

PHYSICS

物理 II

3年 X組 _____ 番 氏名 _____

宇宙の彼方への旅 (万有引力の法則とエネルギー保存則)

地球の質量を M [kg]、半径を R [m]として、地表から鉛直上方に速度 v [m/s]で発射した質量 m [kg]の物体を考える。ここで、万有引力定数を G [$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$]とする。

この物体が地球の重力を振り切って無限遠まで飛び去るための速さ v [m/s]の条件を求めよ。

* この条件を満たす最小の速度は[_____]と呼ばれる。

何人たりとも逃れられない重力場 (Black Hole の話題)

真空中での[_____]($c \approx 3.0 \times 10^8$ [m/s])を超える速さで運動する存在はない!

1796年、フランスの数学者ラプラス(Laplace)は、ニュートン(Newton)の万有引力の理論を推し進めて「物質が充分に集積すれば、その重力圏からは、光速をもってしても脱出不可能であるにちがいない」と予測した。

1783年にイギリスのジョン・ミッチェル(John Michell)も同様の論文を発表したとして、1970年代に再評価されている。

1915-16年にアインシュタイン(Einstein)の一般相対性理論が発表されて間もなく、ドイツのカール・シュバルツシルト(Schwarzschild)はアインシュタイン方程式のひとつの解として、質量の非常に大きい星の周りでは光が脱出できなくなる領域が出現することに気付いた。この領域の半径をシュバルツシルト半径または重力半径と呼ぶ。

この半径よりも小さく収縮した天体は光を外に出さないことからブラックホール(Black Hole)と呼ばれている。この名称は1967年にアメリカのジョン・ホイーラー(John Wheeler)によって与えられた。

参考 <http://ja.wikipedia.org/>

問 質量 M [kg]、半径 R [m] の天体表面から質量 m [kg] の物体が c [m/s] で飛び立った後、この天体の重力圏から脱出して、無限遠に到達することのできる条件式を書け。

万有引力定数を G [$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$] とする。

質量 M [kg] を固定して天体が収縮していく(半径 R [m] がちいさくなる)とき、条件を満たすうちで最小となる半径 R_C [m] を求めよ。

問 半径 R_C [m] は、光速で飛び立った物体が《無限遠に到達するための最小値》であるから、この半径よりも小さく収縮した天体でも最終的に物体が戻ってくるならば一時的に有限の距離まで飛び立つとしても不都合は生じない。

その意味で、光が脱出できない境界としてアインシュタイン方程式から導かれるシュバルツシルト半径とは異なるが、その大きさは一致する。

地球の質量を $M = 6.0 \times 10^{24}$ [kg]、真空中での光速を $c \approx 3.0 \times 10^8$ [m/s]、万有引力定数を $G = 6.67 \times 10^{-11}$ [$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$] としたきに、地球がブラックホールになるために収縮しなければならない半径(シュバルツシルト半径)を求めよ。

問 同様に、質量 $M = 2.0 \times 10^{30}$ [kg] の太陽のシュバルツシルト半径を概算せよ。

* 恒星進化の理論から、太陽質量程度の天体はブラックホールになれないことが知られている。

