

# 電力中央研究所報告

電力供給地域における景気循環の構造変化

研究報告：Y11026

平成24年5月

**IR** 電力中央研究所

**IR**

**CRIEPI**

---

Central Research Institute of  
Electric Power Industry

# 電力供給地域における景気循環の構造変化

林田 元就\*

キーワード：景気循環

地域経済

構造変化

マルコフ切替モデル

マルコフ連鎖モンテカルロ法

Key Words : Business cycles

Regional economy

Structural changes

Markov switching model

Markov chain Monte Carlo method

## Structural Changes in Regional Business Cycles in Japanese Power Supply Areas

Motonari Hayashida

### Abstract

Hayashida and Hewings (2009) have identified the turning points of regional business cycles in Japan by applying Markov switching model to the regional business indexes for the nine power supply areas. In their study, they have pointed out the possibility that the structural changes have existed in the process of regional business cycles. On the other hand, Watanabe (2009) has reported that there have been two structural breaks (Jul 1991 and Jul 2008) in Japanese nation-wide business cycles to apply the extended Markov switching model to the composite index which is constructed by the Cabinet office.

This paper has identified the unknown structural change points in regional business cycles in Japan, applying the extended Markov switching model suggested by Watanabe (2009) to the regional business indexes (Jan 1982 to Jul 2011) by power supply area, which are uniquely constructed from three economic indicators of each region. It is found from our empirical results that (i) the timing of structural change points differs by region - Hokkaido, Kansai and Kyushu have two or three change points which are dated from 1991 to 1992 and in 2008, Tohoku, Kanto and Hokuriku have three change points which are dated around 1998 and 2004, in 2008 and in 2011, and Chubu, Chugoku and Shikoku have one change point which is dated in 2008, (ii) the amplitude of regional business cycles, which is measured by the difference of the average growth rate between the expansion and contraction phases, has enlarged as the structural changes have occurred.

(Socio-economic Research Center, Rep.No.Y11026)

(平成 24 年 3 月 12 日 承認)

\* 社会経済研究所 経済・社会システム領域 主任研究員

## 背 景

1990年代初頭の「バブル経済」崩壊以降に実施されてきた民間部門における構造調整の取り組み、あるいは、最近の世界的な金融混乱や東日本大震災といった大規模な外生的ショックの発生は、全国および地域における景気循環の時系列変動に構造変化を生じさせた可能性がある。

## 目 的

独自に開発を進めてきた電力供給地域別景気指数を用い、全国および地域の景気循環の時系列変動に構造変化（景気拡張局面と後退局面の平均成長率のシフト）は生じたのか、生じていたのであれば、どのような変化が生じたのか、その変化の形態は地域間で一様であったのか、などについて定量的に明らかにする。

## 主な成果

景気転換点と構造変化点を同時に推定できる拡張型のマルコフ切替モデルを電力供給地域別景気指数（1982年1月～2011年7月）に適用し、全国・各地域における景気循環の構造変化について計量分析を行った（図1）。得られた成果は以下の通りである。

### 1. 地域によって異なる構造変化点の回数やそのタイミング

景気循環の構造変化の回数は、東北、関東、北陸、関西、九州では全国と同様に3回であったが、北海道、中部、四国では2回、中国では1回とその回数は地域により異なる。構造変化点のタイミングについてみると、全国と同様に「バブル経済」崩壊後の1991年から1992年の間に構造変化が生じた地域は、北海道、関西、九州（グループ1）であった。一方、東北、関東、北陸（グループ2）の構造変化点は「バブル経済」崩壊後の時期でなく、崩壊後の経済調整が進展した時期と言える1998年から2004年の間に生じていた。また、中部、中国、四国（グループ3）の構造変化点は1982年を除くと「リーマン・ショック」後の2008年10～12月の時期にのみ検出された（表1）。

### 2. 景気循環の振幅拡大という構造変化が生じている可能性

景気循環の振幅（拡張局面の平均成長率と後退局面の平均成長率の乖離差）をみると、北海道、関西、九州（グループ1）における第2構造変化点後の振幅の縮小を除き、すべての地域、すべての構造変化点で振幅は拡大していることがわかった（表1）。ただし、局面平均成長率がどのように変化したかという振幅変化の要因は地域によって異なっている。とりわけ「リーマン・ショック」後と東日本大震災後では、景気循環の振幅が大幅に拡大している。このことは、世界的な金融混乱や大規模震災による外的ショックが

構造変化の契機となっている可能性を示しており、今後も継続的に観察していく必要があると言える。

## 今後の展開

地域ごとに構造変化の時期が異なる点、景気循環の振幅が拡大している点について経済的背景を明らかにし、電力需要想定に資する情報を提供する。

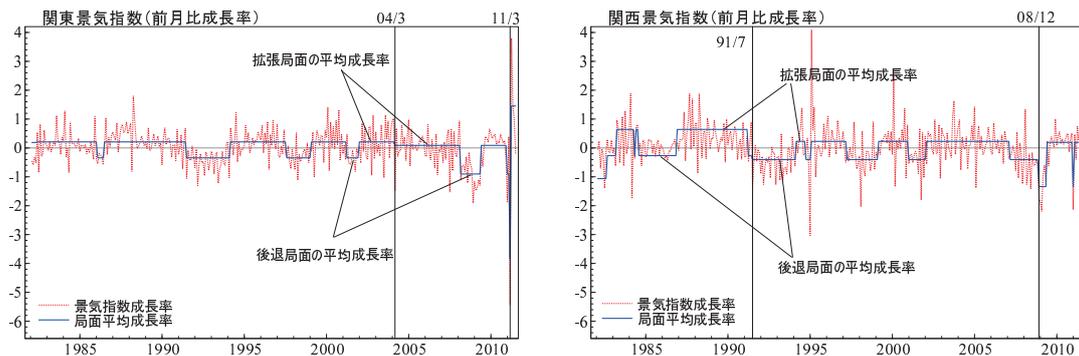


図1 構造変化による局面別平均成長率のシフト

(注) 図1は景気指数の前月比成長率(点線)の推移と景気局面と構造変化による平均成長率(実線)のシフトの様子を示したものである。紙幅の都合上、関東と関西についてのみ示した。その他の地域については本文を参照されたい。

表1 地域別景気指数の構造変化点と局面平均成長率

A. 全国				参考：渡部（2009）の結果							
本報告書の結果		平均成長率		構造変化点		平均成長率					
構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)	構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)				
1982-03	0.443	-0.015	0.458	-	0.550	-0.461	1.011				
1991-07	0.173	-0.399	0.572	1991-07	0.386	-0.757	1.143				
2008-12	0.357	-2.458	2.815	2008-07	0.048	-2.349	2.397				
B. グループ1											
北海道				関西				九州			
構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)	構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)	構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)
1982-03	0.386	-1.041	1.427	1982-09	0.642	-0.267	0.909	1982-08	0.530	-0.023	0.552
1991-08	0.357	-0.698	1.055	1991-07	0.227	-0.404	0.631	1992-01	0.152	-0.357	0.509
-	-	-	-	2008-12	0.194	-1.339	1.534	2008-12	0.301	-1.788	2.089
C. グループ2											
東北				関東				北陸			
構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)	構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)	構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)
1982-08	0.223	-0.278	0.500	1982-06	0.209	-0.344	0.553	1982-04	0.313	-0.380	0.693
1998-01	0.116	-0.757	0.873	2004-03	0.089	-0.902	0.991	2002-04	0.372	-0.411	0.783
2011-03	1.587	-5.479	7.065	2011-03	1.451	-3.831	5.282	2008-11	0.268	-1.669	1.937
D. グループ3											
中部				中国				四国			
構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)	構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)	構造変化点 (年-月)	(拡張)	(後退)	(乖離差)
1982-03	0.181	-0.292	0.473	-	0.192	-0.374	0.566	1982-03	0.127	-1.091	1.218
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2008-10	0.228	-1.656	1.884	2008-11	0.169	-1.553	1.722	2008-12	0.191	-2.507	2.698

(注) 本表は景気指数の局面別平均成長率の変化とその変化時点(構造変化点)を示したものである。全国の結果では、内閣府景気動向指数(CI)を用いて分析を行った渡部(2009)の結果もあわせて掲載した。地域別の結果は、グループ1(バブル崩壊後の時期に構造変化点が観察された地域)、グループ2(バブル崩壊後の時期に構造変化点は観察されなかったが、1998年から2004年の時期に構造変化点が観察された地域)、グループ3(1982年以外ではリーマン・ショック後の時期にのみ構造変化点が観察された地域)のみに分類されている。

# 目 次

1. はじめに	1
2. 地域別景気指数の構築	2
2.1 地域別月次経済データベース	2
2.2 景気指数を構成する指標	3
2.3 景気指数構築の方法	4
3. 計量分析の方法	8
3.1 複数の構造変化点を考慮したマルコフ切替モデル	8
3.2 マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定	10
3.3 ベイズ統計のモデル選択法	11
4. 実証分析の結果	12
4.1 各地域における構造変化点の回数	12
4.2 マルコフ切替モデルの推定結果	13
4.3 構造変化点の地域間差異	24
4.4 どのような構造変化が生じたか?	25
5. おわりに	27
謝辞	28
参考文献	28
A. 全条件付事後分布	30
A.1 $\tilde{m}$ のサンプリング	30
A.2 $\phi$ のサンプリング	31
A.3 $\sigma^2$ のサンプリング	32
A.4 $\tilde{p}$ のサンプリング	32
A.5 $\tilde{q}$ のサンプリング	33
A.6 $\tilde{S}_T$ のサンプリング	33
A.7 $\tilde{D}_T$ のサンプリング	34

## 1. はじめに

1990年代初頭に生じた「バブル経済」の崩壊以降、日本経済は20年を超える長期にわたり経済成長の停滞が続いている。この間、民間部門を中心に、不良債権の償却、過剰設備の削減など様々な構造調整の取り組みが実行されてきた。これらの取り組みは少なからず日本経済に構造的な変化をもたらしているものと考えられる。一方、最近では、米国や欧州に端を発する世界的な金融混乱、また、東日本大震災の発生といった大規模な外生的ショックが相次いで生じており、こうしたショックもまた日本経済にさらなる構造調整や構造変化を促すことが予想される。

こうした状況を受けて、景気循環の変動にも構造変化が生じた可能性が指摘されている。渡部(2009)は景気転換点と構造変化点を同時に推定することができる拡張型のマルコフ切替モデル<sup>1)</sup>を内閣府の景気動向指数(コンポジット・インデックスの成長率)に適用して、日本における景気循環の構造変化を計量分析している。ここでの景気循環の構造変化というのは、景気循環変動を時系列モデルとして把握した上で、そのパラメーター(例えば、景気拡張局面と後退局面の平均成長率)のシフトとして定義されたものである。渡部(2009)の分析によれば、(i) 1980年以降の景気循環には構造変化点が2回あること、(ii) それらはバブル崩壊後の1991年7月とリーマン・ブラザーズが破綻する直前の2008年7月である可能性がもっとも高いこと、(iii) 構造変化を経るたびに、景気動向指数の景気拡張局面と後退局面の平均成長率はいずれも

低下していたこと、を指摘している。

米国経済を対象とした研究でも景気循環変動に構造変化が生じていたことが Kim and Nelson (1999a) や Kim, Nelson and Piger (2004) により指摘されている。Kim and Nelson (1999a) はマルコフ切替モデルを米国の実質 GDP 成長率に適用し、1984年1~3月期に構造変化が生じていた可能性を指摘している<sup>2)</sup>。さらに、(i) 景気拡張局面と後退局面における平均成長率格差の縮小、(ii) 景気循環からの乖離を示す短期的変動の縮小、という形で景気循環変動に変化が生じたことを明らかにしている。一般的に、こうした現象は「Great Moderation」と呼ばれ、欧米のマクロ経済学者の間ではその経済的背景(金融政策の成功、在庫管理技術の向上、単なる幸運など)について議論が活発になされている。

さらに、米国では、こうした景気循環の構造変化が地域経済にも生じているのどうかについての研究が進められている。Owyang, Piger and Wall (2008) は Kim and Nelson (1999a) と同様のモデルを各州の非農業部門雇用者数成長率に適用して分析した結果、全米ベースの構造変化時点(1984年9月)と同様の時期に構造変化が生じた州は14州、異なる時期に生じた州が11州、その他の州では構造変化自体が生じなかったことを示している。

このように景気循環の構造変化の時期やその形態が地域ごとに異なるのであれば、その状態を地域別に把握することにより、全国一律でなく地域経済の状況に応じて経済政策や経営施策を適切に実施することが可能となる。その意味で景気循環の地域別分析は重要と言える。

日本においてマルコフ切替モデルを用いて地

<sup>1)</sup> Hamilton (1989) により提案されたマルコフ切替モデルは、構造変化の結果生じるモデル・パラメーターのシフトがマルコフ過程にしたがうと仮定して、未知の構造変化時点とモデル・パラメーターを推定することができるモデルである。

<sup>2)</sup> Kim and Nelson (1999a) のモデルは構造変化の回数が推定期間中に1回しか起こらないと仮定しているのに対し、渡部(2009)はその間に構造変化が複数回起こる場合も考慮できるようにモデルを拡張している。

域景気を分析した研究として 奥村・谷崎 (2004) や Hayashida and Hewings (2009) などがあるが、地域景気の構造変化に焦点をあてた研究はほとんどない。そこで、本稿では、(i) 日本全国の場合と同様に地域経済においても景気循環に構造変化が生じていたのか、構造変化が生じていたのであれば、(ii) 地域景気の構造変化時点は全国と同様の時期に生じていたのか、(iii) 地域景気ではどのような形態の構造変化が生じていたのか、について検証する。

本稿の構成は以下の通りである。次節では、電力供給地域別の景気指数を算出するために利用したデータ、景気指数の構築方法について説明する。3 節では、渡部 (2009) により提案された拡張型のマルコフ切替モデルの解説とそのベイズ推定の方法について述べる。4 節では、拡張型のマルコフ切替モデルを電力供給地域別景気指数に適用して得られた、各地域における景気循環の構造変化に関する実証分析結果を示す。5 節は本稿のまとめである。

## 2. 地域別景気指数の構築

### 2.1 地域別月次経済データベース

電力中央研究所では、地域別の景気循環分析を実施するために「地域別月次経済データベース」を整備している。

本データベースでは、各電力会社が立地し電力を供給する地域に可能な限り整合する区分として、全国を北海道、関東、北陸、中部、関西、中国、四国、九州、沖縄の 10 地域に分割した地域区分 (図 1) を用いている。ただし、同様の地域名称であっても経済産業省区分などのその他の地域区分とは構成する県が異なっている点に注意する必要がある。例えば、経産省区分において関東に含まれる新潟県や長野県は、電力供給地域では新潟県が東北に、長野県が中部にそ

れぞれ区分される。また、電力供給地域における北陸 (富山県、石川県、福井県) は、経産省区分では地域が定義されておらず、富山県と石川県が中部に、福井県が関西 (近畿) に区分されている。これは、経産省や総務省、また、日本銀行などが公表する統計における地域区分でも構成する県は異なっているので、注意が必要である。その他の些細な留意点として、電力供給地域は県単位で厳密に区分することはできないという点が挙げられる。具体的には、静岡県 (東京と中部)、岐阜県 (中部と北陸)、三重県 (中部と関西)、兵庫県 (関西と中国)、香川県・愛媛県 (中国と四国) では複数の一般電気事業者が該当する県域に電力を供給している。

