

## 邦銀の倒産確率の推定とその有用性

～ロジット・プロビット分析とオプション・アプローチによる推定～

研究員：藤原 裕之

Tel：03-3581-9555

fujiwara@research-soken.or.jp

### 要旨

- ・ 近年、世界中で継続的かつ構造的ともみられる企業倒産が相次いでおり、デフォルトリスクに対する人々の関心も急速に高まっている。
- ・ こうした背景から、企業のデフォルトリスクを迅速かつ的確に測定する必要性が増しており、信用リスクの測定手法に関しても、モデル構築技術や金融工学等を駆使したより精緻なモデル分析が求められている。
- ・ 最近では、米 KMV 社が開発した EDF(Expected Default Frequency)など、企業の倒産確率を株価データなど市場性資産から推定しようとの試みがなされている。
- ・ 本稿では、これまで研究されてきた信用リスクモデルの有用性を検討するため、わが国銀行業を対象に推定倒産確率を求めた。
- ・ 採用するモデルは、財務データから推定するロジット・プロビット分析によるモデルと、株価データから推定するオプション・アプローチの2つを用いた。
- ・ その結果、両モデルとも概ね良好なパフォーマンスが得られ、実際に破綻に至った銀行については総じて高い倒産確率を推定することができた。
- ・ 一方、個別行の事例でモデルを比較すると、倒産確率のレベルや変動する時期などにおいて若干ながら異なる特徴も見られた。
- ・ モデル上の問題点としては、財務アプローチの場合、データの公表頻度、リアルタイムの測定が出来ない、わが国では過去の倒産データのサンプルが不十分、等が指摘される。
- ・ オプション・アプローチの場合は、推計対象が株式上場企業に限定される、株価の動きに信用リスク情報をすべて依存している、負債価値の評価を明確化するモデルが必要、などの問題点があげられる。

## はじめに

近年、世界中で継続的かつ構造的ともみられる企業倒産が相次いでおり、デフォルトリスクに対する人々の関心も急速に高まっている。昨年末、突如破綻に追い込まれた米エネルギー大手のエンロン社のケースは記憶に新しく、同企業の債券を保有する投資家は多額の損失を被ることになった。わが国においても、90年代初頭のバブル崩壊を発端として企業倒産が急増するようになり、中小・零細企業のみならず、大企業の倒産も珍しいことではなくなった。また、倒産には至らずとも、過剰債務企業に対して金融機関が債権放棄を行うケースも頻繁にみられるようになっている。

倒産企業の急増とそれに伴うデフォルトリスクの高まりには、景気後退など循環的要因による影響のほかに、いくつかの構造的な背景がある。1つは、急速に進展するグローバル化の波によって企業間競争が激化している点であり、第2に資本市場の発展と情報技術革新によって多種多様な金融商品や資金調達手段が生まれたことにより、リスクを的確に把握することがより困難になっていることにある。

こうした背景から、デフォルトリスクを企業の実態に合わせて迅速かつ的確に測定・管理する必要性が急速に高まっている。信用リスクの測定技術の分野においても、従来の専門家による定性的判断によるものから、モデル構築技術や金融工学等を駆使したより精緻なリスクモデル分析が求められるようになっている。最近では、米 KMV 社が開発した EDF(Expected Default Frequency)のように、企業の倒産確率を株価データなど市場性資産から推定しようとする試みがなされている。

本研究では、こうした信用リスクモデルの有用性について検討するため、わが国銀行業を対象に倒産確率の推計を試みる。推計には2つのモデルを採用し、1つは財務データから推定するロジット・プロビット分析によるモデルを、2つめは株価データを用いたオプション・アプローチによるモデルを使用する。

本稿の構成は、1章にこれまで研究されてきた倒産確率モデルを簡単に紹介し、2章と3章では実証分析として、ロジット・プロビット分析によるモデル(2章)とオプション・アプローチによるモデル(3章)を使用し、実際に邦銀の倒産確率を推定する。最後に、4章として本研究の結論と今後の課題を示す。

## 1. 倒産確率モデルの先行研究

倒産確率モデルについては、これまで多くの研究が行なわれているが、大別すると、1) 財務データやマクロ変数等に基づくファンダメンタルズ・アプローチ、2) 市場価格を利用したアプローチ、3) その他のアプローチ、に分けられる。

以下では、これらアプローチの内容について簡単にその概要を紹介する。

### (1) ファンダメンタルズに基づくモデル

企業や経済指標などファンダメンタルズによる情報を用いて企業の倒産確率を推定する方法は従来から盛んに行われてきており、1) 財務データを用いるもの、2) マクロ変数に基づくもの、に大別することが出来る。

#### 財務データを用いたアプローチ

公表されている財務データ等を利用して企業の信用リスクを把握しようという試みは古くから研究が行なわれている。技術的には、判別分析、回帰分析によるモデル(線形確率モデル、ロジット・プロビットモデル)、ハザード・モデルなどの手法を利用したものがある。

#### ・判別分析

判別分析(Discriminant Analysis)とは、ある2つのグループについて、いくつかの変数が与えられているとき、この2つのグループの間に境界線を入れ、新しいサンプルがどちらのグループに入るのかを判別するための手法である。この分野としては、Altman(1968)によるZスコア・モデルが代表的なものとして知られている。わが国においてもこれまで実証的な研究が数多く行われている。森平の資料(2001)によると、日本の金融機関の55%は「判別分析」を用いているとされており、最も一般的な信用リスクの測定法として知られている。

判別分析は、ある一定期間において、倒産・非倒産企業を判別するために財務データ(例えば債務比率等)を説明変数として考える。推定される倒産・非倒産の分布が正規分布しその分散が等しいと仮定すると、倒産か非倒産かを判別する点はこれら2つの分布の平均値の midpoint となる。この場合の midpoint は、倒産・非倒産確率の分散が最も小さい部分となるように決定される。

判別分析の問題点としては、倒産・非倒産確率の分散の形状が安定していない場合、判別点(midpoint)の信頼性が低下することである。例えば、「平均値が互いに近く、分散が大きくなる」ケースや、「平均値が互いに遠く、分散が小さくなる」ようなケースがこれに相当するとみられる。さらに、判別評点をどのようにして信用評点に変換し、どれだけの妥当性を持ちうるかなど、判別分析には多くの問題点が指摘されている。

#### ・定性的従属変数モデル

定性的従属変数モデル(Limited Dependent Regression Model)は、回帰分析を利用した方法で、企業の倒産確率を利用可能な過去の倒産・非倒産の情報にもとづき、いくつかのリスク・ファク

ター（説明変数）から推定するものである。技術的には、1）線形確率モデルと、2）非線形回帰分析であるロジット・プロビットモデルに大別される。先にみた判別分析は、倒産企業と非倒産企業の確率分散が安定的であることが条件であったが、同分析はこうした仮定に依存せず、直接倒産確率を推定する手法である。

#### ～線形確率モデル

線形確率モデル(Linear Probability Model)では、リスク・ファクター（説明変数）の線形和として倒産確率を推定する。

まず、従属変数  $y_t$  を、観測された過去のデータに基づいて、倒産企業=1、非倒産企業=0、と置き、下記(1)の線形回帰モデルを考える。

$$y_t = \beta_0 + \sum_{j=0}^k \beta_j \chi_{jt} + \tilde{\mu}_t \quad (1-1)$$

一般に上記関数の推計にあたっては、誤差項  $\tilde{\mu}_t$  の不均一性を除くために、一般化最小二乗法(Generalized Least Square Method, GLS)が用いられる。

線形確率モデルで多く指摘されるのは、推定倒産確率が必ずしも0と1の間に入らないことであり、これは確率の定義上大きな問題である。さらにより根本的な問題として、リスク・ファクターと推定倒産確率が線形の関係にあるかどうかが不透明なことである。こうした問題を解決するための方法として、以下の非線形回帰を用いたロジット・プロビットモデルがある。

#### ～ロジット・プロビットモデル

ロジット・モデル(Logit Model)およびプロビット・モデル(Probit Model)は、質的データの取り扱いに適したものとして統計学・計量経済学などで幅広く利用されるモデルの一つである。

同モデルは、先の(1)式で示された線形確率モデルから得られる推定倒産確率を非線形に変換し、その結果が0と1の間に収まるように定式化したものである。推定される誤差項がロジスティック分布に従うと仮定した分析モデルが「ロジット・モデル」となり、誤差項が正規分布に従うと仮定したものが「プロビット・モデル」と呼ばれる。なお、本稿では同分析を用いた倒産確率推定を行うことから、モデルの詳細は次章で述べることにする。

#### ・ハザード・モデル

ハザード・モデルは、生存解析など医学の分野で用いられることも多く、汎用性の高い手法とされている。

同モデルによる倒産確率の推定は、時点  $t$  でデフォルトしていなかった企業が次の  $t+1$  時点でデフォルトする確率を示す。すなわち、ある企業がデフォルトする年を  $X$  として、年  $n$  年までデフォルトのなかった企業が、 $n+1$  年でデフォルトする確率：

$$h_n = \Pr \{n \leq X \leq n+1\} \quad (1-2)$$

を  $X$  のハザード確率と呼び、この値で企業のデフォルトを記述する。(1-2)のハザード関数に、景

気や為替レートなど外的要因(共変量と呼ぶ)を取り入れた関数は、「Coxの比例ハザード・モデル」とよばれ、倒産確率の推定では広く用いられている。

こうしたハザード・モデルの概念は、累積デフォルト率として直感的に理解しやすいことや、多くの要因を共変量の中に組み込めるなどのメリットがある反面、倒産確率を的確かつ安定的に推定するためには長期のデータを必要するといった点が指摘されている。

