

# 長方形ラーメンの弾塑性安定

若林 実・松井千秋

## STUDY OF ELASTO-PLASTIC STABILITY OF STEEL PORTAL FRAMES SUBJECTED TO VERTICAL AND HORIZONTAL LOADS.

By Minoru WAKABAYASHI and Chiaki MATSUI

### Synopsis

The experiments were conducted to investigate the effect of the axial force on the horizontal ultimate strength and deformation capacity within the limit of stability. Models were end fixed steel portal frames consisting of beams and columns with rectangular cross sections and were cut off by a machine of 10 mm mild steel plate without heating. The span and column height were both 200 mm. The slenderness ratios were 100, 50, 30, and the beam column stiffness ratios were 0.5, and 1.0. The results were compared with the plastic collapse loads considered the influence of the axial force.

### 1. 緒 言

高層建築が地震力を受けたときの最大耐力および弾塑性域にわたって示す変形の挙動を調べることは、現在注目されている超高層建築耐震構造設計の基礎となる重要な課題と思われる。建物が地震力を受けたとき、耐力を決定する挙動には種々の不安定現象が存在する。それは各柱の弱い軸に関する曲げ座屈、柱、梁のねじれ座屈、柱、梁に型鋼が使用された場合には、フランジあるいはウェブの局部座屈、材料自体の応力一歪曲線による不安定、これは、鉄筋コンクリート構造部材において塑性ヒンジに回転限界が存在することに対応する。それから骨組全部材の相互作用によって骨組全体に不都合な変形が進行し、ついには崩壊するような骨組の不安定、これは釣合分枝の無い安定問題として知られている。このように骨組の不安定現象には種々の形態が存在するが地震力を受けた建物には、最後の骨組全体の不安定が一番重要である。この問題に関して、建物の自重に相当する鉛直荷重と、地震力に相当する水平荷重の二方向の力を、同時に骨組に加えることが困難であるためか、実験的研究はあまり行なわれておらず、また外国では鉛直荷重を重力で与えるために、その大きさが制限され、柱の細長比の割合大きな骨組しか実験されていないようである。

骨組の挙動を弾塑性域にわたって理論的に追求することはきわめて困難かつ労力のいるもので、正解法で解いたものは、数例<sup>1,2)</sup>に過ぎなく、もっぱら外国では、骨組の崩壊荷重を何か単純化した近似値<sup>3)</sup>で置き換える方法が研究されている。これには主として、応力一歪曲線が完全弾性であるとしたときの弾性限界荷重(座屈荷重)、材の最外繊維が降伏応力度になるときの降伏荷重、応力一歪曲線が完全塑性であるとしたときの剛塑性崩壊荷重のような理想荷重が、真の骨組の耐力決定の要素として重要な役割を持っている。弾性限界荷重は最初から曲げを受けるような荷重を受ける骨組の場合、解析はきわめて困難なもので、1層1スパンラーメンについて Chwalla および藤本博士の研究があるに過ぎない。最近では L, W, Lu の塑性域も考慮した等分布荷重を受ける門型ラーメンの研究がある。一般には分布荷重を軸荷重に代えることによって等価軸荷重として与えられる。これによる誤差は Chwalla の研究によると充分小さいものであることが認めら

れている。このことからこの実験においては鉛直荷重は柱頭へ軸力として加えられている。外国に見られる研究では、耐力を求めることに主題がおれ、当面のわが国の研究に必要な建物の変形能力については、あまり注目していない。しかし地震力のようにくり返し水平力を受ける建物については、安定限界にいたるまでの変形能力の研究は重要であり、建物が地震力に対して安全であるためには、変形がその限度内におさえられるよう設計されねばならない。建物の変形能力は、梁、柱の剛性、柱の細長比、階数、鉛直荷重の大きさ等に関係している。

現在、わが国において計画されている高層建築設計案によると下層階の柱の軸力は降伏応力の40～80%という大きな値を示している。柱の細長比については階高を座屈長さとして15～30ぐらいとなっている。このことを考慮して、この実験では細長比および軸力を比較的实际の建物の条件を含ませて細長比、30, 50, 100, 梁の剛比, 0.5, 1.0 と変化させた6つのシリーズを計画しそれぞれのシリーズについて軸力, 0, 0.1, 0.2, 0.4  $P_c$ , ( $P_c$ : 骨組の弾性座屈荷重, 塑性座屈荷重)を加え、これを一定に保って水平力を増加させたときの骨組の安定限界における水平耐力および変形能力、さらに安定限界を越えて骨組が不安定状態にいたる変形の性状を調べている。

## 2. 実験計画

### 2.1 試験体形状、寸法

試験体は一般構造用鋼材 SS 41 の 10 mm 鋼板より熱を加えないよう機械的に切り出された矩形断面の柱脚固定 1 層 1 スパンラーメンである。試験体は断面寸法により、6つのシリーズに分類される。全シリーズにわたってスパンおよび階高は 200 mm である。I シリーズは柱の細長比  $\lambda=100$ , 梁の剛比  $k=0.5$ , II ;  $\lambda=100$ ,  $k=1.0$ , III ;  $\lambda=50$ ,  $k=0.5$ , IV ;  $\lambda=50$ ,  $k=1.0$ , V ;  $\lambda=30$ ,  $k=0.5$ , VI ;  $\lambda=30$ ,  $k=1.0$ , である。各試験体の形状、および実断面寸法は、(Fig. 1) および Table 1 に示されている。

ここに試験体番号は、H は水平力だけを加えたもの、VH は鉛直荷重および水平力を加えたもので、最初の数字はシリーズ番号を、2 番目は鉛直荷重の大きさを示し、1 はその骨組が鉛直荷重だけを受けたときの耐力、(座屈荷重)の 1 割, 2 は 2 割, 3 は 4 割を示している。柱、梁断面は巾 10 mm と一定にしたために  $\lambda=30$ ,

Table 1. Model dimensions.

