

# 高等学校数学科学習指導案

平成〇〇年〇〇月〇〇日 (〇)

第1学年〇組

授業者 〇〇立〇〇高等学校

教諭 〇〇〇〇

## 1 題材名 2次関数とそのグラフ

### 2 題材について

#### (1) 題材観

私たちの身の回りに起こるいろいろな事象には、物体の落下や自動車の制動距離、円の面積など2つのともなって変わる数量関係があるものが多い。それらの関係を的確かつ正確にとらえ、判断をしていくプロセスに、関数的な見方を理解し、関数関係を見いだすことは数学教育において意義がある。また、2つの伴って変わる数量関係について、対応表・式・グラフで表現し、それらを活用することによって数学の有用性を実感させ、数学への興味・関心を高めることがねらいである。

2次関数の学習では、その利用において、筋道立てて事象を考察することができるので、論理性を養うことができる。また、事象の数量関係を、表・式・グラフなどの多様な表現方法で明確に表すことができ、表現力・思考力の育成も可能である。さらに、生徒の関数的見方や考え方のよさを実感することができる大変意義のある題材である。

指導にあたっては具体的な事例をあげて、身近なところに2次関数が使われていることに気付かせ、生徒に興味をもたせたい。また、中学校の学習内容の復習にも配慮し、既習の1次関数  $y=ax+b$  と2次関数  $y=ax^2$  の関数の値の変化や、変化の割合を比較したり、実際にグラフをかいたりして、2つの関数の共通点や相違点などの特徴について整理し、理解させたい。

