

# 高等学校数学科学習指導案

平成〇〇年〇〇月〇〇日 (〇)

第1学年〇組

授業者 〇〇立〇〇高等学校

教諭 〇〇〇〇

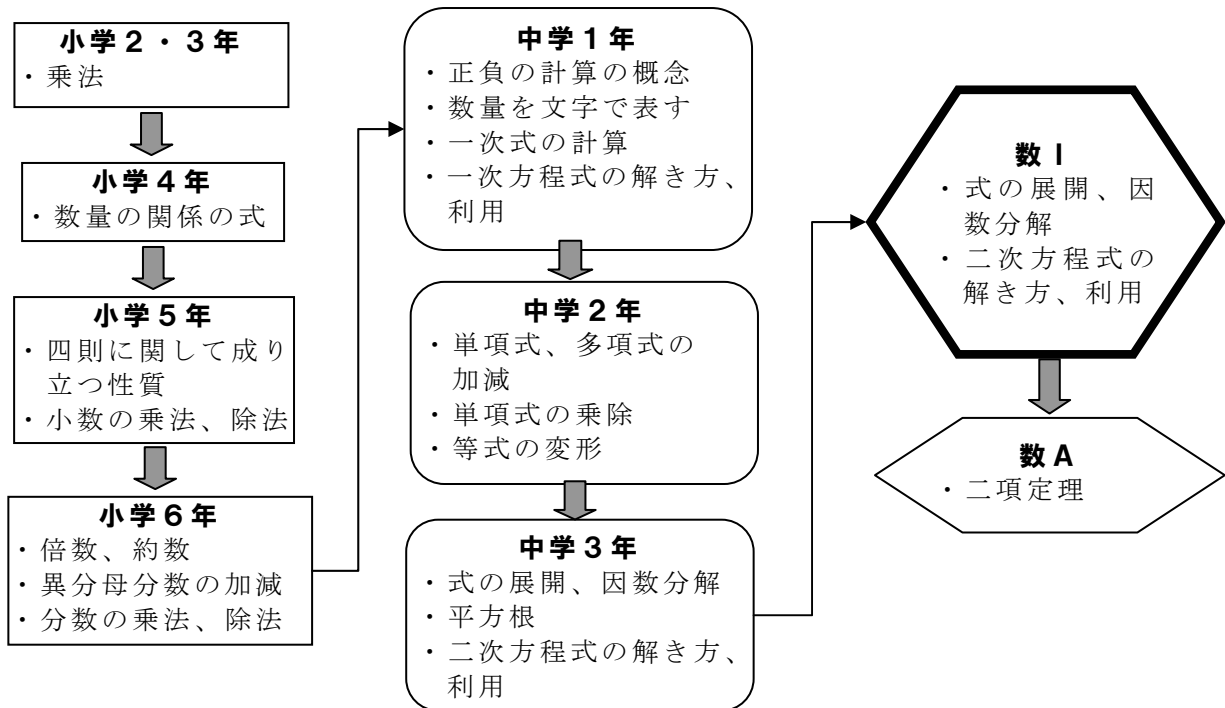
1 題材名 第1章 方程式と不等式 第1節 数と式

2 題材について

## (1) 題材観

本題材は高校数学における基本であり、計算能力を十分養うことが今後の学習内容の理解を促すという点でも重要である。中学校でも式の計算は多く扱っているが、数や式の計算を正しく自在に扱える能力を養うことが主なねらいである。指導にあたっては中学での公式などを再度確認し、繰り返し練習することで公式を使って能率良く計算できるようにしたい。また、知識・技能の習得に偏ることなく、目で見えて理解できる、または理解の助けとなるように図や模型などを活用したい。

## (2) 題材の関連と発展



### 〈系統図の説明〉

小学校では、計算の仕方を考えたり、計算の確かめをしたりする学習を通して、交換法則・結合法則・分配法則や計算のきまりを理解する。数量の関係をことばの式や、□、○などを用いて式に表す経験をしてきている。これらの経験をもとに、ことばや□、○などの代わりに、新たに  $a$ 、 $x$  などの文字を使って、数量の関係を式で一般的に表していく。

中学校では、計算の決まりを利用しながら、正負の数・文字を使用するよさを理解する。必要に応じて数量をいろいろな文字や数字を自由に変形し、表した式を操作する基礎を養う力をつける。分配法則を用い、計算するきまりを見だし、実際に計算できるようにする。