本データベースの収録系列は、生産指数 (出所: 経済産業省等)、消費者物価指数 (県庁所在市別, 出所: 総務省)、大型小売店販売額 (出所: 経済産業省)、求人数・求職数、一人当たり労働時間・現金給与 (出所: 厚生労働省)、建築着工床面積 (出所: 国土交通省) に関連する 25 系列である。各系列は 47 都道府県別に収集した上で電力供給地域別 10 地域に集計されている。生産指数と労働時間・現金給与の地域集計には、実質付加価値額、就業者数の地域ウェイトがそれぞれ用いられている。

生産指数の出所は、2006 年度まで毎年発行されていた「地域別鉱工業指数年報」と各都道府県のホームページである。最近では、1998 年 1 月 (2000 年基準) 以降の時系列データが各都道府県のホームページから容易に入手できる。しかし、「バブル経済」以前の時期も含んだ 1980 年以降の長期時系列となるとその収集は容易でない。本データベースでは、各都道府県データを各基準年 (1990 年, 1995 年, 2000 年, 2005 年) について収集し、2005 年基準の月次生産指数データを 1981 年 1 月以降について独自に作

## 電力供給地域

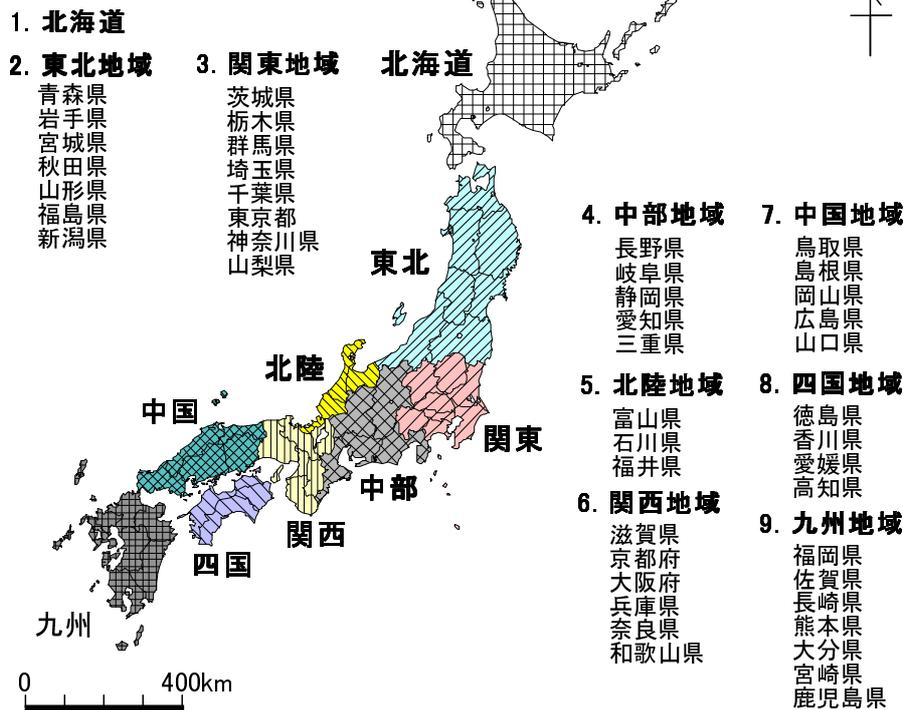


図 1 電力供給地域

Figure 1: Electric power supply areas

成している<sup>3)</sup>。

なお、本稿では、本データベースに収録されているデータに季節調整などの必要な加工を加えた上で、景気循環を表現する経済指標（景気指標）の選択、景気指数の構築を行った。

## 2.2 景気指数を構成する指標

ここでは地域別景気指数を作成するために利用した景気指標について説明する。

<sup>3)</sup> 現存する公刊物のみでは基準年接続に必要なデータが得られなかった地域については、各自治体の統計作成部署に独自にヒアリングを行い、データの補完を実施した。それでも、1981年まで遡及ができなかった県がある。具体的には、神奈川県、宮崎県は1987年以前、和歌山県、長崎県は1986年以前について2005年基準への接続ができなかった。そのため、これら4県の欠損期間は日本経済新聞社「景気指数作成支援ツール」に収録されている都道府県別生産指数データにより補完が行われている。

景気指数を構築するためには景気指標を選択する必要がある。一般的な景気指標の選択は以下のような手順で実施される。まず、総体的経済活動を7分野の経済プロセス、すなわち、(i) 生産・所得、(ii) 消費・出荷、(iii) 固定資本投資、(iv) 在庫投資、(v) 雇用、(vi) 価格・費用・利益、(vii) 貨幣・信用、から構成されると規定し、候補となる指標をそれぞれのプロセスに分類する。そして、景気一致指数であれば、景気動向に一貫的に動く指標を、景気先行指数であれば、景気動向に先行的に動く指標を、各プロセスから偏りなく選択するのである。この方法は、Burns and Mitchell (1946) による「景気循環は多くの経済活動あるいは多くの経済変数に、ほぼ同時に、そして、繰り返して起こる変動の形である」という景気循環の定義を念頭に、全米経済研究所(NBER)が提案した方法である(森, 1997, p.123)。

表 1 景気指数を構成する景気指標

Table 1: Business indicators

No.	採用指標名	分野
1	鉱工業生産指数（季）	生産
2	大型小売店実質販売額（季）	支出
3	有効求人数（季）	雇用

（出所）電力中央研究所「地域経済月次データベース」

しかし、実際に地域を対象として景気指標を選択する際には、月次で利用可能なデータの種類の少ないため、すべてのプロセスを考慮して変数を収集することが非常に難しい。そこで、本稿では、国民経済計算体系（SNA）における生産・所得・支出の3分野に雇用分野を加えた4つの経済分野を総体的経済活動と考え、その4分野を念頭に景気指数の構成指標を採用した。具体的には、地域別月次経済データベースに収録されている25系列の中から、生産分野に分類される生産指数、支出分野に分類される大型小売店実質販売額、雇用分野に分類される有効求人数の3系列を採用した（表1）。なお、本稿の分析では、統計の標本替えや季節性などによる変動をうまく除去できなかったことなどから、所得面を示す指標は採用されていない。データ収集やデータ加工について検討すべき課題の1つである。

生産指数は鉱工業部門の生産活動を総合的に捉えることが可能であり、速報性に優れていることから、経済動向を把握する際にもっとも重要視される景気指標の1つである。その電力供給地域別の推移は図2に示されている。

大型小売店販売額は販売側から消費動向を把握する景気指標としてよく利用される。集計対象が売り場面積1,500 m<sup>2</sup>以上（政令指定都市では3,000 m<sup>2</sup>以上）のスーパー、百貨店に限定されており、消費総額に対するカバレッジの低さがしばしば指摘されるが、全数調査でありながら、速報性にも優れているという点で有用な景気指標と言える。構成指標としては県庁所在市

別の消費者物価指数により実質化された大型小売店実質販売額が利用されている。これは、すべての構成指標を実質概念に統一するために施された処理である。その電力供給地域別の推移は図3に示されている。

有効求人数は公共職業安定所で取り扱った求職、求人、就職等の件数を集計した厚生労働省「一般職業紹介状況」に収録されているデータである。労働市場の需給に敏感に反映することから、雇用動向を観測する際の重要な景気指標として利用されている。構成指標としては有効求人数の季節調整値を利用した。

## 2.3 景気指数構築の方法

本稿では、各地域の景気指数の構築のために、コンポジット・インデックス（CI）と呼ばれる方法を利用する。CIはディフュージョン・インデックス（DI）と並び、景気指数を構築する代表的な方法の1つである。1950年代から1960年代にかけて開発された伝統的な方法であり、算出方法の簡便さや算出される指数の安定性といった理由から、現在でも日本を含む多くの国々、あるいは、経済協力開発機構（OECD）などの世界機関において景気指数作成のために用いられている。

一般的な計算の手順は以下の通りである。

1. 各時点（ $t = 2, 3, \dots, T$ ）における各景気指標  $X_{kt}$ （ $k = 1, 2, \dots, K$ ）の対称変化率，

$$r_{kt} = 200 \times \frac{X_{kt} - X_{k,t-1}}{X_{kt} + X_{k,t-1}}, \quad (1)$$

を計算する。ただし、 $X_{kt}$  が0や負の値をとる場合やその値が比率となっている場合は階差を計算する。景気指標には、物理量で計測されているもの、金額で計測されているもの、指数として加工されているもの、と様々な単位が混在しているが、この手順を踏むことにより、複数の指標を集計する

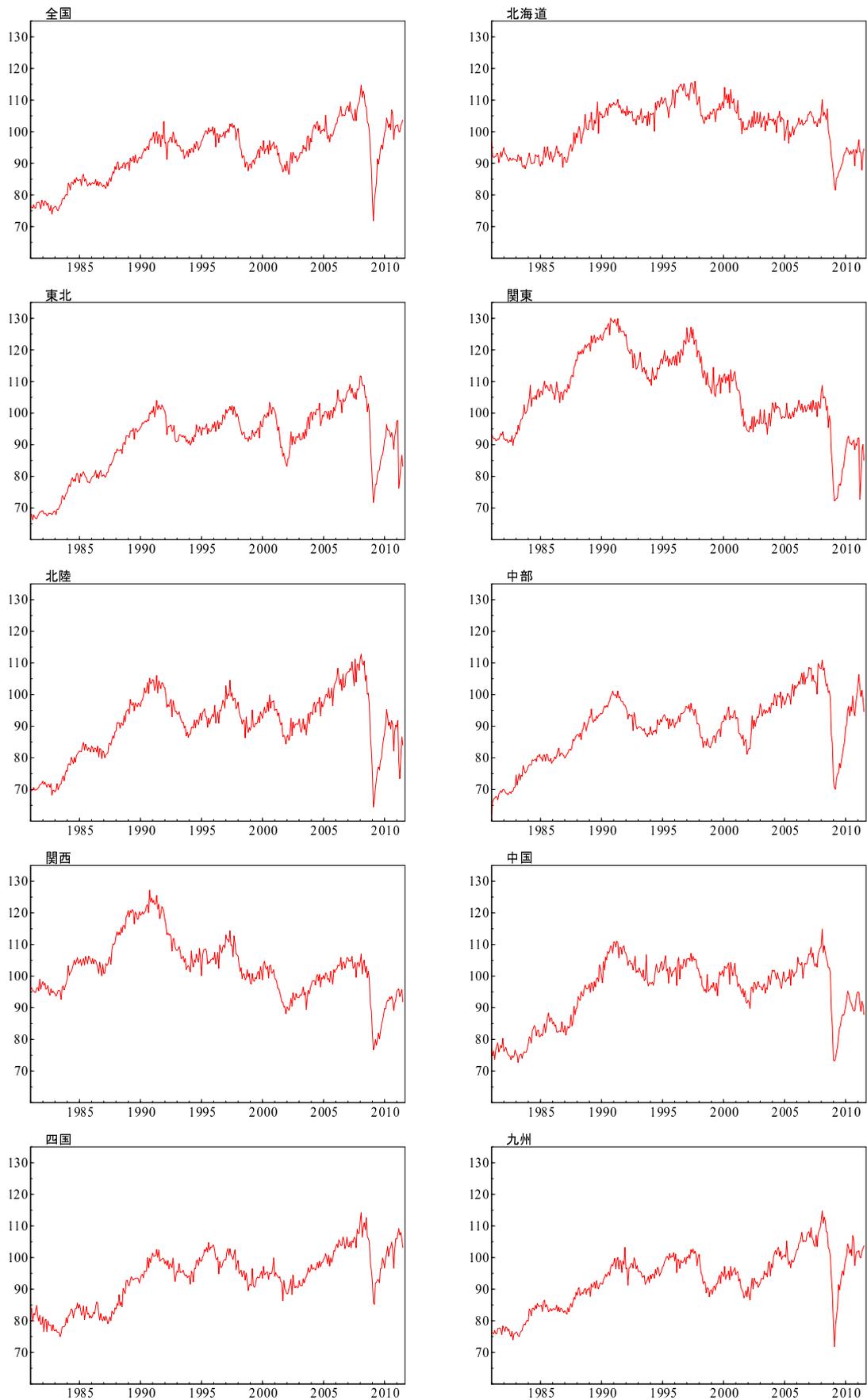


図2 生産指数 (2005年=100, 季節調整済み)

Figure 2: Index of industrial production (Year 2005=100, Seasonally adjusted)

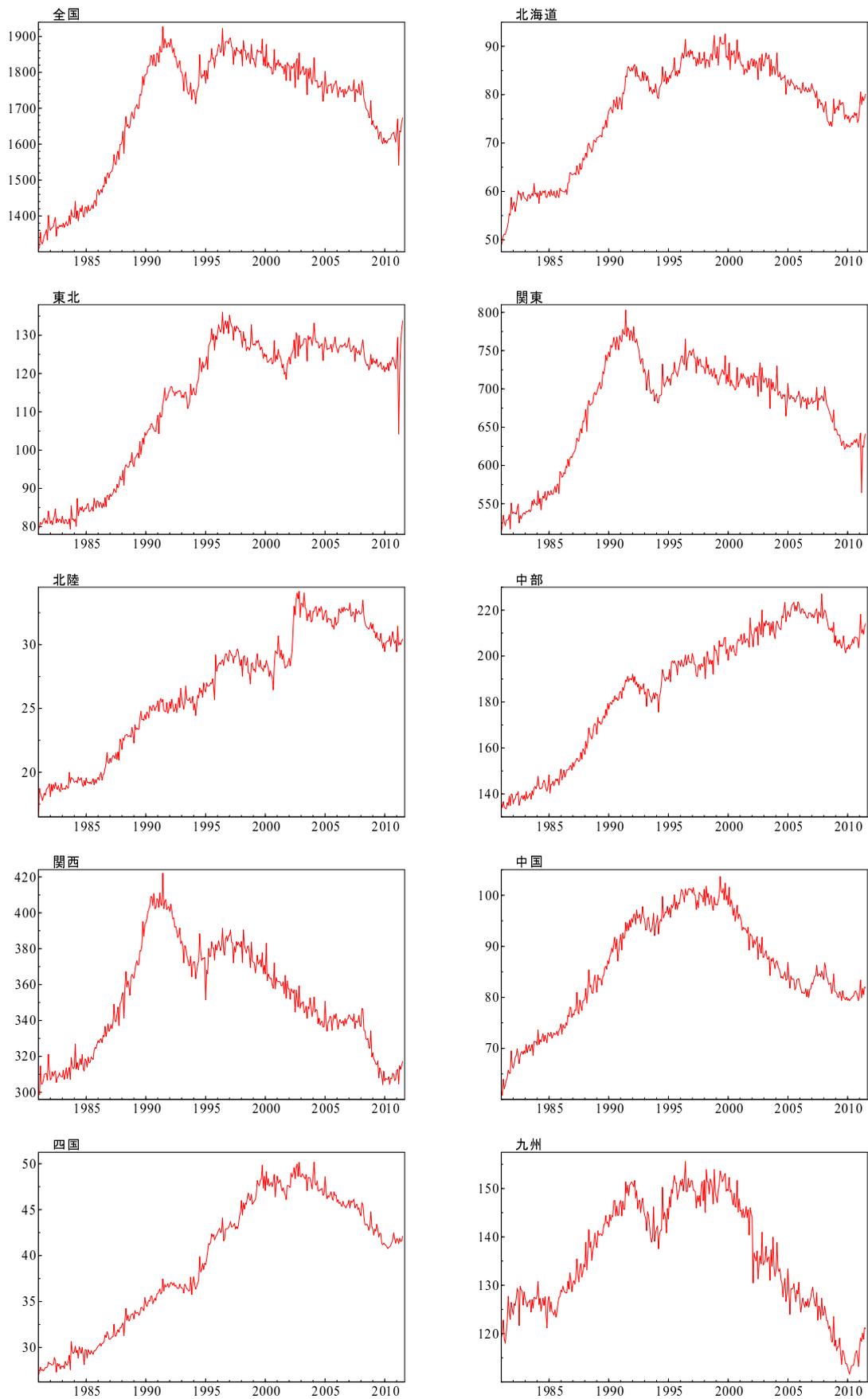


図3 大型小売店実質販売額（10億円，季節調整済み）  
 Figure 3: Large retailer real sales (Billion yen, Seasonally adjusted)

