

## 詳細な雲の微物理過程を導入した 二次元積雲の数値実験

高橋 効・阿波田康裕

### CLOUD DEVELOPMENT IN A TWO-DIMENSIONAL CLOUD MODEL WITH DETAILED MICROPHYSICS

By *Tsutomu TAKAHASHI and Yasuhiro AWATA*

#### Synopsis

Cloud development was studied numerically in a deep, two-dimensional cloud model with detailed microphysics to examine role of ice. It was found that ice enhanced the precipitation particle production more greatly than when it precipitated in sole warm rain process. In addition, there are some indications that an ice phase contributes greatly not only to precipitation but also to storm dynamics. In the model, a very long-lasting heavy rainfall was calculated in continental ice cloud.

Wind shear effect on precipitation was also examined as a part of this study. As has been noted in many other papers, cloud with wind shear lasted much longer than in situations with no wind.

#### 1. 序論

水文システムの主要なインプットである降水は流域における水文現象を支配しており、水文現象を予測するためには降水の予測が必要である。特にメソスケールの降水予測は豪雨災害の軽減を目的とする実時間降雨予測や土石流発生予知、あるいは流出解析やダム操作時の支援情報等の情報源として極めて重要な役割を果たす。降水を予測するためには降水現象に対する理解、降水機構の解明が必要不可欠である。

また近年降水観測に特に用いられているレーダー雨量計において大きな問題となっているブライトバンドは、雲中の氷が融解する際に極端に強くレーダー電磁波を反射するために起こる現象で、レーダーによる正確な降雨強度推定を困難にしている。このブライトバンドの構造も雲中の水滴や氷晶などの降水粒子の細かな挙動を知ることによって解明されると期待される。

さらに現在 GCM などの計算に用いられている雲のアルベドは雲中の水滴や氷晶の粒径分布に依存している。雲の構造と降水機構の解明によりこのアルベドの正確な値が得られれば GCM の結果、ひいては将来の水循環の予想に大きな影響を与えると考えられる。その他、乾燥地域における人工降雨実験や降雨制御あるいは雷のメカニズムの解明など降水機構の解明、それも雲中の細かな降水粒子の挙動の解明が待たれている分野は数多い。

降水機構の研究には大きく 2 つの方法があり、1 つは航空機、レーダー、地上観測器などによる観測、もう 1 つは計算機による数値実験である。本研究の目的は後者の数値実験により、メソスケールの擾乱を構成している各々の積雲においてどのような物理過程が強い降水をもたらしているのかを調査することである。

本研究で用いたモデルは 2 次元の対流雲モデルであり、氷の存在が考慮されていること、および詳細な雲

の微物理過程が導入されていることを特徴とする。

現在までに土木の分野で提案されている対流雲モデルの多くは雨滴の凝結、併合等の雲物理過程に Kessler<sup>1)</sup> のパラメタリゼーションを適用した氷晶を含まない Warm Rain (暖かい雨) モデルである。しかし、たとえ赤道上であろうとも上空の大気は氷点下にあり雪や雹が存在することは観測されており、水文学的、気象学的に重要な対流雲のほとんどは雲頂が高く雪や霰を含んでいるといえる。そこで本研究では氷の存在が降水機構に与える影響を調査するため、雹、霰、氷晶を導入したモデルを採用した。

また雨滴、雹や霰等の様々な降水粒子の成長過程の計算には Kessler<sup>1)</sup>, Hobbs<sup>2)</sup>, Lin<sup>3)</sup> らによって多く提案されているパラメタリゼーションを安易に用いるのではなく、雲物理学の知見を借りて様々な雲の微物理過程を導入し、詳細かつ物理的根拠を持ったシミュレーションを目指す。

## 2. 降 水 粒 子

## 2.1 クラスわけ

降水粒子としては、水滴、雹、霰、氷晶を考える (Fig. 1)。水滴、雹、霰はその大きさに依らず、球形であると仮定し、半径によって  $2 \text{ } [\mu\text{m}]$  から  $5.19 \text{ } [\text{cm}]$  まで45のクラスに細分する。密度は水滴が  $\rho_w = 1.0 \text{ } [\text{gcm}^{-3}]$ 、雹が  $\rho_b = 0.9 \text{ } [\text{gcm}^{-3}]$ 、霰が  $\rho_s = 0.3 \text{ } [\text{gcm}^{-3}]$  とする。クラス  $L$  に属する粒子の半径  $r(L)$  は

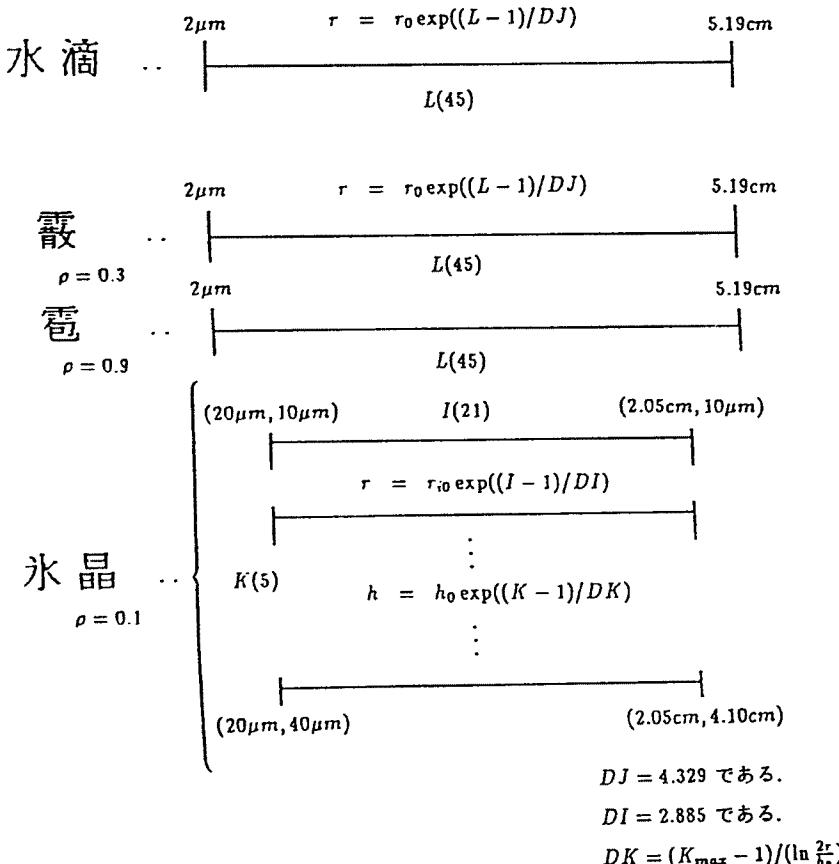


Fig. 1. Classification of water drops, hail and ice crystals.

である。ここで  $r_0 = 2 [\mu\text{m}]$ ,  $DJ = 4.329$  である。小さい粒子領域で成長が早いことから、小粒子部分を細かく分けうる指數分布を用いた。

氷晶の形は温度と湿度によって様々であるが、本モデルでは円盤型を仮定し密度は  $\rho_i = 0.1 [\text{gcm}^{-3}]$  とする。半径により  $20 [\mu\text{m}]$  から  $2.05 [\text{cm}]$  まで 21 クラスに、厚みにより 5 クラスに細分化する。厚さは最小のもので  $10 [\mu\text{m}]$  とする。半径のクラスを  $I$ 、厚みのクラスを  $K$  とすると、氷晶の半径  $r_i$  と厚み  $h$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$r_i(I) = r_{i0} \cdot \exp\left(\frac{I-1}{DI}\right), \quad (2)$$

$$h(I, K) = h_0 \exp\left(\ln \frac{K-1}{DK(r_i)}\right). \quad (3)$$

ここで  $r_{i0} = 20 [\mu\text{m}]$ ,  $DI = 2.885$ ,  $h_0 = 10 [\mu\text{m}]$ ,  $DK(r_i) = (K_{\max} - 1) / (\ln \frac{2.05}{20})$  である。

$DJ$ ,  $DI$  の値は衝突の計算の誤差が最小になるような値に決定されている<sup>4)</sup>。

## 2.2 落下速度

簡単のため本モデルでは降水粒子は常に重力と空気抵抗がつりあった終端速度で落下すると仮定する。半径  $40 [\mu\text{m}]$  以下の小さな水滴の落下速度  $V_w$  は Stokes の公式より計算する。半径が  $40 [\mu\text{m}]$  より大きな水滴に対しては Gunn and Kinzer<sup>5)</sup> の実験値を用いる。雹、霰の落下速度  $V_h$ ,  $V_g$  についても同様である。以下に各々の落下速度をまとめて示す。

$$r < 40 [\mu\text{m}]$$

$$V_w = 1.26 \times 10^6 r^2 \quad (4)$$

$$V_g = \rho_g V_w \quad (5)$$

$$V_h = \rho_h V_w \quad (6)$$

$$40 [\mu\text{m}] < r < 400 [\mu\text{m}]$$

$$V_w = 8000 r \quad (7)$$

$$V_g = \rho_g^{0.7} V_w \quad (8)$$

$$V_h = \rho_h^{0.7} V_w \quad (9)$$

$$r > 400 [\mu\text{m}]$$

$$V_w = 1400 (2r)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$V_g = \rho_g^{0.5} V_w \quad (11)$$

$$V_h = \rho_h^{0.5} V_w \quad (12)$$

氷晶の落下速度  $V_i$  は以下のように計算する。まずベスト数が次式より計算される。

$$B_e = \frac{2hd^2\rho_i}{\nu^2\rho_a} g. \quad (13)$$

Jayaweera and Cottis<sup>6)</sup> の実験結果によると、このベスト数からレイノルズ数が次式により計算される。

$$R_e = B_e^{0.65} - 1.38. \quad (14)$$

落下速度はレイノルズ数を用いて

$$V_i = \left(\frac{R_e \nu}{d}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

となる。Macklin & Ludlam<sup>7)</sup> によると、ベスト数が  $10^4$  を越えたときには drag 係数  $C_D$  を 0.5 にして次式により落下速度を計算しなおさなければならない。水滴、雹、霰に対しては、

$$V_s = \left(\frac{8}{3} \frac{gr\rho_s}{C_D \rho_a}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$R_e = \frac{2rV_s}{\nu} \quad (17)$$

$$B_e = C_D R_e^2 \quad (18)$$

$$C_D = 0.5.$$

水晶に対しては、

$$C_p = 0.5.$$

となる。

### 2.3 通風係數

水滴などの粒子が水蒸気を捕捉して成長すると雲に相対的な運動を始める。この運動は粒子の周囲にさらなる水蒸気を運び水滴の成長を促す。この現象を通風効果と呼ぶ。通風係数はすべての降水粒子について次式で計算する。

### 3. 微物理過程

本モデルの微物理過程は Takahashi<sup>8)</sup> が用いたものと同じであり、各式の誘導は参考文献<sup>9)</sup>に譲る。Fig. 2 に降水生成過程のあらましを示す。以下に図の各過程について説明する。各節のタイトルに続く括弧内の数字と矢印は Fig. 2 と対応している。

### 3.1 凝結核の活性化（ $1 \rightarrow 2$ ）

空気が上昇流で持ち上げられると気塊中の水蒸気が凝結する。大気中には吸湿性の微粒子が多く存在し、

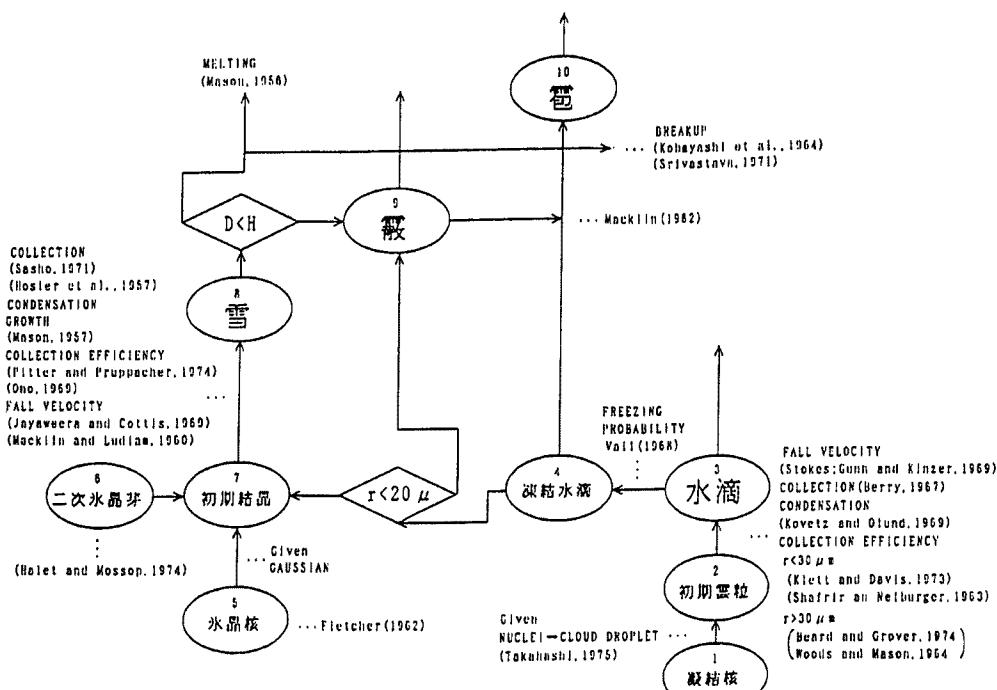


Fig. 2. Mycrophysical process.

