

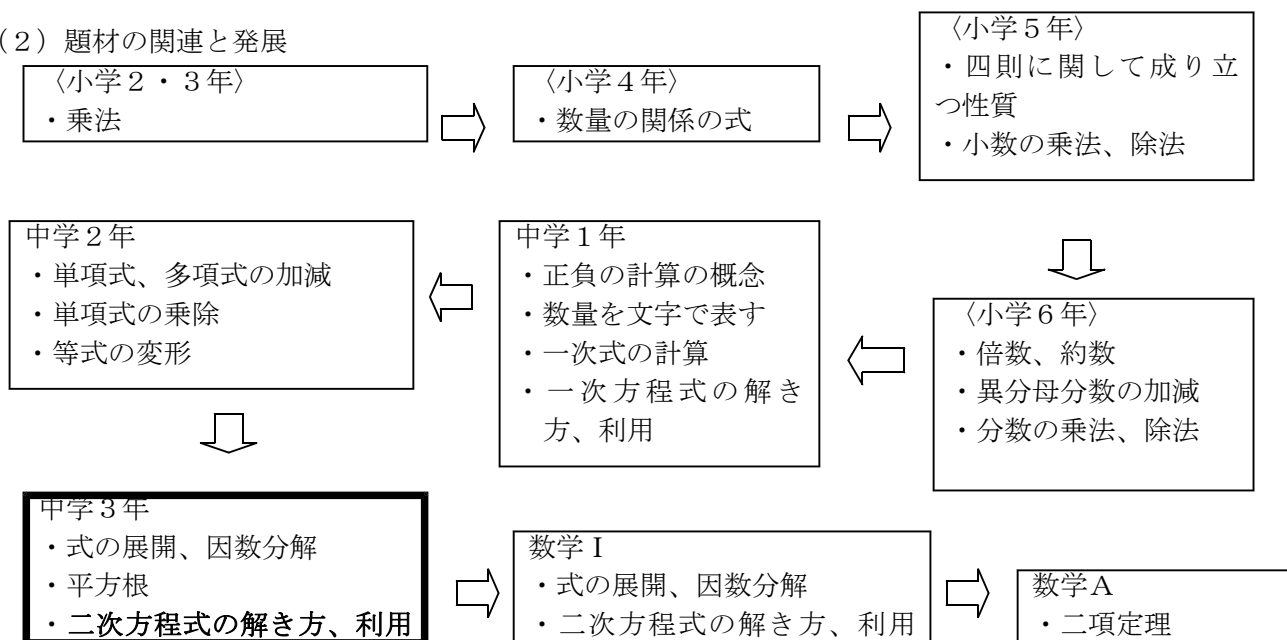
1. 題材名 2次方程式

2. 題材について

(1) 題材観

第1学年では、1次方程式を学習し、第2学年では連立方程式を学習している。いずれの場合でも、方程式の解の意味及び等式の変形や代入法や加減法を利用して解決までの道筋を理解し、利用できるようにしている。また、第3学年では、平方根を学習し、数を無理数の領域まで拡張している。多項式のなかで、乗法公式を利用して、展開や因数分解を学習し、2次方程式を解く上での基本的なスキルを学習している。これまでの経験を生かしながら、平方根の考え方や因数分解の考え方を新たにより高度な見方や考え方を身に付け、数式の処理能力を高めていきたい。そこで、比較的理解しやすい因数分解での解法を先に学習し、解が2つあることを体感させる。その後、平方根での考え方を学習し、解の数の拡張を図っていきたい。複雑な数学的な表現・処理は、数学的な思考を深めながら、活用範囲を広げていくことになる。よって方程式による数処理能力を高め、論理的に処理することは、日常生活においても、論理的思考ができるようになると思う。

(2) 題材の関連と発展



〈系統図の説明〉

小学校では、計算の仕方を考えたり、計算の確かめをしたりする学習を通して、交換法則・結合法則・分配法則や計算のきまりを理解する。数量の関係をことばの式や、□、○などを用いて式に表す経験をしてきている。これらの経験をもとに、ことばや□、○などの代わりに、新たに a 、 x などの文字を使って、数量の関係を式で一般的に表していく。