| Series | 試験体                | 階高<br>$h$<br>(cm) | スパン<br>$l$<br>(cm) | 柱せい<br>$D$<br>(cm) | 梁せい<br>$D_B$<br>(cm) | 巾<br>$b$<br>(cm) |
|--------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|----------------------|------------------|
| I      | 設計断面               | 20,000            | 20,000             | 0.690              | 0.550                | 1.000            |
|        | H-10               | 20,044            | 20,015             | 0.682              | 0.532                | 0.989            |
|        | VH-11              | 19,966            | 20,003             | 0.675              | 0.559                | 0.974            |
|        | VH-12              | 19,952            | 19,976             | 0.682              | 0.561                | 0.966            |
|        | VH-13              | 19,959            | 19,988             | 0.691              | 0.558                | 0.971            |
| II     | 設計断面               | 20,000            | 20,000             | 0.690              | 0.690                | 1.000            |
|        | H-20               | 20,021            | 20,009             | 0.676              | 0.682                | 0.994            |
|        | VH-21              | 19,997            | 19,996             | 0.686              | 0.701                | 0.971            |
|        | VH-22              | 19,984            | 20,005             | 0.682              | 0.892                | 0.978            |
|        | VH-23              | 19,992            | 19,992             | 0.677              | 0.683                | 0.962            |
| III    | 設計断面               | 20,000            | 20,000             | 1.380              | 1.100                | 1.000            |
|        | H-30               | 20,057            | 20,019             | 1.376              | 1.091                | 0.990            |
|        | VH-31              | 20,087            | 20,040             | 1.373              | 1.082                | 0.993            |
|        | VH-32              | 20,032            | 20,030             | 1.369              | 1.083                | 0.991            |
|        | VH-33 <sub>1</sub> | 19,927            | 20,005             | 1.374              | 1.091                | 1.001            |
|        | VH-33 <sub>2</sub> | 20,064            | 20,039             | 1.367              | 1.096                | 1.003            |
| IV     | 設計断面               | 20,000            | 20,000             | 1.380              | 1.380                | 1.000            |
|        | H-40               | 19,994            | 20,024             | 1.360              | 1.370                | 0.988            |
|        | VH-41              | 20,019            | 19,996             | 1.371              | 1.368                | 0.994            |
|        | VH-42              | 19,997            | 20,016             | 1.366              | 1.375                | 0.999            |
|        | VH-43              | 20,013            | 20,006             | 1.363              | 1.385                | 0.996            |
| V      | 設計断面               | 20,000            | 20,000             | 2.310              | 1.840                | 1.000            |
|        | H-50               | 20,060            | 20,000             | 2.294              | 1.814                | 0.990            |
|        | VH-51              | 20,041            | 20,018             | 2.286              | 1.776                | 0.976            |
|        | VH-52              | 20,053            | 19,997             | 2.304              | 1.816                | 0.988            |
|        | VH-53 <sub>1</sub> | 20,048            | 20,012             | 2.289              | 1.802                | 0.975            |
|        | VH-53 <sub>2</sub> | 20,053            | 20,000             | 2.300              | 1.809                | 0.986            |
| VI     | 設計断面               | 20,000            | 20,000             | 2.310              | 2.310                | 1.000            |
|        | H-60               | 20,039            | 19,995             | 2.278              | 2.288                | 0.995            |
|        | VH-61              | 20,051            | 19,989             | 2.283              | 2.287                | 0.980            |
|        | VH-62              | 20,032            | 19,986             | 2.299              | 2.295                | 0.993            |
|        | VH-63 <sub>1</sub> | 20,100            | 20,002             | 2.286              | 2.285                | 0.986            |
|        | VH-63 <sub>2</sub> | 20,037            | 19,988             | 2.284              | 2.301                | 0.979            |

$\lambda=50$  の試験体では、柱の曲げに弱い軸がラーメンの面外になるので、面外座屈、横座屈を防止するためラーメンは2つを一組として中心 7 cm はなして接合された。接合は  $\lambda=100$  の試験体については柱頭の節点および梁の中央に  $3\text{ mm}\phi$  の鉄筋を溶接、 $\lambda=30$ , 50 では柱頭の節点、および柱、梁の中央に  $6\text{ mm}\phi$  の鉄筋を溶接した。柱脚固定のプレートには、 $9\text{ mm}\phi$  を四隅に溶接した。

## 2.2 試験体材料の性質

試験体製作鋼材より JIS 規格による 1 号試験片を製作し、引張試験を行なった結果を Table 2 に示す。

理論解析には上の結果より A の場合、降伏応力度  $\sigma_Y=2.73\text{ t/cm}^2$ 、B の場合、 $\sigma_Y=2.50\text{ t/cm}^2$  を使用して行なった。

## 2.3 測定法

試験体の柱頭の水平変位と各節点の回転角を  $0.01\text{ mm}$  のダイヤルゲージによって測定した。水平変位は試験体柱脚固定部に固定された腕木にダイヤルゲージを取付けた。節点の回転角はダイヤルゲージを使用し

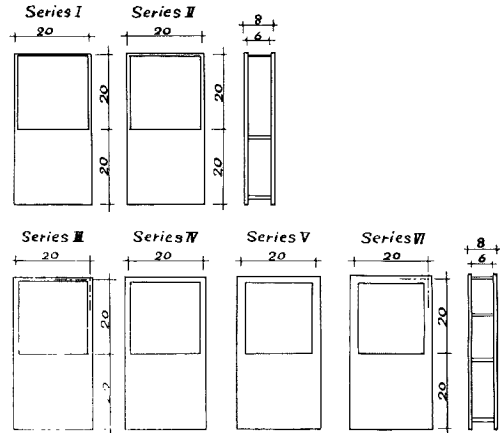


Fig. 1. Model figures.

Table 2. Nature of materials.

|   |            | 試験片<br>番 号 | 降伏応力度<br>( $\text{t/cm}^2$ ) | 強 度<br>( $\text{t/cm}^2$ ) | 伸 率<br>(%) | ヤ ン グ 係 数<br>ストレインゲージ<br>( $10^6\text{ t/cm}^2$ ) | ヤ ン グ 係 数<br>ストレインゲージ<br>( $10^6\text{ t/cm}^2$ ) |
|---|------------|------------|------------------------------|----------------------------|------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| A | シ リ ーズ     | No. 1      | 2,638                        | 4,386                      | 28.3       |                                                   | 2,045                                             |
|   | Ⅲ Ⅳ Ⅴ Ⅵ    | No. 2      | 2,737                        | 4,568                      | 28.8       |                                                   | 2,058                                             |
|   | H-10, H-20 | No. 3      | 2,700                        | 4,515                      | 28.3       |                                                   | 2,070                                             |
|   |            |            |                              |                            |            |                                                   |                                                   |
| B | シ リ ーズ     | No. 1      | 2,515                        | 4,213                      | 33.0       | 2,120                                             | 2,157                                             |
|   |            | No. 2      | 2,479                        | 4,199                      | 32.0       | 2,109                                             | 2,045                                             |
|   | Ⅰ Ⅱ        | No. 3      | 2,518                        | 4,227                      | 32.0       | 2,118                                             | 2,227                                             |
|   |            |            |                              |                            |            |                                                   |                                                   |

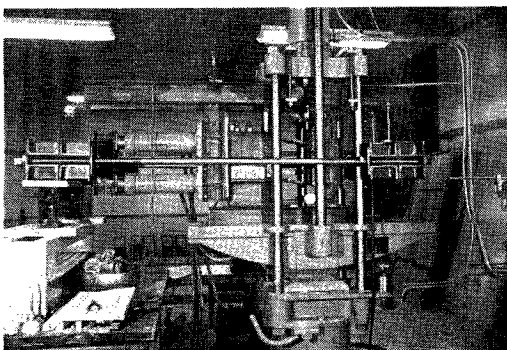


Photo. 1. Loading system.

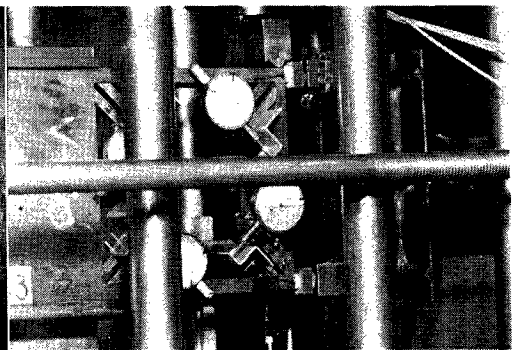


Photo. 2. Detail at loading point.