これを核とすることによって水蒸気はわずかな過飽和度でも水滴に成長できる。活性化する凝結核の数密度は海洋性の雲の場合  $100 \text{ [cc}^{-1}]$ 、大陸性の雲の場合  $500 \text{ [cc}^{-1}]$ とした。凝結核の活性化の計算はそれだけで膨大な時間を要するので、あらかじめ別のモデルで計算した結果を用いる。Takahashi<sup>10)</sup>は凝結核から雲粒への成長を細かい時間ステップで、雲粒中の塩分濃度と併せて計算している。本モデルでは凝結核が活性化すると、Takahashi<sup>10)</sup>の計算した雲底付近の粒径分布をもつ雲粒が瞬時に生じると仮定した。この初期雲粒の粒径分布は Fig. 3 に示す。生じた水滴は後に述べる凝結過程と併合過程により成長する。また逆に気塊が不飽和の場合には雲粒は蒸発し凝結核が放出される。

### 3.2 雲粒の凝結による成長 ( $2 \rightarrow 3$ )

単位時間あたりの凝結による質量増加は次式で与えられる。

$$\frac{dM}{dt} = \frac{(S-1) C \cdot l_r^{0.525}}{5.5 \times 10^5 + \frac{0.41 \times 10^7}{e_s}} \quad (23)$$

ここで  $l_r$  は単位体積の空気中に含まれる水滴の質量である。

凝結に伴う潜熱放出の影響を考慮し、実際の凝結量は Asai の方法<sup>11)</sup>より修正して求めた。以上に述べた凝結過程は Kovetz & Olund<sup>12)</sup>のスキームで、水滴の数と質量が保存されるように計算する。

### 3.3 雲粒の衝突併合による成長 ( $2 \rightarrow 3$ )

空气中に落下する大きな水滴はその落下中に小さい水滴と次々に衝突しこれを補足して成長する。この併合過程による成長は時間とともに指数関数的に増大する。衝突した水滴が併合せずはねかえったり、衝突によって水滴が分裂することがあるが、本モデルではこれらの効果は無視する。すなわち水滴どうしの付着係数を 1 とする。

いま体積  $u$  と体積  $v - u$  の 2 水滴が衝突して体積  $v$  の水滴が形成されたとすると、体積  $v$  をもつ水滴の数密度（単位時間あたりの数） $n(v, t)$  の時間変化は、

$$\frac{\partial n(v, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^v n(v, t) V(v-u|u) n(v-u, t) du - \int_0^\infty n(v, t) V(v|u) n(u, t) du \quad (24)$$

ここで  $V(v|u) = \pi R^2 E(R|r)^2 \cdot \Delta U(R, r)$  は衝突因子（collection kernel）、 $R$  は大水滴の半径、 $r$  は小水滴の半径である。 $E(R|r)$  は衝突係数（collection efficiency）、 $\Delta U(R, r)$  は、大水滴と小水滴の落下速度の差である。

本モデルの衝突係数は半径が  $30 \text{ [\mu m]}$  以下の粒子には Klett & Davis<sup>13)</sup> の値、それより大きな粒子には Shafir & Neiburger<sup>14)</sup> の値を用いる。また大きさがほぼ等しい粒子同士の衝突の場合は Woods & Mason<sup>15)</sup> の値により修正し、大きさが非常に異なる粒子同士の場合は Beard & Grover<sup>16)</sup> の値により修正した。併合過程は Berry<sup>4)</sup> のスキームで粒子の数と質量が保存されるよう計算される。

### 3.4 水滴の凍結 ( $3 \rightarrow 4$ )

過冷却水滴の凍結には 2 つの過程を考える。1 つは Vali<sup>17)</sup> の凍結確率によるものである。水滴は氷点下で凍結するが、その一部は凍結せず過冷却水滴として存在することができる。Vali によると水滴の総数に占める凍結する水滴の割合  $\xi_v$  は温度  $T \text{ [K]}$  の関数で表される。

$$\xi_v = x_w \exp [-0.06(T - 273) - 1.0]. \quad (25)$$

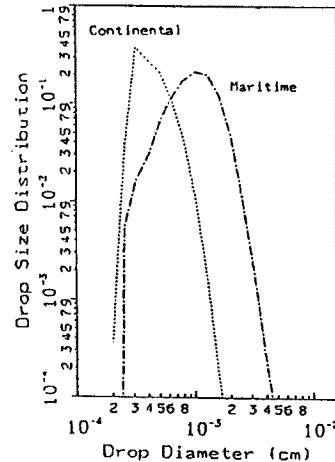


Fig. 3. Number frequency of input cloud droplet distributions.

ここで  $x_w$  は水滴の質量である。この過程で凍結した水滴は同じ半径をもつ雹となる。

もう1つの過程は比較的大きな過冷却水滴と小さな氷晶との衝突である。過冷却水滴の落下速度が氷晶の落下速度よりも大きい場合、過冷却水滴は氷晶を捕捉する。このとき氷晶は氷晶核（接触凍結核）として活性化し水滴を凍結させる。氷晶の落下速度のほうが大きい場合には逆に氷晶が小水滴を捕捉し着氷により成長する。着氷過程については後述する。

氷晶と水滴の衝突の計算は衝突係数の値の他は3.3に述べた水滴同士の衝突計算と同様に行う。氷晶と水滴の衝突係数は Pitter & Pruppacher<sup>18)</sup> の室内実験値と Ono<sup>19)</sup> の野外観測値を修正して求めた。氷晶の半径が  $100\text{ }\mu\text{m}$  より小さいか、水滴の半径が  $5\text{ }\mu\text{m}$  より小さい場合は衝突係数は0とした。

この過程によって凍結した水滴のうち半径が  $20\text{ }\mu\text{m}$  以下の小さなものは氷晶の芽となり雪に成長する。凍結水滴のうち半径が  $20\text{ }\mu\text{m}$  を越える大きなものは密度が  $0.7\text{ [gcm}^{-3}\text{]}$  以上の時は雹、 $0.7\text{ [gcm}^{-3}\text{]}$  の時は霰のクラスに入る。凍結水滴の密度  $\rho_f$  は凍結したときの落下速度と表面の温度に依存し、

$$\ln \rho_f = 0.77 \ln Z_m - 2.3 \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

$$Z_m = \frac{\pi V_w}{(T_0 - T_s) 10^2}$$

により計算される<sup>20)</sup>。ここで  $\pi$  はその体積が中央値であるような水滴の直径、 $V_s$  は水滴の落下速度、 $T_0$  は  $273\text{ [K]}$ 、 $V_s$  は凍結水滴の表面温度である。凍結水滴の表面温度は Mason<sup>21)</sup> を参考に計算する。

$$K_a (T_s - T_a) + \rho_a L_v D_f [Q_{vs}(T_s) - Q_{vs}(T_a)] = \frac{L_f}{4 \pi r_g C} \frac{\delta m}{\delta t} \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

ここで  $V_a$  は空気の温度、 $K_a$  は空気の熱伝導度、 $L_v$ 、 $L_f$  は蒸発と融解の潜熱、 $D_f$  は水蒸気の拡散係数、 $\delta m / \delta t$  は単位時間あたりの霰の質量増加量である。

### 3.5 氷晶核の活性化（5→7）

水蒸気が氷に対して過飽和であるとき、氷晶核の活性化により氷晶ができる。本モデルの氷晶核の活性化的割合  $\xi_n$  は Fletcher<sup>22)</sup> に従い、温度の関数とし次式で計算した。

$$\xi_n = \xi_0 \exp [\alpha (273 - T)] \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

ここで  $\xi_0 = 10^{-8}$ 、 $\alpha = 0.6\text{ K}^{-1}$  である。しかしこのままでは  $-15^\circ\text{C}$  で  $1\text{ l}$  あたり 0.1 個の割合となり小さすぎるるので、 $\xi_0 = 10^{-7}$  としている。またこの過程によって生じる氷晶の初期粒径分布は平均値  $50[\mu\text{m}]$ 、分散  $3[\mu\text{m}]$  のガウス分布で与えた。逆に氷晶、霰、雹が昇華すれば氷晶核が放出される。

### 3.6 氷晶増殖（6→7）

Hallett & Mossop<sup>23)</sup> は霰と大きな水滴（半径  $12.5\text{ }\mu\text{m}$  以上）の衝突の際に氷晶核ができるることを実験室で確かめた（氷晶増殖）。大きな雲粒が霰と衝突するときに過冷却にある雲粒内部に氷の層が走り、これが分裂してそれぞれ成長し氷晶の芽になると考えられている。よってあまり温度が高いと氷の層が走らないし、温度が低くすぎると氷のブリッジが強すぎて分裂しない。この現象が起こる温度は摂氏  $-4$  度から  $-7$  度の間に限られ、その確率は1回の衝突につき 0.003 である。

### 3.7 氷晶の成長（7→8）

氷晶は昇華、着氷、衝突併合の過程によって成長する。氷晶は円盤状であり、昇華によって径方向に、着氷によって厚さ方向に成長する。

昇華過程の計算は3.2の凝結の計算と同様であり次式を用いる。

$$\frac{dM}{dt} = \frac{(S - 1) C \cdot l_i^{0.525}}{7.0 \times 10^5 + \frac{0.41 \times 10^7}{e_{is}}} \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

ここでは  $M$  は単位体積中の氷晶の質量、 $e_{is}$  は水に対する飽和水蒸気圧を表す。

大きな氷晶は落下中に小さな雲粒を捕捉し着氷する。着氷は氷晶の落下速度が雲粒のそれより大きいときに起こり、その逆の場合は 3.4 に述べたように水滴が凍結して雹、霰が形成される。氷晶は着氷により厚みを増し、厚さがその径に等しくなるまで着氷すれば、霰のクラスに入れる<sup>24)</sup>。着氷の計算は 3.4 に述べた水滴と氷晶の衝突計算と全く同じである。

着氷していない水晶は併合過程によって雪片を形成する。衝突併合の計算は水滴の場合と同じであり(24)式を用いるが、水晶の落下速度はほとんど大きさに関係なく一定であるので、落下速度の差によって起こる付着だけでなく、水晶のゆらぎによる付着も重要な要素になってくる。しかも水晶の場合は衝突時に必ずしも付着するとは限らない。Sasho<sup>25)</sup>は雪辺の落下中のステレオ写真からゆらぎ速度を求めた。ゆらぎによる水平速度はガウス分布をしており標準偏差は  $5[\text{cms}^{-1}]$  であった。ゆらぎを考慮した水晶同士の衝突因子は次のように書かれる。

$$K(x, y) = [\pi r(x)^2 E(x, y)^2 (V(x) - V(y)) + (r(x) + r(y))^2 2\sigma^*(2\pi)^{\frac{1}{2}}] \xi_s. \dots \quad (30)$$

ここで  $r(x), r(y)$  は雪刃  $x, y$  の半径,  $E(x, y)$  は衝突係数,  $V(x), V(y)$  はそれぞれの落下速度,  $\sigma^*$  はゆらぎの標準偏差,  $\xi_s$  は付着係数である。衝突係数  $E(x, y)$  は水滴どうしの衝突の場合と同様に計算する。付着係数  $\xi_s$  は Hosler ら<sup>26)</sup> の実験結果より氷飽和では,

$$\xi_s = \exp\left(-\frac{273 - T}{7}\right) \dots \dots \dots \quad (31)$$

で与える。

### 3.8 電、霞の成長 (4→9, 10)

雹、霰は着氷と昇華によって成長する。どちらの過程の計算も雪の場合と同じである。成長の途中で密度が $0.7 \text{ [gcm}^{-3}\text{]}$ を越えたものは霰に、 $0.7 \text{ [gcm}^{-3}\text{]}$ より小さくなつたものは雹にする。雹、霰は衝突併合しない。

### 3.9 氷の融解 (8, 9, 10→)

落下する雹、霰、雪は $0^{\circ}\text{C}$ 層を横切る瞬間から融解を始める。融解を始めた降水粒子が完全に融けきるまでに要する時間と落下距離は粒子の大きさにより計算され、大きな粒子ほど融けるまでの落下距離が長い。この落下距離を経過時間で割ったものは限界落下速度として知られている。

$0^{\circ}\text{C}$  層以下のある高度において粒子が融けきらないで存在するためにはある一定値以上の大きさを持たねばならないが、粒子の大きさとこの限界落下速度が一対一の関係にあるため、計算上は粒子が完全に融けきる高度を限界落下速度を用いて判定している。すなわち、 $0^{\circ}\text{C}$  層以下のある高度における降水粒子の落下速度がその限界落下速度よりも大きければ降水粒子は融解の途中にあり、粒子が完全に融けきる高度は粒子の落下速度が限界落下速度に一致する高度である。

限界落下速度は霰、雹に対しては次式で

$$V_g^* = \left[ \frac{1}{6} + \frac{K_w}{3 C (K_a + L_v D_f \beta)} \right]^{-1} \frac{K_w}{L_v \rho_g r_g^2} \int (T_a - 273) dz, \dots \quad (32)$$

雪に対しては次式で計算される

$$V_i^* = \left[ 1 + \frac{2\pi r_i}{h} \frac{K_w}{C(K_a + L_p D/\beta)} \right]^{-1} \frac{8K_w}{L_p \phi_i h^2} \int (T_a - 273) dz. \quad \dots \dots \dots \quad (33)$$

しかし実際に風洞内での融解を観察すると、氷はその落下中に融解氷球の上部に移り、下部に水の対流が見られる。このため熱は水中で早く放出され計算値の半分の時間で完全に融解する。

### 3.10 大水滴の分裂 (3→)

大水滴は雨滴の表面に発生する表面張力波が重力波にとって代わられ不安定になって分裂する。地球大気

中では直径 5.5 mm を越える大きな雨滴は安定な状態では存在できず、すぐ分裂してしまう。しかし本研究では、分裂過程では水滴の質量が変化しないこと、5.5 mm をこえる大きな雨滴は数が少ないことを考慮し計算時間を短縮するため分裂過程を無視した。

#### 4. 流れの基礎式

流れの基礎式は Takahashi<sup>27)</sup> のものと同じであり、誘導は参考文献<sup>9)</sup>に譲る。

##### 4.1 運動方程式

$x, y, z$  方向の運動方程式を以下に示す。コリオリ力は無視し浮力を考慮した、 $u, v, w$  は風速の  $x, y, z$  成分であり' は差分時空間内の平均値からの偏差を表す。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u^2) + \frac{\partial}{\partial y} (uv) + \frac{\partial}{\partial z} (uw) \right] - C_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial x} + F_x \quad (34)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (uv) + \frac{\partial}{\partial y} (v^2) + \frac{\partial}{\partial z} (vw) \right] - C_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial y} + F_y \quad (35)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (uw) + \frac{\partial}{\partial y} (vw) + \frac{\partial}{\partial z} (w^2) \right] - C_p \theta_0 \frac{\partial \pi'}{\partial z} + F_z + g \left( \frac{\bar{\theta}'}{\theta_0} + 0.61 Q'_v - Q_w \right) \quad (36)$$