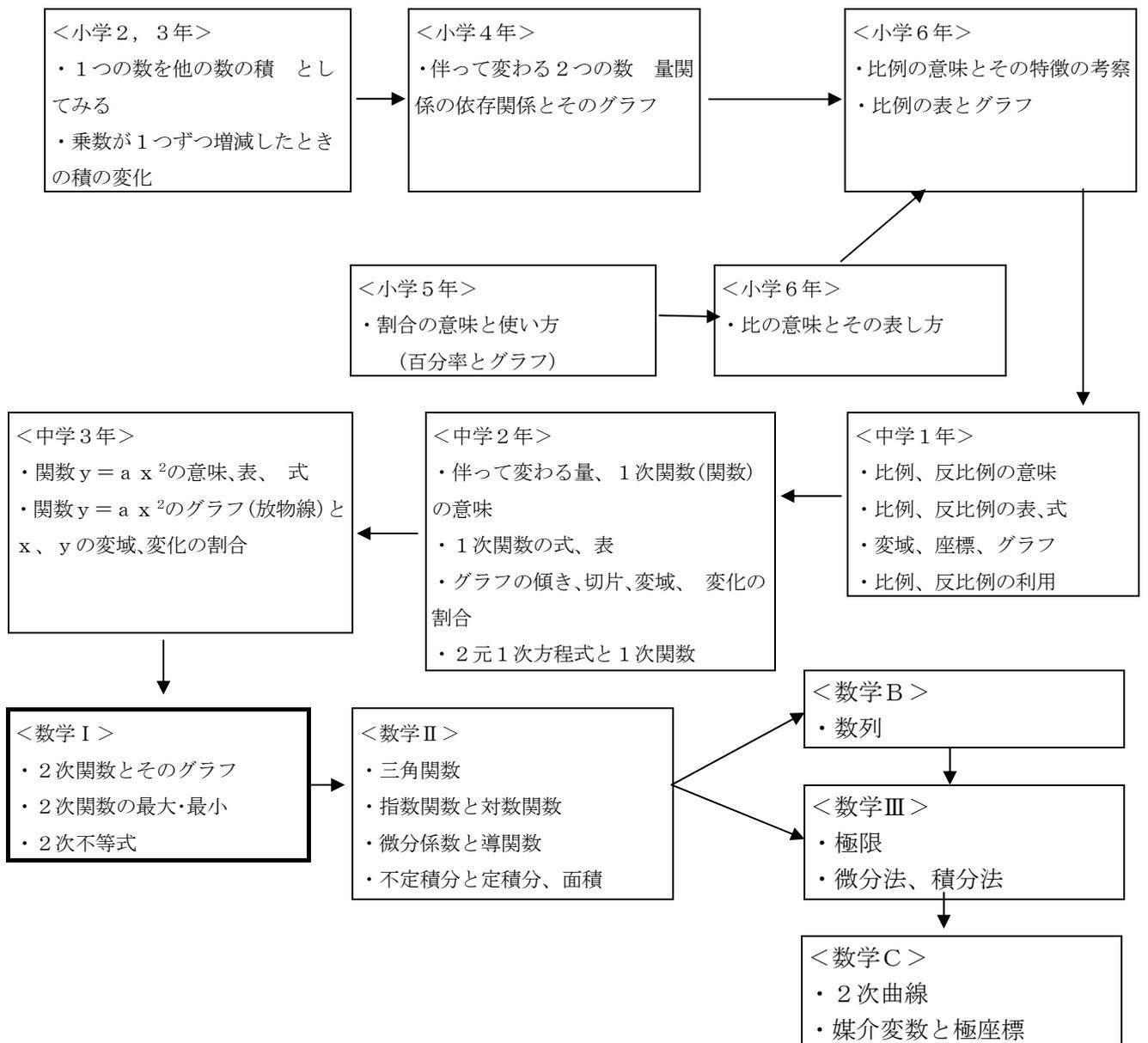
#### (2) 単元（題材）の関連と発展

#### <系統図の説明>

小学校では、1つの数を他の数の和や差、積としてみる学習や伴って変わる数量の関係の学習、そして、比や比例の意味やその考え方の学習などを通して、関数的な見方や考え方の基礎・基本を理解する。また、表や絵グラフ、棒グラフ、折れ線グラフ、帯グラフ、円グラフの読み方や書き方の学習を通して、関数のいろいろな表現の仕方も学んでいる。

中学1年では、小学校で学んできた比例について負の数まで範囲を広げ、 $x$ 、 $y$ を利用して関数を表現していき、座標を使ってグラフで表すことも学習する。中学2年になると、比例の発展として1次関数  $y = ax + b$  を学び、2直線の交点の求め方も知る。中学3年では、 $y$ が $x^2$ に比例する関係、関数  $y = ax^2$ を学習し、高等学校の学習へとつながっていく。

高等学校・数学Ⅰの「2次関数」では、中学の延長上として、 $y = ax^2$ の性質を復習し、それをもとにして順次段階を踏み、2次関数の一般形  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフについて考察し、グラフを用いて、最大・最小・2次方程式の解の種類・2次不等式の解法まで発展する。これらは、特に数学Ⅱ・数学Ⅲで学ぶいろいろな関数を調べる上での基礎となる。



### 3 指導目標

- (1) 身の回りにある2乗に比例する関数を見だし興味・関心をもとうとする。 [関心・意欲・態度]
- (2) 数量関係を変化や対応に着目して、 $y=ax^2$  の関係を見いだすことができる。  
[数学的な見方や考え方]
- (3) 数量関係を対応表・式・グラフで表現でき、具体的な事象の問題を解くことができる。  
[表現・処理]
- (4) 1次関数と2次関数との関係について理解する。 [知識・理解]

### 4 指導計画

- (1) 関数・・・・・・・・・・・・・・・・・・1時間
- (2) 2次関数とそのグラフ・・・・・・・・・・8時間 (本時 1/8)
- (3) 2次関数の決定・・・・・・・・・・3時間
- (4) 2次関数の最大・最小・・・・・・・・・・5時間
- (5) 2次関数のグラフとx軸の共有点・・・・2時間
- (6) 2次不等式・・・・・・・・・・・・・・・・5時間

(7) 2次不等式の応用 . . . . . 1時間

5 本時の学習指導

(1) 本時の目標

- ・身の回りの事柄についてグラフを利用して考えることができる。[関心・意欲・態度]
- ・課題の解釈にグラフを利用して関係をつかむことができる。[数学的見方や考え方]
- ・1次関数と2乗に比例する関数のグラフの交点に着目し、関係を把握する。[表現・処理]
- ・頂点・軸・下に凸・上に凸などの用語を理解させる。[知識・理解]