**Photo. 2** のごとき装置を製作し各節点に接着剤で貼り付けて測定した。

荷重については、鉛直荷重は 20 ton 用のロードセルにより、水平力は 30 ton 万能試験機の計測部によった。

#### 2.4 加力装置および加力方法

加力装置の概要を **Fig. 2** に示す。①は試験体を固定する台である。試験体はこの台へ横向きに置かれ 22φ のボルト 2 本によって固定され試験機のベッドの上に置かれる。試験体の水平変位による柱の縮みに対し移動できるように試験機のベットと①との間にローラーが入れている。②は試験体の柱脚固定部が水平変位に従って移動するためのローラーである。③は鉛直荷重用の能力 10 ton の 2 台の油圧ジャッキで、型鋼の台に固定されローラー受板に接している。自重を支えるため試験機に固定された型鋼からボルトによってつり下げられ上下可能である。④は 2 台のジャッキのヘッドを受けるビームである。⑥は試験体の柱頭にかかる鉛直荷重用の載荷ビームで支点はピンとローラーで組み合わされている。⑦は鉛直荷重測定用のロードセルである。⑤、⑧はジャッキの力を柱頭に伝える 28φ の 2 本のボルトを固定するビームである。⑨は水平力用の載荷ビームである。

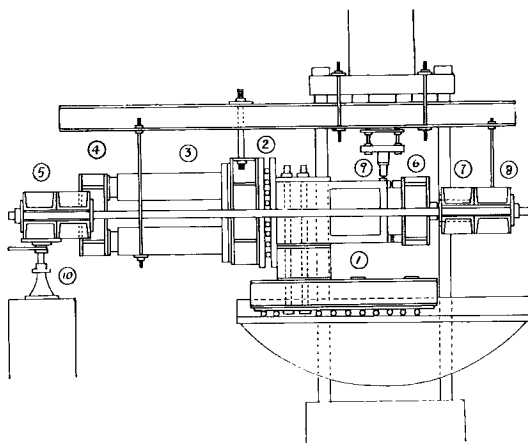


Fig. 2. Loading system.

以上の装置により実験は行なわれた。鉛直荷重用の 28φ ボルトと試験体の柱が平行となるようトランシットで測定し⑩によって上下修正したのち、2 台のジャッキによって所要の鉛直荷重になるまで水平変位、節点回転角を測定しながら載荷した。所要の鉛直荷重が得られたのち、柱頭節点に試験機によって水平力を各段階で、水平変位、回転角を測定しながら増加させていった。変形の進行に従い試験体は縮み鉛直荷重は減少するので、常にジャッキに油を送り鉛直荷重が一定になるよう注意した。

#### 2.5 実験経過

H 型試験体についてシリーズ I, III, V では柱脚、梁端部に塑性ヒンジが形成され、シリーズ II, IV, VI では柱頭、柱脚に塑性ヒンジが形成され、それぞれ崩壊機構にいたった。それ以後は歪硬化によって、荷重は上昇するが、この影響は部材断面が大きいほど効果は大きく現われる。 $K=0.1, 0.2$  ( $K=P/P_0$ ,  $\lambda=100$ , の試験体では弾性座屈荷重,  $\lambda=50, 30$  の試験体では塑性座屈荷重) の比較的小さな鉛直荷重を加えた実験では、崩壊モードは水平力だけを加えた試験体のモードと变りなく、面外へのたわみも全く認められず最終段階まで平面を保っていた。塑性ヒンジは柱脚に最初に形成され、さらに  $k=1.0$  の試験体では柱頭に、 $k=0.5$  の試験体では梁端部に形成された。鉛直荷重  $K=0.4$  になると断面の塑性モーメントは軸力の無い場合に比べ相当減少してくるが、 $k=0.5$  の試験体では梁端部に塑性ヒンジが形成された。面外座屈を防止するため 2 個のラーメンを合せて鉄筋で溶接接合したのであるが、 $K=0.4$  の鉛直荷重を加えたものは、それだけで面外へ変位していることが認められ耐力付近およびそれ以後の変形過程において面外へ崩壊した。これは試験体が 2 個のラーメンを接合しているため、完全な平面になく、そのため鉛直荷重は最初の段階から面外へ偏心してかかっており、軸力が大きければ、それだけその影響も大きくなる。さらに試験体の側面もまた同じ平面になく、水平力によって試験体にねじりモーメントが働いていることになり、その結果試験体は横座屈的な現象を起して面外へ崩壊したものと思われる。 $K=0.4$  の鉛直荷重を加える試験体は、溶接箇所

を増し面外への剛性を強化して再び実験した。試験体全般について塑性ヒンジの形成個所は節点より離れた位置は  $\approx 2\text{ cm}$  のところであった。

### 3. 理論式

#### 3.1 骨組の座屈荷重

試験体に加える鉛直荷重は座屈荷重を基準にして与えるため、まず各シリーズの骨組の座屈荷重を決定しなければならない。座屈荷重をここでは座屈撓角法を使用し、骨組の釣合条件より求まる同時線型方程式群の係数行列式が 0 となる条件より決定する。試験体は水平力を加えられるのでその基準となる座屈荷重も非対称の座屈モードによるものを算定する。

#### A) 門型ラーメンの弾性座屈荷重

非対称変形であるとして

節点回転角  $\theta_B = \theta_C$

部材回転角  $R_{AB} = R_{DC}$

座屈撓角法基本式より

$$M_{BC} = 2EK_0 k (3\theta_B)$$

$$M_{BA} = 2EK_0 (\alpha\theta_B - \tau R)$$

$$Q_{BA} = Q_{CD} = -2EK_0 (\tau\theta_B - \delta R) \cdot h$$

ここに  $\alpha, \tau, \delta$  は  $z$  の関数で

$$z = h \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で定義される。釣合条件より

$$(3k + \alpha)\theta_B - \tau R = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$r\theta_B - \delta R = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(2), (3) 式が未知量  $\theta, R$  の有限な値に対して意義を持つためには未知量の係数で作られた行列式が 0 でなければならない。よって座屈条件式は

$$\begin{vmatrix} 3k + \alpha & -\tau \\ \tau & -\delta \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。これより座屈荷重  $P_c$  が見いだせる。

#### B) 門型ラーメンの塑性座屈荷重

柱の細長比  $\lambda$  の大きな骨組では耐力は弾性座屈によって決まるが、 $\lambda = 50, 30$  のような短柱を含む骨組では塑性座屈によって耐力は決定される。骨組の塑性座屈荷重を材料の真の応力-歪曲線を使用し正解法によって求めることは困難である。ここでは比例限度以上の応力-歪曲線を接線弾性係数  $\tau E$  を使って表現する。 $\tau$  はドイツ DIN 4114 の規定によると、

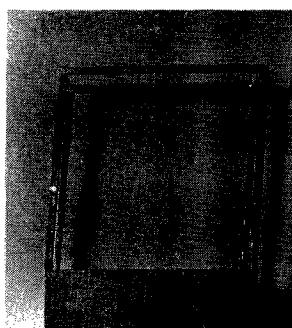


Photo. 3. Collapse mode of beam type.



Photo. 4. Collapse mode of column type.