ただし拡散の項は Klemp & Wilhelmson<sup>28)</sup> に従い以下のようにおく。

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ F_y &= \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ F_z &= \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (37)$$

$\pi$  は無次元化された圧力である。

$$\pi = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{C_p}} \quad (38)$$

$\theta', \theta'_v$  などは乾燥断熱大気をベースとしそれからのずれを表す。 $K_m$  は渦拡散係数である。

##### 4.2 渦拡散係数

渦拡散係数は経験的に次式から求める。

$$\begin{aligned} K_m &= (C\Delta)^2 \left[ A_1 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \right] + A_2 g \frac{\partial}{\partial z} \left( - \frac{\theta'}{\theta} - 0.61 Q'_v + Q_w \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (39)$$

ここで係数  $A_1, B_1, C$  には様々な提案があるが、本研究では Soong & Ogura<sup>29)</sup> に従い、 $A_1 = 1, A_2 = 0, C = 0.40$  を用いた。

##### 4.3 圧力に関する式

$\pi'$  は(34), (35), (36)の各式をそれぞれ  $x, y, z$  で微分したもの足しあわせて得られる次の Poisson 方程

式を解いて計算される。

$$\begin{aligned} C_p \theta_0 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \pi' = & \frac{\partial}{\partial x} \left[ F_x - \left( \frac{\partial}{\partial x} (u^2) + \frac{\partial}{\partial y} (uv) + \frac{\partial}{\partial z} (uw) \right) \right] \dots (40) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[ F_y - \left( \frac{\partial}{\partial x} (uv) + \frac{\partial}{\partial y} (v^2) + \frac{\partial}{\partial z} (vw) \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ F_z - \left( \frac{\partial}{\partial x} (uw) + \frac{\partial}{\partial y} (vw) + \frac{\partial}{\partial z} (w^2) \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ g \left( \frac{\theta'}{\theta_0} + 0.61 Q_v' - Q_w \right) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right). \end{aligned}$$

この Poisson 方程式は The National Center for Atmospheric Research Boulder のサブプログラムパッケージ FISH PAK (Version 3.2) を用いて解いた。

#### 4.4 溫位の式

温位の偏差  $\theta'$  は次式で計算する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u \theta') + \frac{\partial}{\partial y} (v \theta') + \frac{\partial}{\partial z} (w \theta') \right] \\ & + \frac{\theta_0}{C_p T_0} \left( L_c \frac{\delta M_c}{\delta t} + L_s \frac{\delta M_s}{\delta t} + L_f \frac{\delta M_f}{\delta t} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial \theta'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial \theta'}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial \theta'}{\partial z} \right). \dots (41) \end{aligned}$$

$L_c, L_s, L_f$  はそれぞれ蒸発と昇華の潜熱であり、 $\delta M_c / \delta t$  は気相から液相への相変化の正味の割合、 $\delta M_s / \delta t$  は気相から固相への相変化の正味の割合、 $\delta M_f / \delta t$  は液相から固相への相変化の正味の割合を表わす。ここでの割合とは単位時間あたりの変化量を意味しており、以下も同様である。

#### 4.5 水蒸気の式

水蒸気混合比  $Q_v$  の保存式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_v}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u Q_v) + \frac{\partial}{\partial y} (v Q_v) + \frac{\partial}{\partial z} (w Q_v) \right] - \left[ \frac{\delta M_c}{\delta t} + \frac{\delta M_s}{\delta t} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_m \frac{\partial Q_v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_m \frac{\partial Q_v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial Q_v}{\partial z} \right). \dots (42) \end{aligned}$$

ここで  $\delta M_c / \delta t + \delta M_s / \delta t$  は相変化によって失われる水蒸気の正味の割合を表わしている。

#### 4.6 雲粒核の式

雲粒核の数密度  $f_{CN}$  の保存式は次式である ( $f_{CN}^* = f_{CN} / \rho_a$ )

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{CN}^*}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u f_{CN}^*) + \frac{\partial}{\partial y} (v f_{CN}^*) + \frac{\partial}{\partial z} (w f_{CN}^*) \right] \\ & + (\Delta f_{CN}^*)_{evp} - (\Delta f_{CN}^*)_n \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial f_{CN}^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial f_{CN}^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial f_{CN}^*}{\partial z} \right). \dots (43) \end{aligned}$$

ここで  $(\Delta f_{CN}^*)_{evp}$  は水滴の蒸発の際に放出される割合、 $(\Delta f_{CN}^*)_n$  は活性化して水滴を作る過程で消費される割合を表わす。

なお Deadroff<sup>30)</sup> に従い雲中の粒子に対する拡散係数は  $K_h = 3 \times K_m$  を用いた。以下の水晶核や降水粒子についてもこの  $K_h$  を用いる。

#### 4.7 氷晶核の式

氷晶核の数密度  $f_{CI}$  の保存式は次式である。 $(f_{CI}^* = f_{CI} / \rho_a)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{CI}^*}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u f_{CI}^*) + \frac{\partial}{\partial y} (v f_{CI}^*) + \frac{\partial}{\partial z} (w f_{CI}^*) \right] \\ & + (\Delta f_{CI}^*)_{evp} - (\Delta f_{CI}^*)_n \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial f_{CI}^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial f_{CI}^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial f_{CI}^*}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (44)$$

ここで  $(\Delta f_{CI}^*)_{evp}$  は小さな雹、霰、雪の蒸発の際に放出される割合、 $(\Delta f_{CI}^*)_n$  は活性化して氷晶を作る過程で消費される割合を表わす。

#### 4.8 二次氷晶芽の式

氷晶核の数密度  $f_{CNG}$  の保存式は次式である  $(f_{CNG}^* = f_{CNG} / \rho_a)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{CNG}^*}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u f_{CNG}^*) + \frac{\partial}{\partial y} (v f_{CNG}^*) + \frac{\partial}{\partial z} (w f_{CNG}^*) \right] \\ & + (\Delta f_{CNG}^*)_{mul} - (\Delta f_{CNG}^*)_n \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial f_{CNG}^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial f_{CNG}^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial f_{CNG}^*}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (45)$$

ここで  $(\Delta f_{CNG}^*)_{mul}$  は氷晶増殖によって供給される割合、 $(\Delta f_{CNG}^*)_n$  は活性化して氷晶を作る過程で消費される割合を表わす。

#### 4.9 水滴の式

水滴の数密度  $F_w$  の保存式は次式である  $(F_w^* = F_w / \rho_a)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_w^*}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u F_w^*) + \frac{\partial}{\partial y} (v F_w^*) + \frac{\partial}{\partial z} (w F_w^*) \right] \\ & + (\Delta F_w^*)_N + (\Delta F_w^*)_C + (\Delta F_w^*)_{IM} + (\Delta F_w^*)_{GM} + (\Delta F_w^*)_{HM} \\ & - (\Delta F_w^*)_E - (\Delta F_w^*)_V - (\Delta F_w^*)_{IR} \\ & - (\Delta F_w^*)_{GR} - (\Delta F_w^*)_{HR} - (\Delta F_w^*)_{CF} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial F_w^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial F_w^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial F_w^*}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (46)$$

ここで右辺第4項からは順に、凝結核の活性化(N)、凝結(C)、雪の融解(IM)、霰の融解(GM)、雹の融解(HM)による水滴の供給の割合を表わす。第9項以降は水滴の蒸発(E)、Valiの凍結(V)、雪の着氷(IR)、霰の着氷(GR)、雹の着氷(HR)、霰との衝突凍結(CF)の過程で消費される水滴の割合を表わす。

#### 4.10 霞の式

霞の数密度  $F_g$  の保存式は次式である  $(F_g^* = F_g / \rho_a)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_g^*}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u F_g^*) + \frac{\partial}{\partial y} (v F_g^*) + \frac{\partial}{\partial z} (w F_g^*) \right] \\ & + (\Delta F_g^*)_S + (\Delta F_g^*)_{GR} + (\Delta F_g^*)_{CF} + (\Delta F_g^*)_{ICVG} + (\Delta F_g^*)_{HCVG} \\ & - (\Delta F_g^*)_E - (\Delta F_g^*)_{GMLT} - (\Delta F_g^*)_{GCVI} - (\Delta F_g^*)_{GCVH} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial F_g^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial F_g^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial F_g^*}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (47)$$

ここで右辺第4項以降は順に凝結(S)、着氷(GR)、霰と雲粒の衝突凍結過程(CF)、雪のconversion(ICVG)、雪のconversion(HCVG)、蒸発(E)、融解(GMLT)、雪へのconversion(GCVI)、雹へのconversion

(GCVH) の各過程の影響を表わす。

#### 4.11 電の式

電の数密度  $F_h$  の保存式は次式である ( $F_h^* = F_h / \rho_a$ )

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_h^*}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (uF_h^*) + \frac{\partial}{\partial y} (vF_h^*) + \frac{\partial}{\partial z} (wF_h^*) \right] \\ & + (\Delta F_h^*)_S + (\Delta F_h^*)_{HR} + (\Delta F_h^*)_V + (\Delta F_h^*)_{CF} + (\Delta F_h^*)_{GCVH} \\ & - (\Delta F_h^*)_E - (\Delta F_h^*)_{HMLT} - (\Delta F_h^*)_{HCVI} - (\Delta F_h^*)_{HCVG} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial F_h^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial F_h^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial F_h^*}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (48)$$

ここで右辺第4項以降は順に凝結(S), 着氷(HR), Valiの凍結過程(V), 露と雲粒の衝突凍結過程(CF), 露のconversion(HCVG), 蒸発(E), 融解(HMLT), 雪へのconversion(HCVI), 露へのconversion(GCVH)の各過程の影響を表わす。

#### 4.12 氷晶の式

氷晶の数密度  $F_i$  の保存式は次式である ( $F_i^* = F_i / \rho_a$ )

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_i^*}{\partial t} = & - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (uF_i^*) + \frac{\partial}{\partial y} (vF_i^*) + \frac{\partial}{\partial z} (wF_i^*) \right] \\ & + (\Delta F_i^*)_S + (\Delta F_i^*)_{IN} + (\Delta F_i^*)_{NGN} \\ & + (\Delta F_i^*)_{GCVI} + (\Delta F_i^*)_{HCVI} + (\Delta F_i^*)_{IR} \\ & - (\Delta F_i^*)_E - (\Delta F_i^*)_{ICVG} - (\Delta F_i^*)_{CF} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial F_i^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial F_i^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial F_i^*}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (49)$$

ここで右辺第4項以降は順に凝結(S), 氷晶核の活性化(IN), 二次氷晶芽の活性化(NGN), 露のconversion(GCVI), 電のconversion(HCVI), 着氷(IR), 蒸発(E), 露へのconversion(ICVG), 雲粒との衝突凍結過程(CF), の影響を表わす。

### 5. 初期境界条件

#### 5.1 初期値の鉛直プロファイル

初期状態として乱れのない成層状態の大気の場を考える。初期値として与える変数は温度  $T_0$  と湿度  $H_0$  の鉛直分布および水平風速  $u$  と鉛直風速  $w$  である。気圧, 大気の密度など他の全ての変数は与えられた温度, 湿度の鉛直プロファイルより静水圧平衡の仮定と状態方程式を用いて計算される。

温度と湿度は夏季における熱帯の大気の平均的な状態<sup>31)</sup>に若干の修正を施し, 雲底がおよそ高度 600 m, 雲頂が高度約 8 km になるようにしたものを用いている。地表面の温度は 300 [K] で, 高度 1.4 km までは乾燥断熱減率 9.76 [K/km] に従い温度が低下する。高度 1.4 km から 6.2 km の間の温度減率は 9 [K/km], 6.2 km から 7.2 km までは 3 [K/km], 高度 7.2 km 以上では 1.5 [K/km] である。 $0^\circ\text{C}$  層は高度 3.4 km, 雲底の温度は +23 K となる。湿度は地表面で 87 % とし, 高度 1.4 km で 99 % に達する。高度とともに湿度は低くなるが勾配は緩やかで上端でも 67% である。

風速場は風の鉛直シアーアーのあるものとシアーアーのないものの 2種類を用意した。シアーアーはなるべく長く雲が計算領域内にとどまるよう調節し, 地表面の水平風速を -4.5 [m/s] (左向き), 高度 2.2 km で 1.5 m/s (右向き) の直線型シアーアーを与えた。また初期鉛直風速は 0 [m/s] とした。以上に述べた初期値の鉛直プロファイルは Fig. 4 に示す。

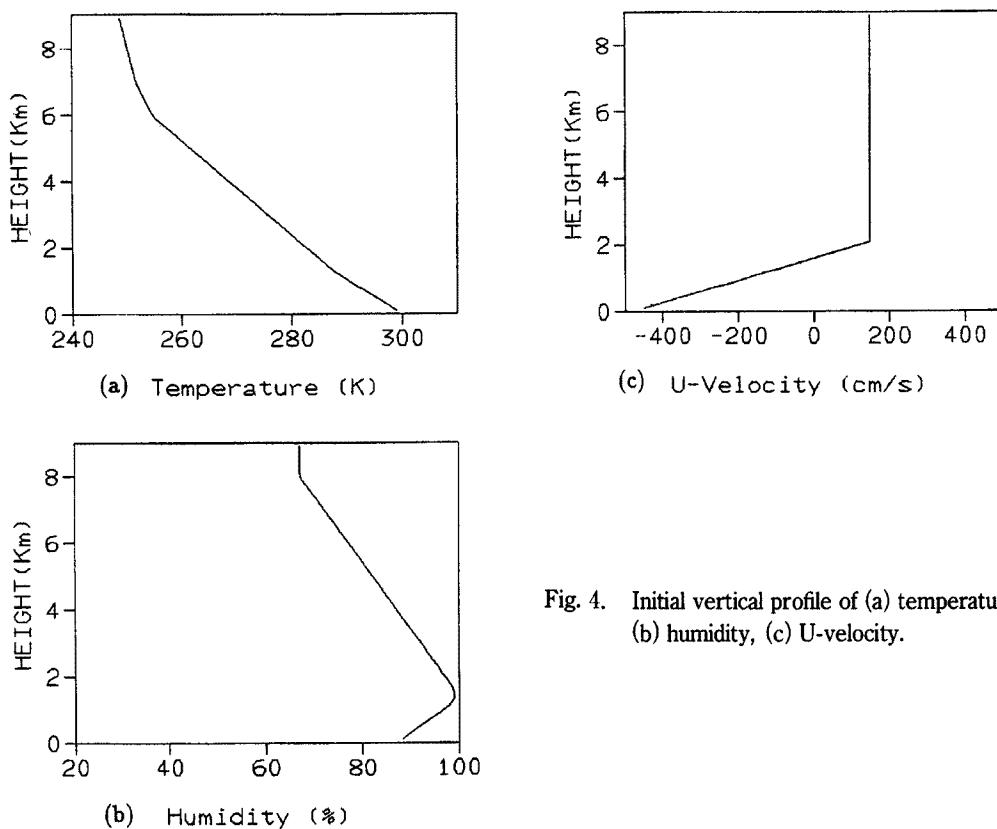


Fig. 4. Initial vertical profile of (a) temperature, (b) humidity, (c) U-velocity.