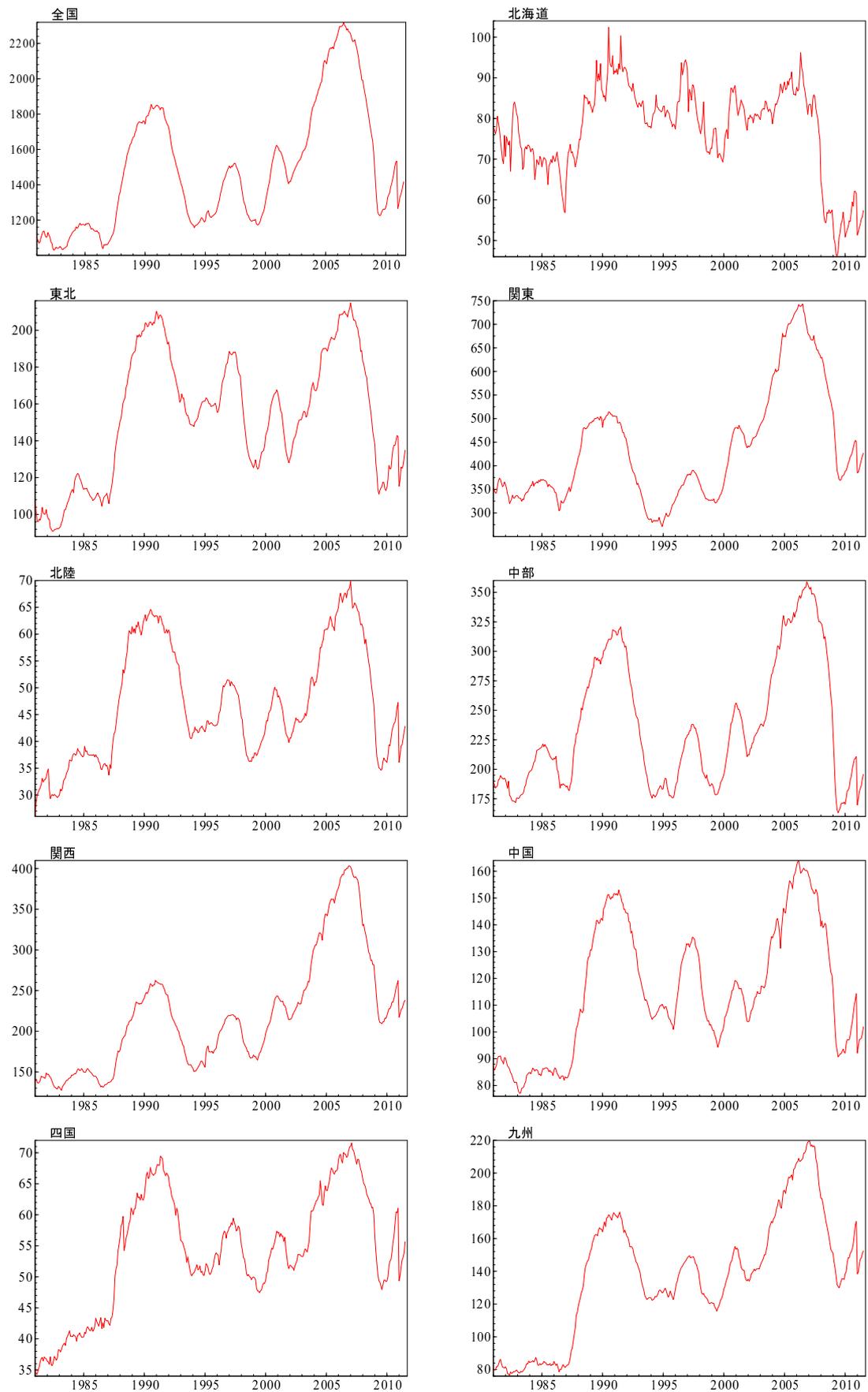


図4 有効求人人数 (100万人, 季節調整済み)

Figure 4: Effective job offers (Million person, Seasonally adjusted)

ことが可能になる。

2. 景気指標には在庫変動のように大きな変動を示すものもあれば、有効求人倍率のように決まった間でしか変動しないものもある。そのまま集計すると、変動の大きい指標の動向が、変動の小さい指標の動向よりも、景気指数全体の動きに大きく反映されてしまうことになる。この点を修正するために個別指標の振幅を以下のように調整する。

$$c_{kt} = \frac{r_{kt}}{A_k}. \quad (2)$$

本稿では、 $A_k$  にはオリジナルの NBER の方法と同様、対称変化率  $r_{kt}$  の絶対値平均、

$$A_k = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T |r_{kt}|, \quad (3)$$

を利用した。なお、現行の内閣府 CI では、美添・大平・塩路・勝浦・元山・大西・沢田・児玉 (2003) に基づき各系列の異常な動きを除去するための外れ値処理が行われているほか、 $r_{kt}$  にトレンド調整を施した上で、 $A_k$  に四分位範囲を利用するなど独自の方法が採用されている。ただし、これらの改良に関しては、外れ値処理のための閾値設定の恣意性、景気全体のショックと系列に固有のショックの識別といった問題が指摘されており、現在も改良の途上にあると言える<sup>4)</sup>。したがって、本稿では、そうした問題を避けるため、もっとも単純な NBER による方法を採用した。

<sup>4)</sup> 内閣府は構成変数の入れ替え等の景気動向指数の改訂を不定期ではあるが継続的に実施している。直近の改訂 (2011 年 10 月) では、上記の指摘なども踏まえ、採用変数の改訂に加え、外れ値処理方法の変更を実施している。具体的には、各系列の変動を「共通循環変動」と「系列固有変動」に分離し、外れ値処理の対象を「系列固有変動」のみに限定するように変更されている。詳細は内閣府ホームページ ([http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/di\\_ken.html](http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/di_ken.html)) を参照されたい。

3. 最後に、振幅調整後の対称変化率のクロスセクション ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 平均  $V_t$  を時系列 ( $t = 2, 3, \dots, T$ ) に計算する。

$$V_t = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K c_{kt}. \quad (4)$$

そして、景気指数の初期値  $I_1$  を設定し、対称変化率の計算方法 (1) より、景気指数は、

$$I_t = I_{t-1} \times \frac{200 + V_t}{200 - V_t}, \quad (5)$$

として計算される。本稿の地域別景気指数では、2005 年の年間平均値を 100 として再基準化が行われている。

本稿では、まず、北海道から九州までの各地域の生産指数、大型小売店実質販売額、有効求人数の月次データを構成指標として、コンポジット・インデックス (CI) による電力供給地域別景気指数を構築する。そして、構築された景気指数に基づき、地域別景気循環の構造変化に関する計量分析を行うという手順で分析を進める。

なお、本節の方法で試算された全国と地域別景気指数は 4 節の図 5 ~ 14 パネル A に図示されている。

### 3. 計量分析の方法

#### 3.1 複数の構造変化点を考慮したマルコフ切替モデル

本節では、渡部 (2009) により提案された景気循環の転換点と複数の構造変化点を同時に分析できる拡張型のマルコフ切替モデルについて説明する。

最初に、景気が拡張局面にあるか後退局面にあるかを示す離散の潜在変数、

$$S_t = \begin{cases} 0, & \text{景気拡張局面,} \\ 1, & \text{景気後退局面,} \end{cases} \quad (6)$$

( $t = 1, 2, \dots, T$ ) を定義する．ここで， $S_t$  はマルコフ過程にしたがって推移すると仮定され，その推移確率<sup>5)</sup> は以下のように 1 期前の状態  $S_{t-1}$  にのみ依存するとする．

$$\begin{aligned} \pi(S_t = 0 | S_{t-1} = 0) &= p_{00}, \\ \pi(S_t = 1 | S_{t-1} = 0) &= 1 - p_{00}, \\ \pi(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) &= p_{11}, \\ \pi(S_t = 0 | S_{t-1} = 1) &= 1 - p_{11}. \end{aligned} \quad (7)$$

すなわち， $p_{00}$  は  $t-1$  時点が景気拡張局面である時に  $t$  時点も景気拡張局面である確率， $p_{11}$  は  $t-1$  時点が景気後退局面である時に  $t$  時点も景気後退局面である確率を示している．したがって， $1 - p_{00}$  は景気が拡張局面から後退局面へ変化する確率， $1 - p_{11}$  は景気が後退局面から拡張局面へ変化する確率を示している．

次に，構造変化を表現するための離散の潜在変数  $D_t$  を定義する．ここで，標本  $T$  の間に構造変化点が  $N$  回 ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 存在し，その変化時点を  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$  で表記することとする．すなわち， $D_t$  は，

$$D_t = \begin{cases} 0, & 1 \leq t < \tau_1, \\ 1, & \tau_1 \leq t < \tau_2, \\ \vdots \\ n, & \tau_n \leq t < \tau_{n+1}, \\ \vdots \\ N-1, & \tau_{N-1} \leq t < \tau_N, \\ N, & \tau_N \leq t \leq T, \end{cases} \quad (8)$$

と書くことができる．ただし，データの開始時点と終了時点は  $D_1 = 0$ ， $D_T = N$  に設定する．また， $S_t$  と同様に  $D_t$  もマルコフ過程にしたがって推移すると仮定する．しかし，構造変化を表現するために， $t$  時点における  $D_t$  の推移は  $t-1$  時点の値にとどまるか，あるいは，1 だけ増加

するかのいずれかであり，減少したり，2 以上増加することはないものとする．したがって，推移確率は以下のように書くことができる．

$$\begin{aligned} \pi(D_t = 0 | D_{t-1} = 0) &= q_{00}, \\ \pi(D_t = 1 | D_{t-1} = 0) &= 1 - q_{00}, \\ \pi(D_t = 1 | D_{t-1} = 1) &= q_{11}, \\ \pi(D_t = 2 | D_{t-1} = 1) &= 1 - q_{11}, \\ &\vdots \\ \pi(D_t = N-1 | D_{t-1} = N-1) &= q_{N-1, N-1}, \\ \pi(D_t = N | D_{t-1} = N-1) &= 1 - q_{N-1, N-1}, \\ \pi(D_t = N | D_{t-1} = N) &= 1. \end{aligned} \quad (9)$$

すなわち， $q_{00}$  は  $t-1$  時点で構造変化が生じていない時に  $t$  時点も構造変化が生じない確率，一方， $1 - q_{00}$  は  $t$  時点で構造変化が生じる確率を示している．同様に， $q_{N-1, N-1}$  は  $t-1$  時点が  $N-1$  回目の構造変化が生じた後の状態にある時に  $t$  時点で構造変化が生じない確率， $1 - q_{N-1, N-1}$  は  $t$  時点で  $N$  回目の構造変化が生じる確率をそれぞれ示している．ただし， $\pi(D_t = N | D_{t-1} = N) = 1$  というのは，一度， $N$  回目の構造変化が生じた後は他の状態には推移せず，その状態に留まることを示している．

上記の設定の下， $y_t$  を  $t$  時点の景気指数  $I_t$  の変化率，

$$y_t = (\ln I_t - \ln I_{t-1}) \times 100, \quad (10)$$

とすると，本稿の分析で利用する拡張型のマルコフ切替モデルは以下の通りである．

$$y_t - \mu_t = \phi(y_{t-1} - \mu_{t-1}) + \varepsilon_t, \quad |\phi| < 1, \quad (11)$$

$$\varepsilon_t \sim \text{i.i.d.} N(0, \sigma^2), \quad (12)$$

$$\mu_t = \mu_{0t}(1 - S_t) + \mu_{1t}S_t, \quad \mu_{0t} > \mu_{1t}, \quad (13)$$

ここで，誤差項  $\varepsilon_t$  は過去と独立で同一 (identically and independently distributed) な正規分布にしたがうと仮定する． $\mu_t$  は景気指数の平均成長率を示し， $\mu_t$  が一定の場合は単純な 1 次の自己回帰モデルである．(13) では，景気指数の平均成

<sup>5)</sup> 表記の簡単化のため，本稿では確率関数および確率密度関数をすべて  $\pi(\cdot)$  により表す．

長率  $\mu_t$  は景気局面  $S_t$  に依存して変化し、景気拡張局面の時に  $\mu_{0t}$ 、景気後退局面の時に  $\mu_{1t}$  へ変化することを示している。さらに、ここでは各局面の平均成長率が構造変化が生じるたびに変化することを仮定する。すなわち、

$$\mu_{0t} = \begin{cases} m_{00}, & D_t = 0, \\ m_{01}, & D_t = 1, \\ \vdots \\ m_{0,N-1}, & D_t = N-1, \\ m_{0N}, & D_t = N, \end{cases} \quad (14)$$

$$\mu_{1t} = \begin{cases} m_{10}, & D_t = 0, \\ m_{11}, & D_t = 1, \\ \vdots \\ m_{1,N-1}, & D_t = N-1, \\ m_{1N}, & D_t = N. \end{cases} \quad (15)$$

となる。つまり、本稿のモデルでは、景気指数の平均成長率  $\mu_t$  は景気局面と構造変化に応じて変化するが、自己回帰係数  $\phi$  と誤差項の分散  $\sigma^2$  は両者に関わらず一定ということが仮定されている。なお、渡部 (2009) は  $\sigma^2$  も構造変化に応じてシフトすることを許すモデルを推定しているが、周辺尤度に基づくモデル選択の結果、 $\sigma^2$  は構造変化に関わらず一定との結果が示されている。本稿では、この (6) から (15) で示された平均成長率のみが変化するモデルについて、その構造変化の回数 ( $N = 0, 1, 2, 3$ ) をモデル選択により決定した上で、各地域景気の構造変化点の時期の相違や各地域にどのような構造変化が生じたのかといった実証分析を行った。

なお、分析にはマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法によるベイズ推定を採用した<sup>6)</sup>。その理由は、ベイズ推定を利用することにより、景

<sup>6)</sup> ベイズ推定についての詳細は和合 (2005) や中妻 (2007) を参照されたい。

気転換点と構造変化点をモデル・パラメータの不確実性を考慮して推定でき、かつ、モデル選択の際の局外パラメータの問題を回避できるといった利点があるためである。

### 3.2 マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定

ここでは、上記モデルのマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法によるベイズ推定について説明する。景気指数の成長率、

$$\tilde{y}_T = \{y_1, y_2, \dots, y_T\},$$

が与えられた時、上記のモデルで推定される未知のモデル・パラメータの集合を

$$\tilde{\theta} = \{\tilde{m}, \phi, \sigma^2, \tilde{p}, \tilde{q}\},$$

と表記する。ここで、

$$\tilde{m} = \{m_{00}, m_{01}, \dots, m_{0N}, m_{10}, m_{11}, \dots, m_{1N}\},$$

$$\tilde{p} = \{p_{00}, p_{11}\},$$

$$\tilde{q} = \{q_{00}, q_{11}, \dots, q_{N-1, N-1}\}.$$

である。さらに、未知の潜在変数である景気局面を示す  $S_t$  と構造変化を示す  $D_t$  の時系列を、

$$\tilde{S}_T = \{S_1, S_2, \dots, S_T\},$$

$$\tilde{D}_T = \{D_1, D_2, \dots, D_T\},$$

と表記する。

従来のベイズ推定は、パラメータ ( $\tilde{\theta}$ ) の事前分布を、ベイズの定理、

$$\pi(\tilde{\theta} | \tilde{y}_T) = \frac{\pi(\tilde{\theta})\pi(\tilde{y}_T | \tilde{\theta})}{\pi(\tilde{y}_T)}, \quad (16)$$