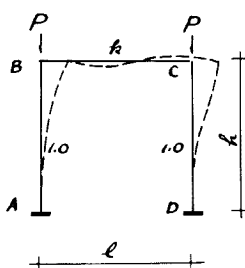


Fig. 3

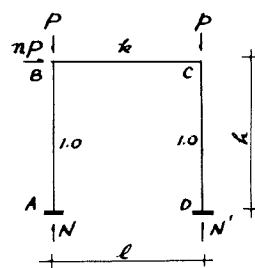


Fig. 4

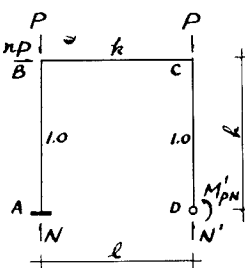


Fig. 5

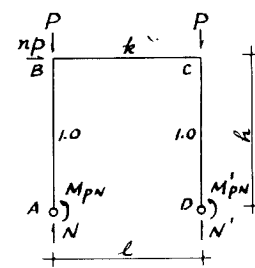


Fig. 6

$$\tau = 1 - \left( \frac{\sigma_G - \sigma_B}{\sigma_Y - \sigma_B} \right)^2 \dots\dots\dots (5)$$

で表わされる。ここに  $\sigma_G$  ; 座屈応力度,  $\sigma_Y$  ; 降伏応力度,  $\sigma_B$  ; 比例限応力度で一般に  $\sigma_B = 0.8 \sigma_Y$  である。

座屈条件式は(4)式と同じ形になり,

$$\begin{vmatrix} \tau\alpha + 3k & -\tau\gamma \\ \gamma & -\delta \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここに  $\alpha, \gamma, \delta$  は  $z$  の関数で

$$z = h \sqrt{\frac{P}{\tau EI}} \dots\dots\dots (7)$$

で定義される。これより(5), (6), (7)式を使用して塑性座屈荷重は決定される。

A), B) 項より求めた計算結果を Table 3 に示す。

### 3.2 座屈撓角法による水平力, 水平変位の算定式

ラーメンに鉛直荷重を加え, それを一定に保って水平力を増加させたとき, ラーメンが弾性域から弾塑性域にわたって変形し Mechanism に達するまでの性状を把握するため, 骨組の最大モーメントを受ける個所から順次塑性ヒンジが形成され, ついに Mechanism にいたって崩壊するとして, 座屈撓角法を使用して, 各節点に塑性ヒンジが形成されるときに水平力と変形量の算定式を求める。計算の仮定は

1. 応力-歪曲線は完全弾性, 完全塑性。
2. 骨組には Mechanism に達するまでに不安定現象は現れない。
3. 塑性ヒンジが形成されるまで材は弾性。
4. 材軸方向への塑性域の拡がりとは考慮しない。
5. 塑性モーメントに対し剪断力の影響は無視する。

#### A) 門型ラーメンについて

##### A.1 第1の塑性ヒンジ(圧縮側柱脚①)の形成まで。(Fig 4)

節点①のモーメントは

$$M_{BA} = 2EK_0(\alpha\theta_B - \gamma R)$$

$$M_{BG} = 2EK_0k(2\theta_B + \theta_G)$$

節点③のモーメントは

$$M_{GD} = 2EK_0(\alpha'\theta_B - \gamma'R)$$

$$M_{GB} = 2EK_0k(2\theta_G + \theta_B)$$

柱の剪断力は

$$Q_{BA} = \frac{-2EK_0}{l}(\gamma\theta_B - \delta R), (\because h=e)$$

$$Q_{GD} = \frac{-2EK_0}{l}(\gamma'\theta_B - \delta'R)$$

釣合条件式より未知量を求めると,

$$\theta_B = \frac{\gamma \ln P}{2EK_0 A} \{ \gamma(\alpha' + 2k) - k\gamma' \} \dots\dots\dots (8)$$

$$\theta_G = \frac{\gamma \ln P}{2EK_0 A} \{ \gamma'(\alpha + 2k) - k\gamma \} \dots\dots\dots (9)$$

$$R = \frac{\gamma \ln P}{2EK_0 A} \{ (\alpha + 2k)(\alpha' + 2k) - k^2 \} \dots\dots\dots (10)$$

$$A = \{ (\alpha + 2k)\gamma' - k\gamma \} \{ k(\delta + \delta') - \gamma\gamma' \} + \{ (\alpha + 2k)(\delta + \delta') - \gamma^2 \} \{ \alpha' + 2k \} \gamma - k\gamma' \} \dots\dots\dots (11)$$

Table 3. Buckling loads of models.

| シリーズ | 弾性座屈<br>応力度<br>(t/cm <sup>2</sup> ) | 塑性座屈<br>応力度<br>(t/cm <sup>2</sup> ) | 降 伏<br>応 力 度<br>(t/cm <sup>2</sup> ) |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| I    | 1,266                               |                                     | 2,500                                |
| II   | 1,549                               |                                     | 2,500                                |
| III  | 5,365                               | 2,703                               | 2,730                                |
| IV   | 6,190                               | 2,707                               | 2,730                                |
| V    | 14,068                              | 2,722                               | 2,730                                |
| VI   | 17,210                              | 2,722                               | 2,730                                |

梁の剪断力は

$$Q = \frac{-6EK_0k}{l}(\theta_B + \theta_C)$$

よって (8), (9) 式より

$$n = \frac{-QAl}{3rkPl\{r(\alpha' + k) + r'(\alpha + k)\}} \dots\dots\dots(12)$$

いま  $Q$  を仮定すると鉛直荷重  $P$  は一定であるから、柱の軸力は、 $N = P + Q$ ,  $N' = P - Q$ , より求まり、(12) 式より  $n$  が決まる。これより  $\theta_B$ ,  $\theta_C$ ,  $R$ , は決まり各節点のモーメントは決定できる。軸力を受ける矩形断面の塑性モーメントは

$$M_{PN} = \frac{\sigma_Y b D^2}{4} \left\{ 1 - \left( \frac{N}{\sigma_Y b D} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(13)$$

とすると、 $M_{DC} = M'_{PN}$  のとき柱脚④に塑性ヒンジが形成される。 $Q$  を次第に増加させて行くことによってこの条件を満足する  $Q$  を見いだすことができ、そのときの水平力および水平変位は (12), (10) 式によって求めることができる。なおこの (8)~(12) 式は柱脚④の断面において圧縮側最外縁が  $\sigma_Y$  になるまで正解値を与える。軸力を受ける矩形断面の降伏モーメントは

$$M_{YN} = \frac{\sigma_Y b D^2}{6} \left( 1 - \frac{N}{\sigma_Y b D} \right) \dots\dots\dots(14)$$