雲の成長開始を速め計算時間を短縮するために、初期の推進力となる高温の飽和した気塊を計算領域の下層に橢円体状に与えた。気塊の温位の増分  $\delta\theta'(x, z)$  [K] は次式で与えられる。

$$\delta\theta' = 0.3 \times \left[ \sin\left(\pi \cdot \frac{z}{1.2}\right) \right]^2 \left[ \cos\left(\pi \cdot \frac{x - x_b}{2.0}\right) \right]^2 \quad \dots \dots \dots \quad (50)$$

気塊の昇温位は最大で 0.3 [K]、範囲は高度 0 km から 1.2 km の間、幅は 2.4 km である。 $x_b$  は気塊の中心の  $x$  座標であり、雲がなるべく計算領域から出でいかないように調節した。

### 5.2 境界条件

上下端では  $\theta'$ ,  $Q_v$  は初期値に固定、鉛直風速  $w$  は 0 とする。雨滴、氷晶などの降水粒子は下端で 0 とし、地表面に到達した雨は系外へ出るようにした。また重力波の影響を消すため、上端付近の格子点では渦拡散係数  $K_m$  の値を計算値よりも大きくしてある。水平方向には Orlanski<sup>32)</sup> の開いた境界条件を用いた。ただし、境界に垂直な速度成分、すなわち水平風速  $u$  にのみ適用した。

### 5.3 計算手順

計算は以下に示す順に行う。

- 1) 流れの場を細かな時間ステップ ( $\Delta t = 1$  [s]) で更新する。
- 2) 水蒸気量、温位の移流および拡散による変化量の計算 ( $\Delta t = 1$  [s])。
- 3) 降水粒子、凝結核と氷晶核の移流および拡散による変化量の計算 ( $\Delta t = 1$  [s])。
- 4) 風速場に圧力の影響を加える ( $\Delta t = 1$  [s])。
- 5) 衝突併合を除く全ての微物理過程の計算 ( $\Delta t = 1$  [s])。

- 6) 1)から5)までを20回繰り返す。
- 7) 衝突併合過程の計算 ( $\Delta t = 20$  [s])。
- 8) 1)へ戻る。

空間差分は中央差分で計算し、移流項には Arakawa の2次のフラックススキームを用いた。時間更新はリープフロッギスキームを用い、Robert<sup>33)</sup>の smoothing を施した。

## 6. 結 果

シミュレーションは初期条件を変えて以下の6とおり行った。

- Case 1. シアーのない海洋性 Warm Rain
- Case 2. シアーのある海洋性 Warm Rain
- Case 3. シアーのある海洋性 Cold Rain
- Case 4. シアーのある大陸性 Warm Rain
- Case 5. シアーのある大陸性 Cold Rain
- Case 6. 低温ドームを持つ海洋性 Cold Rain

Case 6.については後で述べることとし、それ以外の Case の結果を以下に述べる。

### 6.1 シアーのない海洋性 Warm Rain

雲の発達の様子を Fig. 5 に示す。雲粒、霧雨、氷晶は  $0.1$  [g/kg]、雨滴、霰、雹は  $0.1$  [g/kg] の等高線で表している。まず初期の刺激を与えた部分で凝結により雲が生じる (Fig. 5 (a))。それに伴う潜熱放出による気塊の温度上昇は最大で  $+2^\circ\text{C}$ 、上昇気流は最大  $4.3$  [m/s] であった。上昇気流は雲頂で発散して雲にそった下降気流をつくる。上昇気流で作られた雲粒はこの下降流によって雲の縁にそった降水となるが、地面に到達する前に蒸発し再び上昇流に取り込まれる (Fig. 6)。このような水滴の循環を通して雲は水蒸気を貯えていく。20分後に雲は成長のピークに達し、雲頂は  $6.5$  km、上昇気流は  $14.5$  [m/s] にも達する (Fig. 5(b))。雨滴は地面に到達し、地上の地点降水強度の瞬時値 (以後単に地上の降水強度と書く) は最大で  $92$  [mm/hr] である。雨は雲の中心にある上昇気流を挟んで両側から降っている (Fig. 7)。その後、雲頂は  $8$  km に到達して水平方向へ発散し、かなとこ (Anvil) を作る (Fig. 5(e))。かなとこのひろがりはおよそ  $15$  km である。上昇気流は20分でピークを迎えた後急速に減少し雲の成長は終わる。上昇気流が弱まると雲に貯えていた水滴は雨となって落ちてくる。このため降水強度も20分をピークにゆるやかに減少する。

### 6.2 シアーのある海洋性 Warm Rain

雲の発達の様子を Fig. 8 に示す。初期の刺激から雲が生じるが (Fig. 8 (a))、シアーの影響で上昇気流は右に傾いている。このとき雲頂は  $4.8$  km に達し雲頂付近で発散した風の一部は雲の右側に下降流を作る (Fig. 9)。この下降流により生じる降水域は上昇流による負の降水域と並んで現われる (Fig. 10)。しかし降水は落下中に蒸発し上昇気流に取り込まれている。この一連の空気の流れが時計廻りの対流セルを作っている。上昇気流は15分後に  $11.2$  [m/s] でピークを迎えるが、その後も雲は成長を続け20分後に雲頂付近の温度は  $+3.8^\circ\text{C}$  でピークに達する。雲頂は20分後に  $6$  km、30分後には  $8$  km に達する (Fig. 8 (b), (d))。30分後、上空では上昇気流は大きく右に傾き雲を右の方へ拡大する (Fig. 8 (d))。これに伴い強雨域も右へ移動し、対流セルも大きくなる (Fig. 11)。降水強度は  $103$  [mm/hr] であり1回目のピークに達する。40分後には上空の雲は雲底高度およそ  $4$  km のかなとことなって広がるが、上昇気流の根の位置はほとんど変わらない (Fig. 8 (e))。右に移動した雨域はやや弱まり、代わって上昇気流のそばに新たな対流セルとそれに伴う強雨域が生じる (Fig. 12)。この新たに形成されたセルは降水強度の2回目のピーク  $96$  [mm/hr] を

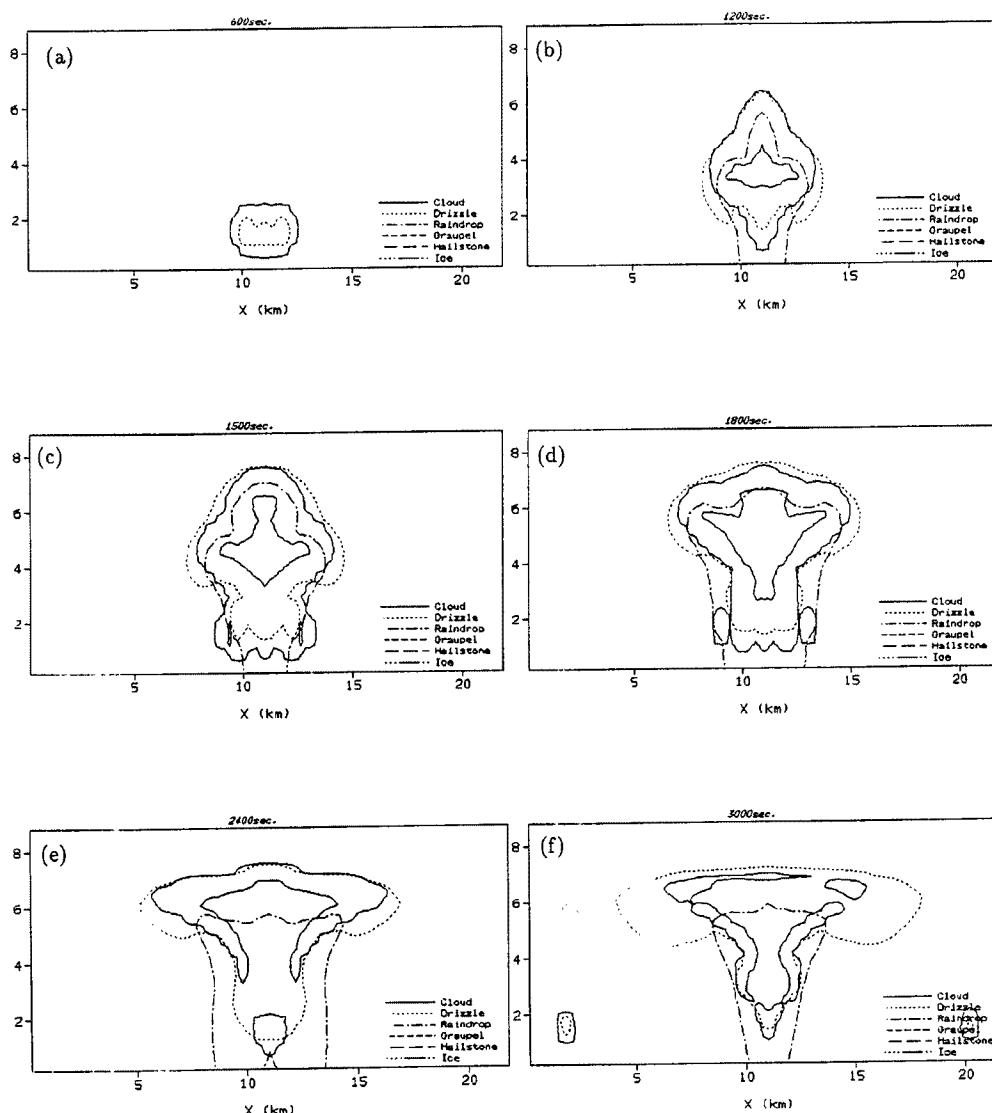


Fig. 5. Cloud development for maritime no-ice case with no wind (case 1).

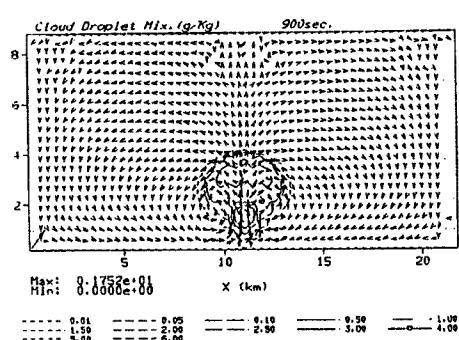


Fig. 6. Cloud droplet mixing ratio at 15 minutes for case 1.

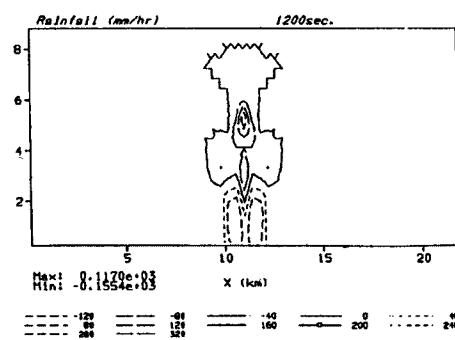


Fig. 7. Rainfall intensity at 20 minutes for case 1.



Fig. 8. Cloud development for maritime no-ice case (case 2).

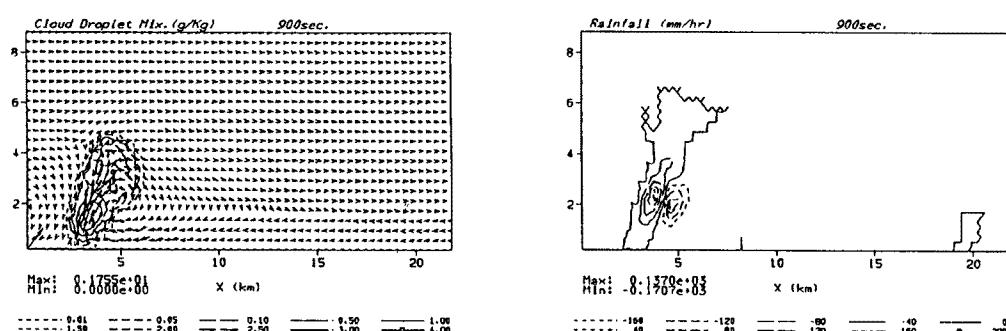


Fig. 9. Cloud drop mixing ratio and wind field at 15 minutes for case 2.

Fig. 10. Rainfall intensity at 15 minutes for case 2.

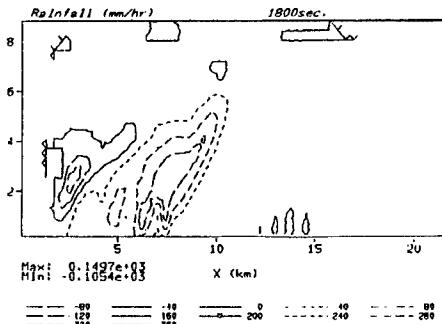


Fig. 11. Rainfall intensity at 30 minutes for case 2.

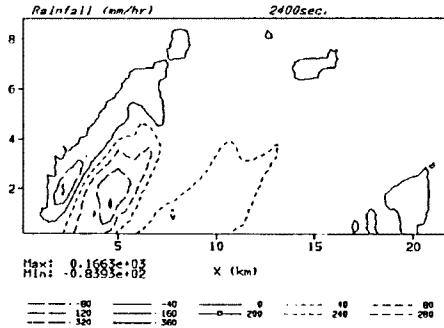


Fig. 12. Rainfall intensity at 40 minutes for case 2.