#### マクロ・ファクターを用いたアプローチ

先述の財務データによるアプローチでは、個別企業の倒産確率は景気循環や特定の産業要因に関係なく変化しない(定常的)と仮定されている。しかし、一般に倒産確率や格付推移は、その時々を経済状態に依存するという実証結果が数多く提出されている。

マクロ・ファクターを用いるアプローチは、マクロ要因の信用リスクへの影響を重視し、個別企業の信用リスクに影響を与えるとみられるマクロ経済変数によって倒産確率を算出する方法である。技術的には先に示した線形・非線形回帰分析を用いることになり、説明変数がマクロ変数(GDP変化率、失業率、株価指数等)あるいは産業関連データなどをとり、従属変数は実際に観測される倒産情報(倒産=1、非倒産=0とする)となる。

マクロ・ファクターによるアプローチとしてよく知られるのが、米マッキンゼー社によるマクロ・シミュレーション・アプローチである(Credit Portfolio Viewsに具体化されている)。同アプローチは、格付推移とマクロ・ファクターの関係をモデル化し、マクロのショックをモデルに与えることで推移確率が時間と共に変化していく様子をシミュレートする方法である。これによって、マクロ・ファクターが一単位変化した場合の倒産確率への影響を推定することが容易となり、信用VARを算出することが可能となる。

## (2) 市場価格を利用したモデル

冒頭に述べたように、アジア通貨危機やロシア危機、最近では米エンロン社の破綻など、近年発生した一連の金融危機や個別企業のデフォルトには、金融・資本市場の急激な変動が背景にあるため、危機を事前にかつ早期に察知することがより困難な状況となっている。

前記のファンダメンタルズに基づく倒産確率モデルは、会計情報やマクロ指標などある一定期間を置いて入手されるデータに依存せざるをえないため、時々刻々に動く経済情勢の中で常に変動する倒産確率を捉えることは難しい。

こうした背景から、最近では、株価や金利など市場性資産に内包される、あるいはそれをもとに推定されるモデルを利用して、常時変動する倒産確率をリアルタイムかつ早期に発見しようとの試みが行われている。以下に市場価格を利用した代表的なアプローチを示すことにする。

#### 株価を用いたオプション・アプローチ

株価を用いたオプション・アプローチは、最近わが国でも注目されはじめた倒産確率モデルの一つである。基本的な考え方としては、企業の資産価値のプロセスを確率過程でモデル化し、資

産価値が閾値（例えば負債価値）を下回る確率をデフォルト確率として推定するものである。理論的には、Black-Scholes や Merton らが示したオプション理論が背景となっており、同モデルとして有名なのが、米 KMV 社が公表している KMV モデルである。オプション・アプローチでは、利用される基礎データが株価や一部の財務データ（株主資本、負債等）に限られることから、簡易性にも優れたものといえる。なお、本稿では後に同モデルで邦銀の倒産確率を推定するため、モデルの詳細は後述することにする。

#### 債券の信用リスク・スプレッドを用いた考え方

倒産確率を直接推定するものではないが、企業が発行する債券（社債等）の利回りに含まれる信用リスクプレミアムを利用することによって倒産に関する情報を得ようとの試みは古くから行なわれている。考え方としては、企業が発行する債券利回りと、国債利回りなどリスクフリーレートとの利回り格差を求めて信用リスクの尺度とする。先の株価と違って企業が発行する債券には、普通社債、転換社債、ワラント債、資産担保型証券など多種多様な種類が存在するため、複雑化するリスク構造を把握する上で有益な情報を提供するものとみられる。

### (3) その他のアプローチ

上記以外にも、倒産確率の推定には目的と用途によって様々なアプローチが考案されている。

#### 格付推移モデル

格付け推移モデルは、格付け機関による格付けを説明・予測するためのモデルであり、すでに1960年代から多くの研究が行われている。考え方としては、格付け機関が公表する格付けを推移行列とし、これをいくつかのリスク・ファクターによって説明・予測するものである。モデルの形態としては、1) 将来の1時点における格付け変化を順序プロビット・モデルで説明するもの、2) 将来の任意時点の格付け変化を生存分析で説明するもの等がある。

#### 二進木モデル

二進木モデルは、全体の集合を財務データ等の変数によって類似のグループ（リーフと呼ばれる）に分けていく方法である。倒産実績からリーフ毎のデフォルト率を計算し、企業の属性により分類されたリーフのデフォルト率でもってその企業のデフォルト率とする。

次章以降では、ファンダメンタルズ・アプローチとしてロジット・プロビットモデルを、市場価格を利用したアプローチとしてオプション・アプローチを取り上げ、実際に邦銀を対象として倒産確率を推定してみる。

## 2 ロジット・プロビットモデルによる邦銀の推定倒産確率

既述のように、公表されている財務データを利用して個別企業の信用リスクや倒産確率を推計しようとする試みは古くから行われており、技術的には、判別分析、線形確率モデル、非線形回帰モデル(ロジットモデル、プロビットモデル)、ハザード・モデル分析など数多くの手法が存在することが示された。

以下では、非線形回帰モデルの代表であるロジットモデルとプロビットモデルを取り上げ、財務データから得られる邦銀の倒産確率を推定してみる。

### (1) ロジットモデル、プロビットモデルの概要

前章で簡単に示したように、ロジットモデル・プロビットモデルによる倒産確率は、従属変数( $Y_i=1$ 、 $Y_i=0$ )と説明変数の関係が非線形であるような関数を想定して推定を行うものである。以下に同モデルの基本的な考え方を示す。

いま、企業*i*が「信用リスク度合い」を $Z_i^*$ とし、信用リスクを表す*k*個のリスク・ファクター(財務データ等)を $X_{k,i}$ とした場合、これらの関係を線形結合と平均ゼロ、分散1の誤差項 $\varepsilon_i$ を合計した指標関数を、

$$Z_i^* = \beta_1 X_{1,i} + \beta_2 X_{2,i} + \cdots \varepsilon_i \quad (2-1)$$

のように表すことができる。信用リスク度合いを表す $Z_i^*$ は直接観察することはできないが、この値がある水準 $\beta_0$ を超えた時に企業が倒産すると考え、企業は倒産と非倒産に二分されるため、

$$\begin{cases} Y_i = 1 & (Z_i^* > \beta_0 \text{ の場合}) \\ Y_i = 0 & (Z_i^* \leq \beta_0 \text{ の場合}) \end{cases}$$

のようになり、企業の倒産情報が0と1の変数に変換されることになる。(2-1)式の誤差項 $\varepsilon_i$ をロジスティック分布に従うと仮定したものがロジットモデルであり、その場合、倒産確率 $\pi_{i,t}$ は、

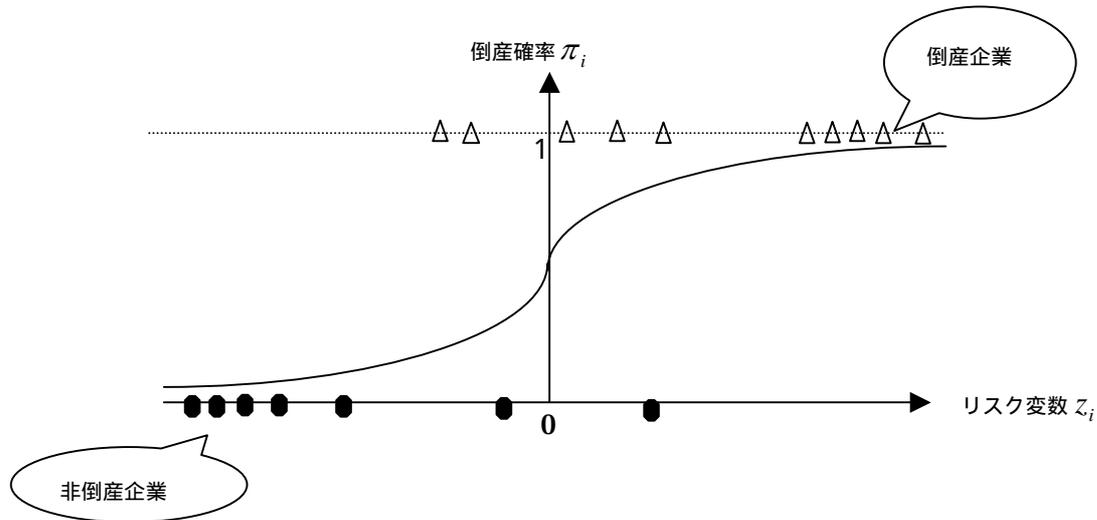
$$\pi_{i,t} = \frac{1}{1 + \exp\left(-\left(\beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i \chi_{i,t}\right)\right)} \quad (2-2)$$

のように表される。一方、プロビットモデルの誤差項 $\varepsilon_i$ は正規分布を仮定し、倒産確率とリスク・ファクターの関係を累積正規密度関数 $\phi(\cdot)$ で表し、倒産確率 $\pi_{i,t}$ は、

$$\pi_{i,t} = \phi\left(\beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i \chi_{i,t}\right) \quad (2-3)$$