高校では、中学校での既習事項を復習して数や式の計算、方程式などの解法を正しく自由自在に扱える能力を養うため、公式の適切な使用について理解させる。また可能な限り公式を利用して、能率よく計算を行う技能を養成する。

### 3 指導目標

- (1) 数直線のかかわりで実数を導入し、有理数と無理数を含めて数の体系について関心をもつ。また公式を積極的に使おうとする。【関心・意欲・態度】
- (2) 項が多いときはひとかたまりと見て、計算することができる【数学的な見方や考え方】
- (3) 展開の公式、因数分解の公式を理解し、活用することができる【表現・処理】
- (4) 中学での展開の公式を確認し、複雑な公式は既習事項をもとにつくることができることを理解する【知識・理解】

### 4 指導計画

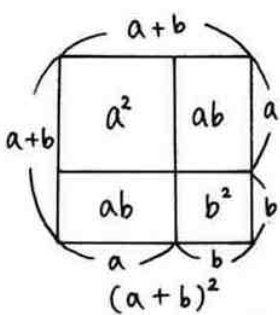
- (1) 文字を使った式・・・・・・・・・・ 1時間
- (2) 単項式と多項式・・・・・・・・・・ 2時間
- (3) 単項式の加法と減法・・・・・・・・ 2時間
- (4) 多項式の乗法・・・・・・・・・・ 3時間
- (5) 展開の公式・・・・・・・・・・ 3時間 (本時 3 / 3時間)
- (6) 因数分解・・・・・・・・・・ 5時間
- (7) 根号を含む式の計算・・・・・・・・ 4時間
- (8) 実数・・・・・・・・・・ 1時間

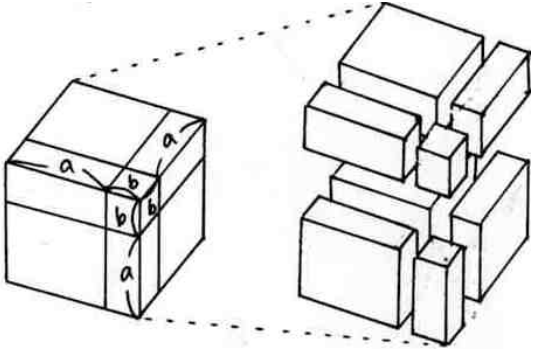
### 5 本時の学習指導

#### (1) 本時の目標

- ・式の展開を図や立体に対応して考えることに興味・関心をもつ。【関心・意欲・態度】
- ・模型の体積量と3次の展開を関連付けることができる【数学的な見方や考え方】
- ・3乗の展開公式を利用し、計算することができる【表現・処理】
- ・3乗の展開公式を既習の公式を用いて求めることができる【知識・理解】

#### (2) 展開

学習活動	予想される生徒の反応	☆評価 ・指導上の留意点
1 前時の学習をふり返る	$\textcircled{1} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\textcircled{2} (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>・前回やった公式のうち、①②だけをとりあげる。</li> </ul>
2 図と関連付ける	<ul style="list-style-type: none"> <li>・前にやったことがある</li> <li>・図より面積 <math>ab</math> の長方形が2つあるので、「<math>2ab</math>」</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>・2乗ということは正方形の面積で考えればよいことに気付かせる</li> <li>・<math>(a-b)^2</math>の展開も同様にできるが、ここでは触れず、式のみで考えさせる。</li> <li>・中1の補充問題に触れる。</li> <li>・2乗の公式を利用すれば計算できることに気付かせる</li> </ul>