に基づいて、データ  $\tilde{y}_T$  を観測した後の事後分布に更新するというものである。本稿のマルコフ切替モデルには、潜在変数として  $\tilde{S}_T$  と  $\tilde{D}_T$  が含まれているので、データ拡大法を用い、

$$\pi(\tilde{\theta}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T | \tilde{y}_T), \quad (17)$$

の事後分布を考えることによりギブズ・サンプラーを構築することが可能である．そこから発生させた乱数の分布は，サンプリング回数を増加させるにつれて，(17) の同時事後分布に分布収束することが知られている．ここで，収束までの初期値に依存する部分を burn-in 期間と呼び，その部分のサンプルは削除し，分析には用いない．(16) は (17) の周辺分布であるので，(17) から得られた  $\tilde{\theta}$  のサンプルは (16) からサンプルされたものと考えることができる．このサンプルを用いて事後分析を行う．

本稿のマルコフ切替モデルでは，各モデル・パラメーターと潜在変数の全条件付事後分布，

1.  $\pi(\tilde{p} | \tilde{S}_T)$ ,
2.  $\pi(\tilde{q} | \tilde{D}_T)$ ,
3.  $\pi(\tilde{S}_T | \tilde{\theta}, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T)$ ,
4.  $\pi(\tilde{D}_T | \tilde{\theta}, \tilde{S}_T, \tilde{y}_T)$ ,
5.  $\pi(\tilde{m} | \tilde{\theta}_{-\tilde{m}}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T)$ ,
6.  $\pi(\tilde{\phi} | \tilde{\theta}_{-\phi}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T)$ ,
7.  $\pi(\tilde{\sigma}^2 | \tilde{\theta}_{-\sigma^2}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T)$ ,

からギブズ・サンプリングを構築することができる<sup>7)</sup>．ここで， $\tilde{\theta}_{-\tilde{m}}$  は  $\tilde{\theta}$  に含まれる  $\tilde{m}$  以外のすべてのパラメーターを意味する．

MCMC によるベイズ推定では，分析の前に，推測に用いるサンプルが同時事後分布 (17) からサンプリングされた確率変数に分布収束しているかを確認する必要がある．本稿では，その収束診断方法として Geweke (1992) により提案された CD 統計量を用いている．この方法は，burn-in 期間以降の各パラメーターのサンプルの前半と後半でパラメータ  $\theta$  の期待値が同じかどうかを仮説検定することで事後分布への収束

判定を行うものである．具体的には，前半のサンプルの標本平均を  $m_A$ ，その標準誤差の 2 乗を  $s_A^2$ ，後半のサンプルの標本平均を  $m_B$ ，その標準誤差の 2 乗を  $s_B^2$  とすると，CD 統計量は次のように計算できる．

$$CD = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{s_A^2 + s_B^2}}. \quad (18)$$

もし，ギブズ・サンプリングが収束していれば，CD 統計量は漸近的に標準正規分布にしたがう．ただし，MCMC によるサンプルはランダム・サンプルでないので，サンプリングされた値は自己相関を持っている．そこで，本稿では，Shephard and Pitt (1997) にしたがって Parzen window を用いて  $s_A^2$  と  $s_B^2$  を計算した<sup>8)</sup>．

### 3.3 ベイズ統計のモデル選択法

本稿では，与えられた推定期間に何回の構造変化が生じたかということ調べるために，ベイズ統計に基づくモデル選択法を利用する．以下ではその方法について述べる．

ベイズ統計のモデル選択では，候補のモデルそれぞれの事後確率を計算し，その事後確率をもっとも大きいモデルが選択される．データ  $\tilde{y}_T$  を所与とすると，モデル  $M_i$  の事後確率は，ベイズの定理より，

$$\pi(M_i | \tilde{y}_T) = \frac{\pi(M_i)\pi(\tilde{y}_T | M_i)}{\pi(\tilde{y}_T)}, \quad (19)$$

と書くことができる．ここで，右辺の  $\pi(M_i)$  はモデルの事前確率と呼ばれ，分析者がデータを観察する前に  $M_i$  が正しいと信じる度合いを示すものである． $\pi(\tilde{y}_T | M_i)$  は周辺尤度と呼ばれている．通常，右辺分母にある  $\pi(\tilde{y}_T)$  は計算することが難しいので，実際にはモデル  $M_i$  と  $M_j$  の事後確率の比率である事後オッズ比，

<sup>7)</sup> 全条件付事後分布のとそのサンプリング方法については，補論 A を参照されたい．

<sup>8)</sup> Parzen window のバンド幅は前半の 2,000 個のサンプルでは 200，後半の 10,000 個のサンプルでは 1,000 とした．

$$PO_{ij} = \frac{\pi(M_i | \tilde{y}_T)}{\pi(M_j | \tilde{y}_T)} = \frac{\pi(M_i)\pi(\tilde{y}_T | M_i)}{\pi(M_j)\pi(\tilde{y}_T | M_j)}, \quad (20)$$

を用いてモデル選択が行われる。\$PO\_{ij}\$ が 1 より大きければ、モデル \$M\_i\$ が選ばれ、1 より小さければ、モデル \$M\_j\$ が選ばれる。

なお、(20) 右辺の \$\pi(M\_i)/\pi(M\_j)\$ はモデルの事前確率の比率である。\$\pi(\tilde{y}\_T | M\_i)/\pi(\tilde{y}\_T | M\_j)\$ は周辺尤度の比率であり、ベイズ・ファクターと呼ばれている。分析者がモデルに関する事前情報を持たない場合には、モデルの事前確率の比率を 1 とし、ベイズ・ファクターのみでモデル選択を行えば良い。この場合は周辺尤度の大きいモデルが選択されることになる。

周辺尤度は、パラメータの事後分布の分子を積分することにより得ることができるが、解析的に計算できない場合が多いので、MCMC により得られたサンプルを用いて計算する方法が提案されている。本稿では、Geweke (1999) による修正調和平均推定量を用いた。

## 4. 実証分析の結果

### 4.1 各地域における構造変化点の回数

本節では、上記で説明したモデルとベイズ統計による分析方法を、北海道から九州までの電力供給地域別景気指数に適用し、景気循環の構造変化が全国のケースと同様に各地域の景気循環にも生じていたのか、また、生じていた場合に、構造変化の生じた時期が各地域で一様であったのか、について検証する。また、速報的ではあるが、東日本大震災の発生が各地域の景気循環に及ぼした影響についても確認する。

全国・各地域の景気指数は成長率表示 \$y\_t\$ に変換されている。すなわち、景気指数を自然対数化して 1 次の階差をとった上で 100 倍した値を \$y\_t\$ として用いている。標本期間は 1982 年 1 月から 2011 年 7 月であり、データ数は 355 個であ

る。本稿では、それらのデータを (6) ~ (15) のマルコフ切替モデルに適用している。さらに、各地域の構造変化点の数と時期を調べるために、構造変化点の回数 (\$N = 0, 1, 2, 3\$) が異なる 4 種類のモデルを地域ごとに推定し、計算された対数周辺尤度がもっとも大きいモデルを選択することにより、各地域の構造変化点の数や時期を特定化した。

なお、構造変化点の回数が 3 回までとした理由は以下の通りである。本稿のモデルでは、構造変化の生じる間隔が 53 ヶ月以上<sup>9)</sup>となるように制約がかけられており、構造変化点の回数を 4 回とするモデルではその制約を満たすサンプリングが得られなかった場合があったためである。

各パラメータの事前分布には自然共役な分布を設定した。すなわち、

$$\phi \sim N(0, 10) \times I[|\phi| < 1],$$

$$\begin{bmatrix} m_{0n} \\ m_{1n} \end{bmatrix} \sim N \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \right)$$

$$\times I[m_{0n} > m_{1n}], \quad n = 0, \dots, N,$$

$$\frac{1}{\sigma^2} \sim G(3, 2),$$

$$p_{ii} \sim \beta(9, 1), \quad i = 0, 1,$$

$$q_{nn} \sim \beta(9, 0.1), \quad n = 0, \dots, N-1,$$

である。ここで、\$N(\cdot, \cdot)\$ は正規分布、\$G(\cdot, \cdot)\$ はガンマ分布、\$\beta(\cdot, \cdot)\$ はベータ分布を表す。また、\$I[|\phi| < 1]\$、\$I[m\_{0n} > m\_{1n}]\$ は括弧の中の条件を満たせば 1、そうでなければ 0 となる指示関数である。また、すべてのモデルは、最初の 40,000 回を burn-in 期間として捨て、その後の 20,000 回のサンプルを用いて、パラメータの事後分析や対数周辺尤度の計算が行われている。

表 2 は構造変化の回数が異なるモデルから計

<sup>9)</sup> 内閣府が計測している戦後景気循環の 1 循環（谷から谷）の平均月数は約 53 ヶ月である。

表2 対数周辺尤度

Table 2: Log marginal likelihood

	構造変化点の数			
	0	1	2	3
全国	-346.48 ( 0.01)	-319.70 ( 0.01)	-316.78 ( 0.16)	<b>-314.43</b> ( 0.03)
北海道	-336.56 ( 0.05)	-335.26 ( 0.11)	<b>-333.64</b> ( 0.06)	-338.73 ( 0.08)
東北	-303.90 ( 0.01)	-276.38 ( 0.02)	-277.20 ( 0.07)	<b>-273.57</b> ( 0.07)
関東	-346.94 ( 0.01)	-319.93 ( 0.02)	-316.23 ( 0.02)	<b>-314.29</b> ( 0.03)
北陸	-395.39 ( 0.01)	-393.77 ( 0.07)	-391.62 ( 0.04)	<b>-390.30</b> ( 0.11)
中部	-338.99 ( 0.02)	-329.68 ( 0.02)	<b>-328.00</b> ( 0.07)	-328.72 ( 0.04)
関西	-378.58 ( 0.00)	-376.57 ( 0.55)	-376.74 ( 0.26)	<b>-374.89</b> ( 0.46)
中国	-364.94 ( 0.01)	<b>-360.68</b> ( 0.12)	-361.35 ( 0.35)	-360.88 ( 0.07)
四国	-387.67 ( 0.01)	-386.59 ( 0.26)	<b>-384.74</b> ( 0.19)	-385.36 ( 0.08)
九州	-347.47 ( 0.05)	-340.90 ( 0.01)	-337.22 ( 0.10)	<b>-336.52</b> ( 0.04)

(注) 対数周辺尤度は Geweke (1999) による修正調和平均推定量である。( ) 内は標準誤差である。

算された対数周辺尤度の値を地域別にまとめたものである。全国についてみると、対数周辺尤度は3回の構造変化点を持つモデルが-314.4と最も大きい。このことから、推定期間中に景気循環の構造変化は全国では3回生じていたと言える。全国と同様に3回の構造変化点を持つモデルが選択された地域は東北、関東、北陸、関西、九州の5地域であった。一方、北海道、中部、四国は2回、中国は1回の構造変化点を持つモデルが選択された。このことから、各地域の景気循環は、全国と同様に各地域で構造変化が生じていることは確認されたが、構造変化の回数は地域によって異なり、地域間で様でないことがわかった。

## 4.2 マルコフ切替モデルの推定結果

ここでは各地域のマルコフ切替モデル(MSモデル)の推定結果について説明する。各表に

表3 全国MSモデルの推定結果(N=3)

Table 3: Estimation results for Japanese MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.330	0.057	-0.440	-0.218	-0.61
$\sigma^2$	0.253	0.021	0.217	0.297	-0.25
$m_{00}$	1.062	1.787	-0.391	5.975	0.63
$m_{10}$	-1.201	1.735	-6.044	0.182	0.41
$m_{01}$	0.443	0.159	0.206	0.757	-0.96
$m_{11}$	-0.015	0.516	-0.462	0.229	-0.81
$m_{02}$	0.173	0.043	0.082	0.249	-0.49
$m_{12}$	-0.399	0.082	-0.589	-0.276	-0.72
$m_{03}$	0.357	0.077	0.208	0.510	-0.35
$m_{13}$	-2.458	0.219	-2.874	-2.021	-0.13
$p_{00}$	0.958	0.016	0.921	0.983	1.24
$p_{11}$	0.921	0.031	0.849	0.968	1.37
$q_{00}$	0.938	0.063	0.764	0.998	-0.02
$q_{11}$	0.988	0.012	0.957	1.000	1.65
$q_{22}$	0.995	0.006	0.981	1.000	-0.50

は burn-in 期間以降の 20,000 個のサンプルを用いて計算された事後分布の平均、標準偏差、95% 信用区間、CD 統計量が記載されている。95% 信用区間は、値の小さい順にサンプルを並べ替え、その下側 2.5% 点と上側 2.5% 点をとったものである。CD と示されている CD 統計量は 20,000 個のサンプルのうち前から 2,000 個を前半のサンプル、後から 10,000 個を後半のサンプルとして (18) により計算されている。また、CD 統計量の値によれば、ほとんどのパラメータにおいて、ギブス・サンプリングが収束しているという帰無仮説が有意水準 1% で受容されている。なお、各表にあるパラメータを示す記号は (7), (9), (11), (12), (14), (15) のものである。

表3は全国の推定結果を示したものである。対数周辺尤度によるモデル選択の結果から全国の場合では3回の構造変化点を持つモデルが選択されている。図5Dの各構造変化の事後確率<sup>10)</sup>が最も高い時点を構造変化点の推定値

<sup>10)</sup> 例えば、3回の構造変化点を持つモデルでは、サンプリングされた  $\hat{D}_T$  には  $D_{t-1} < D_t$  となる点が3

とすると、第1構造変化点は1982年8月、第2構造変化点は「バブル経済」崩壊後の時期にあたる1991年7月、第3構造変化点は「リーマン・ショック」直後の時期にあたる2008年12月であったと言える。

次に、景気指数の局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2, 3$ ) をみると<sup>11)</sup>、拡張局面の平均成長率は、第2構造変化点(1991年7月)を境に0.44%から0.17%に低下した後、第3構造変化点(2008年12月)の前後では0.17%から0.36%に上昇したことがわかる。一方、後退局面の平均成長率(-0.02% → -0.40% → -2.46%)は一貫して低下していったことがわかる。このことから「バブル経済」崩壊前後に生じた構造変化は景気拡大と後退の両局面で平均成長率を低下させ、「リーマン・ショック」を境に生じた構造変化は拡大局面の平均成長率を上昇、後退局面の平均成長率を低下させたと言える。なお、このような局面平均成長率が構造変化に応じてシフトする様子は図5Bの実線に描かれている。自己回帰係数である $\phi$ (-0.33)は95%信用区間の結果から負であることがわかる。この結果は内閣府の景気動向指数(CI)を分析対象とした渡部(2009)でも同様の結果が得られている。

景気拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差 ( $m_{0n} - m_{1n}$ ) は、第2構造変化点(1991年7月)を境に0.46%から0.57%に僅かに拡大した後、第3構造変化点(2008年12月)の後には2.8%と大幅に拡大している。このことから、全国では2回の構造変化時点のいずれにおいても景気循環の振幅が拡大したことがわかる。

カ所ある。したがって、構造変化点の事後確率は、20,000回のサンプルごとにそれらの点を抽出し、そのヒストグラムを描くことにより示すことができる。

<sup>11)</sup> 第1構造変化点までの局面平均成長率  $m_{00}, m_{10}$  の事後分布は、事後標準偏差が大きく、推定の精度が低いと考え、分析の対象としなかった。これは北海道から九州までの地域別の推定結果についても同様である。