で示される。なお、下図は同モデルの概念を簡単に図示したものである。

図表 2-1 ロジット・プロビットモデルによる倒産確率推定の概念図



## (2) 実証分析

次に、実際にロジットモデルとプロビットモデルを用いて、わが国銀行の倒産確率を実際に推定してみる。

### サンプルと推計期間

対象サンプルは、都市銀行から長期信用銀行、信託銀行、地方銀行までを対象とした。地方銀行については規模のばらつきを抑えるため、預金量 1.5 兆円以上（97 年 3 月末時点の数値）の銀行を基本として取り上げたが、破綻行のサンプル数を確保するために、預金量 1.5 兆円未満の幸福銀行、国民銀行、石川銀行、中部銀行もサンプルに加えた。その結果、本推計での対象銀行数は全部で 102 行となった。

推計対象期間は、97 年度～2001 年度までとし、97 年度から 2001 年度に至る 5 年間の間で、倒産した銀行とそうでない銀行の倒産確率を前年度の財務データを中心とするリスク・ファクターによって推定を行うものとする（例えば 97/10 に破綻した場合、96 年度の財務データを説明変数とする）。

### 財務データ（リスク・ファクター）の選択

説明変数であるリスク・ファクターの選択は、銀行の安全性と収益性等を考慮し、以下の 6 つの財務データを採用した。なお、データソースは、全国銀行協会の「全国銀行財務諸表分析」によった。

- 1) 不良債権比率 =  $\frac{\text{リスク管理債権(破綻+延滞債権+3ヶ月以上延滞+貸出条件緩和債権)}}{\text{期末貸出金}}$
- 2) 不良債権引当率 =  $\frac{\text{(一般貸倒引当金+個別貸倒引当金)}}{\text{リスク管理債権}}$

- 3)実質自己資本比率 = 実質自己資本(株主自己資本+有価証券評価損益加算額+貸倒引当金 - 要償却不良債権額 - 繰延税金資産)/期末総資産
- 4)ROA = 経常利益/期末総資産
- 5)ROE = 経常利益/実質自己資本
- 6)期末預金残高(対数値)

上記変数1)~3)は銀行のリスク指標としてよく知られるものであり、3)については、自己資本の健全性をよりの確に評価するために時価会計や税効果会計による影響を除いた「実質」値を用いた。4)と5)は一般に収益性を代表する指標であり、ROEの算出は3)で用いた実質自己資本で求めた。また、これら変数に対する符号条件は、1)と2)がプラス、3)~6)がマイナスとなることが想定される。

なお、説明変数にはこれら6つのリスク・ファクターのほかに、「年度ダミー」と、規模の格差による要因を吸収するために、「大手行ダミー(都銀および地銀大手2行)」を加えて推計を行った。

#### 推計結果

図表2-2が、ロジットモデルとプロビットモデルで行った邦銀の倒産確率の推定結果である。パラメータは、対象とする推計期間の1年前の財務データを用いて推計を行った。

推計結果をみると、ロジットモデル、プロビットモデルともにt値はやや低いものの、概ね良好な結果が得られたといえよう。過去の実証研究をみても、両モデルはほぼ同じ数値が得られることが確認されており、今回の結果もこうした結果に沿う形となった。

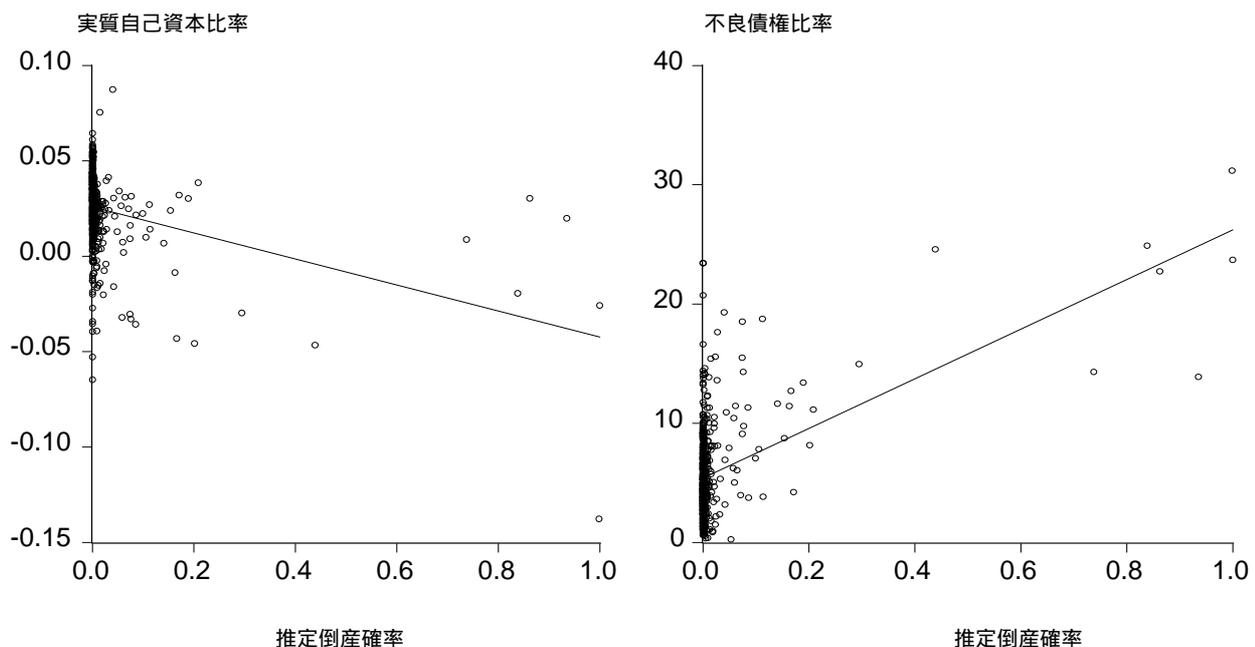
倒産・非倒産の判別を、推定倒産確率20%以上と10%以上を基準にして行ったところ、倒産的中率(倒産基準値を上回った銀行数/倒産銀行数)は両モデルともそれぞれ55%、82%となった。基準値をどこに持ってくるかは議論の分かれるところであろうが、倒産確率10~20%というラインは直感的にも信用リスクを喚起させうるレベルと思われる。

推計されたパラメータは、両モデルともそれぞれ想定された符号条件を満たしており、中でも実質自己資本比率と預金額が有意性をもつ結果となった。図表2-3は、リスク・ファクター(実質自己資本比率、不良債権比率)と推定倒産確率との関係を図示したものであり、符号条件(傾き)を確認することが出来る。一方、年度ダミーをみると、2000年度ダミーが他の年度ダミーと比べて極端に説明力が低くなっているのがわかる。これは、97年以降の一連の金融システム危機が、2000年度に入っていったん収束に向かったことを示していると考えられ、この点は後に示す結果からも確認できる。

図表 2-2 ロジット・プロビットモデルによる邦銀の倒産確率推定の結果  
(前年度の財務データによる推定)

変数	ロジット・モデル		プロビット・モデル	
	係数(標準偏差)	t 値	係数(標準偏差)	t 値
定数項	13.74(7.80)	1.76	6.69(3.79)	1.77
ROA	-0.63(0.34)	-1.85	-0.31(0.18)	-1.74
ROE	-0.00(0.00)	-1.17	-0.00(0.00)	-1.09
不良債権比率	0.10(0.11)	0.90	0.05(0.06)	0.98
引当率	0.84(2.16)	0.39	0.47(1.06)	0.45
実質自己資本比率	-41.97(27.21)	-1.54	-20.06(13.44)	-1.49
経常比率	-3.04(2.97)	-1.02	-1.59(1.48)	-1.07
預金(対数)	-1.00(0.49)	-1.98	-0.49(0.25)	-1.97
97年度ダミー	-1.66(2.44)	-0.68	-0.86(0.87)	-0.99
98年度ダミー	-3.03(2.52)	-1.20	-1.47(0.89)	-1.65
99年度ダミー	-3.79(2.70)	-1.40	-1.84(0.98)	-1.87
2000年度ダミー	-40.38(-)	-0.00	-10.12(-)	-0.00
2001年度ダミー	-4.27(2.79)	-1.53	-1.94(1.04)	-1.86
大手行ダミー	3.51(1.72)	2.04	1.67(0.78)	2.17
対数尤度	-22.09		-20.95	
修正済み決定係数	0.58		0.60	
倒産の中率 20%基準(10%)	0.55(0.82)		0.55(0.82)	
観測値	484		484	

