

中学校数学科学習指導案

平成〇〇年〇〇月〇〇日 (〇)

第2学年〇組

授業者 〇〇立〇〇中学校

教諭 〇 〇 〇 〇

1. 題材名 図形の性質

2. 題材について

(1) 題材観

小学校では、実験や実測など具体的な作業を中心とした直観的な扱いを通して図形概念や性質を学んでいる。中学校1年生では、基本的な作図や図形の移動と空間図形についての操作活動等を通して論証指導の素地となる内容を学習する。中学校2年生では、小学校で実験や実測で調べたりして得た既習の知識の論証をもとにして論理的に推論することに慣れさせながら「証明すること」へとつなげていく。そして、本題材では演繹的な推論の意味や方法を明らかにして、数学的な推論の意義と方法を理解し、論理的に筋道を立てて思考したり、表現したりする力を養いながら、三角形や四角形、さらには円の中にある図形の性質を調べていくことが主なねらいである。

円については、小学校4年生ではじめて学習し、その後さまざまな学習をしてきている。しかしながら「円周角」の定理は生徒にとって、新鮮味のある大変興味深い内容である。ここでの円の学習は、数学Aの、円に内接する四角形や接線と弦のなす角、方べきの定理などの内容へと発展していく。高校数学Aで学んだ円の性質は数学I, IIにつながる。数学I, IIでは直角三角形から三角比を導入し、次に一般角に拡張され、さらに三角比から三角関数へと発展していくが、このとき、円の基本性質が重要なはたらきをするのである。そのため、中学校での円の学習は高校数学への橋渡し、出発点と考えられる。

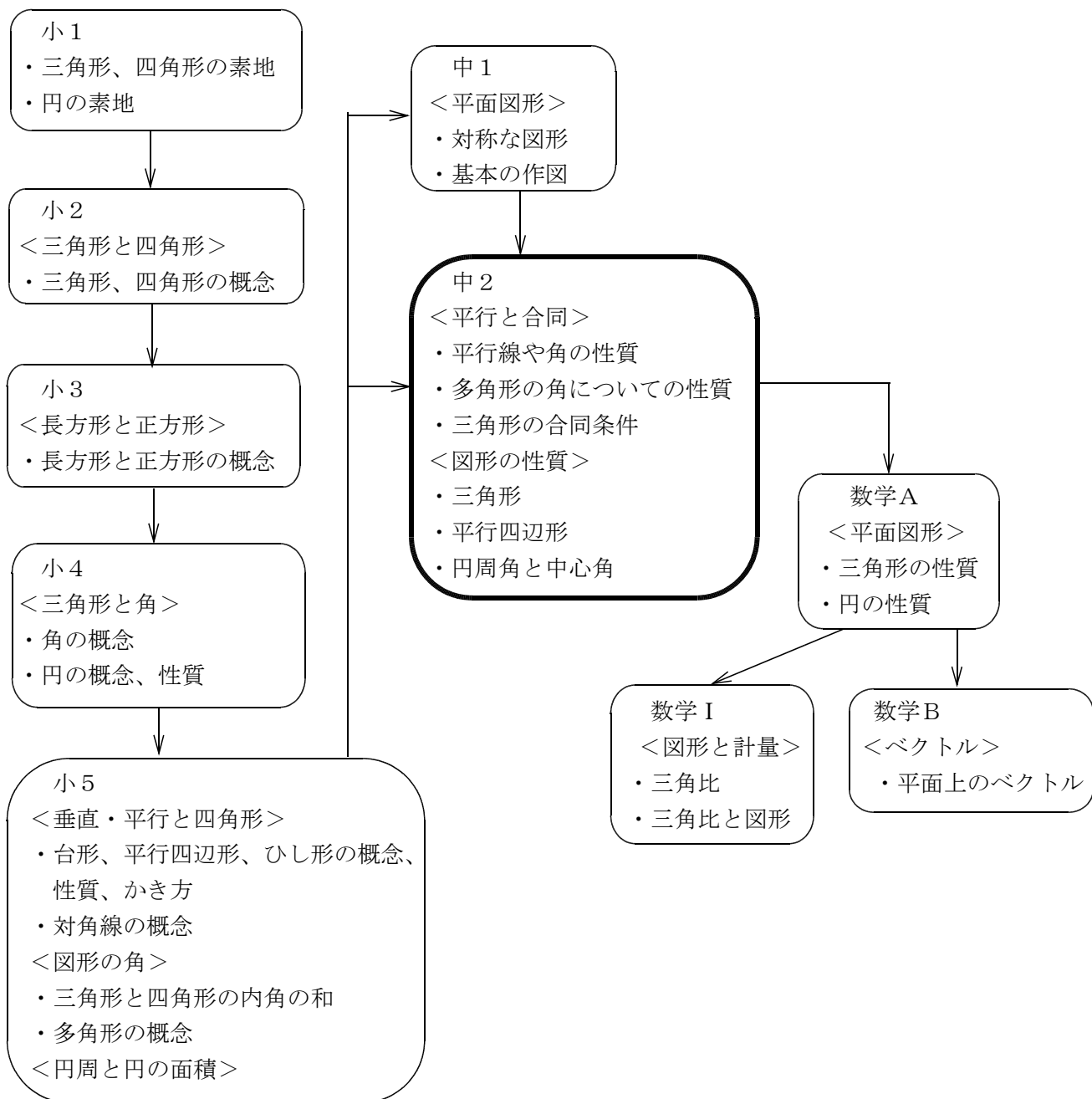
そこで、円周角の学習を終えた後に発展的な課題として円に内接する四角形の角の性質に迫ることにする。本時の授業では、復習問題から円に内接する四角形に共通する性質として「対角の和が 180° 」を予想させ、課題を解決する流れとした。この性質の証明は、既習事項を利用することで中学生でも十分説明することができ、解決への見通しを立てて補助線を引くなどしていろいろな方法で課題解決に迫ることができる。生徒一人一人の考えを大切に、それぞれの解決方法は、その手がかりとして既習事項の何と結び付けたのか、その内容を用いるためにどのようにして補助線をひいたのか、など解決への根拠を明確にしながら授業を展開していきたいと考える。