もたらしている。地上の降雨域は 10 km ほどに拡大している。50分後かなとこはさらに成長して水平距離 15 km に達する (Fig. 8 (f))。上昇気流の減衰は穏やかで50分後でも 7.1 [m/s] を維持する。

### 6.3 シアーのある海洋性 Cold Rain

雲の発達の様子を Fig. 13 に示す。雲が 0 °C 層に到達する15分後以前の雲の様子はシアーのある海洋性 Warm Rain の場合と同じである。20 分後から 5 km 高度付近に上昇気流 (最大 11.2 [m/s]) に支えられるようにして雹が形成され始める (Fig. 13 (b))。25 分後に雲頂が 7 km を越えると、雲頂付近に雪、その少し下に霰、さらにその下に雹が分布する (Fig. 13 (c))。この時の降水強度は 105 [mm/hr] で1回目のピークを迎える (Fig. 14)。雲の左上に生じた反時計廻りのセル (Fig. 15) では霰、雹の対流が起きており、10 分程度持続される。これは上昇気流を高高度まで維持するのに貢献している。また雲頂付近の最高温度は +4.5 °C にも達し、水蒸気の相変化が活発であることが分かる。雲は上空で雪や霰となり右の方へ広がり (Fig. 13(d), (e))、雨域もそれにつれて移動していく。40 分後に降水強度の2度目のピークが訪れるが、この時の強雨域は雲の右端の雲粒が存在しない領域からの降水であり、雨は雪や霰、雹の融解によって供給されている (Fig. 16)。この領域の最大降雨強度は 139 [mm/hr] であり1回目のピークよりも強く、氷の形で貯えられる水蒸気の量が非常に大きいことを示している。上昇気流の根のそばにも新たな雨域があるがこれは雹、霰のない領域から降っており (Fig. 13(e)), Warm Rain であると考えられる。Warm Rain による雨域の降水強度の最大値はおよそ 80 [mm/hr] である。また Fig. 17 の中央付近に新たな時計廻りの対流セルが形成され、領域右下から湿った空気がかなとこの付け根に送り込まれているのが見える。これにより雲はますます強化される。かなとこの付け根では雹が支配的であるため、流入した空気は雹に捕捉されて着氷、昇華していると考えられる。このためセルの上昇域では +6 °C もの温度上昇が生じている (Fig. 18)。

50 分後にも2つの性格の異なる雨域は 100 [mm/hr] 前後の強い雨を降らし続ける。Fig. 19 には右側の雨域の降雨の供給源となる雹がきれいなバンド状に降っている様子が並んで見える。

### 6.4 シアーのある大陸性 Warm Rain

シアーのある大陸性の Warm Rain の結果を Fig. 20 に示す。雲の成長の様子は海洋性 Warm Rain のそれとよく似ており、上昇流近くで強雨域が次々と発生し、かなとこの進展とともに弱まりながら右の方に移動する様子が見られる (Fig. 21, Fig. 22)。大きな違いは雲の温度上昇であり 20 分後には最大値で +4.6 °C、40 分後には +6.6 °C もの昇温が見られる。海洋性 Warm Rain に比べて常に 1 °C ほど高くなっている。この高い温度の気塊に大きな浮力が働くため上昇流も強い。20 分後に 13.3 [m/s]、40 分後に 12.7 [m/s] と、海洋性の場合に比べて 2~3 [m/s] 大きい。温度が高いのは水蒸気の凝結が活発に起こっていることを示しており、雲には多くの水滴が貯えられているはずである。しかし降水強度の最大値を見ると

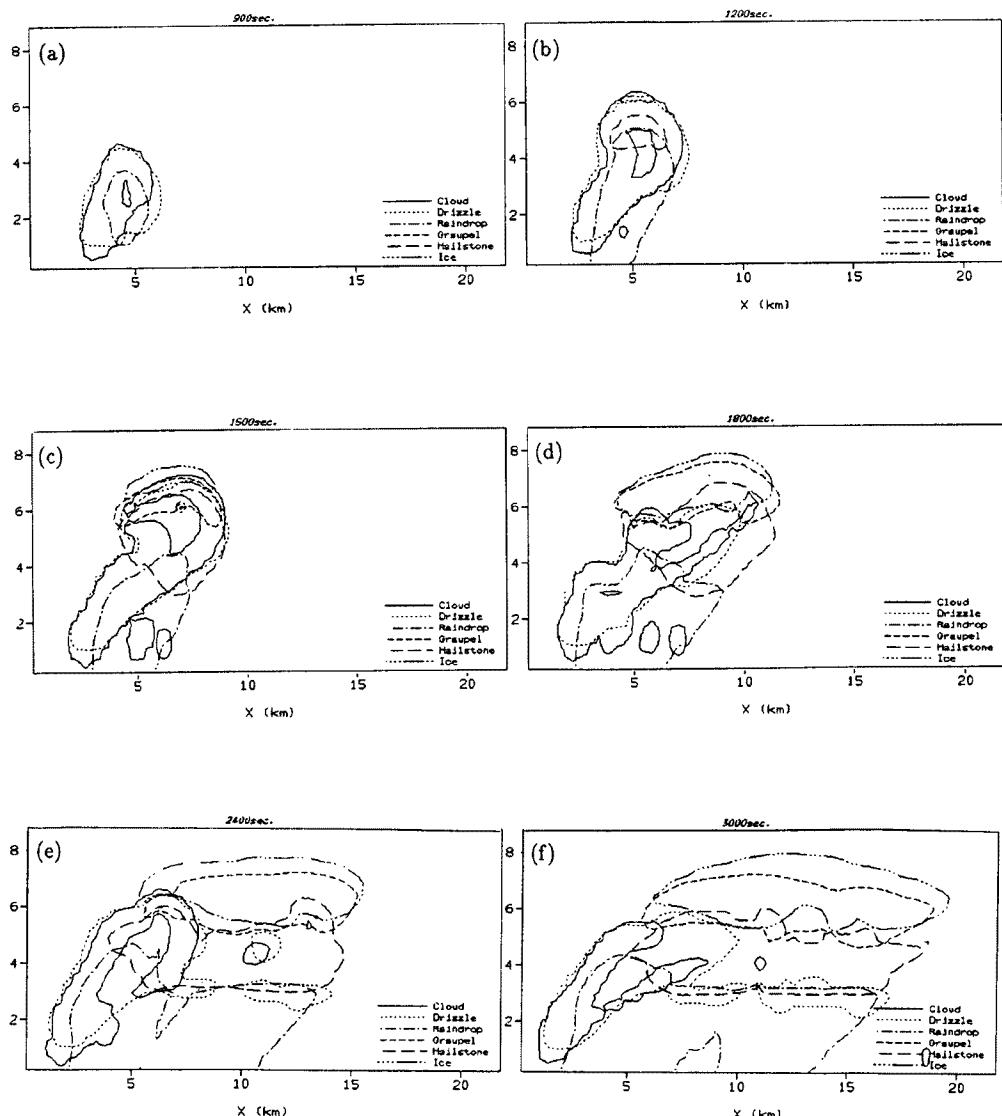


Fig. 13. Cloud development for maritime ice case (case 3).

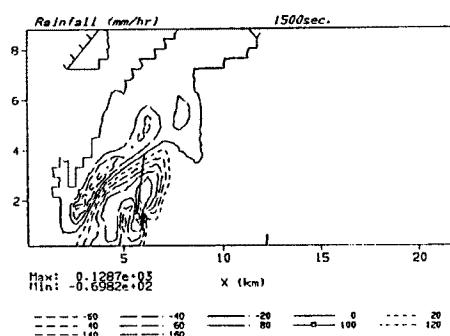


Fig. 14. Rainfall intensity at 25 minutes for case 3.

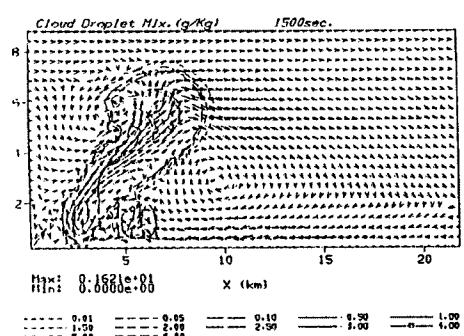


Fig. 15. Cloud drop mixing ratio and wind field at 25 minutes for case 3.

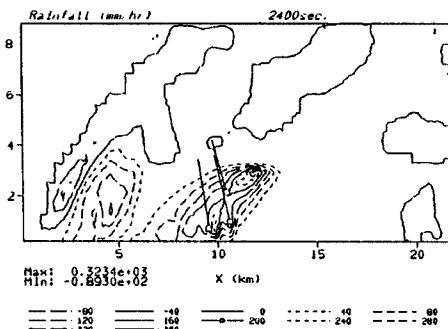


Fig. 16. Rainfall intensity at 40 minutes for case 3.

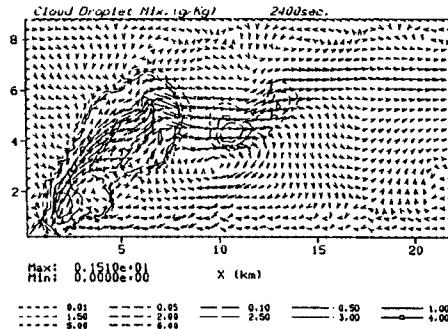


Fig. 17. Cloud drop mixing ratio and wind field at 40 minutes for case 3.

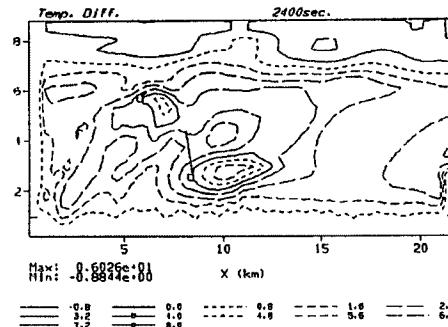


Fig. 18. Temperature deviation from the initial state at 40 minutes for case 3.

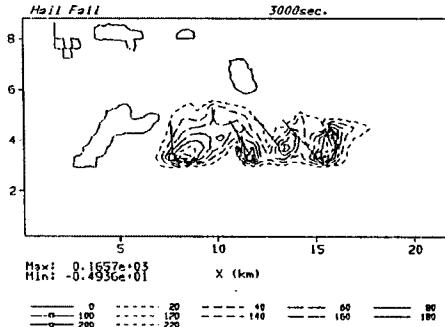


Fig. 19. Hail fall at 50 minutes for case 3.

20分後に116 [mm/hr] (Fig. 21), 40分後に98 [mm/hr] (Fig. 22)と海洋性 Warm Rainの場合と大差はなく、降水効率が悪いことがわかる。

### 6.5 シアーのある大陸性 Cold Rain

シアーのある大陸性 Cold Rainの雲の発達の様子を Fig. 23 に示す。0°C 層に達するまでは大陸性 Warm Rain と全く同じである。その後も全体に雲の温度は高く上昇気流が強いが、雲の発達の様子は海洋性 Cold Rain のそれに似ている。20分後に最大 139 [mm/hr] の強雨域が上昇流と隣あう形で生じる (Fig. 24)。またこのとき上昇気流は最大である。30分後から霰、雹の融解による強い雨域が次々に形成され (Fig. 23), 上昇気流の根から遠ざかる方向に移動しながら次第に強度を増し 45 分後に 179 [mm/hr] を記録する。50 分後には雲の根の近くに Warm Rain による雨域が1つと雹の融解による雨域が1つ、かなとこの下に雹、霰の融解による雨域が1つ見られる (Fig. 26)。40分、50分後のかなとこの強雨域は新たな強い時計廻りの対流セルを作っている (Fig. 27)。Fig. 28 には雹が循環している様子がきれいに現われている。そのほか計算全体を通じて雪が少ないことも気がつく。

### 6.6 シアーの影響

シアーがない場合には上昇気流は強く発達し雲の発達も速いが、上昇流と下降流がぶつかり合い相殺しあうため雲は長続きしない。さらに、下降流が上昇流を包みこんで水蒸気の供給を止めるため、雲は雨が強くなると急速に減衰する。また地上の雨域も狭く最大で 5 km ほどの幅しかない。これに対してシアーが存在

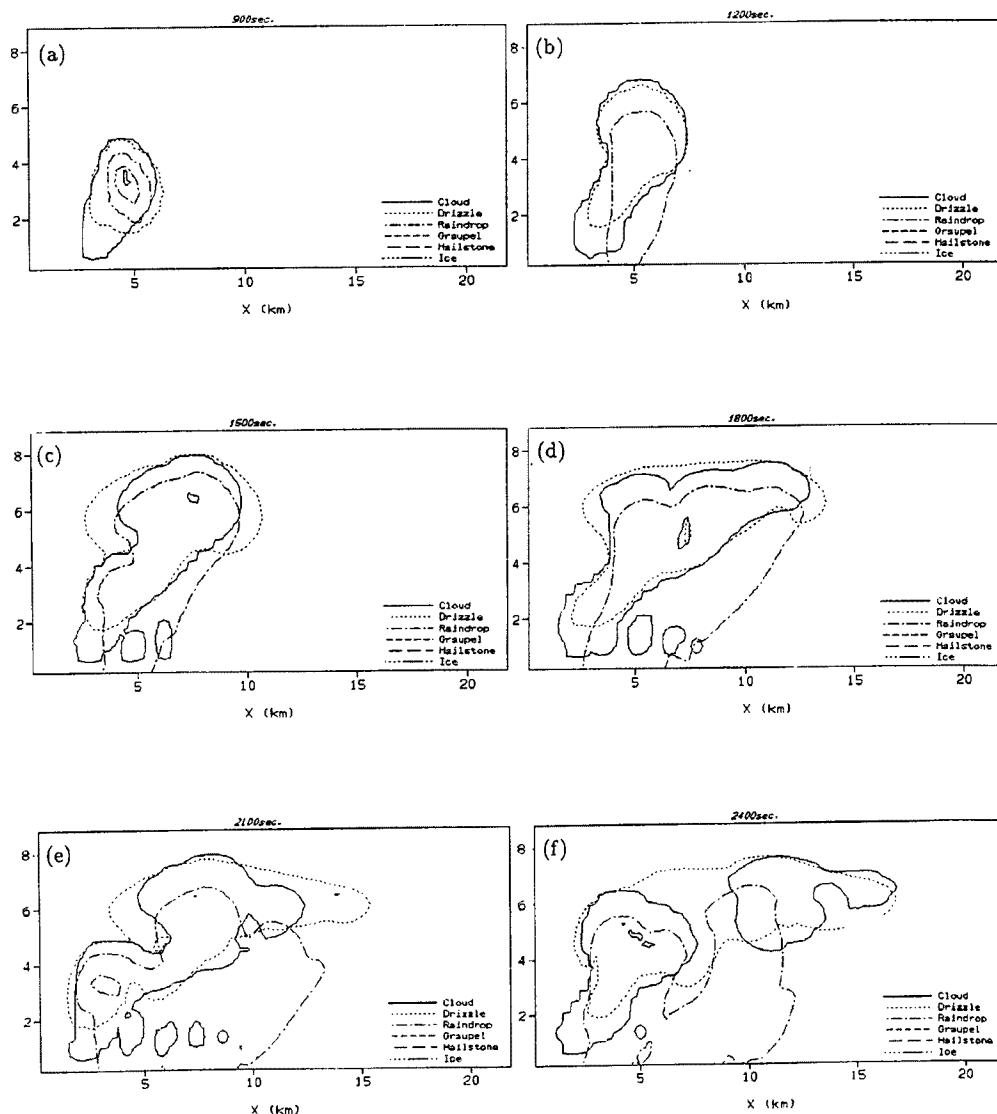


Fig. 20. Cloud development for continental no-ice case (case 4).