中学校では、計算の決まりを利用しながら、正負の数・文字を使用するよさを理解する。必要に応じて数量をいろいろな文字や数字を自由に變形し、表した式を操作する基礎を養う力をつける。分配法則を用い、計算するきまりを見だし、実際に計算できるようにする。

高校では、中学校での既習事項を復習して数や式の計算、方程式などの解法を正しく自由自在に扱える能力を養うため、公式の適切な使用について理解させる。また可能な限り公式を利用して、能率よく計算を行う技能を養成する。

3. 指導目標

- (1) 2次方程式の解法に関心をもち、既習の内容と関連付けて解くことができないかを考えようとする。
【数学への関心・意欲・態度】
- (2) 因数分解や平方根の考えを利用して、2次方程式の解き方を見いだすことができる。
【数学的な見方や考え方】
- (3) 因数分解や平方根の考えによる解き方を使い分けて2次方程式を解くことができる。
【数学的な表現・処理】
- (4) 2次方程式とその解の意味が理解できる。
【数量、図形などについての知識・理解】

4. 指導計画（10時間）

- 1 2次方程式
 - (1) 2次方程式の意味と解の意味 1時間
- 2 2次方程式の解き方
 - (1) 因数分解を利用した解き方 2時間
 - (2) 平方根の考えを使った解き方 2時間（本時2／2）
 - (3) 練習問題 1時間
- 3 2次方程式の利用
 - (1) 2次方程式の利用 3時間
- 4 章末問題 1時間

5. 本時の学習指導

(1) 本時の目標

本時では、図を使い、面積の考え方を利用し、平方完成の基礎を身に付けさせたい。そのため、多項式を学習したとき、図を使って乗法公式を学習して発想の素地をつくっておく。

- ① 2次方程式の解法に関心をもち、既習の内容と関連付けて解くことができないかを考えようとしている。
【数学への関心・意欲・態度】
- ② 平方の考えによる解き方をするために、目的にあった式変形ができるよう、何をすべきか考えることができる。
【数学的な見方や考え方】
- ③ 2次方程式を平方根の意味に帰着させて解くことができる。
【数学的な表現・処理】
- ④ 平方完成して解くことができることを知る。
【数量、図形などについての知識・理解】

(2) 指導観

本時の内容は、解法を形式的に理解している生徒が多い。形式的に理解しているため、式の操作活動が難しい平方完成は、多くの生徒が苦手意識をもっている。そこで、2次方程式を解くとき、因数分解には積極的に取り組むが平方完成には尻込みする生徒が出てくる。これでは、数学の本当のよさが伝わらない。そこで2次方程式を通して、文字や解の意味を理解し、方程式の見解を深めるとともに、簡単な2次方程式の解法を自ら工夫して見いだすことにより、論理的な思考を深めたい。特に本時は、既習した内容を使い、完全平方式をつくる過程を自ら見出すことで論理的な思考を体感するには、最善の課題と考える。この学習を通して、今後の実生活をふくめた問題に対して、論理的な思考で解決できる能力を伸ばしたいと考えている。もう一つの視点として、操作活動と数学の結びつきについて実感する授業を展開していきたい。それは多くの生徒が、数学の表記に関して、実生活と結びつけられずに、そのことで数学のよさを実感できない状況にある。数学の簡潔に表現するよさやうつくしさを意識できるように、自分の考えをあえて自分なりに表記させて見比べることにより体感できるようにしたい。