(2) 展開

学習活動	予想される生徒の反応	評価(☆)、指導上の留意点(・)
<p>1.関数を身近に感じる。</p> <div data-bbox="151 741 743 952" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>1583年、ピサ大学の大学生ガリレオは、ピサの寺院で天井からつり下げられたランプの揺れを自分の脈拍で計っていた。その揺れはだんだん小さくなるが、ひと揺れの時間は変わらないことを発見した。</p> </div> <p>2.本時の課題を知る。</p> <div data-bbox="164 1496 826 1727" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問題1 ある斜面でボールを転がしてみる。 yはxの2乗に比例し、転がり始めてからx秒後に進んだ距離をy mとする。 (1) 2秒後に1 m進んでいた。yをxの式で表せ。 (2) 4秒後には何 m進むか。</p> </div>	<div data-bbox="400 1037 791 1361" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <math display="block">T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}</math> <p style="text-align: right;">g:重力加速度</p> <p>T:周期 L:糸の長さ</p> <math display="block">L=\frac{g}{4\pi^2}T^2</math> <p>から2次関数</p> <p>Lが一定なら揺れに関係なくTは一定になる。</p> </div> <div data-bbox="427 1753 842 1966" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>(1) <math>y=ax^2</math> <math>4a=1</math>  <math>a=\frac{1}{4}</math> <math>y=\frac{1}{4}x^2</math></p> <p>(2) <math>y=\frac{1}{4}x^2</math> <math>y=\frac{1}{4}\cdot 16</math> <math>y=4</math></p> </div>	<p>・歴史上の逸話を紹介し、興味もたせ、2次関数が身近に存在していることに気付かせる。 [関心・意欲・態度]</p> <p>・LとTは2次関数になることを押さえ、TとLの関係に着目</p> <p>・2乗に比例する関数について <math>y=ax^2</math> で表せることを思い出させる。</p> <p>☆立式できたか。(観察)</p>

問題2 同じ斜面で、ボールとリフトが競争をする。  
リフトは秒速 4mの速さで走った。次の問いに答えよ。

- ① 100m 競争すると、どちらが勝つか。  
② ボールがリフトに追いつくのは何秒か、  
グラフで求めよ。また、式を立て求めよ。

①

・グラフの利用

x	0	1	2	3	4
4x	0	4	8	12	16
$\frac{1}{4}x^2$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4

・式の利用

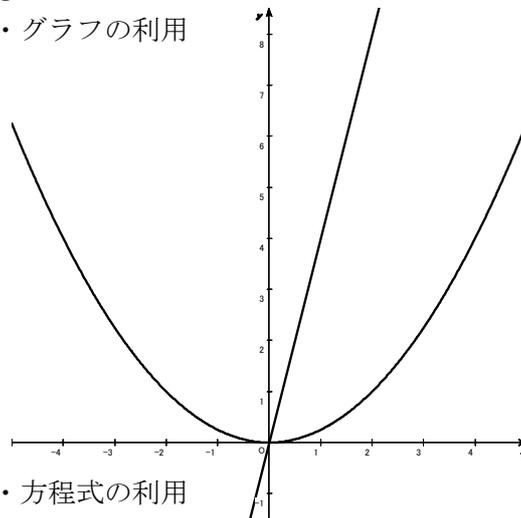
$$y = \frac{1}{4}x^2 \quad 100 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 400 \quad x > 0 \text{より} \quad x = 20$$

$$y = 4x \quad 100 = 4x \quad x = 25$$

②

・グラフの利用



・方程式の利用

$$\frac{1}{4}x^2 = 4x$$

$$x^2 = 16x, \quad x(x-16) = 0 \text{より}$$

$$x = 16$$

$y = ax^2$  のグラフ

曲線：放物線という。

軸：放物線の対称軸を単に軸と呼ぶ。

・4秒後の位置を確認させる。

☆対応表ができてるか。

(観察・発表) [知識・理解]

・ボールがリフトを抜いている  
ことに着目させる。

☆立式できているか。

(観察・発表) [表現・処理]

☆グラフがかけているか。

(観察・発表) [表現・処理]

☆グラフの限界を理解する。

[関心・意欲・態度] 机間指導

・グラフでの解決の困難な理由  
を考えさせる。

☆式を立て、方程式が解けるか。

[表現・処理]