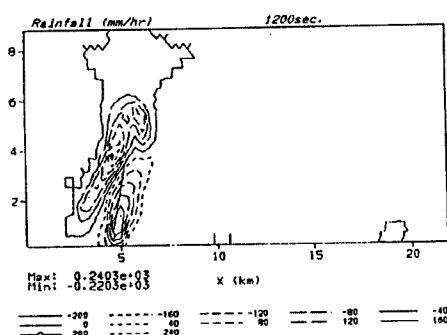


Fig. 21. Rainfall intensity at 20 minutes for case 4.

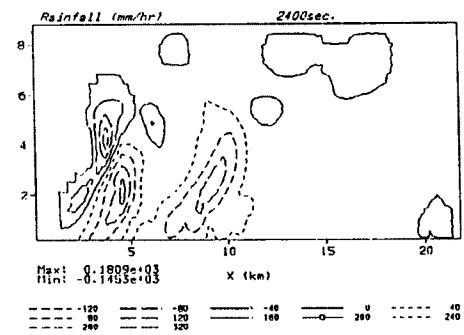


Fig. 22. Rainfall intensity at 40 minutes for case 4.

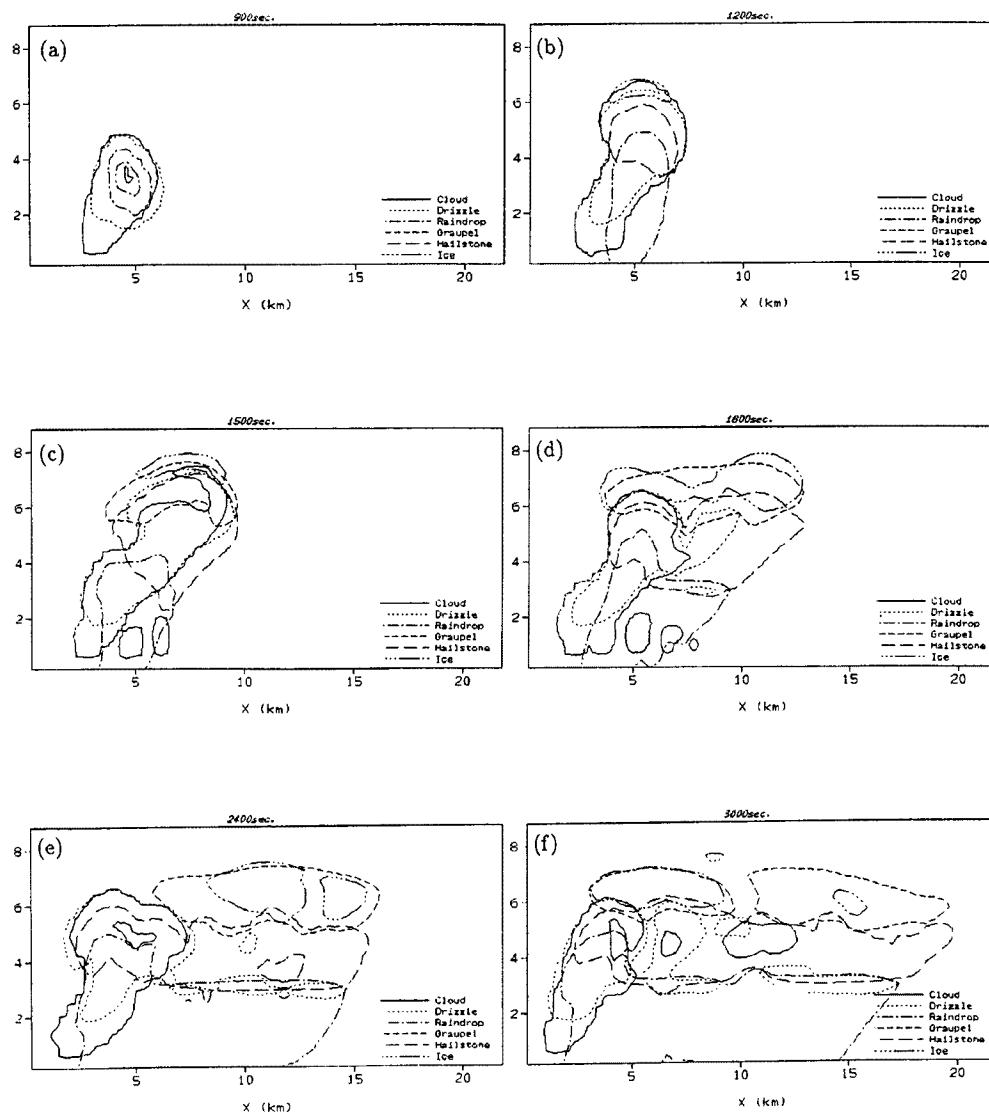


Fig. 23. Cloud development for continental ice case (case 5).

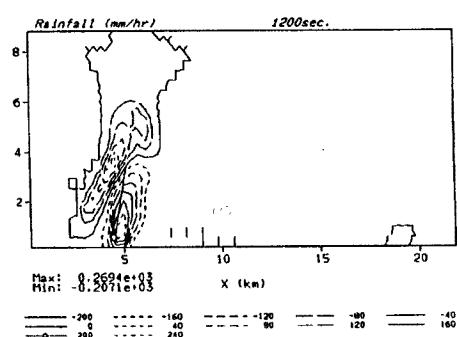


Fig. 24. Rainfall intensity at 20 minutes for case 5.

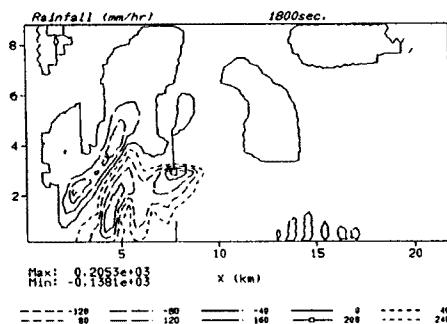


Fig. 25. Rainfall intensity at 30 minutes for case 5.

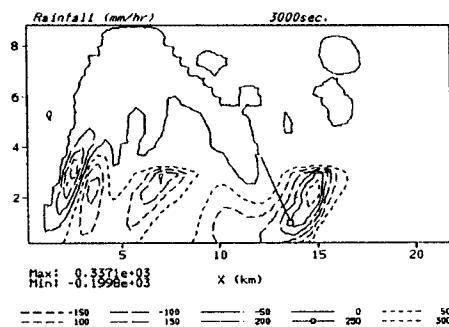


Fig. 26. Rainfall intensity at 50 minutes for case 5.

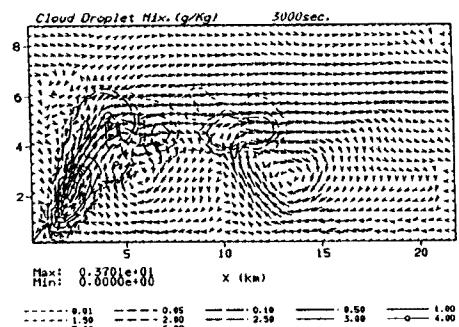


Fig. 27. Cloud drop mixing ratio and wind field at 50 minutes for case 5.

すると上昇気流は傾きいくぶん弱められるが、上昇流と下降流が交差せず雲が組織化されるため寿命が長くなる。また上空でかなとこが水平方向に発達するため雨域が広がり、広い範囲に雨を降らせる。強雨域は上昇気流の隣に次々と発生し、上空のかなとこの広がりに伴って弱まりながら移動する。よく言われる雲の維持に対するシアーカーの重要性は、本モデルでもそれを確かめることができた。

### 6.7 降水効率

Fig. 29 は地上の地点降水強度の瞬時値と上昇気流の最大値を各時間についてプロットしたものである。

また Fig. 30 は地上の降水強度の平均値を累積したものである。これについて以下に考察を行う。

まず前章でも触れたシアーカー無しの場合に注目する。その挙動は

1. 上昇流は 20 分後に強いピークを迎えるがそれはすぐに衰えてしまう。
2. 降水強度も比較的小さなピークの後次第に減少していく。
3. 降水強度の累積値も 30 分ごろから伸びなくなる。

など非常に刹那的であり、雲のライフは 20 分の時点で終わっているとも考えられる。よってシアーカーのない雲は持続性に乏しく強い降水を長時間維持することはできないと結論し、以下の議論はすべてシアーカーを持つ雲のみについて行うこととする。

シアーカーを持つ雲に注目すると、たいへん興味深い以下の結果を得た。

1. 上昇気流の挙動は、Warm Rain であるか Cold Rain であるかということにはほとんど関係がない。上昇気流を特徴づけるのは海洋性か大陸性かの違いである。海洋性の場合の上昇流は 15 分後に約 11 [m/s] の比較的小さなピークを迎え、後は徐々に減衰していく。これに対して大陸性の場合の上昇流は 40 分ごろまでの長い時間約 13 [m/s] という大きな値に維持され、その間に 2 つのピークが見られる。
2. 地上降水強度の最大値は逆に、海洋性か大陸性かということよりも Warm Rain であるか Cold Rain であるかということの影響が強くみられる。すなわち Warm Rain では 100 [mm/hr] 前後の雨が維持されるのに対し、Cold Rain ではより強い雨が 2 つのピークを持って降る。ただし大陸性の方が海洋性よりも若干よく雨を降らせる。
3. 大陸性の Cold Rain で特に強い雨が降る。降水の積算量も初期には海洋性の Cold Rain に僅かに劣る

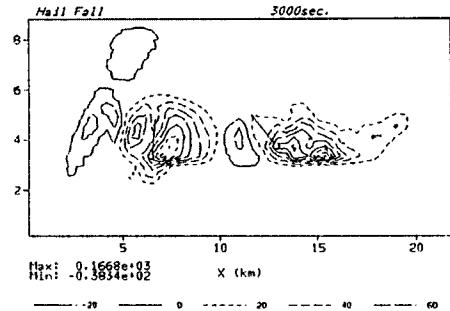


Fig. 28. Hail fall at 50 minutes for case 6.

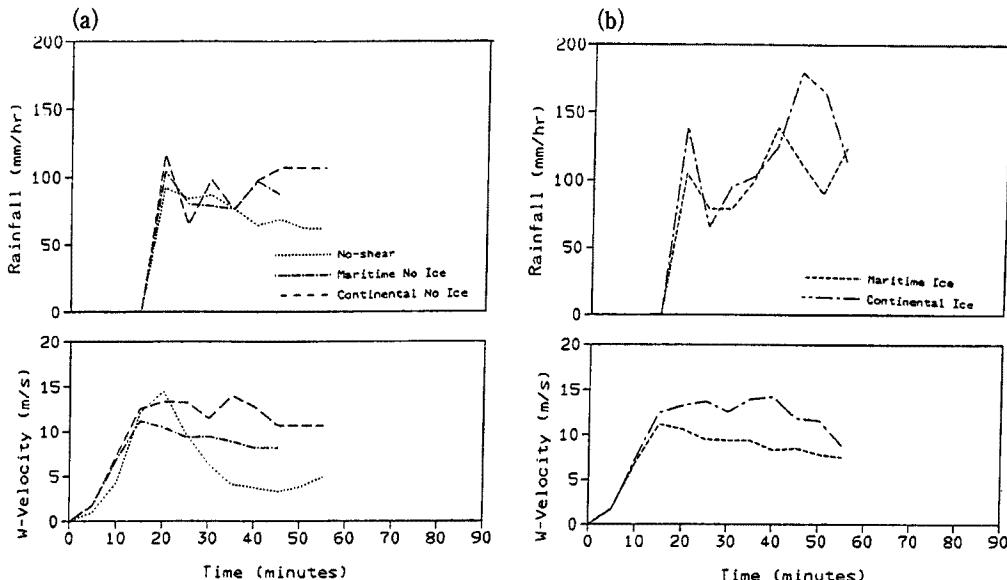


Fig. 29. Maximum vertical velocity and surface rainfall intensity for (a) no-ice case, (b) ice case.