(3) 展開

学習活動	予想される生徒の反応	評価 (☆)、指導上の留意点 (○→)
導入課題		○4人1班の隊形にしておく
「ある式を間違えて計算をして次のような式になりました。2次方程式を解きなさい。」 $x^2 + 2x + 1 = 5$		
話し合い活動	解答 $(x+1)^2 = 5$ $x+1 = \pm\sqrt{5}$ $x = -1 \pm\sqrt{5}$ 回答 $x^2 + 2x + 1 = 5$ $x^2 + 2x + 1 - 5 = 0$ $x^2 + 2x - 4 = 0$ $\vdots$ 因数分解ができない。  	○プロジェクタ等を利用して生徒の興味・関心を引くようにする。 【関心・意欲・態度】☆表情観察 ・前回の学習内容を確認し $()^2$ の形に戻せばいいという考え方を誰もが導き出せるようにする。 ・2乗の公式がうまくつかえない生徒には公式と穴埋め式の問題をいれたヒントカードを利用する。 ・移項してしまって式を因数分解してしまった生徒には、もう一度確認させ、因数分解があっているかどうか確認させる。その後、因数分解できない方程式の解法は2乗の公式で解くことができることを気付かせる。(この場合、判別式が負になる場合の式についてはふれないよう配慮する) ・前回の内容をうまくつかえた生徒には、どうして2乗の形にしたか目的をお互いに表現できるようにノートにまとめる。 $(x \text{ の } 1 \text{ 次式})^2 = \text{数字}$ の形にする ○解法を確認後、それぞれの到達度にあわせて問題を用意する。 【表現・処理】☆プリント観察
課題提示		
「次の2次方程式を解きなさい。」 $x^2 + 6x - 1 = 0$		
解決の道筋を考える 解決の方向性を話し合う 練り上げ	・ $x^2 + 6x - 1 = 0$ (因数分解の考え方) 足して6 かけて-1の数 →できない ・ $x^2 + 6x - 1 = 0$ $()^2 = \square$ にしたい。(平方根の考え方) $\rightarrow ()^2 = \square$ の仕方がわかれば説けるはず ・ 解の公式を利用する $\rightarrow$ 既習事項から導けるよう確認 「乗法公式を使って $()^2 = \square$ の形にすればいい」	・ 既習事項を活用して自分なりに解法を探してみる。 ・ 自分の解法の目的を周りに伝えられるようにノートにまとめる。 【見方や考え方】☆プリント観察 ・ いろいろな考え方を自分で確認する時間を確保する。 ・ 平方完成の必要性を感じているか。 【関心・意欲・態度】☆表情観察

学習活動	予想される生徒の反応	評価 (☆)、指導上の留意点 (○→)
課題の 言い換え		○言い換えは、生徒の言葉を大切にしながら練り上げていく。
「次の2次方程式をの2乗の形にしてから平方根の考え方を利用して解きなさい。」 $x^2 + 6x - 1 = 0$		
公式の確認		○多項式を学習しているときに図を使って説明しておく。
目的の確認	$x + a$ x $+$ a $(x \pm a)^2 = x^2 \pm 2ax + a^2$	○厚紙を用意しておく。
課題の解決	「$x^2 + 6x - 1 = 0$」で考えてみよう	
課題の キポイント	$x^2 + 6x - 1 = 0$ x x x^2 $6x$ $-1 = 0$ $x^2 + 6x = 1$ x x^2 $6x$ $= 1$ $x^2 + 6x = 1$ x $+$ 3 x $3x$ $= 1$	○黒板に大型の模型を用意しておく ○乗法公式を図を使って説明できるようにしておく。 ○乗法公式用のプリントを用意する ○図と式の関連を明確にしながら、生徒自身の気づきを大切に確認する。 【関心・意欲・態度】 ☆表情観察 【数学的な考え方】 ☆プリント観察
等式変形 の利用	$x^2 + 6x + 3 = 1 + 3$ x $+$ 3 x $3x$ $= 1 + 9$ $(x + 3)^2 = 10$	○操作活動を通して、式の意味を理解する。 【数学的な考え方】 ☆プリント観察 ○正方形をつくるために9が足りないことに気が付いているか。 ○等式の性質を利用できるか。 【表現・処理】 ☆プリント観察 ○プロジェクタを使用する ○図と式が理解できているか。 ○平方根・移項ができているか。 【表現・処理】 ☆プリント観察 ○平方根の考え方を利用して問題を解くことができる。 【表現・処理】 ☆プリント観察
まとめ	$x + 3 = \pm \sqrt{10}$ $x = -3 \pm \sqrt{10}$	
これまでの解き方を自分なりにまとめてみよう		
		○行間にどのような操作をしたのか記入させる。

学習活動	予想される生徒の反応	評価 (☆)、指導上の留意点 (○→)
練習問題	1 → ヒントカードを用いながら $x^2 + 4x - 6 = 0$ を解く 2 → ヒントなしで $x^2 + 4x - 6 = 0$ を解く	
補充的な問題	1 → 教科書を参考にしながら $x^2 - 5x + 2 = 0$ を解く 2 → ヒントなしで $x^2 - 5x + 2 = 0$ を解く 3 → $2x^2 - 10x + 4 = 0$ を解く 4 → 平方完成を確認しながら $ax^2 + bx + c = 0$ を解く	