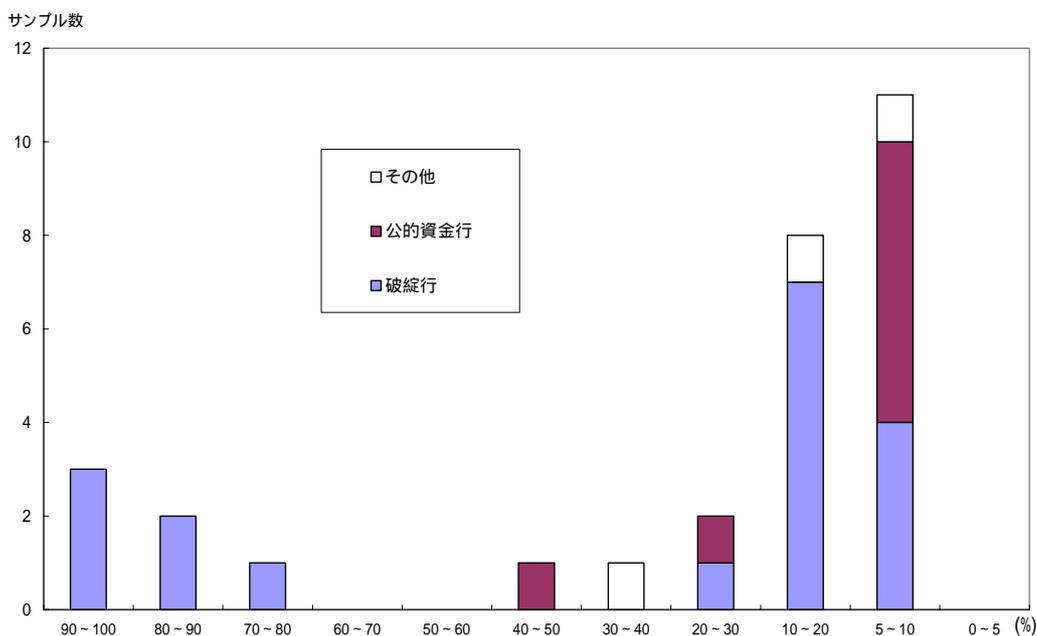
図表 2-3 推定倒産確率(プロビットモデル)とリスク・ファクターの分布図



### ～倒産確率上位行の特徴

推計された倒産確率を数値の高い順から見ていくと、その大部分は破綻行に集中している。図表 2-3 はこの点を示したものであるが、倒産確率 50%以上はすべて破綻行で占められているのがわかる。推定破綻確率 50%以下のサンプルで見た場合も、破綻行と並んで公的資金の注入を受けた銀行（あるいは後に公的資金を受けた銀行）が多く、健全行に近いとみられるその他の銀行はわずかである。また、公的資金注入手の倒産確率は 5～10%に集中していることから、10%という水準は破綻行と問題行を判別するラインとしてみることもできよう。

図表 2-3 倒産確率上位 30 サンプルの分布状況  
(プロビットモデルのケース)



### ～業態別にみた倒産確率の特徴

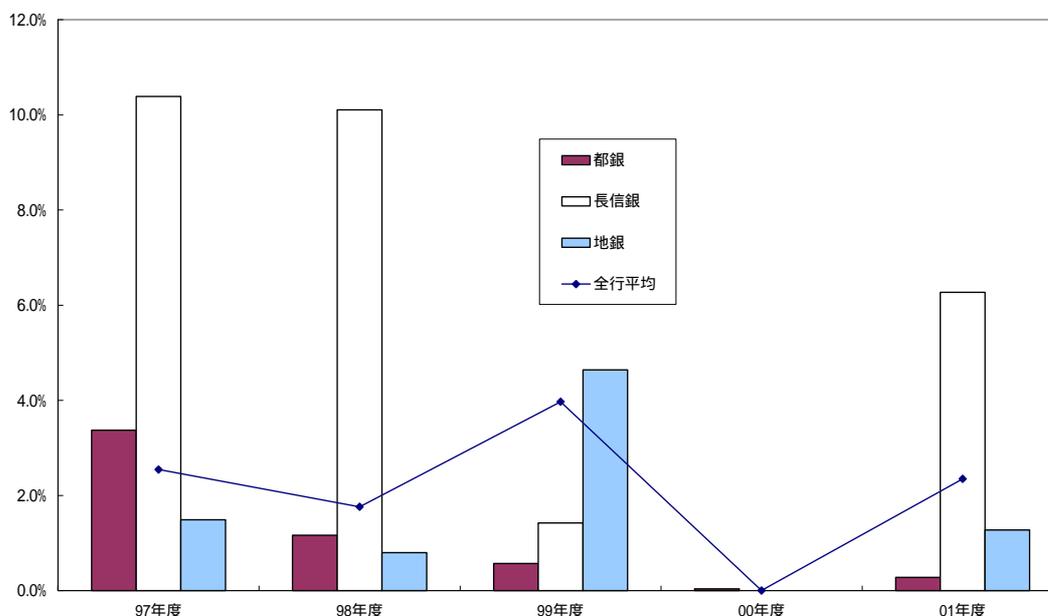
図表 2-4 に示すように、推計された倒産確率を業態別（単純平均で算出）にその推移をみた場合、いくつかの特徴が見られる。

まず時系列に推移をみていくと、先の年次ダミーの数値でも確認されたように、2000年度の倒産確率が極端に低いのが見てとれる。2000年度の推計値は、前年の99年度の財務データに基づいていることから、97年、98年と続いた金融システム不安が、98年3月の公的資金注入等によって沈静化し、その効果が99年度の財務データに反映されたとみられる。実際、98年度は対象行の50%程度が赤字（経常収支）を計上していたが、99年度決算では赤字行は全体のわずか8%に低下している。

次に、倒産確率を業態別にみると、全般に、都銀や地銀よりも長信銀の数字が大きいのが見てとれる。これは、1) 98年の長銀および日債銀破綻の影響、2) 信託銀行は他の業態と比べて不動

産向け貸し出しが多く不良債権の処理負担が大きかったこと、等の要因が影響しているとみられる。こうした業態別にみた特徴は、後に推計を行うオプション・アプローチでも同様の結果が確認できる。

図表 2-4 業態別にみた倒産確率の推移  
(プロビットモデルのケース)



#### ～個別行にみる倒産確率の特徴

推計結果を個別行の状況まで詳しくみたものが図表 2-5 である。これは倒産確率が高い 10 行を年度別に並べ、その後の経過を記したものである。なお、2000 年度の倒産推計値は非常に低いため、表からは省くことにした。

同表をみて明らかなのは、各推計年度を通じて、上位には実際に破綻に至った銀行が多く並んでいる点である。特に、99 年度の上位 3 行の破綻確率は非常に高く、破綻前の信用リスクを的確に表しているものと言えよう。破綻行の倒産確率は、1 年前のファクターで推計した数値がより高くなっていることが確認できるが、中には破綻の 2～3 年前から高い破綻確率を示している銀行もみられ、同モデルの先行性が 1 年以上ある可能性を示唆しているといえよう。

破綻行以外の銀行を見ても、実際に不良債権の増加や経営不安が懸念されたところが多く含まれている。これら銀行のその後の状況を見ると、公的資金の注入を受けるなど、財務状態がより悪化し、経営の建て直しを迫られているところが多い。

これらの点からみても、本推計における結果は概ね邦銀の倒産確率を的確に反映していると思われる。

図表 2-4 推計期間別にみた推定倒産確率の上位 10 行

97 年度の推計結果			98 年度の推定結果		
銀行	倒産確率%	経過	銀行	倒産確率%	経過
日債銀	93.5(96.9)	98.12.13 破綻	日債銀	86.2(87.0)	98.12.13 破綻
国民銀行	20.8(21.3)	99.4.1 破綻	地銀 45	17.1(22.2)	
拓銀	18.9(20.5)	97.11.17 破綻	国民銀行	11.2(5.4)	99.4.1 破綻
徳陽シティ	16.3(17.4)	97.11.26 破綻	長銀	7.7(7.3)	98.10.13 破綻
なみはや銀行	10.5(11.2)	99.8.7 破綻	幸福銀行	7.4(4.7)	99.5.22 破綻
地銀 38	9.9(10.1)		都銀 7	4.4(4.1)	98,99 公的資金注入
中部銀行	8.6(8.9)	02.3.8 破綻	地銀 40	4.2(6.4)	
地銀 43	7.1(8.1)	98,99 公的資金注入	信託 21	4.0(3.3)	98,99 公的資金注入
長銀	8.7(7.3)	98.10.13 破綻	地銀 43	3.3(4.0)	98,99 公的資金注入
都銀 7	5.7(6.5)	98,99 公的資金注入	信託 18	2.7(2.3)	98,99 公的資金注入

99 年度の推定結果			2001 年度の推定結果		
銀行	倒産確率%	経過	銀行	倒産確率%	経過
国民銀行	99.9(99.9)	99.4.1 破綻	石川銀行	99.9(99.8)	01.12.28 破綻
幸福銀行	83.8(88.6)	99.5.22 破綻	信託 21	43.9(39.4)	
東京相和	73.7(82.7)	99.6.12 破綻	地銀 62	29.5(24.8)	
地銀 61	20.1(20.0)	01 公的資金注入	地銀 100	7.6(5.3)	01 公的資金注入
地銀 41	16.6(15.9)	00 公的資金注入	地銀 89	6.1(4.6)	
新潟中銀	15.4(13.6)	99.10.2 破綻	中部銀行	5.8(4.2)	02.3.8 破綻
石川銀行	14.1(13.3)	01.12.28 破綻	地銀 40	2.2(1.8)	
なみはや銀行	11.3(13.3)	99.8.7 破綻	地銀 38	2.1(1.7)	
地銀 36	8.5(7.7)	99 公的資金注入	地銀 51	2.1(1.6)	
信託 19	7.4(6.0)	99 公的資金注入	地銀 43	1.3(1.2)	

注) ()内はロジット・モデルによる推定値。シャドー部分は破綻 1 年前の財務データによる推定値。

各行の倒産確率の殆どが 0% 近辺となった 2000 年度の表は除いた。

### 3. オプション・アプローチによる邦銀の推定倒産確率

前章では、ロジット・プロビットモデルを用いて、主に財務データから得られる情報によって邦銀の倒産確率を推定した。推計結果は概ね良好なものであり、過去の破綻行の信用リスクを的確に捉えたものと思われる。しかし、同モデルの有効性はリスク・ファクターである財務データの信頼性にかかっているため、少なくとも過去数年のわが国の会計制度（取得原価主義など）が企業の実態を的確に表していたかどうかは見方の分かれるところであろう。また、財務データは基本的に中間決算を含めて年2回しかないため、時々刻々と変化する企業の信用リスクをリアルタイムで把握することはほぼ不可能と考えられる。