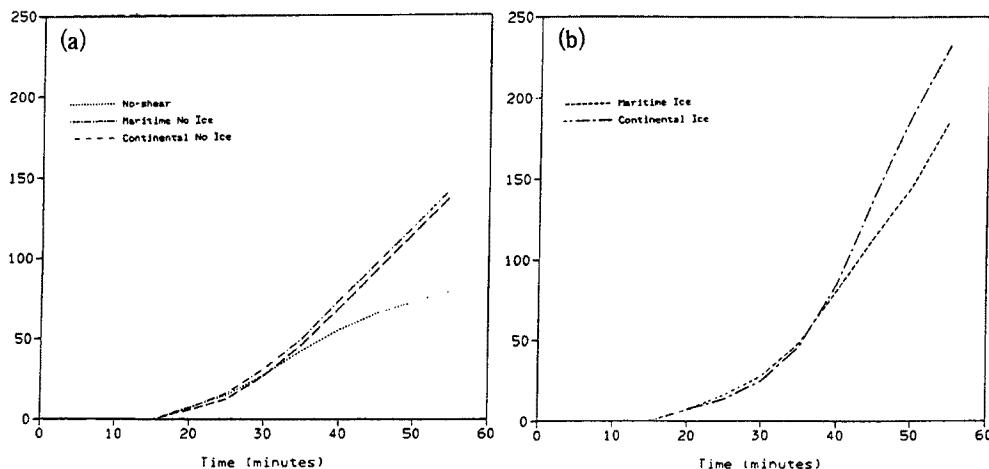


Fig. 30. Cumulative rainfall for (a) no-ice case, (b) ice case.

ものの最終的には最も大きい。すなわち降水効率が最も高い。  
これらの結果については後の節でも触れる。

#### 6.8 氷の存在の影響

氷がない場合、上昇流の近くで強雨域が発生し上昇流から遠ざかるにしたがって雨が弱くなったのに対し、氷が存在する場合には Warm Rain による雨が降る他にもう一つより強い雨域が上昇流から離れたところに生じた。氷が存在すると、

1. 氷に対する飽和水蒸気圧が低いため容易に昇華が起こるので水蒸気は氷がない場合よりも速く雲の中に取り込まれる。
2. 霧、雪と言った粒子は軽いため鉛直風速が弱くても雲の中に保持することができる。

という利点があるため雲は急速に大量の水蒸気を貯えることができる。上昇流から離れたところの雨域はこうして大量に貯えられた氷の融解による雨であり非常に強く降る。このため氷の存在は前節で述べたように降雨強度に強く影響する。一方、上昇流の性質を支配しているのは上昇流の根の部分である。上昇流の根の部分は  $0^{\circ}\text{C}$  層の以下にあるため Cold Rain であるか Warm Rain であるかはほとんど影響しない。しかし

1. 海洋性 Cold Rain において上空で起こる雹、霰の対流が上昇気流を高高度まで維持するのに貢献する。
2. 海洋性 Cold Rain、大陸性 Cold Rain においてかなとこの下に起こる雹を含んだ対流が下層の湿った空気に雲を取り入れる。

など氷の存在によって2次的に生じる対流セルが降水機構に及ぼす影響は小さくない。Fig. 31 にこれを模式的に示す。

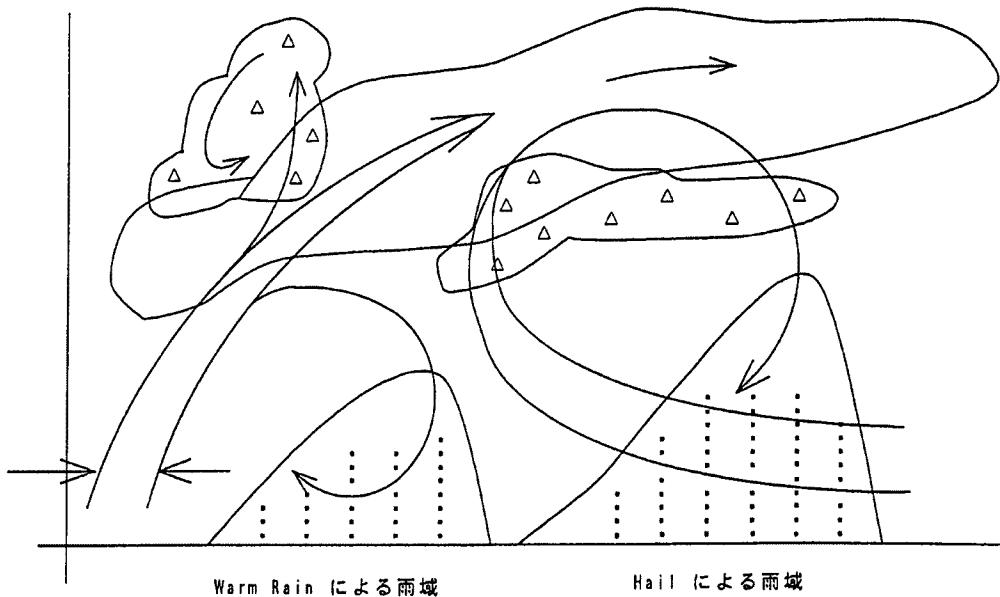


Fig. 31. Contributions of an ice phase to storm dynamics.

## 6.9 大陸性降雨と海洋性降雨

本モデルでの海洋性降雨と大陸性降雨との違いは、

1. 雲粒核濃度、(海洋性 100 個/cc, 大陸性 500 個/cc)
2. 初期雲粒の粒径分布、

の2点であり、次のように簡単に言い換えることができる。すなわち大陸性降雨では空気が汚れているために雲粒核が多く存在し、海洋性降雨よりも雲粒が多量に生じるが個々の雲粒の大きさは小さくなる。

大陸性の雲の方が海洋性の雲よりも温度が高く上昇気流も強い。これは凝結による潜熱放出が多いことを表しており、雲には多くの水滴が貯えられている。しかし水滴は小さいものが多く成長が遅いため Warm Rain の場合には大きく成長することができず、雨としては落ちてくる量は少ない。すなわち降水効率は悪い。ところが Cold Rain の場合は上空の雹と霰によって小さな雲粒は捕捉され大きな粒子にまとめられる。この雹や霰が落下して融解すると大量の雨となる。Cold Rain で雪がないのは、雲が大量の水滴を抱えているため過飽和度が上がりにくいためである。

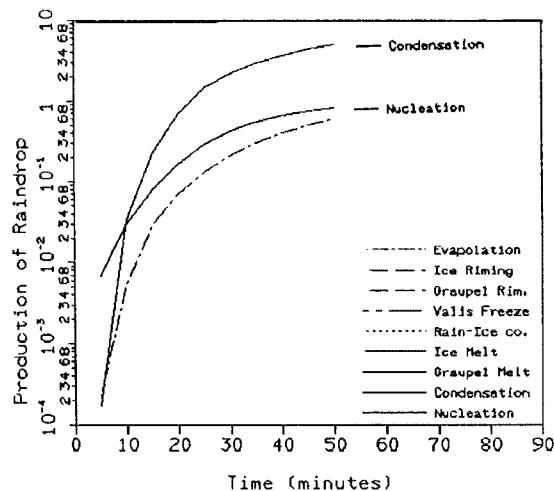


Fig. 32. Production of each microphysical process for case 2.

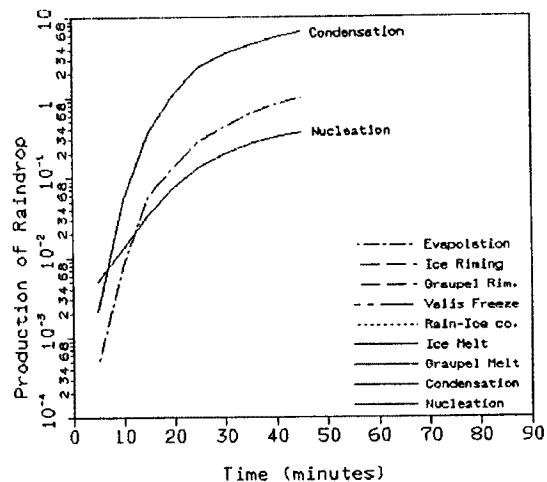


Fig. 34. Production of each microphysical process for case 4.

#### 6.10 各微物理過程の働き

本研究で導入した微物理過程がどの様な働きをしているのかを調査する。Fig. 32 は海洋性 Warm Rain の場合の各微物理過程による水滴の総生産量である。Fig. 33(a), (b), (c) は海洋性 Cold Rain の場合の各微物理過程による水滴、霰と雹、雪の総生産量である。同様に Fig. 34 は大陸性 Warm Rain の場合の水滴の総生産量、Fig. 35(a), (b), (c) は大陸性 Cold Rain の場合の水滴、霰と雹、雪の総生産量である。蒸発など負の生産量も符号を逆にして同じ図に示した。

まず Warm Rain に注目してみる。大陸性、海洋性

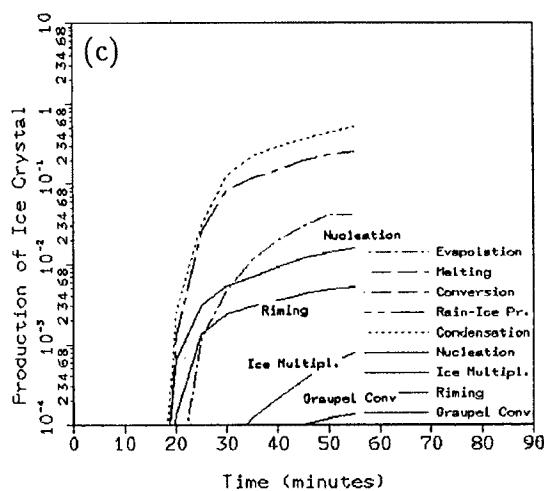
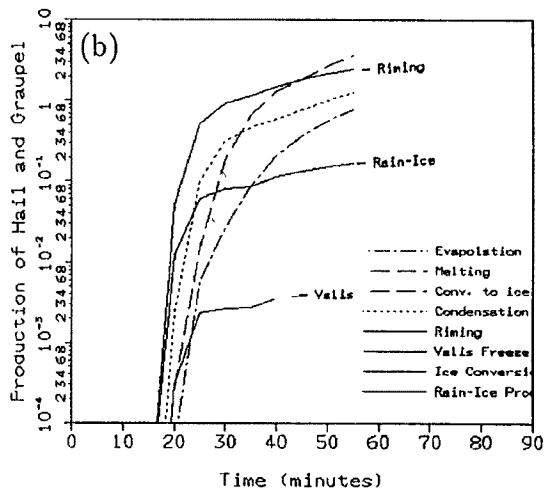
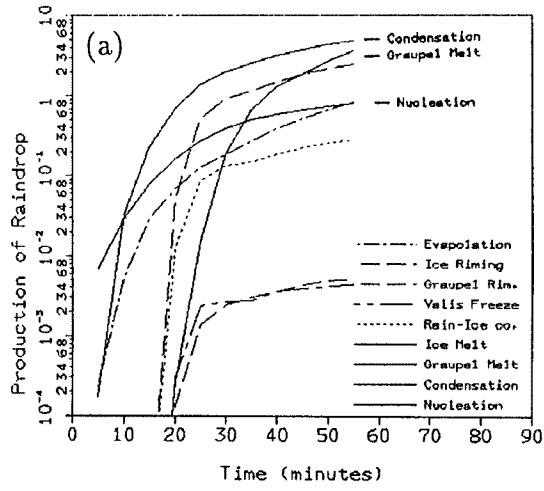


Fig. 33. Production of each microphysical process for case 3.

のどちらの場合も、はじめは核の活性化過程が支配的であるがすぐに凝結過程にとって代わられる。海洋性の雲では水滴の数が少ないため凝結量は少ないが、過飽和度が高いため核の活性化は起こりやすい。蒸発は大陸性で多いが、これは蒸発しやすい小水滴が多いいためである。

次に Cold Rain における水滴の生産量に注目する。凝結、核の活性化などは Warm Rain の場合とほとんど同じである。雲が  $0^{\circ}\text{C}$  層に到達する 20 分頃から霰、雹への着氷および雪との衝突で霰をつくる過程が急激に増える。5~10 分ほど遅れて雹、霰の融解過程が大量の水滴を生産する。雪への着氷で失われる量などはこれに比べれば無視できる量である。霰、雹の生産に支配的な過程は着氷と昇華であり、生産された水、霰は融解によって多くが失われる。雲の成長の初期においては雪を捕捉した雨が凍る過程がかなり重要である。雪は密度が小さいため各プロセスの生産量は霰や水の  $1/10$  程度である。

### 6.11 低温ドームの再現

下層の大気が乾いていると、そこへ降ってきた雨粒は蒸発し気塊より潜熱を奪う。このため気塊は冷たく重くなつて下層に溜り低温ドームとなって下降気流を強化する。本研究では低温ドームの機構の解明とそれが降水に及ぼす影響を調査するための第1段階として低温ドームの再現を試みた。用いた初期の温度、湿度、水平風速を Fig. 36 に示す。下層の湿度を 36 % まで下げて蒸発冷却の様子を調べた。降雨域の左側の地表面に温度の低い低温ドームが見られる (Fig. 37)。しかしこのドームは大きさも温度低下も小さい。実現象では雲底でも  $-2^{\circ}\text{C}$  ほどの温度低下が見られるのに対し、シミュレーションでは僅かに  $-0.4^{\circ}\text{C}$  であり期待された結果は得られなかった。低温ドームをうまく再現するような温度、湿度プロファイルと風のシアーケーを見つける試行錯誤が必要である。また低温ドームは雲の前方から流れ込む風に影響を与えると言われており、領域を左に広げるべきであると考えられる。

## 7. 結 論

本研究では、土木の分野では言うまでもなく初めての、気象の分野でもまれなパラメタライズしない形の詳細な雲の微物理過程を導入した対流雲モデルによる

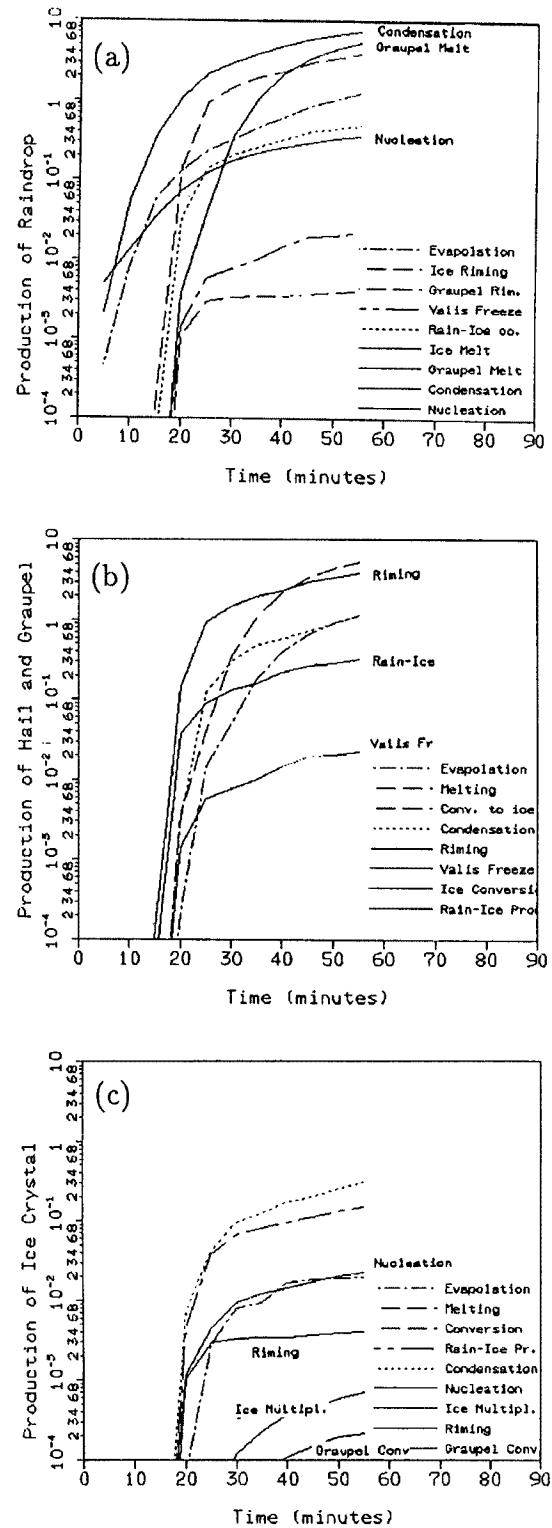


Fig. 35. Production of each microphysical process for case 5.