であるから  $M_{DC} = M_{YN}$  の条件より  $n$ ,  $u = Rl$  を求めることができる。

#### A. 2 第2の塑性ヒンジ（引張側柱脚④）の形成まで。(Fig. 5)

柱脚④に塑性ヒンジができてからは骨組の変形が進行しても、この節点には塑性モーメント  $M'_{PN}$  が働く。この場合、梁の剪断力  $Q$  の変動にしたがって  $M'_{PN}$  も変化する。この骨組の状態を Fig. 5 に示すように支持条件をピンとし、 $M'_{PN}$  が働いているとして解くと結果は

$$\begin{aligned} \theta_B = & \frac{l r P n}{2 E K_0 A} \{ r(\xi' + 2k) - k\xi' \} \\ & + \frac{r M'_{PN}}{2 E K_0 A} \left[ \frac{\beta'}{\alpha} \{ k(\delta + \eta') - r\xi' \} + \left( 1 + \frac{\beta'}{\alpha} \right) \{ r(\xi' + 2k) - k\xi' \} \right] \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_C = & \frac{l r P n}{2 E K_0 A} \{ \xi'(\alpha + 2k) - k r \} \\ & + \frac{r M'_{PN}}{2 E K_0 A} \left[ \frac{\beta'}{\alpha} \{ r^2 - (\alpha + 2k)(\delta + \eta') \} + \left( 1 + \frac{\beta'}{\alpha} \right) \{ \xi'(\alpha + 2k) - k r \} \right] \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R = & \frac{l r P n}{2 E K_0 A} \{ (\xi' + 2k)(\alpha + 2k) - k^2 \} \\ & + \frac{r M'_{PN}}{2 E K_0 A} \left[ \frac{\beta'}{\alpha} \{ r k - \xi'(\alpha + 2k) \} + \left( 1 + \frac{\beta'}{\alpha} \right) \{ (\xi' + 2k)(\alpha + 2k) - k^2 \} \right] \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

$$A = \{ (\alpha + 2k)\xi' - k r \} \{ k(\delta + \eta') - r\xi' \} + \{ (\alpha + 2k)(\delta + \eta') - r^2 \} \{ r(\xi' + 2k) - k\xi' \} \dots\dots(18)$$

$$n = \frac{1}{3k} \frac{l Q A - \frac{\beta'}{\alpha} r M'_{PN} \{ r(r - \xi') - (\delta + \eta')(\alpha + k) \}}{l P r \{ r(\xi' + k) + \xi'(\alpha + k) \}} - \left( 1 + \frac{\beta'}{\alpha} \right) \frac{M'_{PN}}{l P} \dots\dots\dots(19)$$

A. 1 項と同様に  $Q$  を仮定することによって  $M_{AB} = M_{PN}$  を満足する  $Q$  を見いだすことができ、 $n$ ,  $u = Rl$  が決定される。

#### A. 3 第3の塑性ヒンジ（圧縮側柱頭③）の形成まで。(Fig. 6)

柱脚ピンとし、 $M_{PN}$ ,  $M'_{PN}$  が働いているとして解く。

$$\begin{aligned} \theta_B = & \frac{l P \xi n}{2 E K_0 A} \{ \xi(\xi' + 2k) - k\xi' \} \\ & - \frac{\xi M_{PN}}{2 E K_0 A} \left[ \frac{\beta}{\alpha} \{ (\eta + \eta')(\xi' + 2k) - \xi'^2 \} - \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) \{ \xi(\xi' + 2k) - k\xi' \} \right] \\ & + \frac{\xi M'_{PN}}{2 E K_0 A} \left[ \frac{\beta'}{\alpha} \{ k(\eta + \eta') - \xi\xi' \} + \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) \{ \xi(\xi' + 2k) - k\xi' \} \right] \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_0 = & \frac{\ln P \xi}{2EK_0 A} \{ \xi'(\xi + 2k) - k\xi \} \\ & + \frac{\xi M_{PN}}{2EK_0 A} \left[ \frac{\beta}{\alpha} \{ k(\eta + \eta') - \xi \xi' \} + \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) \{ \xi'(\xi + 2k) - k\xi \} \right] \\ & - \frac{\xi M'_{PN}}{2EK_0 A} \left[ \frac{\beta}{\alpha} \{ (\xi + 2k)(\eta + \eta') - \xi^2 \} - \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) \{ \xi'(\xi + 2k) - k\xi \} \right] \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

$$A = \{ \xi'(\xi + 2k) - k\xi \} \{ k(\eta + \eta') - \xi \xi' \} + \{ \xi(\xi' + 2k) - k\xi' \} \{ (\xi + 2k)(\eta + \eta') - \xi^2 \} \dots\dots\dots(22)$$

$$\begin{aligned} R = & \frac{(\xi + 2k)}{2EK_0 B} \left[ \{ (\xi + 2k)(\xi' + 2k) - k^2 \} \{ \ln P + \left( 1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) M_{PN} + \left( 1 + \frac{\beta'}{\alpha} \right) M'_{PN} \} \right. \\ & \left. - \{ \xi(\xi' + 2k) - k\xi' \} \frac{\beta}{\alpha} M_{PN} + \{ \xi'(\xi + 2k) - k\xi \} \frac{\beta'}{\alpha} M'_{PN} \right] \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

$$B = \{ (\xi + 2k)(\xi' + 2k) - k^2 \} \{ (\xi + 2k)(\eta + \eta') - \xi^2 \} - \{ \xi'(\xi + 2k) - k\xi \}^2 \dots\dots\dots(24)$$

$$\begin{aligned} n = & \frac{1QA/3k + \beta\xi/\alpha \{ (\xi' + k)(\eta + \eta') - \xi'(\xi - \xi') \} M_{PN}}{IP\xi \{ \xi(\xi + k) + \xi'(\xi + k) \}} \\ & + \frac{\beta'\xi/\alpha \{ (\xi + 2k)(\eta + \eta') - \xi(\xi - \xi') \} M'_{PN}}{(1 + \frac{\beta}{\alpha}) \frac{M_{PN}}{IP} - (1 + \frac{\beta'}{\alpha}) \frac{M'_{PN}}{IP}} \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

A. 4 Mechanism になったとき,

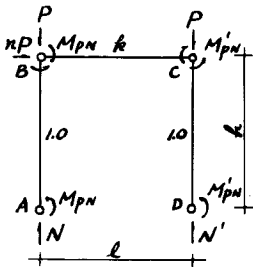


Fig. 7



Fig. 8

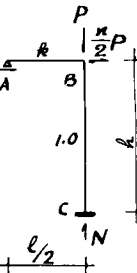


Fig. 9

Fig. 8 を参照して

$$Nu + Hl = 2M_{PN},$$

$$N'u + H'l = 2M'_{PN}$$

$$N + N' = 2P, \quad H + H' = nP \quad \text{だから}$$

$$n = \frac{-2u}{l} + \frac{2(M'_{PN} + M_{PN})}{lP} \dots\dots\dots(26)$$

節点 ④, ⑤, ⑥ は塑性ヒンジが形成されており, 節点 ③ ではまだ弾性とする,

$$M_{BC} = 2EK_0 \cdot k(1.5\theta_B) + 1/2 M'_{PN}$$

$$M_{BA} = 2EK_0(\xi\theta_B - \xi R) - \beta/\alpha M_{PN}$$

$$M_{BC} = M_{PN} \quad \text{になったとすると}$$

$$\theta_B = \frac{(M_{PN} - 1/2 M'_{PN})}{3EK_0 \cdot k}$$

そのときの変位は

$$u = \frac{M_{PN} l}{3EK_0 \cdot k} \left\{ 1 - \frac{M'_{PN}}{2M_{PN}} + \frac{3k}{2(\alpha + \beta)} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

このときの梁の剪断力は

$$Q = -(M_{PN} + M'_{PN})/l$$

$$N = P + Q, \quad N' = P - Q$$

$$Q = -\frac{\sigma_Y b D^2}{4l} \left\{ 2 - \frac{1}{(\sigma_Y b D)^2} (N^2 + N'^2) \right\}$$

$$N^2 + N'^2 = 2(P^2 + Q^2) \text{ であるから}$$

$$Q = l \sigma_Y b - \sqrt{\sigma_Y b (l^2 + D^2) - P^2} \quad \dots\dots\dots (28)$$