そして、これらの活動を通して、理論的に思考したり表現したりする能力の伸張と高校数学での円の学習への意欲の喚起へとつなげていきたい。

(2) 題材の関連と発展

<系統図の説明>

小学校第4学年で、円や球の概念や性質を学び、初めてコンパスを使って円をかいたりする活動を体験する。小学校第5学年では円周率を用いて円周や面積を求める学習をしている。中学校第1学年では、円の対称性に基づいて図形の性質を見いだすとともに、その対称性に着目して「基本の作図」の根拠として活用するなど、円についての理解を深めている。そして、中学校2年生では円周角と中心角の関係を見だし、論理的に考察する。高校では、数学Aで円の性質をさらに深める学習へとつながっていく。



3. 指導目標

(1) 平面図形の性質を三角形の合同条件などをもとにして確かめようとする。

【数学への関心・意欲・態度】

(2) 三角形や平行四角形の性質、円周角と中心角の係を見だし、演繹的な推論によって論理的に考察することができる。

【数学的な見方や考え方】

(3) 三角形や平行四角形の性質、円周角と中心角の係を既習の図形の性質を用いて説明することができる。

【数学的な表現・処理】

(4) 平面図形の性質を理解する。

【数量、図形などについての知識・理解】

4. 指導計画（19時間）

(1) 三角形

・二等辺三角形の性質・・・・・・・・・・3時間

- ・二等辺三角形になるための条件・・・2時間
- ・直角三角形の合同・・・・・・・・・・2時間

(2) 平行四辺形

- ・平行四辺形の性質・・・・・・・・・・3時間
- ・平行四辺形になるための条件・・・3時間
- ・特別な平行四辺形・・・・・・・・・・1時間
- ・平行線と面積・・・・・・・・・・1時間

(3) 三角形と円

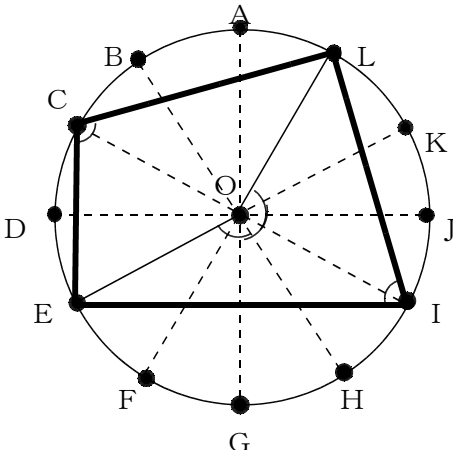
- ・直角三角形と円・・・・・・・・・・1時間
- ・二等辺三角形と円・・・・・・・・・・2時間
- ・発展(円に内接する四角形)・・・・1時間 (本時)