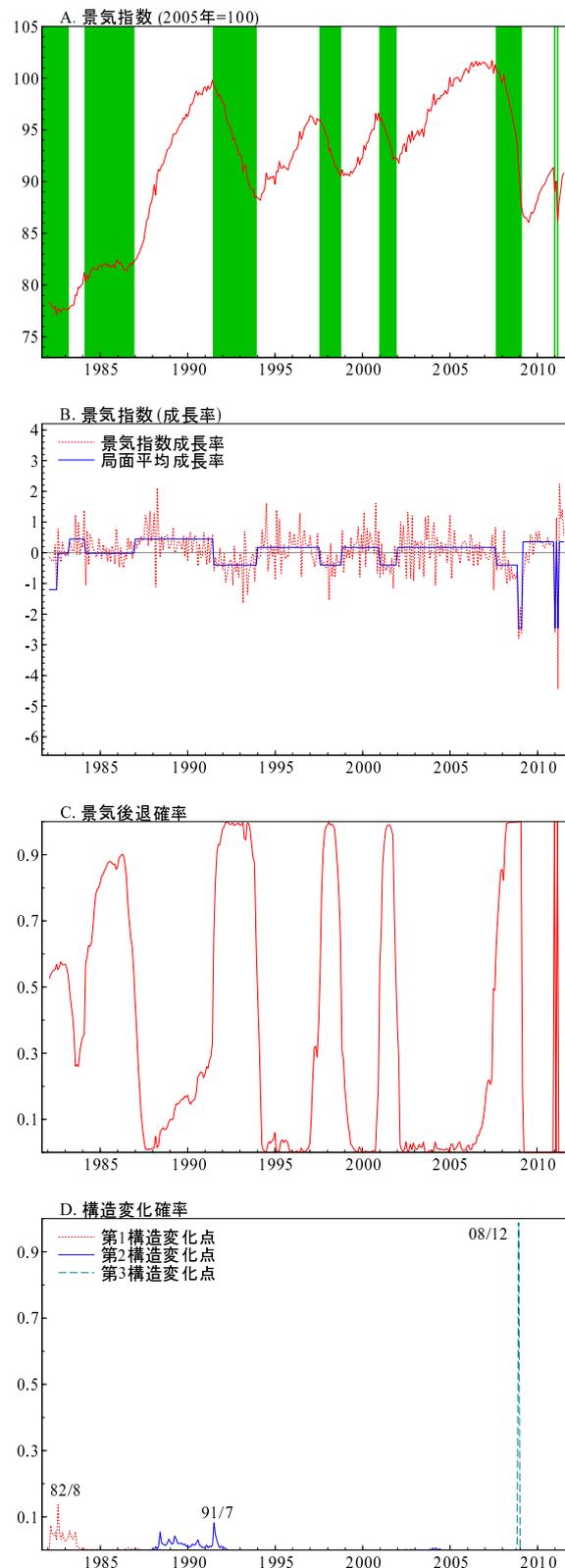


図5 全国景気指数

Figure : Business index for Japan

(注) パネルAの網掛け部分はパネルCの景気後退の事後確率が0.5を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

表 4 東北 MS モデルの推定結果 (  $N = 3$  )

Table 4: Estimation results for Tohoku MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.151	0.077	-0.301	-0.003	-0.64
$\sigma^2$	0.208	0.018	0.175	0.246	1.07
$m_{00}$	0.435	1.151	-0.519	3.950	-1.50
$m_{10}$	-1.451	1.868	-6.390	0.159	-0.16
$m_{01}$	0.223	0.085	0.069	0.421	-0.03
$m_{11}$	-0.278	0.567	-1.045	0.077	0.11
$m_{02}$	0.116	0.050	0.000	0.202	-0.90
$m_{12}$	-0.757	0.185	-1.195	-0.473	-0.57
$m_{03}$	1.587	0.201	1.192	1.981	-1.34
$m_{13}$	-5.479	0.706	-6.636	-3.994	0.48
$p_{00}$	0.964	0.016	0.928	0.988	0.01
$p_{11}$	0.892	0.047	0.779	0.960	-0.82
$q_{00}$	0.947	0.064	0.770	0.999	-0.36
$q_{11}$	0.992	0.008	0.969	1.000	-0.87
$q_{22}$	0.992	0.009	0.968	1.000	-0.28

表 4 は東北の推定結果を示したものである。モデル選択の結果から東北のケースでは 3 回の構造変化点を持つモデルが選択されている。図 6 D の構造変化点の事後確率をみると、第 1 構造変化点は 1982 年 8 月、第 2 構造変化点は複数の大手金融機関が破綻した「平成金融危機」の時期にあたる 1998 年 1 月、第 3 構造変化点は東日本大震災が発生した 2011 年 3 月であった可能性が高い。

景気指数の局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2, 3$ ) についてみると、拡張局面の平均成長率は、第 2 構造変化点 (1998 年 1 月) を境に 0.22 % から 0.12 % に低下したあと、第 3 構造変化点 (2011 年 3 月) を経て 1.59 % に大きく上昇した。一方、後退局面の平均成長率は、第 2 構造変化点を境に -0.28 % から -0.76 % へ低下し、第 3 構造変化点の後では -5.48 % まで低下した。自己回帰係数である  $\phi$  は -0.15 と全国の結果と同様に負の値を示している。

景気循環の振幅を示す拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差 ( $m_{0n} - m_{1n}$ ) は、第 2 構造変化点以降の 2 回の構造変化により、一貫して

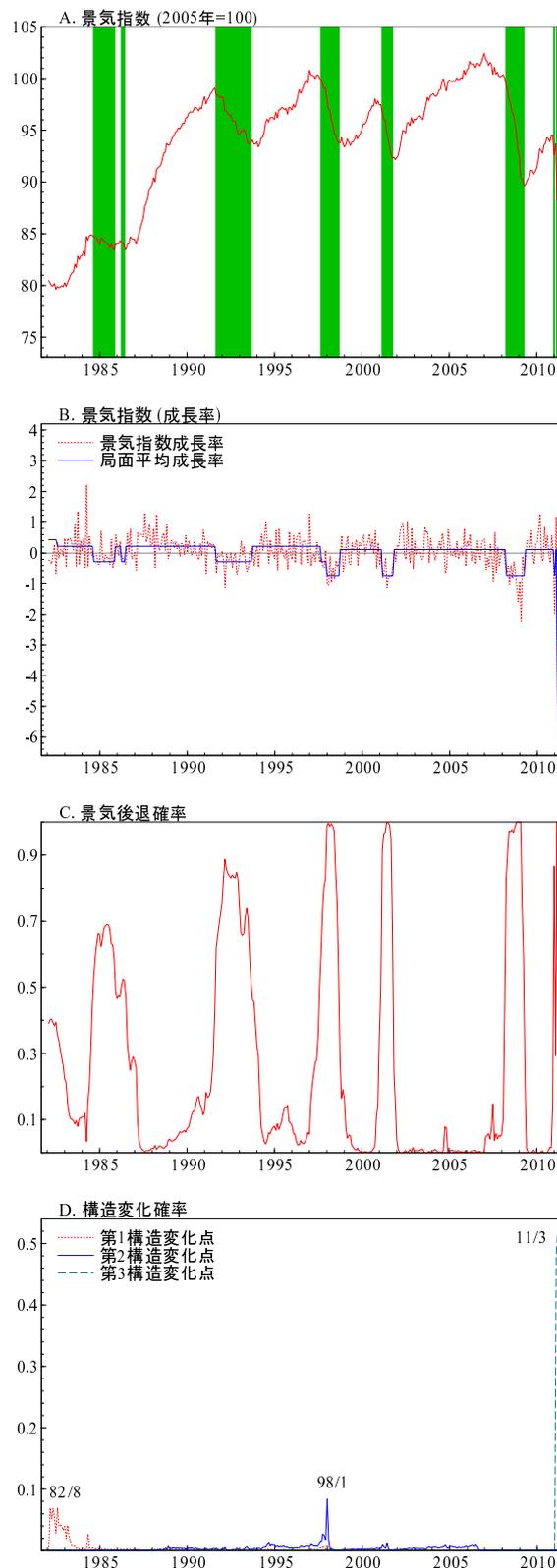


図 6 東北景気指数

Figure : Business index for Tohoku

(注) パネル A の網掛け部分は パネル C の景気後退の事後確率が 0.5 を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

拡大している．第3構造変化点以降の振幅の大幅拡大は，東日本大震災が東北の景気循環に対し多大なショックを与えたことを示している．

表5 関東 MS モデルの推定結果 ( $N = 3$ )

Table 5: Estimation results for Kanto MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.283	0.060	-0.399 -0.164	0.42	
$\sigma^2$	0.255	0.021	0.218 0.298	0.36	
$m_{00}$	0.188	1.244	-0.806 4.321	1.97	
$m_{10}$	-1.952	1.892	-6.578 0.081	1.56	
$m_{01}$	0.209	0.040	0.135 0.288	0.13	
$m_{11}$	-0.344	0.086	-0.485 -0.200	0.59	
$m_{02}$	0.089	0.059	-0.033 0.201	-0.45	
$m_{12}$	-0.902	0.111	-1.118 -0.688	0.60	
$m_{03}$	1.451	0.209	1.042 1.862	-1.48	
$m_{13}$	-3.831	0.502	-4.973 -2.961	-1.07	
$p_{00}$	0.970	0.013	0.940 0.990	-2.31	
$p_{11}$	0.917	0.033	0.842 0.968	-1.85	
$q_{00}$	0.932	0.072	0.735 0.999	-0.69	
$q_{11}$	0.996	0.004	0.984 1.000	-0.65	
$q_{22}$	0.987	0.013	0.953 1.000	-0.61	

表5は関東の推定結果を示したものである．モデル選択の結果から関東のケースでは3回の構造変化点を持つモデルが選択されている．図7Dの構造変化点の事後確率をみると，第1構造変化点は1982年6月，第2構造変化点は2004年3月，第3構造変化点は2011年3月であった可能性が高い．第2構造変化点が生じた2004年3月は「バブル経済」崩壊後の過剰債務や過剰設備などの削減といった構造調整が一巡した後に生じた2002年1月から2008年2月にかけての長い景気拡張局面の最中にあたる．一方，第3構造変化点が生じた2011年3月は東日本大震災の発生月である．

局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2, 3$ ) についてみると，拡張局面の平均成長率は，第2構造変化点(2004年3月)を境に0.21%から0.09%に低下したあと，第3構造変化点(2011年3月)の後は1.45%に上昇している．一方，後退局面の平均成長率は，第2構造変化点を境に

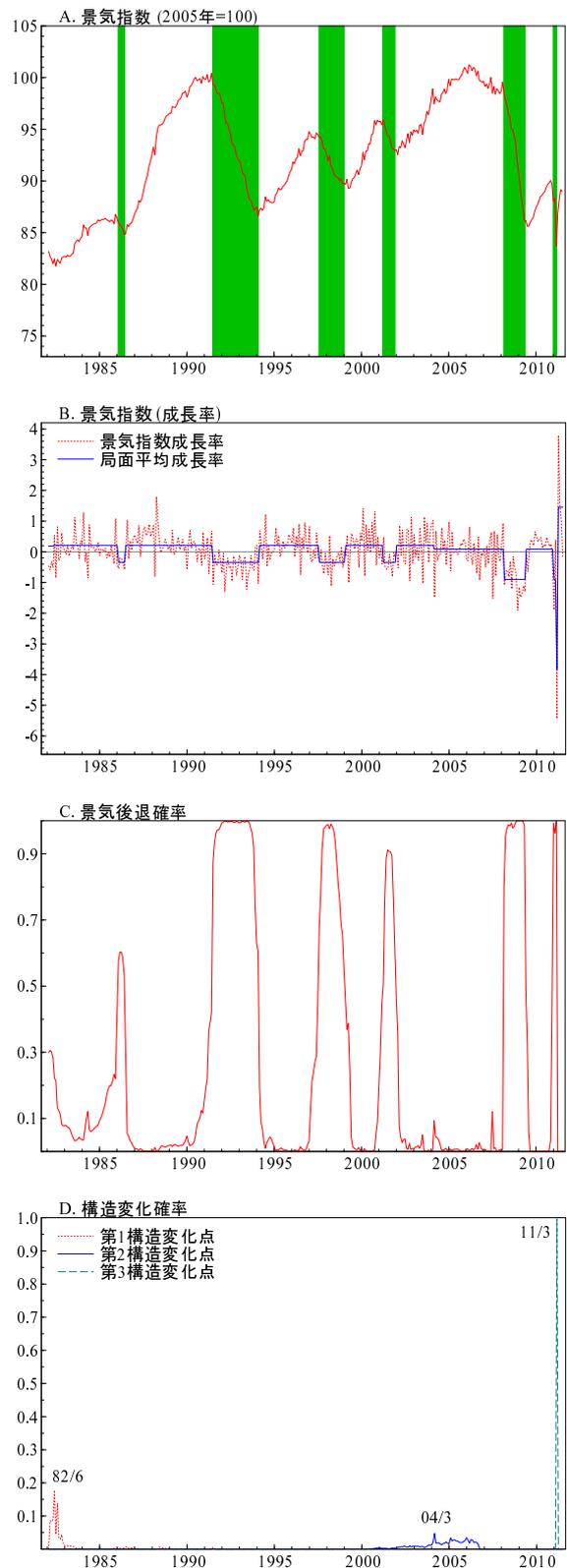


図7 関東景気指数

Figure : Business index for Kanto

(注) パネルAの網掛け部分はパネルCの景気後退の事後確率が0.5を上回っている局面，すなわち，景気後退局面を示している．

-0.34% から -0.90% へ低下し、第3 構造変化点の後では -3.83% まで低下している。また、自己回帰係数の  $\phi$  は -0.28 と全国の結果と同様に負の値を示す。

景気循環の振幅についてみると、拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差 ( $m_{0n} - m_{1n}$ ) は、第2 構造変化点以降の2 回の構造変化により 0.55%、0.99%、5.28% と拡大している。第3 構造変化点後の振幅の大幅拡大は、東北と同様に東日本大震災が関東の景気循環に対し大きなショックを及ぼしたことを示している。

表6 北陸 MS モデルの推定結果 ( $N = 3$ )

Table 6: Estimation results for Hokuriku MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.310	0.057	-0.421 -0.195	-0.32	
$\sigma^2$	0.416	0.036	0.351 0.490	1.64	
$m_{00}$	1.121	1.479	-0.650 5.272	0.11	
$m_{10}$	-1.392	1.786	-5.636 1.786	1.16	
$m_{01}$	0.313	0.526	0.055 1.595	0.58	
$m_{11}$	-0.380	0.949	-3.441 0.209	0.28	
$m_{02}$	0.372	0.593	-0.015 2.201	-1.48	
$m_{12}$	-0.411	0.422	-1.275 0.091	-2.17	
$m_{03}$	0.268	0.231	0.042 0.481	0.93	
$m_{13}$	-1.669	0.506	-2.932 -0.855	1.53	
$p_{00}$	0.951	0.034	0.857 0.989	2.70	
$p_{11}$	0.891	0.063	0.738 0.984	1.84	
$q_{00}$	0.916	0.082	0.697 0.998	0.09	
$q_{11}$	0.991	0.010	0.964 1.000	-0.22	
$q_{22}$	0.992	0.009	0.967 1.000	-1.19	