3 本時の課題を知る	<b><math>(a+b)^3</math>の式の展開を考えてみよう</b>	
4 課題を解決する (1) 式で考える	<p>●公式利用          (与式)<math>= (a+b)^2(a+b)</math>  <math>= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)</math>  <math>= a^3 + \underline{a^2b} + \underline{2a^2b} + \underline{2ab^2} + \underline{ab^2} + b^3</math>  <math>= a^3 + \underline{3a^2b} + \underline{3ab^2} + b^3</math></p> <p>・ 3乗は2乗と1乗に分けられるから、既習の2乗公式を利用すればいい</p> <p>●公式を使わずに展開          (与式)<math>= (a+b)(a+b)(a+b)</math>  <math>= (a^2 + ab + ab + b^2)(a+b)</math>  <math>= a^3 + \underline{a^2b} + \underline{a^2b} + \underline{ab^2}</math>  <math>\quad + \underline{a^2b} + \underline{ab^2} + \underline{ab^2} + b^3</math>  <math>= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3</math></p> <p>・ 3乗は<math>(a+b)</math>を3回かけたものだから、順番に展開すればいい</p> <p>(2) 模型で考える</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 2乗のときは面積だったから、3乗だったら立体</li> <li>・ 2乗の展開のときは同じ図形が2つ出てくるが、3乗の展開のときは同じ立体が3つずつ出てくる</li> </ul> 	<p>・ 文字のかけ算は、<math>a</math>と<math>b</math>の順番を統一すると同類項を見つけやすいことに触れる</p> <p>・ 3つのカッコのまま展開するのはもれが出てしまうので、先に2つをまとめるよう助言する</p> <p>・ <math>a</math>に注目し、<math>a</math>の次数の高い順（降べきの順）に並べるのが通例であることに触れる</p> <p>・ 2乗は面積だったから、3乗がどういう図形になるかを考えさせる</p> <p>☆図と式を結びつけて理解を深められるか</p> <p><b>【関心・意欲・態度】</b></p> <p>・ 3乗のマイナスも、2乗のときと同様、深入りしないようにする</p> <p>☆同じブロックが3つずつあることを確認できるか<b>【表現・処理】</b></p>
5 公式を確認する。	<p><b>【3乗展開公式】</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"><math display="block">(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3</math></div> <p>・ どういう順序で並んでいるのか</p> <p>・ 2乗の公式との違いは何か</p>	<p>・ <math>a</math>の次数は<math>3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0</math>で、<math>b</math>の次数は<math>0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4</math>になっているように、規則正しく並んでいることに触れる</p> <p>・ 公式を忘れてしまっても、さっきのように自分で作れることに気付かせる</p>

<p>6 例題を解く</p> <p>例題① <math>(x+2)^3</math>          ② <math>(x-4)^3</math>          ③ <math>(2x-1)^3</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>①は <math>a</math> を <math>x</math>、<math>b</math> を <math>2</math> と読み替えて展開すればいい</li> </ul> <p>① (与式) <math>= x^3 + 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times 2^2 + 2^3</math>  <math>= x^3 + 6x^2 + 12x + 8</math></p> <p>(与式) <math>= (x+2)^2(x+2)</math></p> <p>①' <math>= (x^2 + 4x + 4)(x+2)</math>  <math>= x^3 + 6x^2 + 12x + 8</math></p> <p>② (与式)  <math>= x^3 + 3 \times x^2 \times (-4) + 3 \times x \times (-4)^2 + (-4)^3</math>  <math>= x^3 - 12x^2 + 48x - 64</math></p> <p>③ (与式)  <math>= (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times (-1) + 3 \times 2x \times (-1)^2 + (-1)^3</math>  <math>= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>公式を使わなくてもできることを示す</li> <li>マイナスのときは、プラスの公式を用いて、「<math>x+(-4)</math>」と考えて解けばよいことを確認する</li> <li>☆公式を用いて展開ができるか</li> </ul> <p><b>【表現・処理】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>最後にマイナスの公式にも触れ、②③を確認する。</li> <li><math>x</math>に係数がつく場合は、ひとかたまりとみて計算することに注意する</li> </ul>
<p>7 もう一つの公式を確認する</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>2番目と4番目の項にマイナスをつければプラスの公式と同じ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>②③の問題はマイナスの公式でやってもよいことを確認する</li> <li>2番目と4番目の項のみマイナスになることに注意する</li> </ul>
<p><b>【3乗展開公式②】</b></p> $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$		
<p>8 練習問題を解く</p> <p>(1) <math>(x+3)^3</math>          (2) <math>(x+2y)^3</math>          (3) <math>(x-2)^3</math>          (4) <math>(2x-y)^3</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>例題を元に解く</li> <li>(2)は <math>b=2y</math> として計算すればいい</li> <li>(4)は <math>a=2x</math> として計算すればいい</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>公式に固執せずに、自分のやりやすいやり方で解くよう指導する</li> <li>☆公式を理解しているか</li> </ul> <p><b>【知識・理解】</b></p>
<p>9 今日の公式を振り返る 感想と自己評価を記入する</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>3乗の展開公式を理解する</li> </ul>	