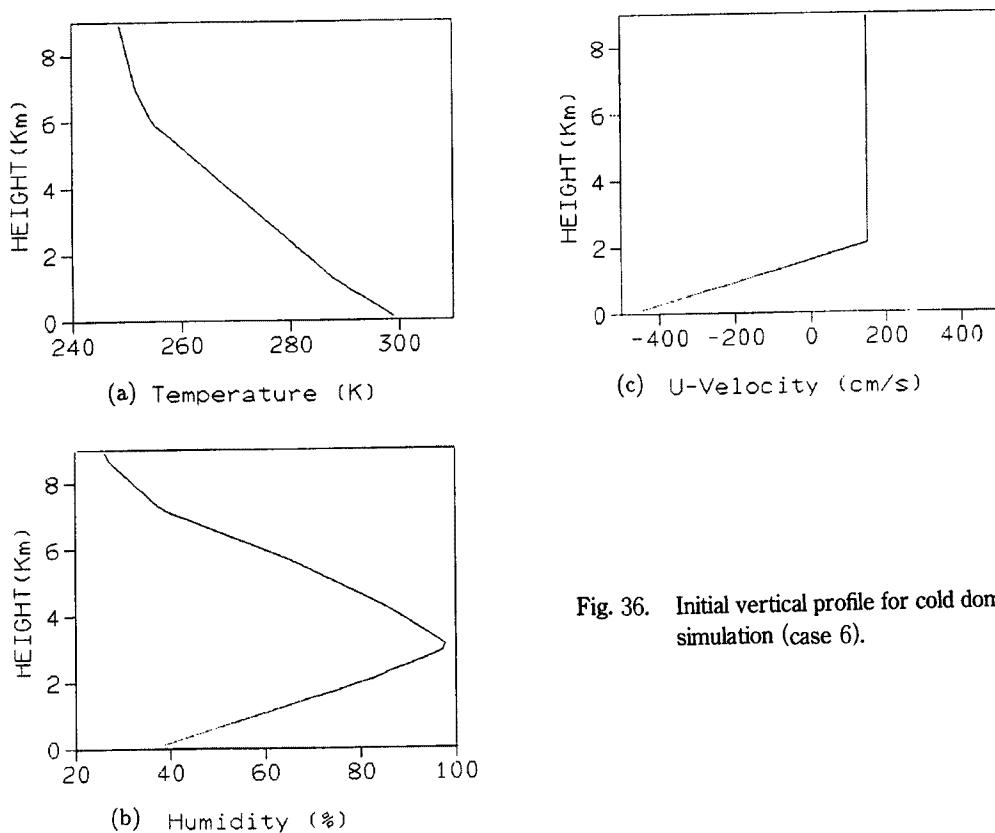


Fig. 36. Initial vertical profile for cold dome simulation (case 6).

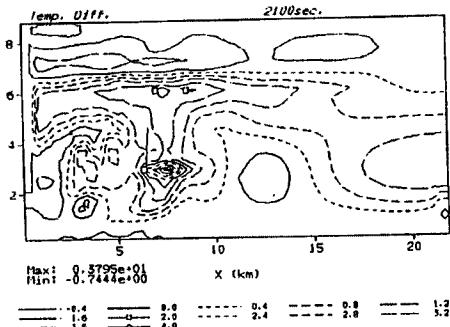


Fig. 37. Temperature deviation from initial state at 35 minutes for case 6.

数値実験を行った。始めに風のシアーがある場合とない場合についてシミュレーションを行い、風のシアーがある場合に雲は組織化され強い雨をもたらすことを確かめた。すなわち

1. シアーがない場合には上昇気流は強く発達し雲の発達も速いが、上昇流と下降流がぶつかりあい相殺しあうため雲は長続きしない。さらに下降流が上昇流を包みこんで水蒸気の供給を止めるため、雲は雨が強くなると急速に減衰する。また雨域も狭い。
2. シアーが存在すると上昇気流は傾きいくぶん弱められるが、上昇流と下降流が交差せず雲が組織化されるため寿命が長くなる。また上空でかなとこが水平方向に発達するため雨域が広がり、広い範囲に雨を降らせる。強雨域は上昇気流の隣に次々と発生し、上空のかなとこの広がりに伴って弱まりながら移動する。

次に Warm Rain と Cold Rain 及び大陸性と海洋性の降水の違いを調査し以下の知見を得た。これらの知見は観測により比較検討を行うことは不可能であり、今回のような数値実験を行うことにより初めて得ることができるものばかりである。

Cold Rain の場合には、

1. 氷に対する飽和水蒸気圧が低いため容易に昇華が起こり、水蒸気は着氷と昇華の過程によって急速に雲の中に取り込まれる。
2. 霰、雪と言った粒子は軽いため鉛直風速が弱くとも雲の中に保持することができる。

という利点があるため雲は急速に大量の水蒸気を貯えることができる。

シミュレーションの結果氷を含む雲からは二種類の性格が異なる雨が降ることが分かった。すなわち

1. 上昇流の近くの Warm Rain による雨域
2. 上昇流から離れたところの霰の融解による強い雨域

また氷の存在に起因して発生する二次的な対流セルが雲の組織化を強化することも分かった。すなわち

1. 海洋性 Cold Rain において上空で起こる霰、霰の対流が上昇気流を高高度まで維持するのに貢献する。
2. 海洋性 Cold Rain、大陸性 Cold Rain において、かなとこの下に起こる霰を含んだ対流が下層の湿った空気を雲に取り入れ雲を強化する。

続いて大陸性と海洋性の雨の違いについて調査した。

大陸性降雨の大きな特徴は雲の高い温度である。この暖かい気塊に大きな浮力が働くため上昇流も強い。高い温度は水蒸気の活発な凝結に起因するものであり、雲には多くの水滴が貯えられている。シミュレーションの結果この水蒸気を強い雨として落とすためには氷の存在が必要であることが分かった。すなわち

1. 氷がない場合には大陸性の雲の小さな雲粒は成長が遅く容易に降水とならない。
2. 雲に貯えられた大量の小水滴は霰や雹に着氷あるいは昇華することによって降水として落下する。

また以上の比較検討中に以下の結果を得た。

1. 上昇気流の挙動は、Warm Rain であるか Cold Rain であるかということにはほとんど関係がない。上昇気流を特徴づけるのは海洋性か大陸性かの違いである。
2. 地上降水強度の最大値は逆に、海洋性か大陸性かということよりも Warm Rain であるか Cold Rain であるかということの影響が強くみられる。
3. 大陸性の Cold Rain で特に強い雨が降る。降水の積算量も最終的には最も大きい。すなわち降水効率が最も高い。

最後に低温ドームの再現を試みた。その結果低温ドームは形成されたがその温度低下は期待されたほどではなく今後の課題を残した。この低温ドームの他、ライトバンドの構造解明、熱帶積雲の熱収支の研究あるいは各微物理過程のパラメタリゼーションなど本モデルの適用範囲は広くいざれも興味深い課題である。本研究によりそのいざれにも進むことのできる大きな道が開けたと確信する。

最後に本論文が降水機構解明の一助となることを祈念して結論とする。

#### 参考文献

- 1) Kessler, E. (1969): On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulation, Meteor. Monographs, No.32, Amer. Meteor. Soc., 84 pp.
- 2) Hobbs, P. V. and Steven A. R. (1983): The mesoscale and Microscale Structure and Organization of Clouds and Precipitation in Midlatitude Cyclones, VIII; A Model for the "Seeder-Feeder" Process in Warm Frontal rainbands, J. Atmos. Sci., 40, 1185-1206.
- 3) Lin Yuh-Lang, R. D. Farley, H. D. Orville (1983): Bulk Parameterization of the Snow Field in a Cloud

- Model, J. Climate and Applied Meteor., 23, 1065–1092.
- 4) Berry, E. X. (1967): Cloud droplet growth by collection, J. Atmos. Sci., 24, 688–701.
  - 5) Gunn, R. and G. D. Kinzer (1949): The terminal velocity of a fall for water droplets in stagnant air, J. Meteor., 6, 243–248.
  - 6) Jayaweera, K. O. L. F. and R. E. Cottis (1969): Fall velocity of plate-like and columnar ice crystals, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 95, 703–709.
  - 7) Maklin, W. C. and F. H. Ludlam (1960): The fallspeeds of hailstones, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 86, 72–81.
  - 8) Takahashi, T. (1976a): Hail in an Axisymmetric Cloud Model, J. Atmos. Sci., 33, 1579–1601.
  - 9) 阿波田康裕 (1992) : 雲の微物理に関する詳細な定式化を用いた2次元積雲の数値実験, 京都大学大学院修士論文.
  - 10) Takahashi, T. (1976b): Warm rain, giant nuclei and chemical balance, J. Atmos. Sci., 33, 269–286.
  - 11) Asai, T. (1965): A numerical study of the air-mass transformation over the Japan Sea in winter, J. Meteor. Soc. Jpn., 43, 1–15.
  - 12) Kovetz, A. and B. Olund (1969): The effect of coalescence and condensation on rain formation in a cloud of finite vertical extent, J. Atmos. Sci., 26, 1060–1065.
  - 13) Klett, J. D. and M. H. Davis (1973): Theoretical collision efficiencies of cloud droplets at small Reynolds number, J. Atmos. Sci., 30, 107–117.
  - 14) Shafrir, O. and M. Neiburger (1963): Collision efficiencies of two spheres falling in a viscous medium, J. Geophys. Res., 68, 4141–4148.
  - 15) Woods, J. D. and B. J. Maison (1964): Experimental determination of collection efficiencies for small water droplets in air, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 90, 373–381.
  - 16) Beard, K. V. and S. N. Grover (1974): Numerical collision efficiencies for small raindrops colliding with micron-size particles, J. Atmos. Sci., 31, 543–550.
  - 17) Vali, G. (1968) : Ice nuclei relative to formation of hail, Sci. Rept. MW-58, Stormy Weather Group, McGill University, Montreal, Canada, 51 pp.
  - 18) Pitter, R. L. and H. R. Pruppacher (1974): A numerical investigation of collision efficiencies of simple ice plates colliding with supercooled water drops, J. Atmos. Sci., 31, 551–599.
  - 19) Ono, A. (1969) : The shape and riming properties of ice crystals in natural clouds, J. Atmos. Sci., 26, 138–147.
  - 20) Macklin, W. C. (1962): The density and structure of ice formed by accretion, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 88, 30–50.
  - 21) Mason, B. J. (1956): On the melting of hailstones, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 80, 209–216.
  - 22) Fletcher, N. H. (1962): The Physics of Rainclouds, Cambridge University Press, 386 pp.
  - 23) Hallet, J. and S. C. Mossop (1974): Production of secondary ice particles during the riming process, Nature, 249, 26–28.
  - 24) Cotton, W. R. (1972): Numerical simulation of precipitation development in supercooled cumuli, Part II, Mon. Wea. Rev., 100, 764–784.
  - 25) Sasho, Y. (1971): Study of the formation of precipitation by the aggregation of snow particles and accretion of cloud droplets on snowflakes, Pap. Meteor. Geophys., 22, 69–142.
  - 26) Hosler, C. L., D. C. Jensen and P. L. Goldshlak (1957): On the aggregation of icecrystal to form snow, J. Meteor., 14, 415–420.
  - 27) Takahashi, T. (1987) : 雲の物理, 東京堂出版.
  - 28) Klemp, J. B. and R. B. Wilhelmson (1978): The Simulation of Three-Dimensional Convective Storm Dynamics, J. Atmos. Sci., 35, 1070–1096.
  - 29) Soong, S. and Y. Ogura (1974): A Comparison between Axisymmetric and Slab-Symmetric Cumulus

- Cloud Models, J. Atmos. Soc., 30, 879–893.
- 30) Deardorff, J. W. (1975): The Development of boundary-layer turbulence models for use in studying the severe storm environment, proc., SESAMI Meeting, Boulder, NOAA-ERL, 251–264.
  - 31) Yamazaki, M. (1983): A Further Study of the Tropical Cyclone without Parameterizing the Effects of Cumulus Convection, Paper in Meteorology and Geophysics, 34, 221–260.
  - 32) Orlanski (1976): A Simple Boundary Condition for Unbounded Hyperbolic Flows, J. Comp. Phys., 21, 251–269.
  - 33) Robert (1966): The integration of a low order spectral form the primitive meteorological equations, J. Meteor. Soc. Japan, 44, 237–245.