(28) より  $Q$  が決まると (27) により変位  $u$  が決まり、(26) によって  $n$  が求まる。

#### B) 肘形ラーメンについて

##### B.1 柱脚に塑性ヒンジが形成されるまで。

A 項と同じ方法なので結果を記すと、

$$\theta_B = \frac{\gamma n l P}{4EK_0 \{ (\alpha + 1.5k)\delta - \gamma^2 \}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$R = \frac{(\alpha + 1.5k) n l P}{4EK_0 \{ (\alpha + 1.5k)\delta - \gamma^2 \}} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$n = \frac{-4Q \{ (\alpha + 1.5k)\delta - \gamma^2 \}}{6\gamma P k} \quad \dots\dots\dots (31)$$

##### B.2 Mechanism が形成されたとき、

$$n = -\frac{2N}{lP} u + \frac{4M_{PN}}{lP} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$u = \frac{l M_{PN}}{3EK_0 k} \left\{ 1 + \frac{3k}{2(\alpha + \beta)} \right\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$Q = P + \sigma_Y l b - \sqrt{\sigma_Y^2 b^2 (l^2 + D^2) + 2P \sigma_Y b l} \quad \dots\dots\dots (34)$$

(32), (33), (34) は柱頭に塑性ヒンジが形成される場合であるが、(34) と比較して

$$Q = -\frac{2M_P}{l} = -\frac{\sigma_Y b_B D_B^2}{2l} \quad (b_B, D_B, \text{梁の巾, せい})$$

の方が小さい場合には、梁に塑性ヒンジが形成されて Mechanism になる。このとき

$$n = -\frac{2N}{lP} u + \frac{2(M_{PN} + M_P)}{lP} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$u = \frac{l M_P}{3EK_0 k} \left\{ 1 + \frac{3k\alpha}{2(\alpha^2 - \beta^2)} - \frac{3k\beta}{2(\alpha^2 - \beta^2)} \frac{M_{PN}}{M_P} \right\} \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$Q = -\frac{\sigma_Y b_B D_B}{2l} \quad \dots\dots\dots (37)$$

#### C) A) と B) の比較

門型ラーメンの A 項と梁の中央に反曲点があるとし、門型ラーメンを 2 つに分けた肘型ラーメンとし、水平力は  $1/2$  受け持つとして解く B 項の場合につき、同じ骨組 (VH42) について比較計算を行った。A) の場合、圧縮側の柱脚に塑性ヒンジが形成されて、いくばくもなく引張側の柱脚に塑性ヒンジが形成され、柱頭にも圧縮側に塑性ヒンジが形成されるとそれ以後はほとんど骨組の剛性は失われ、水平力のわずかな増分に對し Mechanism に達し不安定となる。圧縮側の柱に先に塑性ヒンジができるのは梁の剪断力によって軸力が左柱に比べ増加し、塑性モーメントが軸力によって低下するからである。B) の場合、柱は圧縮側だけであるから水平耐力は A) に比べ低くなる。しかしこの誤差はわずかであるから計算の簡単な B) の式によって実験値と比較する。計算結果を Table 4 に示す。

実験値と計算値の比較を Fig. 10, 11, 12, 13, 14, 15 に示す。Photo. 5 に試験体の変形の模様を示す。

### 4. 実験値と理論値の比較考察

$G_0, G_1, G_2$  および Mechanism curve を結ぶ曲線は骨組が大変形にいたるまでの近似的な荷重-変形曲線を示すものである。その計算仮定からもわかるように変形計算は弾性体としているから実験の曲線と比べ変形量は小さく、また耐力も一般に高く出ている。しかし骨組の弾塑性挙動の大体の傾向を表わしている。特

$G_0$ ; The point of the appearance of the first yield.

Table 4. Calculational results.

$G_1$ ; The point of the formation of first plastic hinge.

$G_2$ ; The point of the formation of second plastic hinge.

| 試験体<br>番 号 | 鉛直<br>荷重<br>(t) | $G_0$  |            |                  | $G_1$  |            |                  | $G_2$  |            |                  | Mechanism curve                    |                     |                             |        |
|------------|-----------------|--------|------------|------------------|--------|------------|------------------|--------|------------|------------------|------------------------------------|---------------------|-----------------------------|--------|
|            |                 | $n_0$  | $n_0 P(t)$ | $u_0(\text{cm})$ | $n_1$  | $n_1 P(t)$ | $u_1(\text{cm})$ | $n_2$  | $n_2 P(t)$ | $u_2(\text{cm})$ | $\frac{M_{PN}}{t \cdot \text{cm}}$ | $\frac{4M_{PN}}{l}$ | $\frac{2(M_{PN} + M_P)}{l}$ | $2N/l$ |
| VH 11      | 0.0834          | 0.3130 | 0.0264     | 0.3064           | 0.4632 | 0.0416     | 0.4872           | 0.4980 | 0.0420     | 0.5300           | 0.2840                             |                     | 0.0475                      | 0.0113 |
| 12         | 0.1686          | 0.1343 | 0.0226     | 0.2952           | 0.2211 | 0.0373     | 0.4920           | 0.2212 | 0.0373     | 0.5314           | 0.2815                             |                     | 0.0473                      | 0.0188 |
| 13         | 0.3372          | 0.0468 | 0.0158     | 0.2740           | 0.0833 | 0.0281     | 0.4960           | 0.0815 | 0.0275     | 0.5292           | 0.2720                             |                     | 0.0463                      | 0.0356 |
| VH 21      | 0.1026          | 0.2738 | 0.0275     | 0.2760           | 0.4320 | 0.0443     | 0.4402           | 0.4606 | 0.0473     | 0.6849           | 0.2810                             | 0.0562              |                             | 0.0131 |
| 22         | 0.2052          | 0.1150 | 0.0236     | 0.2600           | 0.1925 | 0.0395     | 0.4430           | 0.1931 | 0.0396     | 0.6802           | 0.2772                             | 0.0554              |                             | 0.0233 |
| 23         | 0.2688          | 0.0915 | 0.0266     | 0.3041           | 0.1359 | 0.0365     | 0.4430           | 0.1269 | 0.0341     | 0.6952           | 0.2737                             | 0.0547              |                             | 0.0297 |
| VH 31      | 0.3730          | 0.3125 | 0.1166     | 0.1580           | 0.5210 | 0.1942     | 0.2632           | 0.5300 | 0.1975     | 0.2906           | 1.2805                             |                     | 0.2107                      | 0.0456 |
| 32         | 0.6863          | 0.1480 | 0.1016     | 0.1440           | 0.2636 | 0.1890     | 0.2580           | 0.2690 | 0.1846     | 0.2936           | 1.2460                             |                     | 0.2072                      | 0.0768 |
| 33         | 1.4920          | 0.0451 | 0.0674     | 0.1092           | 0.0941 | 0.1404     | 0.2292           | 0.1046 | 0.1560     | 0.3194           | 1.0727                             |                     | 0.2063                      | 0.1575 |
| VH 41      | 0.3736          | 0.3430 | 0.1281     | 0.1400           | 0.5730 | 0.2140     | 0.2346           | 0.6336 | 0.3367     | 0.3716           | 1.2767                             | 0.2553              |                             | 0.0501 |
| 42         | 0.7472          | 0.1475 | 0.1102     | 0.1258           | 0.2654 | 0.1983     | 0.2268           | 0.2876 | 0.2149     | 0.3591           | 1.2304                             | 0.2461              |                             | 0.0870 |
| 43         | 1.4944          | 0.0486 | 0.0726     | 0.0958           | 0.1060 | 0.1584     | 0.2012           | 0.1091 | 0.1630     | 0.3125           | 1.0651                             | 0.2130              |                             | 0.1607 |
| VH 51      | 0.6288          | 0.6290 | 0.3330     | 0.0928           | 0.8840 | 0.5560     | 0.1544           | 0.9120 | 0.5734     | 0.1736           | 3.5741                             |                     | 0.5885                      | 0.0860 |
| 52         | 1.2576          | 0.2335 | 0.2940     | 0.0826           | 0.4210 | 0.5300     | 0.1502           | 0.4365 | 0.5486     | 0.1370           | 3.4390                             |                     | 0.5750                      | 0.1489 |
| 53         | 2.5152          | 0.0845 | 0.2125     | 0.0628           | 0.1777 | 0.4455     | 0.1312           | 0.1882 | 0.4733     | 0.1927           | 2.9513                             |                     | 0.5262                      | 0.2746 |
| VH 61      | 0.6288          | 0.5820 | 0.3666     | 0.0826           | 0.9725 | 0.6116     | 0.1382           | 1.0959 | 0.6391     | 0.2199           | 3.5533                             | 0.7107              |                             | 0.0982 |
| 62         | 1.2526          | 0.2558 | 0.3220     | 0.0734           | 0.4630 | 0.5823     | 0.1336           | 0.5151 | 0.6479     | 0.2111           | 3.4080                             | 0.6816              |                             | 0.1598 |
| 63         | 2.5152          | 0.0933 | 0.2346     | 0.0554           | 0.1938 | 0.4880     | 0.1156           | 0.2120 | 0.5331     | 0.1812           | 2.9200                             | 0.5840              |                             | 0.2807 |