表6 は北陸の推定結果を示したものである。モデル選択の結果から北陸では3 回の構造変化点を持つモデルが選択されている。図8 D の構造変化点の事後確率をみると、第1 構造変化点は1982年4月、第2 構造変化点は2002年4月(この時期は2002年1月から2008年2月にかけての長い景気拡張局面にあたる)、第3 構造変化点は「リーマン・ショック」直後の時期にあたる2008年11月であった可能性が高い。

景気指数の局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2, 3$ ) の事後平均についてみると、拡張局面の

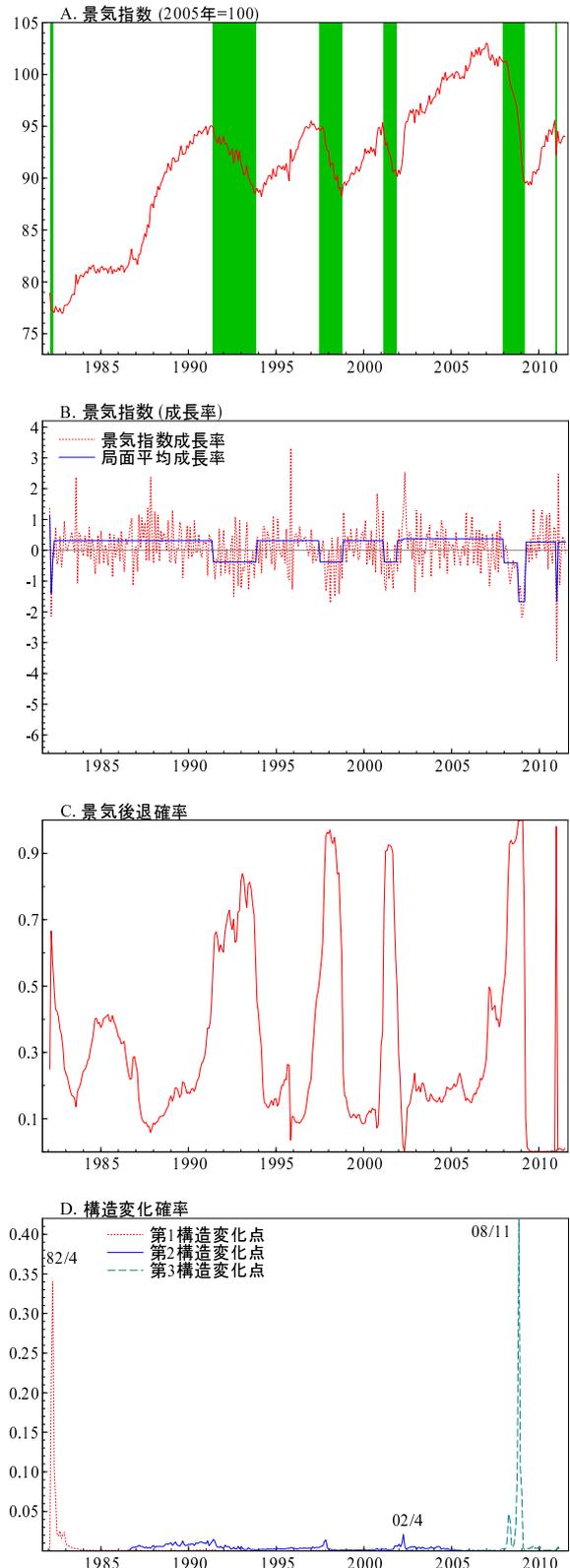


図8 北陸景気指数

Figure: Business index for Hokuriku

(注) パネル A の網掛け部分は パネル C の景気後退の事後確率が 0.5 を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

平均成長率は、第2構造変化点(2002年4月)を境に0.31%から0.37%に上昇し、第3構造変化点(2008年11月)をはさんで0.27%に低下している。ただし、いずれも0.3%近辺での小幅な変化と言える。一方、後退局面の平均成長率は、第2構造変化点を境に-0.38%から-0.41%へ低下し、第3構造変化点の後では-1.67%まで低下している。また、自己回帰係数である $\phi$ は-0.31と全国の結果と同様に負の値を示す。

景気循環の振幅についてみると、第2構造変化点と第3構造変化点に生じた2回の構造変化により、拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差( $m_{0n} - m_{1n}$ )は0.69%、0.78%、1.94%と拡大していることがわかる。ここで、第3構造変化点後における振幅の大幅な拡大は「リーマン・ショック」後の景気指数の急低下と急回復を反映したものである。

表7 中部MSモデルの推定結果(N=2)

Table 7: Estimation results for Chubu MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.370	0.055	-0.476	-0.262	-2.55
$\sigma^2$	0.289	0.024	0.246	0.339	-0.17
$m_{00}$	0.526	1.360	-0.444	4.873	0.48
$m_{10}$	-1.517	1.887	-6.378	0.346	0.27
$m_{01}$	0.181	0.042	0.098	0.258	0.31
$m_{11}$	-0.292	0.127	-0.474	-0.134	0.94
$m_{02}$	0.228	0.098	0.051	0.414	-0.12
$m_{12}$	-1.656	0.289	-2.170	-1.132	-0.98
$p_{00}$	0.963	0.018	0.921	0.988	0.67
$p_{11}$	0.901	0.039	0.812	0.962	1.39
$q_{00}$	0.939	0.068	0.752	0.999	0.39
$q_{11}$	0.996	0.005	0.985	1.000	0.99

表7は中部の推定結果を示したものである。モデル選択の結果から中部では2回の構造変化点を持つモデルが選択されている。図9Dの構造変化点の事後確率をみると、第1構造変化点は1982年3月、第2構造変化点は「リーマン・ショック」後にあたる2008年10月であった可能性が高い。全国と他の多くの地域では1990年

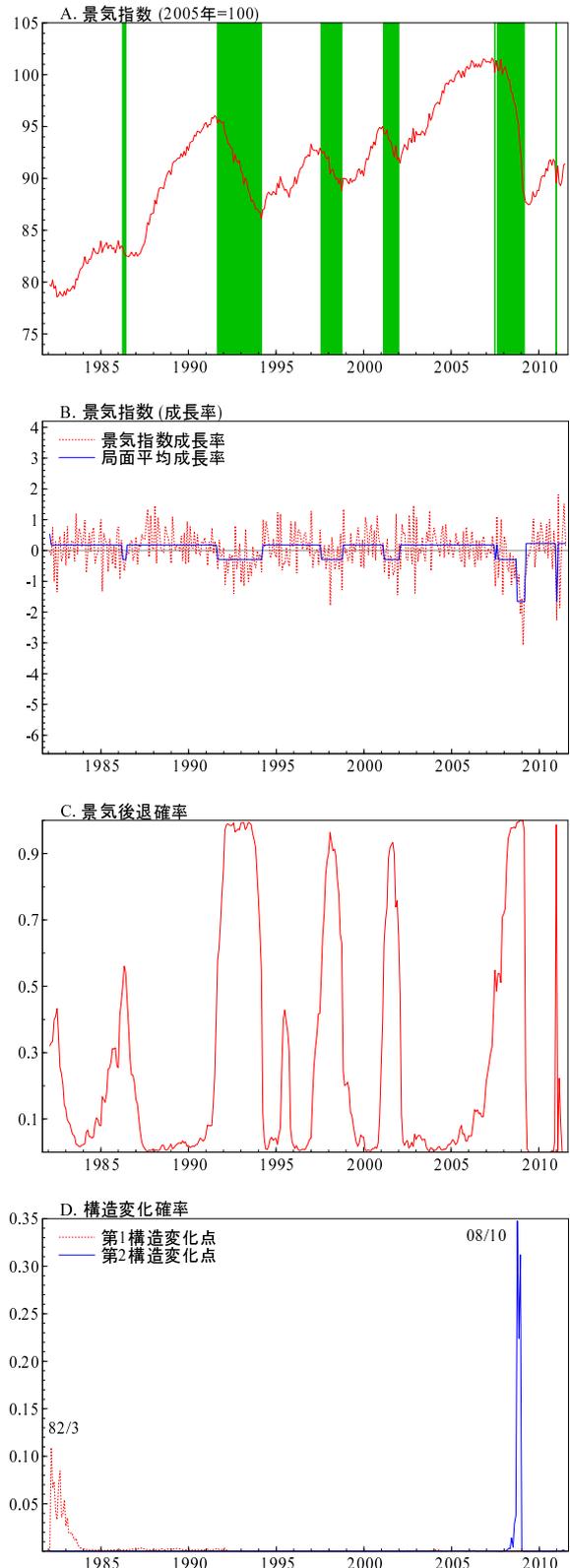


図9 中部景気指数

Figure: Business index for Chubu

(注) パネルAの網掛け部分はパネルCの景気後退の事後確率が0.5を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

代初頭の「バブル経済」崩壊後の時期や 1998 年から 2004 年の間に構造変化点が検出されているが、中部では他の地域と異なりこれらの時期に構造変化点が検出されなかった。

景気指数の局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2$ ) の事後平均についてみると、第 2 構造変化点 (2008 年 10 月) を境にして、拡張局面の平均成長率は 0.18 % から 0.23 % への小幅な上昇に留まったのに対し、後退局面の平均成長率は、第 2 構造変化点を境に -0.29 % から -1.66 % へ大幅に低下した。なお、自己回帰係数である  $\phi$  の事後平均は -0.37 と全国の結果と同様に負の値を示している。

景気循環の振幅についてみると、拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差 ( $m_{0n} - m_{1n}$ ) は 0.47 % から 1.88 % へ拡大した。北陸と同様、この振幅の拡大は「リーマン・ショック」後の景気の大幅な落ち込みとその後の回復を反映したものである。

表 8 関西 MS モデルの推定結果 ( $N = 3$ )

Table 8: Estimation results for Kansai MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.292	0.062	-0.408 -0.166	0.88	
$\sigma^2$	0.371	0.034	0.309 0.443	-0.75	
$m_{00}$	0.777	1.546	-0.487 5.415	-1.71	
$m_{10}$	-1.061	1.673	-5.808 0.210	1.65	
$m_{01}$	0.642	0.733	0.044 3.273	1.01	
$m_{11}$	-0.267	0.817	-2.864 0.227	-1.65	
$m_{02}$	0.227	0.206	0.081 0.350	-1.22	
$m_{12}$	-0.404	0.266	-0.597 -0.163	1.11	
$m_{03}$	0.194	0.237	-0.031 0.408	-1.65	
$m_{13}$	-1.339	0.430	-2.054 -0.591	-0.51	
$p_{00}$	0.959	0.019	0.913 0.987	-1.25	
$p_{11}$	0.934	0.028	0.869 0.977	-0.37	
$q_{00}$	0.951	0.059	0.784 0.999	2.06	
$q_{11}$	0.987	0.013	0.953 1.000	-1.40	
$q_{22}$	0.994	0.007	0.977 1.000	-1.93	

表 8 は関西の推定結果を示したものである。モデル選択の結果から関西では 3 回の構造変化点を持つモデルが選択されている。図 10 D の

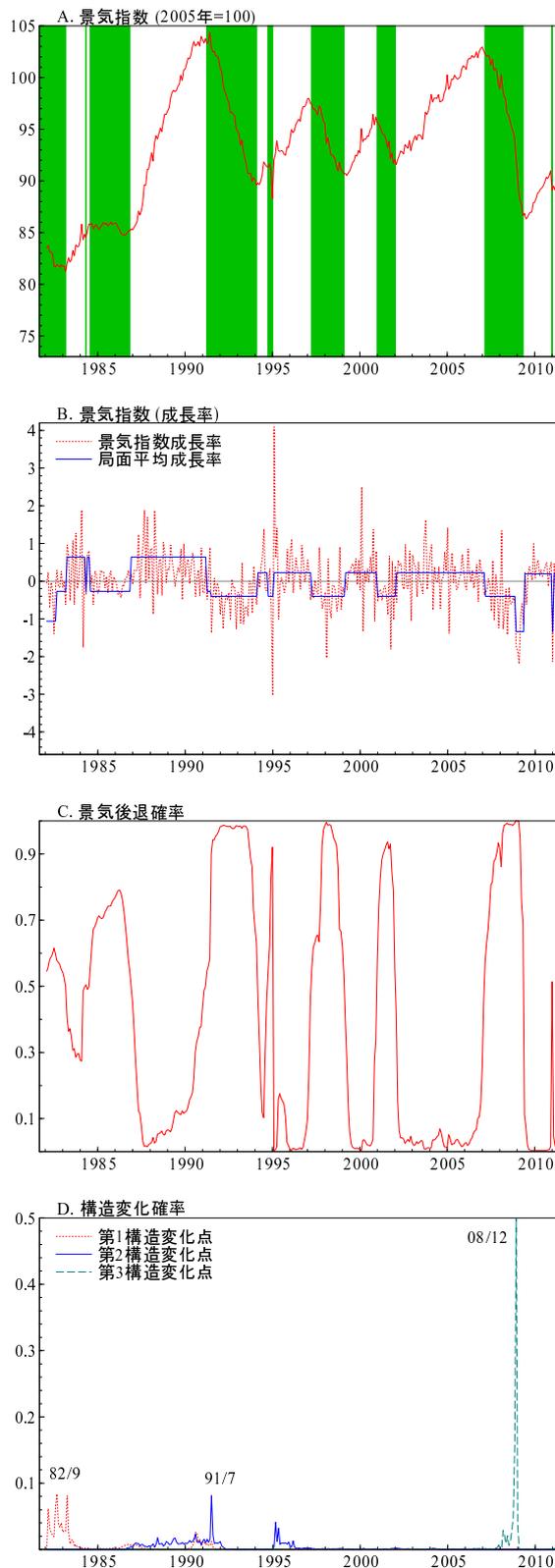


図 10 関西景気指数

Figure : Business index for Kansai

(注) パネル A の網掛け部分は パネル C の景気後退の事後確率が 0.5 を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

構造変化点の事後確率をみると、第1構造変化点は1982年9月、第2構造変化点は「バブル経済」崩壊後にあたる1991年7月、第3構造変化点は「リーマン・ショック」後にあたる2008年12月であった可能性が高い。

景気指数の局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2, 3$ ) の事後平均についてみると、拡張局面の平均成長率は、第2構造変化点(1991年7月)を境に0.64%から0.23%へ低下し、第3構造変化点(2008年12月)以降は0.19%と第2構造変化前の3分の1以下の水準まで低下している。一方、後退局面の平均成長率は、第2構造変化点(1991年7月)を境に-0.27%から-0.40%へ低下し、第3構造変化点(2008年12月)の後は一層低下し-1.34%となっている。また、自己回帰係数である  $\phi$  は-0.29と全国の結果と同様に負の値を示す。

景気循環の振幅についてみると、第2構造変化点以降の2回の構造変化により、拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差 ( $m_{0n} - m_{1n}$ ) は第2構造変化点をはさんで0.91%から0.63%と一時的に縮小したが、第3構造変化点以降は1.53%と再び拡大している。関西でも「リーマン・ショック」後の景気指数の大幅低下が北陸や中部と同様に大きな影響を及ぼしたことを示している。

表9 中国 MS モデルの推定結果 ( $N = 1$ )

Table 9: Estimation results for Chugoku MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.254	0.060	-0.369 -0.135	-2.18	
$\sigma^2$	0.366	0.034	0.307 0.437	-1.29	
$m_{00}$	0.192	0.124	0.081 0.377	0.44	
$m_{10}$	-0.374	0.729	-2.465 -0.010	2.57	
$m_{01}$	0.169	0.116	-0.041 0.389	1.14	
$m_{11}$	-1.553	0.363	-2.281 -0.917	0.13	
$p_{00}$	0.953	0.030	0.880 0.995	-2.44	
$p_{11}$	0.884	0.062	0.730 0.971	1.75	
$q_{00}$	0.995	0.012	0.982 1.000	2.35	