5. 本時の学習指導

(1) 本時の目標

- ・円に内接する四角形の性質を見つけいろいろな方法で課題を解決しようとする。
【数学への関心・意欲・態度】
- ・補助線を引くなどして、見通しをもって論理的に考察することができる。【数学的な見方や考え方】
- ・円周角の定理や既習事項を用いて課題を解決することができる。【数学的な表現・処理】
- ・円に内接する四角形の対角の和は 180° であることを理解する。
【数量、図形などについての知識・理解】

(2) 展開

学習活動	予想される生徒の反応	評価(☆)、指導上の留意点(・)
1 円周角の復習をする	<復習問題> _____ 円周を12等分したA～Lの点から、点C、E、I、Lを選んで、四角形CEILを作ります。(四角形のすべての頂点が1つの円の周上にあるとき、その四角形は円に内接するといいます) このとき、$\angle EOL$、$\angle ECL$、$\angle EIL$の大きさは、それぞれ何度になりますか。 また、$\angle ECL + \angle EIL$ は何度になりますか。 	

・ $\angle EOL$ は、
 $360^\circ \div 12 \times 7 = 210^\circ$
 $\angle ECL$ は
 $210^\circ \div 2 = 105^\circ$
 また、 $\angle EIL$ は
 $360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$
 $150^\circ \div 2 = 75^\circ$
 よって、 $\angle ECL + \angle EIL = 180^\circ$

答え $\angle EOL = 210^\circ$ $\angle ECL = 105^\circ$
 $\angle EIL = 75^\circ$
 $\angle ECL + \angle EIL = 180^\circ$

・ 円周角の定理を確認する。
 ・ 12等分している円周の1つの弧に対する中心角は 30° であること、さらに円周角が 15° であることを確認する。

・ 向かい合っている角の和が 180° になっていることを確認する。
 ・ 円周上の違うところに4点をとっても向き合う角の和が 180° になるだろうか？と疑問を投げかける。

<課題>

円に内接する四角形の対角の和が 180° になることを証明しよう。

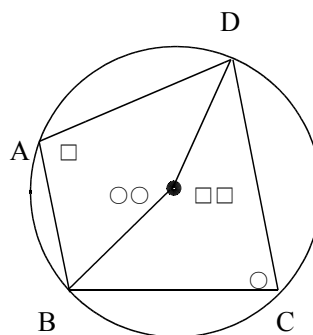
2 課題をつかむ

3 課題を解決する

・ 円が複数かかれたプリントを配布し、プリントに自由に記入して考えさせる。

①円周角と中心角の関係

$\bigcirc = x$ 、 $\square = y$ とすると、
 $2\angle x + 2\angle y = 360^\circ$
 $2(\angle x + \angle y) = 360^\circ$
 $\angle x + \angle y = 180^\circ$
 $\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$



☆ 対角の和が 180° になることを積極的に説明しようとしている。

【関心・意欲・態度】
(プリント観察)

・ 中心と2つの頂点を結び、円周角と中心角の関係に気付かせる。

☆ 補助線をひいて、既習事項と結び付けて考えている。【考え方】
(机間指導、プリント観察)

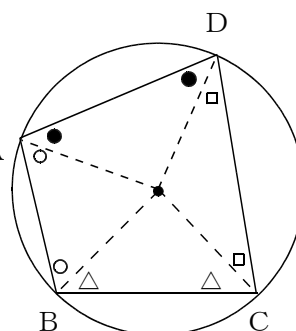
・ ヒントカードを用意する。

・ 中心と4つの頂点を結んだ時にできる二等辺三角形に注目させる。

②二等辺三角形の底角と四角形の内角の和

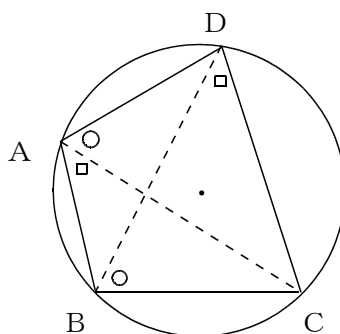
円の中心と4つの頂点を結ぶと
 4つの二等辺三角形ができる

$\bullet = w$ 、 $\bigcirc = x$ 、 $\square = y$ 、 $\triangle = z$ とすると、
 $2\angle w + 2\angle x + 2\angle y + 2\angle z = 360^\circ$
 $2(\angle w + \angle x + \angle y + \angle z) = 360^\circ$
 $\angle w + \angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$
 $\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$



③円周角と三角形の内角の和

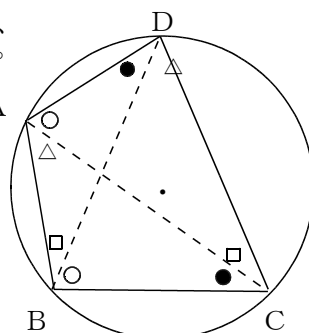
○ = x、□ = y とすると、
 $\angle x + \angle y = \angle DAB$
 $\angle x + \angle y + \angle BCD = 180^\circ$
 $\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$