に細長比の小さいものでは、耐力、変形量とも実験値に近い値を示している。計算値による水平耐力  $P_{G2}$  と実験値  $P_F$  とを比較してみると軸力の大きな場合は、小さな場合に比較して誤差は大きい、これは  $P_{G2}$  が塑性ヒンジが形成され Mechanism に達したときが最大耐力であるという計算仮定に対し、軸力が大きいほど弾性限界を越えて断面の塑性域の拡がり材軸方向に進み、軸力の小さな場合に比べ、柱の剛性の低下は大きく Mechanism に達するまでに安定限界に達することに原因があると思われる。各シリーズの荷重-変形曲線全般にわたって気づくことは、その立上りの勾配が理論値より低く出ていることであるが、これは試験体節点溶接による残留応力の影

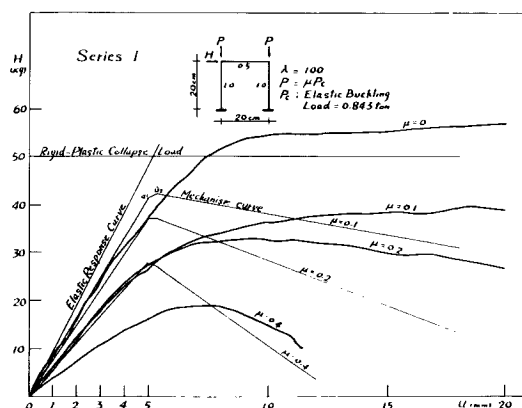


Fig. 10. Load-deflection curve.

響であると思われる。水平力だけで軸力を受けないH型のラーメンでは安定限界は存在せず最大水平力に対し変形はどこまでも進行する。軸力が  $0.1 P_G$  の場合、荷重一

Table 5.  
Comparison with the failure loads  
and plastic-collapse loads.

| 試験体<br>番号 | $P_F = nP$<br>実験値<br>(kg) | $P_{G2}$<br>理論値<br>(kg) | $P_F/P_G$<br>(%) |
|-----------|---------------------------|-------------------------|------------------|
| VH 11     | 38.5                      | 42.0                    | 91.7             |
| VH 12     | 33.0                      | 37.3                    | 88.5             |
| VH 13     | 19.2                      | 27.5                    | 69.8             |
| VH 21     | 48.0                      | 47.3                    | 101.5            |
| VH 22     | 32.3                      | 34.6                    | 81.6             |
| VH 23     | 213                       | 34.1                    | 71.1             |
| VH 31     | 196.0                     | 197.5                   | 99.2             |
| VH 32     | 179.0                     | 184.6                   | 97.0             |
| VH 33     | 116.0                     | 156.0                   | 74.4             |
| VH 41     | 242.5                     | 236.7                   | 102.5            |
| VH 42     | 137.5                     | 214.9                   | 87.2             |
| VH 43     | 137.5                     | 163.0                   | 84.4             |
| VH 51     | 535.0                     | 573.4                   | 93.4             |
| VH 52     | 531.0                     | 548.6                   | 96.8             |
| VH 53     | 418.0                     | 473.3                   | 88.3             |
| VH 61     | 697.0                     | 689.1                   | 101.1            |
| VH 62     | 657.0                     | 647.9                   | 101.4            |
| VH 63     | 472.5                     | 533.1                   | 88.7             |

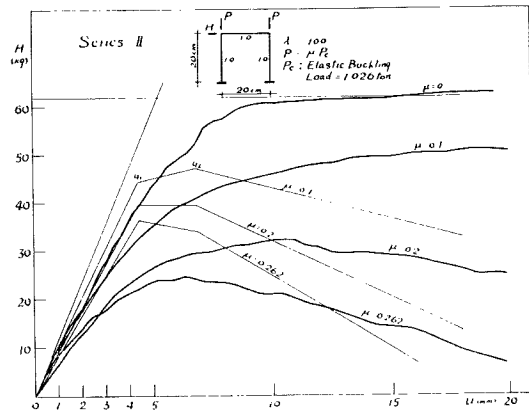


Fig. 11. Load-deflection curve.

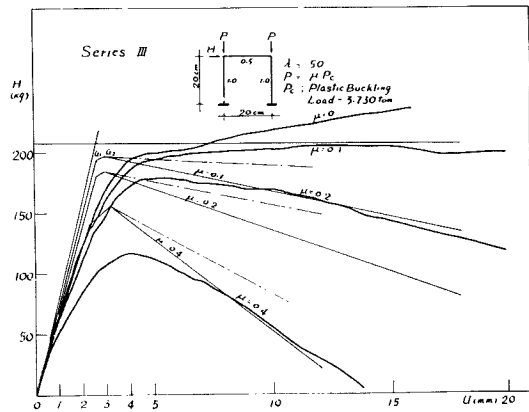


Fig. 12. Load-deflection curve.