こうした点を克服するべく、最近特に注目されている信用リスクの測定法が、株価を利用したオプション・アプローチである。ロジット・プロビット分析や格付けデータによる分析等は、信用リスクを言うなれば「点」で計測するものであるのに対し、オプション・アプローチはこれを「線」で捉えようとするものである。本章では、同アプローチを用いて、実際に邦銀の推定倒産確率を推定してみる。

#### (1) オプション・アプローチによる倒産確率推定モデル

以下ではオプション・アプローチについて、その考え方、モデル、パラメータの推定方法について述べる。

##### 期待倒産確率 EDP

オプション・アプローチでは、企業の倒産を法律上の定義である「負債を現有資産の売却によっても返済できない状態」と解釈する。企業の資本構成が1種類の負債と株主資本からなると仮定すると、期待倒産確率(Expected Default Probability, EDP)は、「企業資産価値を原資産価格とし、負債価値を行使価格とするヨーロピアン・コール・オプションにおいて負債満期時点でイン・ザ・マネーとなる確率」と定義される。こうした方法は、米 KMV 社が開発した KMV モデルとして広く知られており、わが国では慶應義塾大学の森平教授が同モデルを用いて精力的に研究を行っている。本稿では基本的に森平の推定手法を踏襲し、EDP の推定を行うことにする。

##### モデルの考え方

まず、企業の資本構成が1種類の負債と株主資本からなる単純なケースを想定してみる。この場合、企業の倒産は、負債満期時に資産の市場価値が負債の市場価値を下回る状況、つまり資産売却によって負債の全額を返済できない債務超過状態によって定義される。したがって、負債満期時における資産価値の確率分布が推定されれば、倒産確率を求めることが可能となる。

ここで、資産  $A_T$  は以下のような確率過程に従うと仮定する。

$$d\tilde{A}_T = \mu_A A_T dt + \sigma_A A_T d\tilde{z}_t \quad (3-1)$$

$\mu_A$  は資産の期待成長率、 $\sigma_A$  は資産期待成長率の標準偏差(ボラティリティ)、 $\tilde{z}_t$  は増分ウィナ

一過程を表している。さらに、現在の資産価値を  $A_0$  とすると、T 期の資産価値  $A_T$  は、

$$A_T = A_0 e^{\left(\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T + \sigma_A dz_t} \quad (3-2)$$

と表され、さらに両辺の対数をとれば、

$$\ln \tilde{A}_T = \ln A_0 + \left(r_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T + \sigma_A \tilde{z}_t \quad (3-3)$$

となる。 $\tilde{A}_T$  は対数正規分布に従うため、負債満時時点 T における資産の対数値は、平均  $\ln A_0 + \left(r_A - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)T$ 、分散  $\sigma_A^2 T$  の正規分布をすることがわかる。

#### ・期待倒産確率 EDP の算出

既述のように、オプション・アプローチでは、資産の市場価値が負債の市場価値を下回る状態を倒産と定義する。ここで T 時における負債価値を  $B_T$  とすると、期待倒産確率 EDP は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \text{EDP} &= P_r ( A_T < B_T \mid A_0 ) \\ &= P_r ( \ln A_T < B_T \mid \ln A_0 ) \\ &= N \left( \frac{\ln B_T - [\ln A_0 + (\mu_A - \frac{\sigma_A^2}{2})T]}{\sigma_A \sqrt{T}} \right) \quad (3-4) \end{aligned}$$

#### パラメータの設定

期待倒産確率 EDP は、上式 (3-4) で与えられるが、実際の算出にあたっては、5つのパラメータ (負債時価  $B_T$ 、負債満期 T、資産時価  $A_T$ 、資産期待成長率  $\mu_A$ 、資産ボラティリティ  $\sigma_A$ ) を推定する必要がある。このうち負債満期 T は 1 年とし、満期時点の負債価値  $B_T$  は直近決算時の数値 (簿価) を仮定する。残り 3つのパラメータ ( $A_T$ 、 $\mu_A$ 、 $\sigma_A$ ) については、以下 3つの連立方程式を設定し、ガウス・ザイデル法による収束計算を行なうことによって算出される (詳細は森平 (2000.1) を参照)。なお、1 回目の収束計算にあたっては、後に示すように、未知のパラメータ  $A_T$ 、 $\mu_A$ 、 $\sigma_A$  の初期値をそれぞれ与える必要がある。

$$\mu_A = \left(\frac{E_T}{A_T}\right) \mu_E + \left(1 - \frac{E_T}{A_T}\right) \mu_D \quad (3-5)$$

$$\text{ただし、 } d_1^* = \left( \frac{\ln(A_t / D_t) + (\mu_A + \sigma_A^2 / 2)T}{\sigma_A \sqrt{T}} \right)$$

$$\sigma_A = \sigma_E \frac{E_t}{A_t N(d_1^*)} \quad (3-6)$$

$$\text{ただし、 } d_2^* = d_1^* - \sigma_A \sqrt{T}$$

$$A_T = \frac{E_t + D_t e^{-\mu_A T} N(d_2^*)}{N(d_1^*)} \quad (3-7)$$

$\sigma_E$  : 株価のボラティリティ

$E_T$  : 株主資本時価

$\mu_E$  : 株主資本の期待成長率

$\mu_D$  : 負債時価の期待成長率

## (2) 実証分析

以下では、邦銀のオプション・アプローチを利用した期待倒産確率 EDP を推定してみる。EDP の算出にあたっては、先の(3-5)～(3-7)式の連立方程式で得られたパラメータ  $A_T$ 、 $\mu_A$ 、 $\sigma_A$  を(3-4)式に代入して求めることにする。

### 使用データと入力パラメータの設定

分析対象とする銀行は、都市銀行(10行)、信託銀行(7行)、長期信用銀行(3行)、地方銀行(預金量1.5兆円以上、66行)とし、推計期間は1996年4月～2002年2月末までとした。

必要となる基礎データは、1)日次の株価、2)発行済み株式数(期末値)、3)負債金額の3つである。なお、2001年4月～2002年2月末の推計については、データソースである全国銀行協会の「全国銀行財務諸表分析」がまだ公表されていないため、基本的には前年度の財務データで代用することにした。

各入力パラメータは、森平(2000.1)を参考に以下のように設定することにした。

### ・ 株価、収益率およびボラティリティ

株価は1996年4月～2001年3月末までの日次データを取り、欠損部分については基本的に、該当日前後の株価の平均値あるいは2～3日移動平均で代用した。

株価投資収益率  $\mu_E$  は、株価を  $S_T$  として  $\ln(S_t / S_{t-1}) * 250$  として求めた。一方、株価ボラティリティ  $\sigma_E$  の算出方法には、オプション価格から抽出されるインプライド・ボラティリティ、条件一分散モデルとして知られる ARCH・GARCH、株価の確率過程(CEVモデル)から推定するもの等があるが、ここでは日次ヒストリカル・ボラティリティ(3ヶ月)を用いることにした。

#### ・負債時価、満期日および負債の期待成長率

負債満期  $t$  は 1 年として設定することにする。1 年という比較的短期間では負債の変化は少ないとみられるため、負債価値  $B_T$  は 1 年後の簿価を推定するのではなく直近決算時の数値（簿価）で代用することにした。

負債の期待成長率も 1 年という期間を考えると、それほど大きな影響をもつとはみなされず、今回は企業の信用リスクを抽出することを目的としているため、一律 = 0 と置くことにした。

#### ・株主資本時価 $E_T$

株主資本時価  $E_T$  の算出には、株式時価総額を求めることが妥当と思われる。したがって、日々の株価に発行済み株式数をかけたものを株主資本時価とすることにした。

#### ・パラメータ $A_T$ 、 $\mu_A$ 、 $\sigma_A$ の初期値の設定

先の連立方程式 (3-5) ~ (3-7) の 1 回目の収束計算では  $A_T$ 、 $\mu_A$ 、 $\sigma_A$  の近似値を与える必要がある。資産時価  $A_T$  は、算出時点の負債簿価  $B_0$  と株主資本  $E_0$  を足したものとし、資産成長率の期待値  $\mu_A$  は、株主資本の期待収益率  $\mu_E$  と負債時価の期待成長率  $\mu_D$  をそれぞれ自己資本比率と負債比率で加重平均して求める。資産ボラティリティ  $\sigma_A$  も同様に、株価ボラティリティ  $\sigma_E$  と負債のボラティリティ  $\rho_B$  を自己資本比率と負債比率で加重平均する。

### 実証結果と評価

上で示した推定方法により、都銀、信託、長信銀、地方銀行（預金額 1.5 兆円以上）を対象に、96 年 4 月 ~ 2002 年 2 月末にかけての邦銀の期待倒産確率 EDP を推定した。なお、地方銀行の中には未上場のものもあるため、株価データの制約上これらは分析対象から外すことにした。