- ・ 向かい合う頂点を結び対角線をひき、円周角と三角形の内角の和を考えさせる。

④円周角と四角形の内角の和

● = w、○ = x、□ = y、△ = z とすると、
 $2\angle w + 2\angle x + 2\angle y + 2\angle z = 360^\circ$
 $2(\angle w + \angle x + \angle y + \angle z) = 360^\circ$ A
 $\angle w + \angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$
 $\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$



- ・ 対角線をひき、円周角と四角形の内角の和に注目させる。
- ・ 自力で解決できた生徒には、他の方法も考えさせる。
- ・ 図の中には、記号を用いたり、式で分かりやすく説明できるようにするよう助言する。

4 解決方法を発表する

- ・ 自分の解決方法を発表する。
- ・ いろいろな考え方も理解する。

5 まとめをする

- ・ 自分のことばでまとめをする。

＜まとめ＞
 円に内接する四角形では対角の和は
 180° である。

☆自分の解決方法を筋道を立てて発表する。

【表現・処理】(発表)

- ・ 証明に用いた根拠を明らかにして発表させる。
- ・ それぞれの証明のよさを考えさせる。

☆対角の和が 180° であることを理解できたか。【知識・理解】
 (プリント観察)

- ・ 自分の言葉でまとめをさせる。

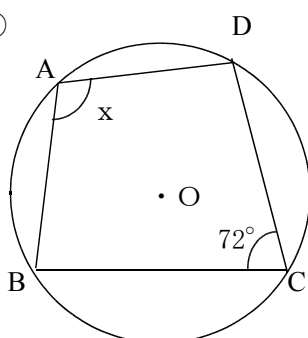
- ・ 今日学習したことが高校数学につながり、高校数学でさらに円についての学習を深めることを示唆する。

6 練習問題を解く

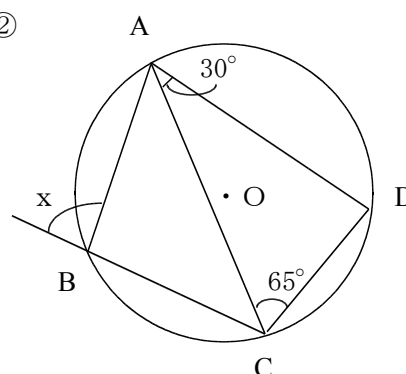
<練習問題>

次の図で、四角形ABCDが円Oに内接している時、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

①



②



① $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

答え $\angle x = 108^\circ$

② $\angle ADC$ は

$$180^\circ - (30^\circ + 65^\circ) = 85^\circ$$

$\angle ABC$ は

$$180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

よって、 $\angle x$ は

$$180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

答え $\angle x = 85^\circ$

6 成果と課題

(1) 成果

円周角と中心角の関係を学習した直後だったため、復習問題をヒントに、①の考え方で取り組む生徒が1番多かった。2番目に多かったのは、中心と頂点を結んでいるうちに、二等辺三角形が4つできることに気付いて②の考え方のように底角の部分に同じ印をつけ始めた生徒である。取り組むきっかけとしては、大きく分けてこの2つの考え方に分かれた。また、四角形の対角線を引く生徒もあり、多様な考え方を引き出すことができた。発展的な内容とはいえ、2年生で学習したことで説明することができるので既習事項についての理解をさらに深めることができた。そして、生徒たちは高校で学習する内容が、今自分達が学習している内容で説明できると知って驚いていた。

この研究授業を通して、私自身改めて中学校での学習をしっかりと定着させることの大切さを感じ、系統性を意識した授業を展開をすることで、生徒の学習への意欲も高まることが分かった。

(2) 課題

系統性を意識した授業を展開していくためには、小学校や高校での題材のとりあげ方を中学校の教員も理解することが重要である。今回の授業をきっかけに、小学校と高校の教科書を読むことができ大変参考になった。しかし、私の勤務校もそうであるが、小学校から高校までの教科書は常備されていないので、今後資料として各校種の教科書を用意したい。

今後も補充が必要な場面や発展的な課題を取り入れた方がよい場面が出てくるが、特に発展的な課題を行うには現在の限られた授業時間の中では難しいのが現状である。そこで、課題の提示の仕方や発問の仕方を工夫したり、指導計画の見直しをしていかなければいけないと考える。