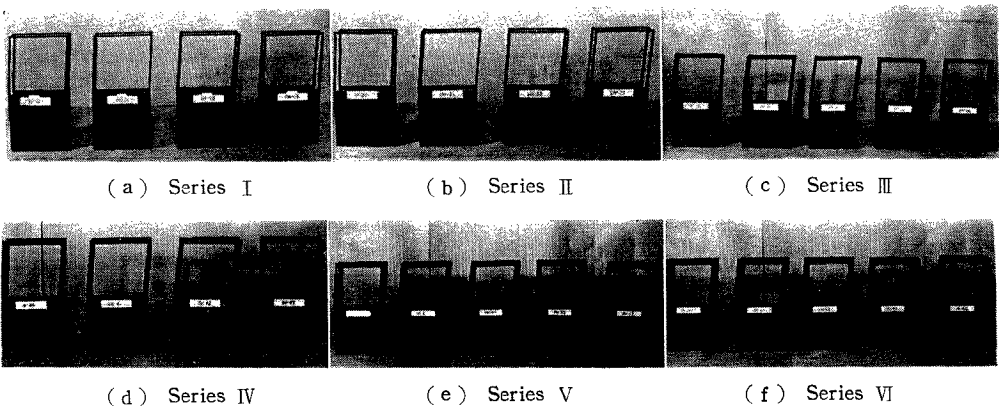


Photo. 5. Collapse modes.

変形曲線はほぼ水平力だけを受けるラーメンと同じ傾向を示し曲線の勾配はほぼ水平から先上りとなり耐力もほとんど低下しない。軸力が  $0.2 P_c$ ,  $0.4 P_c$  になると安定限界は明確に現われ、それ以後、勾配は先下りとなる。安定限界における実験値より求めた変形量を Table 6 に示す。

この表によると同じシリーズにおいて軸力が大きくなれば変形量は減少するが、 $\lambda=100$  では  $0.1 P_c$  に対し、 $0.4 P_c$  の軸力が加わった場合、約50%、 $\lambda=30$  では80~90%ぐらいとなって、細長比が小さくなるほど最大変形量に対する軸力の影響が小さくなっている。靱性率についてみると  $\lambda=50$  では3.0~3.5、 $\lambda=100$  では2~3.0、比較的实际の建物に近い  $\lambda=30$  では3.0~4.5 と大きな値を示していることが注目される。

Table 6.  
Maximum horizontal deflection  
at the top of columns

| 試験<br>番号 | $u_{\max}$<br>(mm) | $u_{\max}/D$ |
|----------|--------------------|--------------|
| VH 11    | 14.35              | 2.08         |
| VH 12    | 9.07               | 1.37         |
| VH 13    | 7.96               | 1.15         |
| VH 21    | 12.40              | 1.89         |
| VH 22    | 10.52              | 1.53         |
| VH 23    | 6.90               | 1.00         |
| VH 31    | 5.58               | 0.399        |
| VH 32    | 5.30               | 0.384        |
| VH 33    | 4.24               | 0.307        |
| VH 41    | 6.70               | 0.486        |
| VH 42    | 5.00               | 0.362        |
| VH 43    | 4.19               | 0.303        |
| VH 51    | 4.35               | 0.184        |
| VH 52    | 3.90               | 0.169        |
| VH 53    | 3.55               | 0.154        |
| VH 61    | 4.50               | 0.195        |
| VH 62    | 4.50               | 0.195        |
| VH 63    | 4.21               | 0.182        |

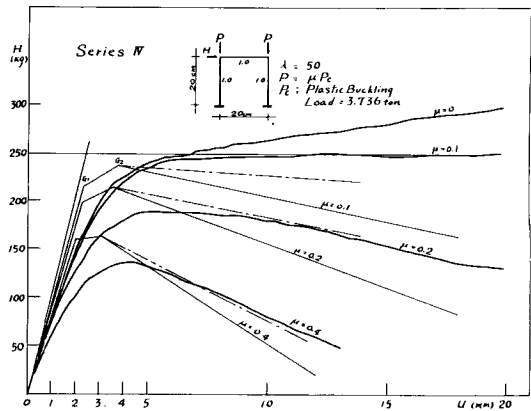


Fig. 13. Load-deflection curve.

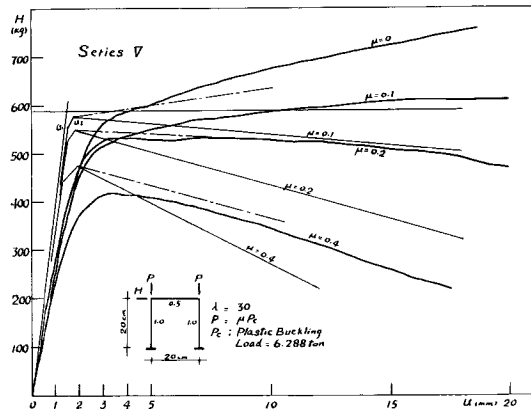


Fig. 14. Load-deflection curve.

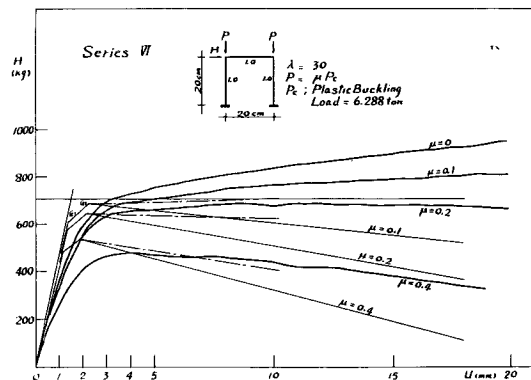


Fig. 15. Load-deflection curve.

安定限界を越えると変形は Mechanism curve にそって進行し、その勾配は軸力の大きさに関係してくる。実験結果によると  $\lambda=100$  では実験値と理論値は全々合わないが、 $\lambda=50, 30$  ではほぼ近い線を示している。理論値の勾配は実験値に比べ低く出ているが、それは歪硬化の影響が無視されているためである。軸力のある場合と無い場合では歪硬化の影響は違っても一応比較のために H 型の実験より得られた歪硬化の影響を理論値に加えたのが図に示してある一点鎖線である。

矩型断面では歪硬化の影響は大きいが実際の建物には型鋼が使われることを考慮に入れるとそれを期待することはできない。それは型鋼の場合、部材断面が歪硬化に入ると、フランジ、あるいはウェブは局部座屈を起すものと思われ、それが骨組全体の崩壊への要素となり得ると思われるからである。

この論文では、わずかに門型ラーメンだけについて実験し考察した。高層ラーメンの場合にこの結果がどのように適用し得るか不明であるが、ただ鉄骨ラーメンが地震力を受けたときに示す性状の傾向は示していると思われる。今後多層ラーメンおよび型鋼を使用した大型ラーメンについて実験研究する予定である。

#### 参 考 文 献

- 1) Oxford, J., "Über die Begrenzung der Traglast eines Statisch Unbestimmten Biegesteifen Stabwerkes aus Baustahl durch das Instabilwerden des Gleichgewichtes". Der Stahlbau, 30, H2 1961. s. 33/46
- 2) 牧野 稔 "弾塑性域における軸方向力をうける矩形断面部材の研究" 日本建築学会論文報告集 昭和38年12月 p. 9~13.
- 3) Vogel, U., "Über die Traglast Biegesteifer Stahlstabwerke". Der Stahlbau, 32, H4 1963, s. 106/113.