#### ・業態別 EDP の特徴

図表 3-1 と図表 3-2 は、分析対象行の業態別 EDP（地銀については預金規模別）の推移を示しており、図表 3-3 には業態内における銀行間の EDP 格差を捉えるため、各行の EDP の標準偏差をグラフ化した。なお、各業態の EDP は、各行の資産総額によって加重平均して算出した。これらの結果から、いくつかの特徴がみてとれる。

まず第 1 に、全体を通じて地銀の EDP は低い水準で推移しており、最も高い時期でも、預金量 3 兆円以上の銀行で 12% 程度、預金量 1.5 ~ 3 兆円未満では 6% 程度となっている。これに対し、都銀、信託、長信銀の EDP は推定期間を通じて常に地銀より高い水準状態にある。中でも信託は都銀、長信銀より高い状態にあり、金融システム不安がいったん沈静化したとみられる 99 ~ 2000 年においても高い水準を示しているのがみてとれる。この点は先にみたロジット・プロビット分析と整合的な結果が得られており、信託銀行の不動産貸出比率の高さなどが投資家に不安視され、株価の動きに反映されたものと考えられる。

第 2 の特徴として、推計期間中の倒産確率の変動が極めて大きい点があげられよう。96 年は一般的に倒産確率は低位で安定していたが、不良債権問題の拡大が懸念されはじめた 96 年度末頃から一部銀行で高い確率を示すなど不安定な動きとなった。その後、97 年 11 月の北海道拓殖銀行

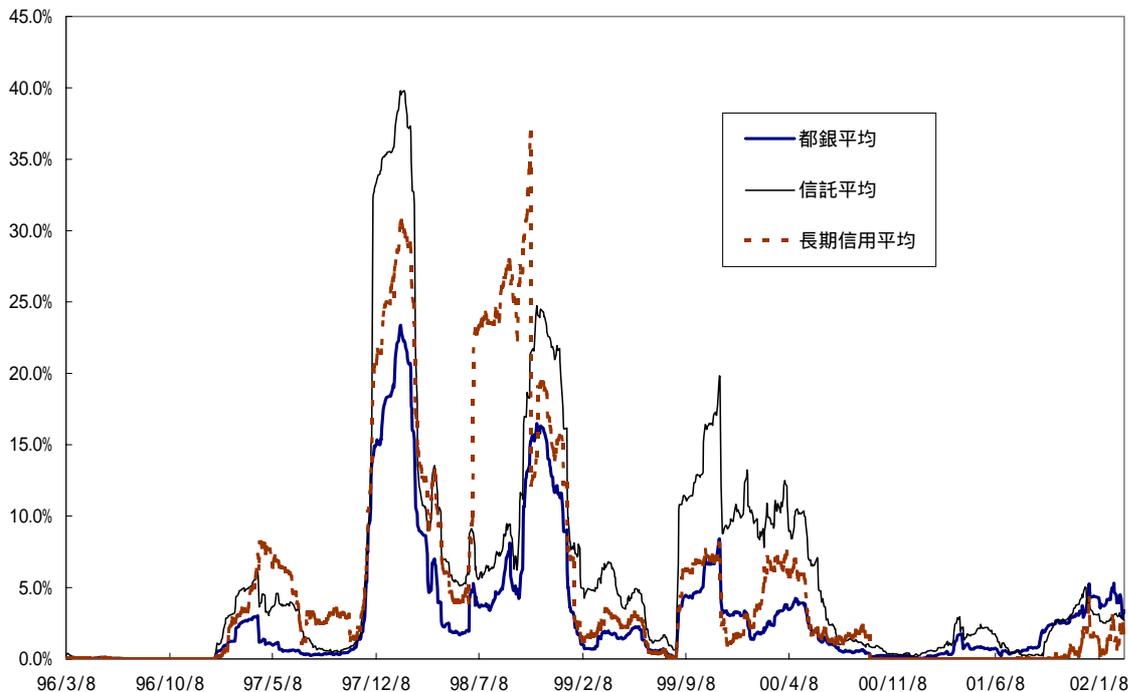
の破綻によって金融不安が深刻化したのをきっかけに、倒産確率はすべての業態で大幅な上昇を示している。

97年に続き、倒産確率に大幅な上昇がみられたのが、長信銀2行の特別公的管理が決まった98年秋頃から99年はじめにかけてである。その後、倒産確率は、99年3月に約7.45兆円の公的資金注入が行なわれたのを機に大幅な低下をみせた。こうした点からも、当時の状況は単なる個別行の経営不安ではなく金融システム全体に及ぶものであり、とりわけシステムミック・リスクを受けやすい都銀行で倒産確率の改善が顕著だったことに表れている。さらに見逃せないのが、99~2000年のEDPは全般に低水準で安定していたものの、2001年に入って再びリバウンドしている点である。

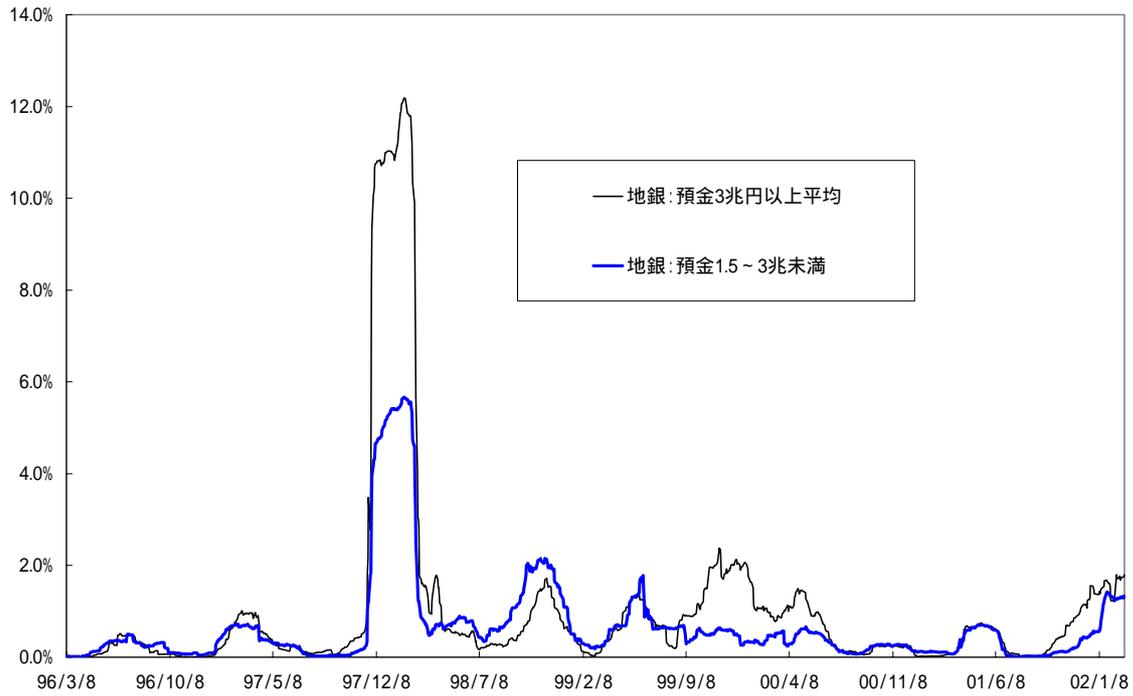
第3に、図表3-3で業態別にみた銀行間のEDPのばらつき度をみると、97年末のEDP上昇期では、地銀が都銀よりもばらつき度が大きく、EDP自体の数値よりも高くなっている点が興味深い。これは、97年末において地銀の間でも、優良行と経営不安行を峻別する動きが見られた可能性を示すものといえよう。

また、先に記したように2001年以降再びEDPの高まりがみられるが、それ以上に銀行間のばらつき度合いが高まっている点も確認することができ、マーケットを通じた二極化現象が進行していることを示している。