・式で表現するよさを感じさせる。

・図を用いて用語を視覚化する。

・問題1・2を有効に利用する。

・原点と頂点の混同に注意する。

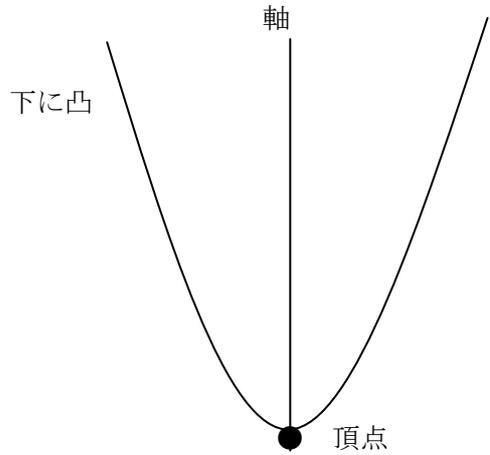
3.2 二次関数を学習  
する上での基礎内  
容を理解する。

グラフの形：下に凸、上に凸の2種類

頂点：軸と放物線の交点をいう。

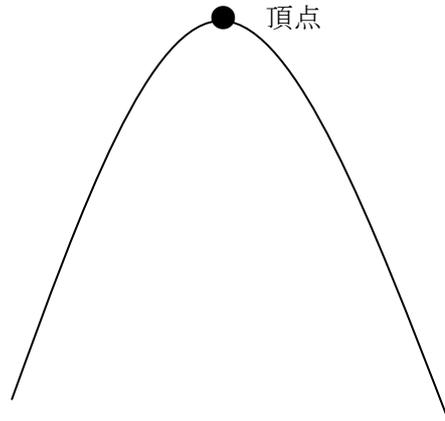
変化の割合：一定でない。

$a > 0$  のとき



$a < 0$

上に凸



4. 演習問題を行う。

次の2次関数のグラフをかき、グラフの形をいえ。

(1)  $y = 3x^2$

(2)  $y = -3x^2$

☆用語の定義が理解できたか。

[知識・理解]

- ・変化の割合について、1次関数と2次関数の相違点を確認する。

☆(1)と(2)のグラフの関係に

気付くか。

(観察) [数学的見方]

- ・(1)と(2)はx軸対称であることを確認する。
- ・グラフを書くには、頂点ともう1つ点を取ることを指導する。

## 5.まとめをする。

- ・式を利用すれば、予測ができる。
- ・1次関数と2次関数の相違点がある。

☆身の回りの事柄について、放物線や直線が利用できる。  
(観察) [数学的な見方や考え方]  
[関心・意欲・態度]

## 6.成果と課題

### (1) 成果

導入の部分で、かなりの生徒が興味をもったように感じた。特に、振り子の揺れの時間が同じことに不思議さを感じていた。また、振り子が2次関数で表せることなど、教科書にない内容なので、新鮮さを持ち、興味を示した。自然現象を数学としてとらえていく視点や過程の中に、さまざまな見方や考え方があることを押さえることができた。

課題においては、2次関数と1次関数の式を用いて、具体的な事象の問題を解き、中学校の復習および前時の復習ができる課題を考えた。例えば、対応表・グラフ・定義域・値域・変化の割合・2次方程式である。また、表、式、グラフを相互に関連付けていることが特徴で、生徒も理解が深まった。また、2次方程式において、 $x(x-16)=0$ の解を $x=16$ のみとするミスや、 $x=0$ から原点も交点であることが気付かない生徒がいた。以上のように、問題解決の手法として、対応表・グラフ・式の表現の特徴を踏まえそれぞれを上手に活用する意義も理解できた。これは、解明したことを発展・利用していくためには統一した呼び方や記号、式による表現が必要かつ有用であることも理解し、次の2次関数を学習する上での基礎内容へと移行する下地がつけられた。

この課題の主要な目的である式を利用しなくても事象を予測できる。しかし、グラフでの解決方法には限界があることを理解させ、式の表現のよさを感じることで、無味乾燥である関数学習のモチベーションを上げる効果もある。また、導入部分と課題により、中学校で関数嫌いであった生徒への効果はある。

### (2) 課題

導入部分に興味をもった生徒が多かったことより、数学史的内容の教材化は、一定の効果がある。できれば、生徒に追体験をさせると面白いと思う。導入にもう少し時間を使っても良いと思えた。また、課題解決をしながら、既習事項を復習することは、授業効率も良いが説明の時間が長くなってしまった。逆に変域・値域など細かいことを指導するので、「式・グラフ」を利用するよさが失われてしまう危険性がある。既習事項の復習と数学の見方や考え方のバランスつまり、数学的な約束事(本課題では、対応表に負の数は必要ない、定義域は $x>0$ であるなど)と数学を用いて解決できるよさとの微妙な関係である。授業における2つのバランスを考えることは、今後の研究課題である。