## 6 成果と課題

本時の内容は1学期にすでに行っている。その際は3乗公式を練習することや展開の練習に終始し、意味理解や既習事項との関連が弱かった。また、習熟度下位クラスでは公式を使わずに展開する生徒が多く見られたが、結果的に計算が増え、正しい回答が導けないことも多かった。図や模型を用いると、2乗の公式であれば2つ同じ図形が出てくることで「 $2ab$ 」、3乗の公式であれば3つずつ同じ立体が出てくることで「 $3a^2b$ 」「 $3ab^2$ 」のイメージがつかみやすくなることが期待される。また日頃目に見えにくい数学を、図や模型を用いることで興味・関心が引き出せることも期待できる。この単元で実際に図や模型を

用いて授業したことがないので、今後その成果や生徒の変化を検証したい。

また、面積図を用いた計算は中学校の「式の計算」で出てくる。学習の遅れがちな生徒には補充問題を示して理解の手助けとしたい。

課題は、すでに公式を展開している生徒にとって、図や模型がかえって理解の妨げになることも予想される。また、模型という具体物と計算という抽象との行き来が難しい生徒もいる。あくまで参考程度にとどめ、固執することは避けたい。

【旧学習プリントに書き込んだ様子①】

【旧学習プリントに書き込んだ様子②】

◆◆練習問題◆◆

Q1 公式を用いて次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)^2$ $=(x+2)(x+2)$ $=x^2+2x+2x+4$ $=x^2+4x+4$	(2) $(x-5)^2$ $=(x-5)(x-5)$ $=x^2-5x-5x+25$ $=x^2-10x+25$
(3) $(2x+3)^2$ $=(2x+3)(2x+3)$ $=4x^2+6x+6x+9$ $=4x^2+12x+9$	(4) $(3x-2)^2$ $=(3x-2)(3x-2)$ $=9x^2-6x-6x+4$ $=9x^2-12x+4$
(5) $(x+3)(x-3)$ $=x^2-3x+3x-9$ $=x^2-9$	(6) $(2x+3)(2x-3)$ $=4x^2-6x+6x-9$ $=4x^2-9$
(7) $(3x+4y)(3x-4y)$ $=9x^2-12xy-12xy-16y^2$ $=9x^2-16y^2$	(8) $(x-1)(x+3)$ $=x^2+3x-x-3$ $=x^2+2x-3$
(9) $(x-5)(x-4)$ $=x^2-4x-5x+20$ $=x^2-9x+20$	(10) $(a-2)(a+7)$ $=a^2+7a-2a-14$ $=a^2+5a-14$

◆◆練習問題◆◆

Q1 公式を用いて次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)^3$ $=x^3+3x^2 \times 2+3x \times 2^2+2^3$ $=x^3+6x^2+12x+8$	(2) $(x+2y)^3$ $=x^3+3x^2 \times 2y+3x \times (2y)^2+(2y)^3$ $=x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$
(3) $(x-2)^3$ $=x^3-3x^2 \times 2+3x \times 2^2-2^3$ $=x^3-6x^2+12x-8$	(4) $(2x-y)^3$ $=8x^3-3(2x)^2y+3 \times 2x \times y^2-y^3$ $=8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$

【学習プリント】

**数1 3乗の展開**

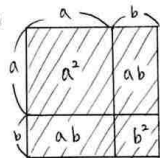
★2乗公式の確認

2乗の展開公式

①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(?)図で考えてみよう



①  $(a+b)^2 = a(a+b) + b(a+b)$   
 $= a^2 + ab + ab + b^2$   
 $= a^2 + 2ab + b^2$

★ $(a+b)^3 = ?$

○自分の考え

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b)$$

$$= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$$

$$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 //$$

●他の考え

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$$

$$= (a^2 + ab + ab + b^2)(a+b)$$

$$= a^3 + a^2b + a^2b + ab^2 + a^2b + ab^2 + ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 //$$

EX

①  $(x+2)^3$   
 $= x^3 + 3x^2 \times 2 + 3x \times 2^2 + 2^3$   
 $= x^3 + 6x^2 + 12x + 8 //$

②  $(x-4)^3$   
 $= x^3 + 3x^2 \times (-4) + 3x \times (-4)^2 + (-4)^3$   
 $= x^3 - 12x^2 + 48x - 64 //$

③  $(2x-1)^3$   
 $= (2x)^3 + 3(2x)^2 \times (-1) + 3 \times 2x \times (-1)^2 + (-1)^3$   
 $= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 //$

Q 次の式を展開せよ。

(1) $(x+3)^3$ $= x^3 + 9x^2 + 27x + 27$	(2) $(x+2y)^3$ $= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$
(3) $(x-2)^3$ $= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$	(4) $(2x-y)^3$ $= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$