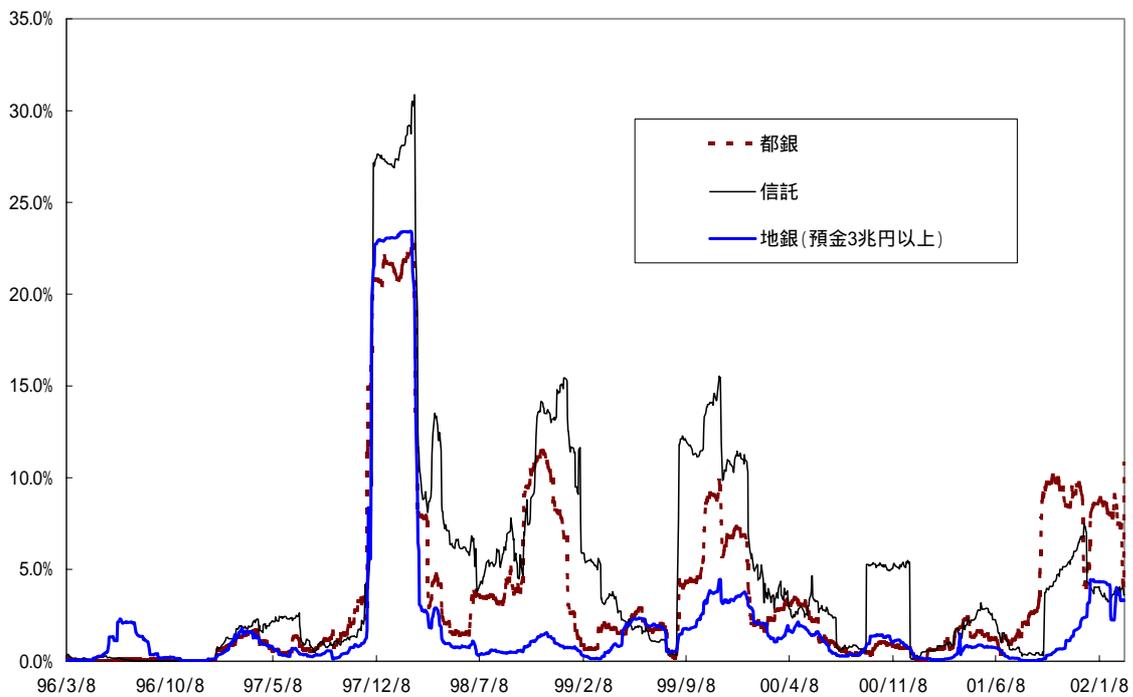
図表3-1 都銀・信託・長期信用における推定倒産確率 EDP の推移



図表 3-2 地方銀行における推定倒産確率 EDP の推移



図表 3-3 業態別にみた銀行間の推定倒産確率 EDP ばらつき度



## ・破綻行における EDP の特徴

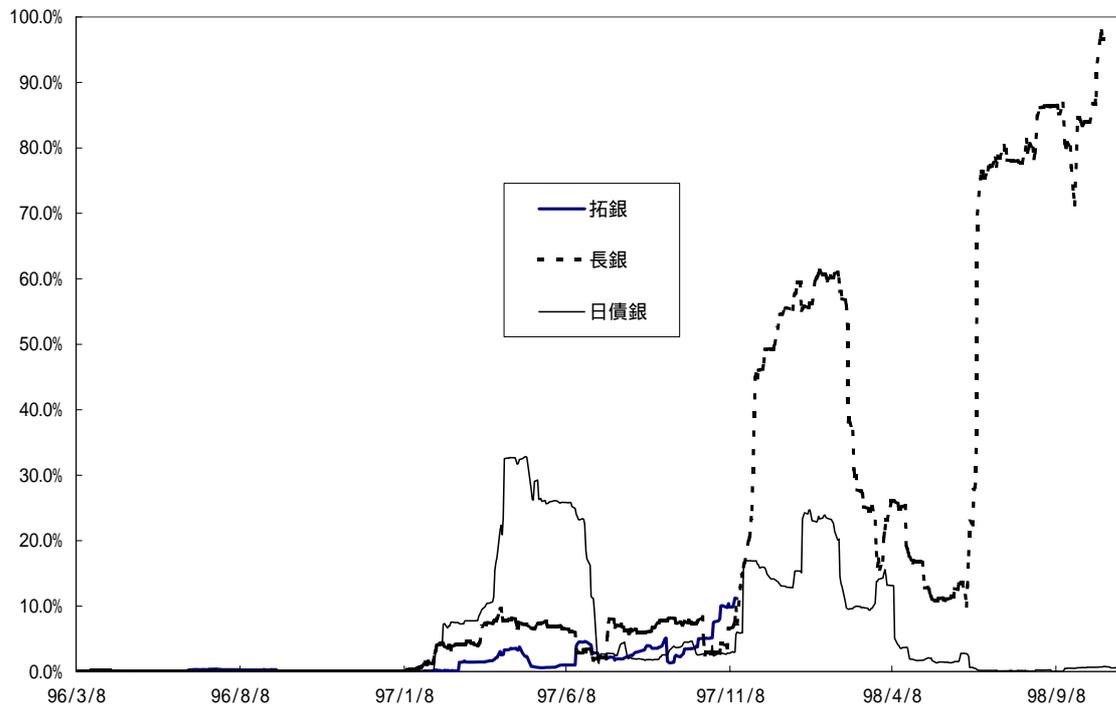
次に、今回のサンプルの中で実際に破綻に至った銀行の EDP について見てみる。

### ～都長信銀のケース

図表 3-4 は、97、98 年に破綻した都長信銀 3 行の EDP の推移を示すものである。97 年 11 月 17 日に北洋銀行（現：札幌北洋ホールディングス）への譲渡が決定した北海道拓殖銀行の EDP の状況を見ると、96 年から 97 年 1 月頃までは非常に安定的に推移しており、その後 2 月頃から乱高下をはじめ、破綻の 1 月前の 10 月から 10% 台に一気に上昇するという経緯を辿っている。

拓銀の破綻から約 1 年後に特別公的管理に置かれることになった日本長期信用銀行（97.10.13 破綻）と日本債券信用銀行（97.12.13 破綻）のケースをみると、全般に EDP のレベルが拓銀を大幅に上回っているのがわかる。特に、長銀の倒産確率のレベルは拓銀破綻後にすでに 60% を超えており、株式市場ではこの頃から同行の破綻を織り込む状態にあったものとみられる。先のロジック・プロビットモデルでは、長銀の倒産確率は 1 年前のデータ推計で 7.7% であった。こうした格差は、財務データなど一般に公表されているファンダメンタルズ指標には表れていないリスク要因を資本市場が事前に察知していた可能性を示している。

図表 3-4 都長信銀 3 行の破綻前の推定倒産確率 EDP



一方、日債銀は長銀ほど高い数値ではないものの、97 年 4 月頃からすでに 30% 程度の水準を示しており、事前予測という面で、市場参加者は長銀のケースよりも早くからリスク要因を織り込み始めていたとみられる。これは 97 年 4 月の大蔵省検査で不良債権飛ばしが指摘され、同行の不良債権問題が早くから投資家に懸念されていたことも要因の一つにあったとみられる。

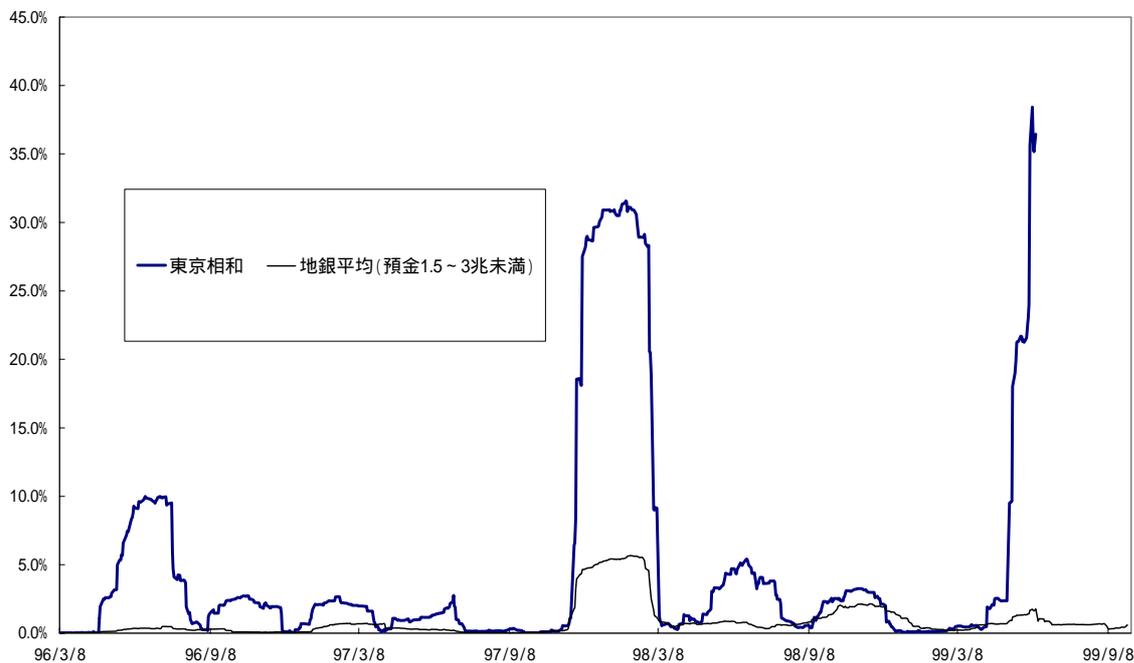
森平(2000.7)の指摘によると、拓銀のケースから、倒産確率 10%という水準はマクロ的な信用リスク管理において重要なポイントであることが示されている。しかし、長銀の EDP の水準が 10%をはるかにオーバーシュートしていた点を見る限り、EDP のレベルには単に個別の信用リスクだけでなく、金融システム全体が抱えるリスク(システムック・リスク)や、マーケット・リスクなど資本市場が固有に抱える要因も多分に含まれている可能性を示すものといえよう。こうした点は、財務データを用いた倒産確率を補完する上でも、オプション・アプローチが非常に有効に機能する可能性を示すものと思われる。

#### ～地銀のケース

次に、地方銀行における破綻行の EDP についてみる。

図表 3-5 をみると、99 年 6 月 12 日に破綻した第 2 地銀大手の東京相和銀行(米投資会社ローンスタールに譲渡され、東京スター銀行となる)は、破綻 1 ヶ月前頃から EDP が 30%台へ急上昇しており、マーケットからは破綻行として織り込まれた動きとなっている。同行はすでに、拓銀破綻の影響が広がった 97 年末から 98 年前半にかけても、地銀平均(5%台)を大きく上回る 30%の破綻確率を記録しており、この時点で実質的に破綻が免れない状態にあったものとみられる。こうした動きは、先のプロビットモデルの結果からは得られなかった。