6 補充的な学習・発展的な学習の具体的な指導例

(1) 補充的な学習（基本的な内容の確実な定着をはかる）

- ① 多項式をまとめたプリントを用意し、自分の発想の支援ができるようにする。
- ② 次のような活動のときに、班で活動することで、自分の意見を補足してもらったり、操作活動を確認したりすることで意欲的に学習活動に参加できるようにする。
 - ・ 解決方法を見通しをたてるための話し合い活動（因数分解 平方完成をつくる等）
 - ・ 解決方法の確かめ（実際に因数分解をしてできないことを確かめる等）
 - ・ 厚紙の操作（長方形の厚紙を正方形にならべる操作等）
 - ・ 平方完成の説明を自分なりに表記し、班でわかりやすく言葉を言い換える
- ③ ヒントのプリントを用意することで自分の習熟度にあわせた内容の問題をすることができる。
ヒントの形式は、できれば3年間を見通して統一の形式にできるようにする。

(2) 発展的な学習（伸びる生徒をさらに伸ばすための取組）

- ① 学習した内容を確認しながら、自分の到達度に合わせたプリントを選択することにより、より意欲的に授業に取り組むことができる。

例 練習問題

平方完成 (xの係数が偶数の場合) ヒントあり

$x^2 + 4x - 6 = 0$ ヒントなし

目録をよもう

1. 2. 3. 4. 5.

問題が理解できたら、次の2次方程式をノートに解いてみましょう。

(1) $x^2 - 8x - 3 = 0$ (2) $x^2 - 8x + 5 = 0$

(3) $x^2 - 10x + 9 = 0$ (4) $x^2 + 10x + 16 = 0$

(5) $x^2 - 4x - 5 = 0$ (6) $x^2 - 8x - 4 = 0$

平方完成 (xの係数が偶数の場合) ヒントあり

$x^2 + 4x - 6 = 0$ ヒントあり

※先ずは定数項を -6 = 0

※両辺を2乗にすると定数項は 0 + 6

※正負にするために

※両辺に1を足す

※ + 6 □

問題が理解できたら、次の2次方程式をノートに解いてみましょう。

(1) $x^2 - 8x - 3 = 0$ (2) $x^2 - 8x + 5 = 0$

(3) $x^2 - 10x + 9 = 0$ (4) $x^2 + 10x + 16 = 0$

(5) $x^2 - 4x - 5 = 0$ (6) $x^2 - 8x - 4 = 0$

- ② x の係数が奇数になる式の場合は、考え方を变えずに、式の操作活動が難しいだけであることを確認し取り組ませる。
- ③ 係数を文字にして一般式で考える問題「 $ax^2 + bx + c = 0$ 」において、平方完成ができない生徒には、解の公式の導き方をプリントで用意し、式の操作を確認させ高等学校で習う内容を確認させたい。最終的には、解の公式を紹介はしておく。そのなかで、自分なりに公式を導き出す行為がとても重要であり、その考え方が実生活にとっても役に立つということを伝えていきたい。

(3) 成果と課題

図を利用して、平方完成をすることで多くの生徒が活動に参加し、意欲的に取り組むことができた。系統的指導を意識し、多項式から平方完成まで一貫して同じような説明をしているので生徒は理解しやすく、発想も出てきやすいようであった。特に、両辺に x の係数の半分の2乗をたすという行為は、直観的に理解することができているようであった。生徒の中には「以前に平方完成の勉強をしたけど、ようやく意味がわかった。」などの感想を書いている生徒もいた。一方で、図がクローズアップされたことで生徒は、図の操作の理解と式の操作の理解を同時にしなければならず、「図は理解できるんだけど……」「図と式はどんな関係があるの?」「面倒くさい」「解の公式使えばいいじゃん」「なんで=1なの?」など図と式を頭の中で整理するのに時間がかかった生徒がでてきた。この点は、TTなどを利用して効果的に指導していきたい。