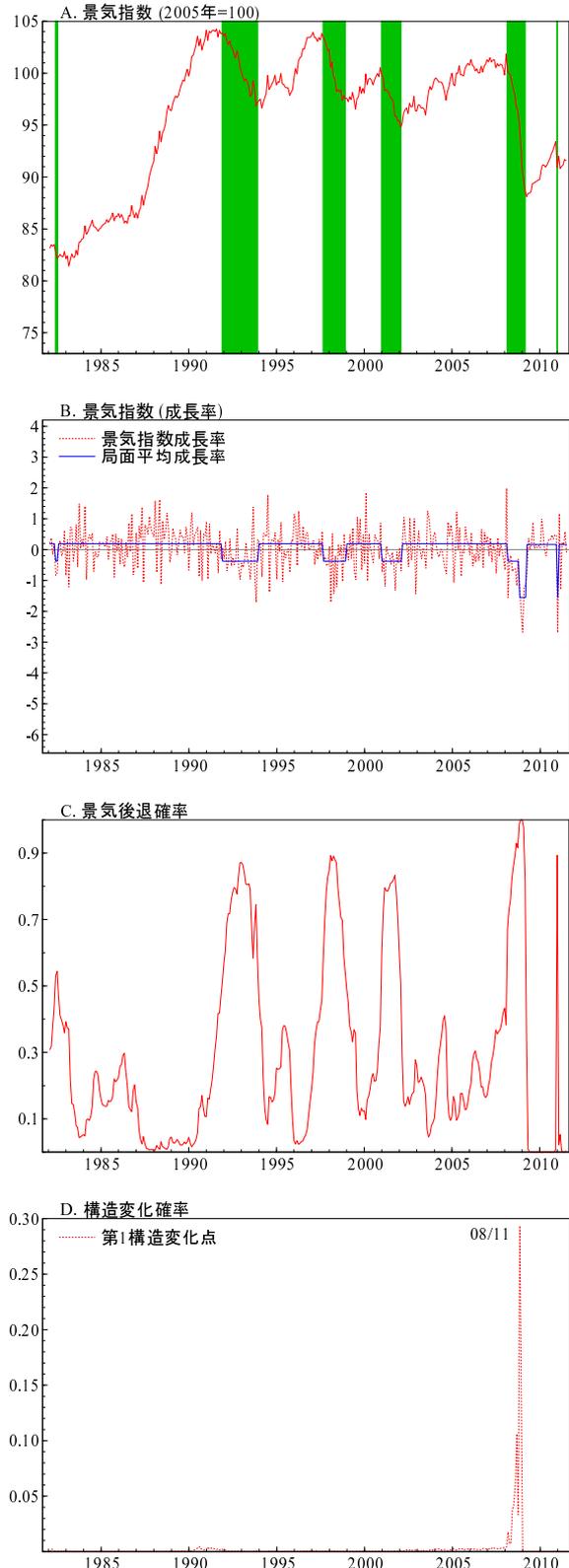


図11 中国景気指数

Figure : Business index for Chugoku

(注) パネル A の網掛け部分は パネル C の景気後退の事後確率が 0.5 を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

表 9 は中国の推定結果を示したものである。モデル選択の結果から中国では 1 回の構造変化点を持つモデルが選択されている。図 11 D の構造変化点の事後確率をみると、構造変化点は「リーマン・ショック」後にあたる 2008 年 11 月であった可能性が高い。全国あるいは他の多くの地域では 1990 年代初頭の「バブル経済」崩壊前後の時期や 1998 年から 2004 年にかけての時期に構造変化点が検出されているが、中部と同様に中国でもこの間に構造変化点は検出されなかった。

景気指数の局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 0, 1$ ) の事後平均についてみると、2008 年 11 月の構造変化点を境に、拡張局面の平均成長率は 0.19 % から 0.17 % とほぼ横ばいであったのに対し、後退局面は -0.37 % から -1.55 % に大幅な低下を示した。この結果、景気循環の振幅を示す拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差 ( $m_{0n} - m_{1n}$ ) は構造変化点の前後で 0.57 % から 1.72 % に拡大した。中国でも「リーマン・ショック」後の景気指数の大幅低下というショックが北陸・中部・関西と同様に大きな影響を及ぼしたことを示している。なお、自己回帰係数である  $\phi$  は -0.25 と全国の結果と同様に負の値であった。

表 10 は九州の推定結果を示したものである。モデル選択の結果から九州では 3 回の構造変化点を持つモデルが選択されている。図 12 D の構造変化点の事後確率をみると、第 1 構造変化点は 1982 年 8 月、第 2 構造変化点は「バブル経済」崩壊後にあたる 1992 年 1 月、第 3 構造変化点は「リーマン・ショック」後にあたる 2008 年 12 月であった可能性が高い。

景気指数の局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2, 3$ ) の事後平均についてみると、拡張局面の平均成長率は、第 2 構造変化点 (1992 年 1 月) を境に 0.53 % から 0.15 % へ低下した後、第 3 構造変化点 (2008 年 12 月) では 0.30 % と再び上昇しているのに対し、後退局面の平均成長率

表 10 九州 MS モデルの推定結果 ( $N = 3$ )

Table 10: Estimation results for Kyushu MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.349	0.055	-0.455	-0.238	0.18
$\sigma^2$	0.287	0.024	0.244	0.337	0.59
$m_{00}$	1.215	1.793	-0.350	6.049	1.05
$m_{10}$	-0.870	1.502	-5.340	0.361	1.03
$m_{01}$	0.530	0.191	0.120	0.874	-1.06
$m_{11}$	-0.023	0.397	-0.412	0.209	-0.70
$m_{02}$	0.152	0.041	0.068	0.230	-1.50
$m_{12}$	-0.357	0.077	-0.500	-0.230	-1.15
$m_{03}$	0.301	0.077	0.153	0.452	-1.24
$m_{13}$	-1.788	0.262	-2.243	-1.150	-0.74
$p_{00}$	0.962	0.016	0.923	0.986	0.34
$p_{11}$	0.936	0.028	0.866	0.976	0.11
$q_{00}$	0.941	0.066	0.757	0.999	-0.27
$q_{11}$	0.987	0.013	0.953	1.000	1.44
$q_{22}$	0.995	0.005	0.981	1.000	-0.84

は、第 2 構造変化点を境に -0.02 % から -0.36 % へ低下し、第 3 構造変化点の後は一層低下し -1.79 % となった。なお、自己回帰係数である  $\phi$  は -0.35 と全国の結果と同様に負の値を示す。

景気循環の振幅をみると、拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差 ( $m_{0n} - m_{1n}$ ) は、第 2 構造変化点では 0.55 % から 0.51 % と小幅低下したが、第 3 構造変化点以降は 2.09 % と「リーマン・ショック」後の景気指数の急低下と回復を反映して大幅に拡大した。

表 11 は北海道の推定結果を示したものである。モデル選択の結果から北海道では 2 回の構造変化点を持つモデルが選択されている。構造変化点の事後確率を示した図 13 D をみると、第 1 構造変化点は 1982 年 3 月、第 2 構造変化点は「バブル経済」崩壊後にあたる 1991 年 8 月であった可能性が高い。ただし、景気指数の局面平均成長率を示す ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2$ ) はすべて標準偏差が大きく、95 % 信用区間が広い。これは事後平均の推定精度が低いことを示している。また、図 13 パネル C に示した景気後退の事後確率が 0.5 を上回ったのは、2007 年 7 月から 2009 年 4 月の 7 ヶ月のみである。その他の

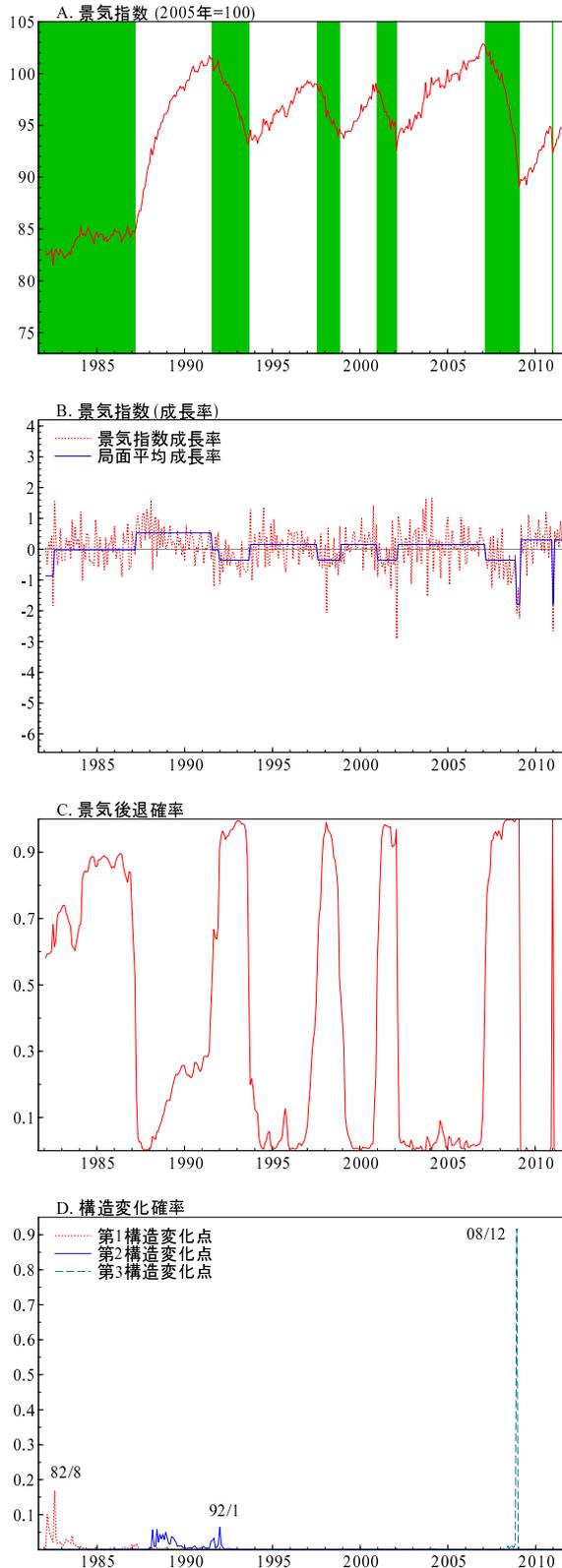


図 12 九州景気指数

Figure : Business index for Kyushu

(注) パネル A の網掛け部分は パネル C の景気後退の事後確率が 0.5 を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

表 11 北海道 MS モデルの推定結果 (  $N = 2$  )

Table 11: Estimation results for Hokkaido MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.340	0.055	-0.446	-0.230	1.86
$\sigma^2$	0.357	0.030	0.303	0.419	1.47
$m_{00}$	0.689	1.430	-0.371	5.099	2.23
$m_{10}$	-1.512	1.944	-6.479	0.531	2.08
$m_{01}$	0.386	0.942	-0.065	3.642	1.87
$m_{11}$	-1.041	1.654	-5.790	0.180	1.46
$m_{02}$	0.357	0.960	-0.070	3.518	1.60
$m_{12}$	-0.698	1.006	-4.012	0.169	0.84
$p_{00}$	0.960	0.064	0.759	0.999	-1.70
$p_{11}$	0.912	0.083	0.694	0.999	1.69
$q_{00}$	0.953	0.064	0.765	0.999	-1.29
$q_{11}$	0.991	0.011	0.960	1.000	-0.54

表 12 四国 MS モデルの推定結果 (  $N = 2$  )

Table 12: Estimation results for Shikoku MS model

	事後分布				
	平均	標準偏差	95% 信用区間	CD	
$\phi$	-0.330	0.054	-0.436	-0.224	0.37
$\sigma^2$	0.430	0.036	0.364	0.506	-0.15
$m_{00}$	0.133	0.979	-1.523	3.091	-2.10
$m_{10}$	-1.677	1.907	-6.531	0.149	0.54
$m_{01}$	0.127	0.136	-0.105	0.320	-1.18
$m_{11}$	-1.091	1.293	-4.640	0.089	-2.19
$m_{02}$	0.191	0.173	-0.020	0.558	0.48
$m_{12}$	-2.507	0.713	-4.218	-1.567	-1.83
$p_{00}$	0.972	0.026	0.901	0.997	3.27
$p_{11}$	0.817	0.109	0.550	0.959	-1.86
$q_{00}$	0.951	0.070	0.744	1.000	1.49
$q_{11}$	0.992	0.010	0.964	1.000	-2.65

期間では 0.3 前後で推移しており、同パネル A でみられる景気指数の上昇と低下の局面、あるいは、同パネル B にみられる局面ごとの景気指数成長率のシフトを景気後退の事後確率によってうまく捉えることができなかった。

表 12 は四国の推定結果を示したものである。モデル選択の結果から四国では 2 回の構造変化点を持つモデルが選択されている。構造変化点の事後確率を示した図 14 パネル D をみると、第 1 構造変化点は 1982 年 3 月、第 2 構造変化点は「リーマン・ショック」発生後の 2008 年 12 月であった可能性が高い。ただし、北海道のケー

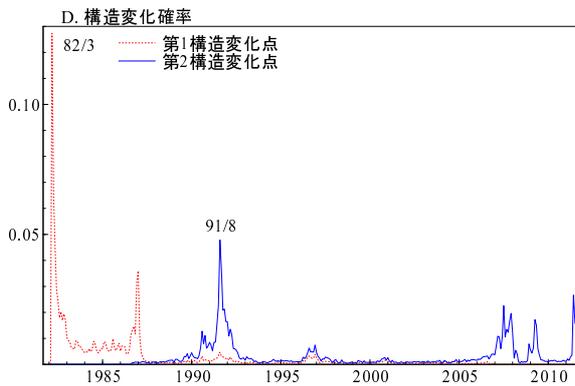
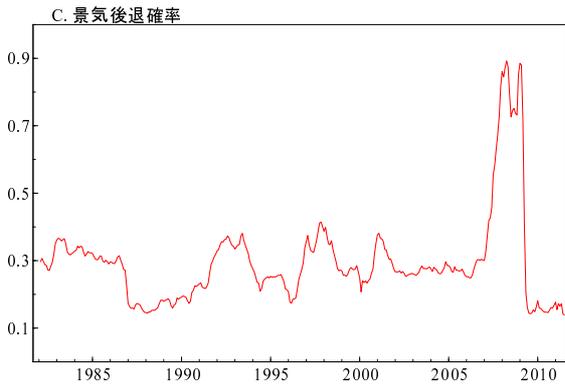
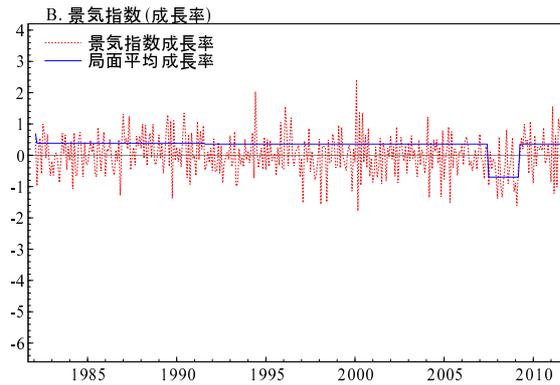
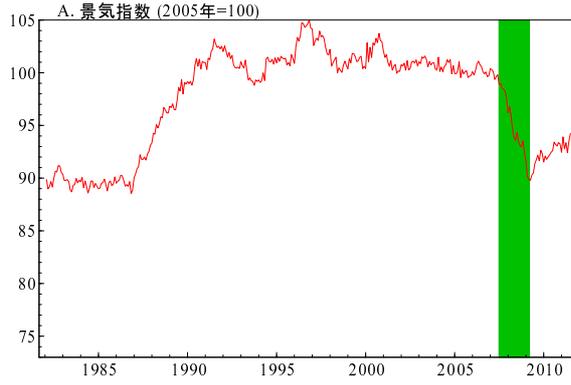