図表 3-5 東京相和銀行の破綻前の推定倒産確率 EDP



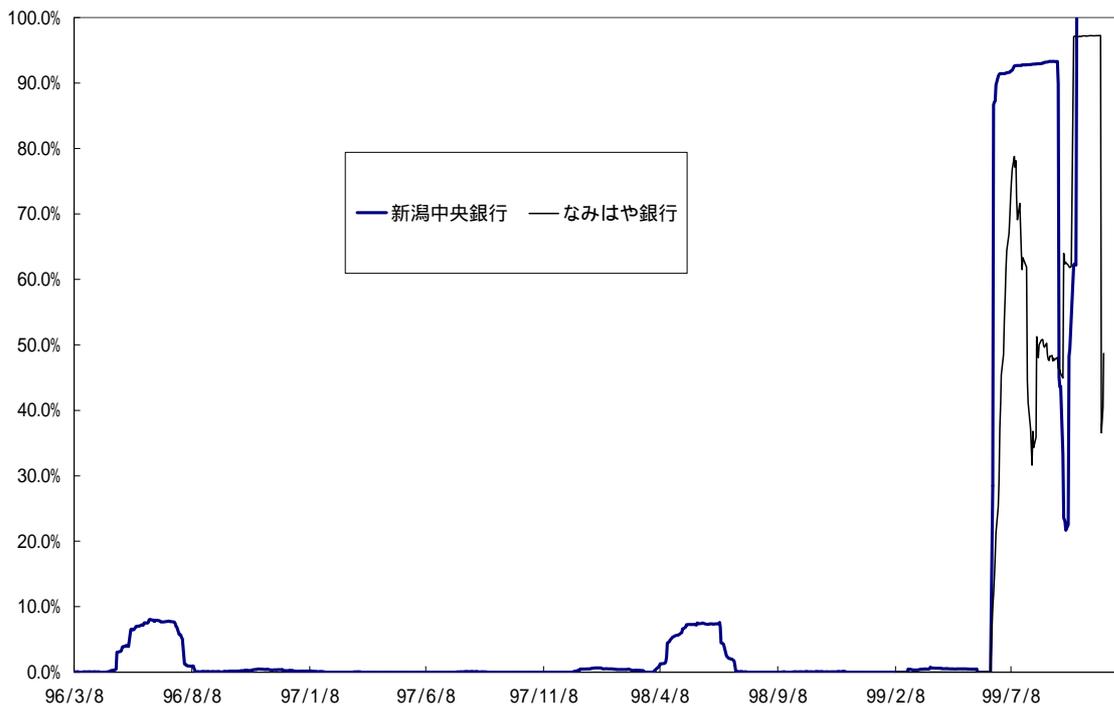
続いて、EDP の数値が破綻直前に急激に上昇した新潟中央銀行と、なみはや銀行のケースをみてる(図表 3-6)。

新潟中央銀行は 99 年 10 月 2 日に破綻が決まったが、その破綻確率 EDP は安定的な傾向のあ

る地銀の中で非常にボラティルなものとなっており、99年6月末から一気に90%台に跳ね上がり、いったん20%まで低下したものの破綻日にかけて99%まで上昇するという展開になっている。ここで見逃せないのは、比較的平常時とみられる96年半ばと長銀破綻前の98年半ばに10%近い水準を2回記録している点である。このように、破綻の3年前に比較的高いEDPが検出されたことは、同行のリスクを十分な時間的余裕を持って把握できるという点で、リスク管理上、非常に有用性が高いものと言えよう。

一方、なみはや銀行についても新潟中央銀行とほぼ同時期に急激なEDPの上昇をみせている。98年10月に福徳銀行となにわ銀行の特定合併で設立されたなみはや銀行は、わずか10ヵ月後の99年8月7日に破綻が決定した。同行のEDPは、破綻2ヶ月前の99年6月頃から急激に上昇しているが、本推計では株価ボラティリティを過去3ヶ月で算出しており、設立後数ヶ月のEDPは適切に計算することができない。従って、設立後間もなく同行の破綻リスクは既に上昇に向かっていた可能性も十分あることに留意する必要がある。

図表 3-6 なみはや銀行と新潟中央銀行の推定倒産確率 EDP の推移



#### 4. 結論と今後の課題

本研究では、定性的従属変数回帰分析として広く知られるロジット・プロビット分析と、最近注目されている株価を利用したオプション・アプローチによるモデルを使い、実際に邦銀の倒産確率の推計を行なった。以下では、両モデルの推計結果と比較を通じて得られるいくつかのインプリケーションを示し、最後に今後の課題について述べたい。

##### (1) 両モデルの比較

今回の推計結果は、両モデルとも概ね良好なパフォーマンスが得られ、特に実際に破綻に至った銀行については総じて高い倒産確率を検出することができた。業態別の推計値をみると、両モデルとも長信銀の倒産確率が高く、都銀と地銀がこれに続くという結果となった。時系列で見た場合も同様に、97～99年頃は金融システム不安などから倒産確率は高い数値が続き、公的資金注入等でいったん危機が収束したとみられる2000年は非常に低く安定した数値が得られた。

このように、全体的には両モデルともほぼ同じ特徴がみられたが、個別行の事例ではわずかながら異なる面もみられた。1つは、倒産確率のサインが異なる時期に表れるケースがみられたことである。99年6月に破綻した東京相和銀行の場合、破綻直前の倒産確率(プロビット分析では98年度財務データによる推計値)は両モデル共にはっきりと推定値の上昇が確認された。しかし、オプション・アプローチでは97年末～98年前半に大幅な上昇がみられたが、プロビットモデルの97年度の推計値ではこうしたサインは確認されていない。2点目は、推計値のレベルの違いがみられることである。長銀のケースでは、オプション・アプローチによる倒産確率EDPは97年後半に60%程度となり、破綻直前の98年6月以降ではほぼ100%近い水準に上昇している。一方、プロビットモデルでは破綻年次の数値でも10%に満たない。またこれとは逆に、日債銀の数値では、プロビットモデルのほうがより高いという結果となった。

##### (2) 問題点と今後の課題

今回行なった邦銀の倒産確率の推計結果やわが国の現行制度等を踏まえ、両モデルの推計方法に対していくつかの留意すべき点や問題点が指摘できる。

まず、ロジット・プロビットモデルに代表される財務アプローチについては、財務データの公表頻度の少なさと信頼性の問題、リアルタイムでの測定ができない、過去の倒産データのサンプルが不十分、といった点があげられる。この点は、現在わが国の会計制度は、取得原価主義から時価主義への移行を進めているものの、信頼度の高い数値であるかどうかは依然不透明な側面が多い。また、決算時期が年2回しかなく、中間決算の情報も十分なものとは言いがたい。

については、グローバル化の進展によって企業を取り巻く環境が時々刻々と変動する中、同モデルによって企業の信用リスクの動きをつぶさに捉えるには一定の限界があることを示している。

一方、オプション・アプローチの問題点としては、株価データが必要なため推計対象が上場企業に限定される、負債価値の評価を明確にする特定のモデルが必要、株価の動きにすべて

の信用リスクの情報を依存している、といった点が指摘できる。やに示すように、中小・零細企業や、上場されていても株式の流動性が十分でなく適切なプライシングがされていないような場合は、推計自体の精度が落ちる可能性がある。こうした企業の信用リスクの測定については、財務データを利用したロジット・プロビット分析やクレジット・スコアリング、格付けデータ等による分析を通じて信用リスクの把握を行うことが有用であろう。

今後の課題については、上記問題点を踏まえ上で、従来の倒産確率モデルを更に精緻化し、さらに、複数の信用モデルを複合化することによって新たな信用リスクの発見を目指すことが大きな課題となるだろう。今後わが国の金融構造が資本市場を中心とした直接金融システムに移行する中、瞬時に変化する信用リスクを的確に捉える重要性は一層増していることから、については特に、今回のオプション・アプローチのモデル設定をより実体に合う形に発展させる必要がある。例えば、本研究では負債の期待成長率を便宜的に一律=0としたが、実際こうした仮定は現実的でないことは明らかであり、負債の残存期間の違いや、融資や普通社債、転換社債など負債の種類によって負債成長率を決定するモデルが必要となるだろう。

< 主な参考文献 >

Leland,H.E, “ Corporate Debt Value,Bond Covenants,and Optimal Capital Structure ” ,The Journal of Finance,1994

Jorge A.Chan-Lau “ Corporate Bond Risk and Real Activity ” IMF Working Paper,Oct2001

Peter J.Crosbie, “ Modeling Default Risk ” KMV Corporation, Nov1993

Vasicek O.A, “ Credit Valuation ” KMV Corporation, Mar1984

Zhou Chunsheng, “ Default Correlation Analytical Result ” FRB, Working Paper,1997

大橋英敏「格付別イールドスプレッドとマクロ経済要因」ファイナンス研究,1998.12

小田信之「オプション価格理論に基づく適正預金保険料率の推定」金融研究、日本銀行金融研究所、1998.11

北川源四郎/佐藤整尚/永原裕一「非ガウス型状態空間表現による確率的ボラティリティモデルの推定」金融研究、日本銀行金融研究所、1999.9

森平爽一郎「信用リスクの測定と管理 第2回：定性的従属変数回帰分析による倒産確率の推定」証券アナリストジャーナル、1999.11

森平爽一郎「信用リスクの測定と管理 第3回：オプションモデルによる倒産確率推定:基礎」証券アナリストジャーナル、2000.1

森平爽一郎「ファイナンシャル・リスクマネジメント」2000.7、朝倉書店

森平爽一郎「信用リスク研究の最近の展望」統合リスク管理セミナー、2001.10