$V = \int_0^1 \left(b - \frac{1+2a}{8} \right) da = b - \frac{1}{4}$$

となる。これを比較すると図7のようになり、どの評価においても後手となるほうが有利である。

さらに、自分の評価が分かる前の事前の期待利得は、 A については

$$\int_0^1 \frac{(1+2a)^2}{16} da = \frac{13}{48} \approx 0.271$$

B については

$$\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} db + \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \left\{ \frac{1}{4} + \left(b - \frac{1}{4} \right)^2 \right\} db + \int_{\frac{3}{4}}^1 \left(b - \frac{1}{4} \right) db = \frac{37}{96} \approx 0.385$$

となる。これらを表3の右側にまとめる。

5 おわりに

この論文は、Brandenburger & Nalebuff (1996) にある「テキサス・シュートアウト」という交渉モデルを詳細に分析したものである。そこでは、以下の3つのことが述べられている。

- (1) 自分の評価の半額を提示すれば、少なくとも自分の評価の半分は得られる。
- (2) 相手の評価が分かっている場合は、相手の評価の半額を提示すれば、より

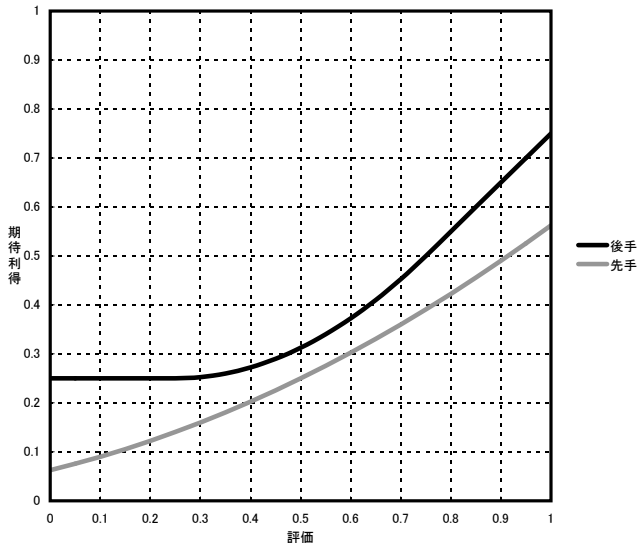


図7 相手の評価が分からないときの、均衡における事前の期待利得

大きな利得が得られる可能性がある。

(3) 相手の評価が分からない場合は、相手に先に価格提示をさせるとよい。

(1)については当然明らかである。(2)についてはこの論文の3節で均衡価格提示を詳しく分析した。(3)については、4節で後手の有利さを詳しく明らかにした。

相手の評価が分かっている場合は、先に価格提示をするほうが有利である。実際では、この交渉方法を思いついて先に提案したほうが勝ちということになる。相手の評価が分からない場合は、後手が有利なので、この方法で交渉することに合意しても、どちらが先に価格提示を行うかについて、もめることになるだろう。

この論文で分析されていないのは、情報が非対称な場合である。それは

- ・ A は B の評価を知っているが、 B は A の評価を知らない。
- ・ A は B の評価を知らないが、 B は A の評価を知っている。

の2つの場合がある。しかし、後から行動する B の利得は、相手の評価に関係ないため、前者は3節の評価が分かる場合、後者は4節の評価が分からない場合の結果と同じとなる。

参考文献

Brandenburger, A. M. & Nalebuff, B. J. (1996) *Co-Opetition*, Doubleday.
(ブランデンバーガー&ネイルバフ(2003)『ゲーム理論で勝つ経営』、日本経済新聞社)