図 13 北海道景気指数

Figure : Business index for Japan

(注) パネル A の網掛け部分は パネル C の景気後退の事後確率が 0.5 を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

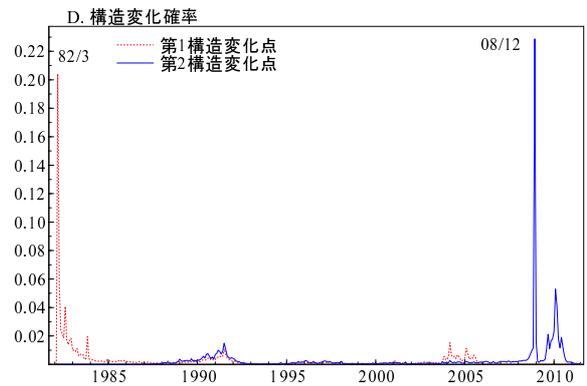
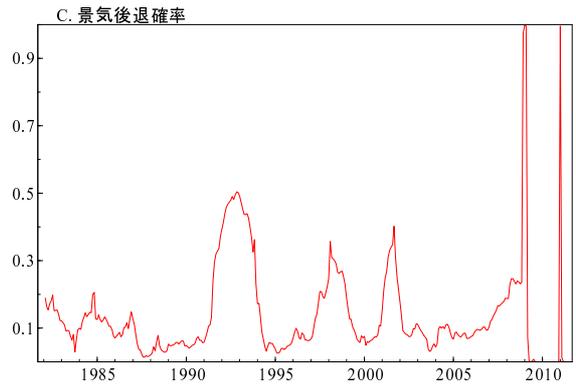
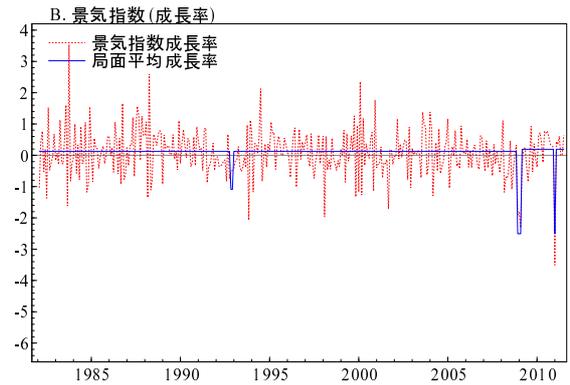
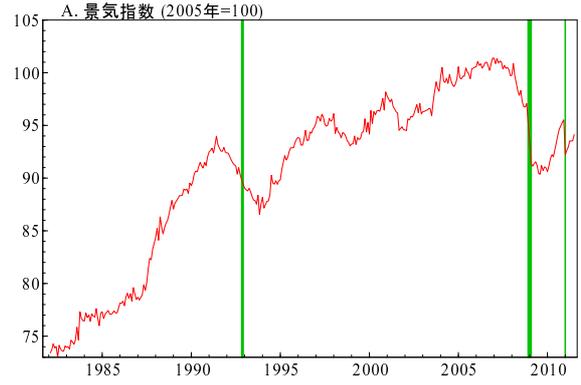


図 14 四国景気指数

Figure : Business index for Shikoku

(注) パネル A の網掛け部分は パネル C の景気後退の事後確率が 0.5 を上回っている局面、すなわち、景気後退局面を示している。

スと同様に、景気指数の局面平均成長率を示す ( $m_{0n}, m_{1n}, n = 1, 2$ ) はすべて標準偏差が大きく、事後平均の推定精度は低いと言える。また、図 14 パネル C に示した景気後退の事後確率が 0.5 を上回ったのは、1992 年 11 月から 1993 年 1 月、2008 年 12 月から 2009 年 3 月、2011 年 1 月から 2 月の 3 回あるが、その他の期間では 0.5 以下の水準で推移している。四国においても、北海道のケースと同様に、図 14 パネル A でみられる景気指数の上昇と低下の局面を景気後退の事後確率によってうまく捉えることができなかった。

このように北海道と四国の MS モデルの結果は局面平均成長率の推定精度が低く、景気循環の拡張局面と後退局面をうまく区別することができなかった。これはモデルの変更・拡張の必要性を示しており、今後の検討課題としたい。

### 4.3 構造変化点の地域間差異

各地域の MS モデルの推定結果から、景気循環の構造変化はすべての地域で全国と同様に生じていることがわかった。しかし、一方で構造変化の回数や時期は地域により異なることも同時に明らかになった。以下では構造変化点のタイミングが地域によってどのように異なるかについて整理しよう。

表 13 は各地域の構造変化点と景気指数の局面平均成長率 ( $m_{0n}, m_{1n}$ ) の変化をまとめたものである。まず、全国景気の構造変化点についてみると、構造変化は「バブル経済」崩壊後の時期にあたる 1991 年 7 月、そして、「リーマン・ショック」後の 2008 年 12 月に生じたとの結果が得られた。これは渡部 (2009) による内閣府 CI を用いた分析 (1991 年 7 月と 2008 年 7 月) とほぼ同等の結果と言える。ただし、本稿の景気指数と内閣府 CI との間では構成する景気指標が異なるため、両者の分析を直接に比較する

ことはできないことに留意が必要である。

地域景気の構造変化点についてみると、そのタイミングの相違によって概ね以下の 3 つのグループに分類できる。

第 1 グループは、全国と同様に「バブル経済」崩壊の時期に構造変化が生じた、北海道 (1991 年 8 月)、関西 (1991 年 7 月)、九州 (1992 年 1 月) の 3 地域である。

第 2 グループは、「バブル経済」崩壊後の時期には構造変化が生じなかったが、1998 年から 2004 年の間の時期に構造変化が生じた、東北 (1998 年 1 月)、関東 (2004 年 3 月)、北陸 (2002 年 4 月) の 3 地域である。1997~98 年は複数の大手金融機関が破綻した平成金融危機の時期にあたる。一方、2000 年前半にかけての時期は「バブル経済」崩壊後の民間部門における構造調整が進捗した時期と言える。その後の 2002~04 年は構造調整が一巡した後の息の長い景気拡張局面の時期にあたる。

第 3 グループは、構造変化が 1983 年から 2007 年までの間に検出されず、2008 年 10~12 月に生じた、中部 (2008 年 10 月)、中国 (2008 年 11 月)、四国 (2008 年 12 月) の 3 地域である。

2008 年から 2011 年の間についてみると、北海道を除くすべての地域で構造変化が生じている。リーマン・ショックの影響がより大きかったと考えられる、北陸 (2008 年 11 月)、中部 (2008 年 10 月)、関西 (2008 年 12 月)、中国 (2008 年 11 月)、四国 (2008 年 11 月)、九州 (2008 年 12 月) の 6 地域では 2008 年 10~12 月の間に構造変化点を検出されている。一方、東日本大震災の影響がより大きかったと考えられる、東北、関東の 2 地域では 2011 年 3 月に構造変化点を検出されている。

表 13 地域景気の構造変化点と局面平均成長率

Table 13: Structural change points and average growth rates by phases in regional business cycles

A. 全国												
	本報告書の結果				参考：渡部（2009）の結果							
	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）
状態 1	1982-03	0.443	-0.015	0.458	-	0.550	-0.461	1.011				
状態 2	1991-07	0.173	-0.399	0.572	1991-07	0.386	-0.757	1.143				
状態 3	2008-12	0.357	-2.458	2.815	2008-07	0.048	-2.349	2.397				
B. グループ 1												
	北海道				関西				九州			
	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）
状態 1	1982-03	0.386	-1.041	1.427	1982-09	0.642	-0.267	0.909	1982-08	0.530	-0.023	0.552
状態 2	1991-08	0.357	-0.698	1.055	1991-07	0.227	-0.404	0.631	1992-01	0.152	-0.357	0.509
状態 3	-	-	-	-	2008-12	0.194	-1.339	1.534	2008-12	0.301	-1.788	2.089
C. グループ 2												
	東北				関東				北陸			
	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）
状態 1	1982-08	0.223	-0.278	0.500	1982-06	0.209	-0.344	0.553	1982-04	0.313	-0.380	0.693
状態 2	1998-01	0.116	-0.757	0.873	2004-03	0.089	-0.902	0.991	2002-04	0.372	-0.411	0.783
状態 3	2011-03	1.587	-5.479	7.065	2011-03	1.451	-3.831	5.282	2008-11	0.268	-1.669	1.937
D. グループ 3												
	中部				中国				四国			
	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）	構造変化点 （年-月）	（拡張）	平均成長率 （後退）	（乖離差）
状態 1	1982-03	0.181	-0.292	0.473	-	0.192	-0.374	0.566	1982-03	0.127	-1.091	1.218
状態 3	2008-10	0.228	-1.656	1.884	2008-11	0.169	-1.553	1.722	2008-12	0.191	-2.507	2.698

（注）本表は本稿で推定された全国および各地域の構造変化点と景気指数の局面別平均成長率の推移を示したものである。あわせて内閣府景気動向指数（CI）を用いて全国の分析を行った渡部（2009）の結果も参考として掲載した。ただし、本稿の景気指数と内閣府CIでは内訳となる構成変数が異なるため直接に比較することはできない。地域別の結果は、構造変化点のタイミングにより3つのグループに分類されている。グループ1は「バブル経済」崩壊後の時期に構造変化点が観察された地域、グループ2は「バブル経済」崩壊後の時期に構造変化点は観察されなかったが、「バブル経済」崩壊後の経済調整が一巡したと考えられている1998年から2004年の時期に構造変化点が観察された地域である。グループ3は1982年以外ではリーマン・ショック後の時期にのみ構造変化点が観察された地域である。

#### 4.4 どのような構造変化が生じたか？

最後に地域景気にどのような構造変化が生じたのかについて整理しておこう。本稿では、景気拡張局面と後退局面における平均成長率がシフトすることをもって構造変化と考えている。したがって、ここでは局面平均成長率が構造変化を経てどのように変化したのかを地域ごとに観察することになる。

図15は景気指数の局面平均成長率が構造変化に応じてどのように変化したかを示したものである。表は構造変化点のタイミングに基づく地域グループでまとめられている。

構造変化が「バブル経済」崩壊後の時期と「リーマン・ショック」後に生じている第1グループ（北海道、関西、九州）について確認しよう。まず、「バブル経済」崩壊後の第2構造

変化点（状態1から状態2への変化点）についてみると、この時期、景気循環の振幅は北海道（1.43% → 1.06%）、関西（0.91% → 0.63%）、九州（0.55% → 0.51%）の3地域ともに縮小した。ただし、振幅拡大の要因は地域により異なる。関西と九州では、拡張局面の平均成長率が後退局面の成長率よりも大きく低下したためであったのに対し、北海道では、拡張局面の平均成長率の低下と後退局面の平均成長率の上昇が合わさったためであった。「リーマン・ショック」後の第3構造変化点（状態2から状態3への変化点）をみると、景気循環の振幅は関西（0.63% → 1.53%）、九州（0.51% → 2.09%）の2地域ともに拡大した。振幅の拡大は、九州では拡張局面の平均成長率の上昇と後退局面の平均成長率の低下によるものであったが、関西では、後退局面の平均成長率の低下が拡張局面の平均成長

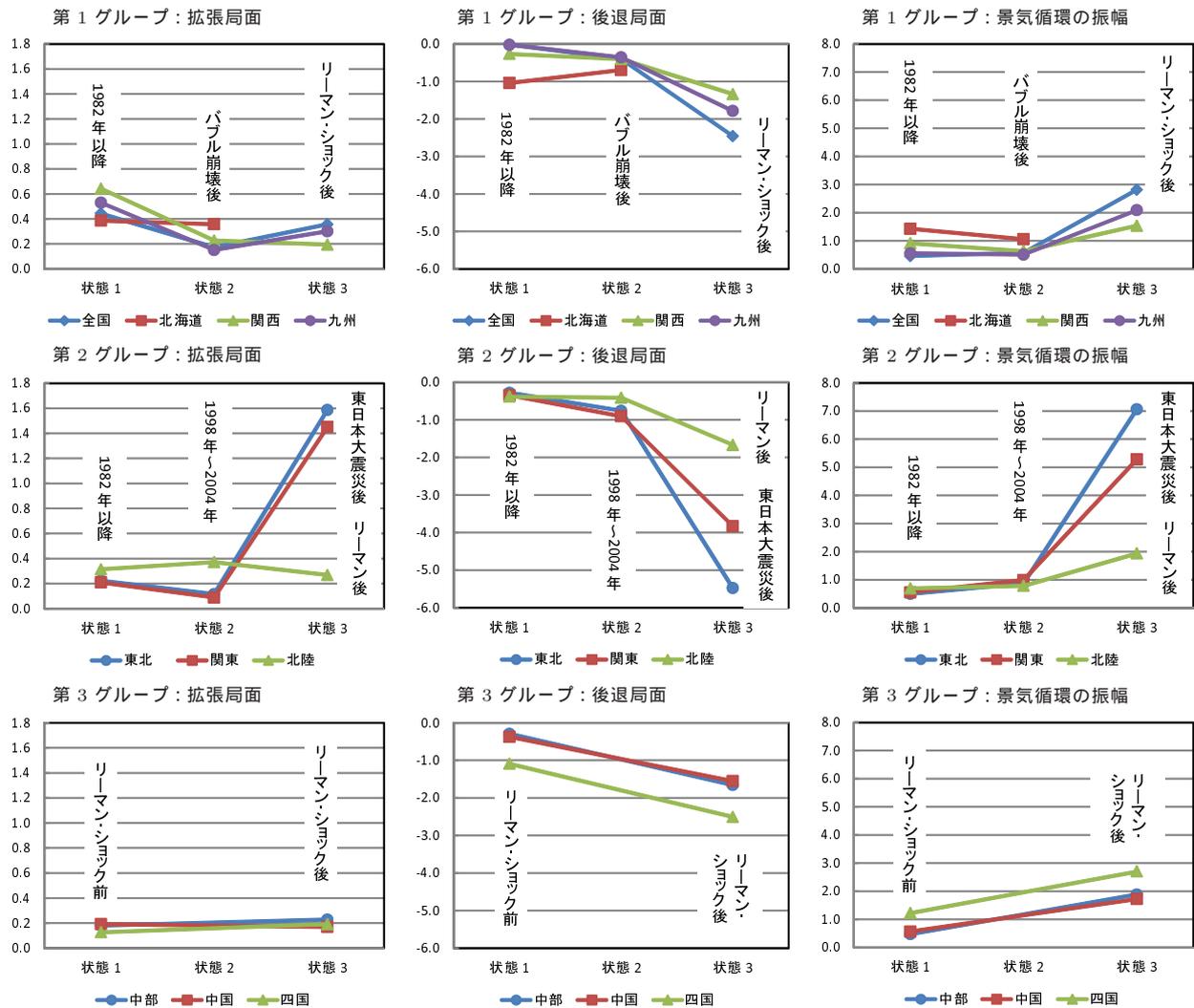


図 15 景気指数の局面平均成長率の変化

Figure 15: Change in average growth rates of business cycles by phases

(注) 図は構造変化に応じた局面平均成長率の変化を示したものである。景気循環の振幅は拡張局面の平均成長率と後退局面の平均成長率の乖離差により示されている。また、状態 1 は第 1 構造変化点から第 2 構造変化点までの状態、状態 2 は第 2 構造変化点から第 3 構造変化点までの状態、状態 3 は第 3 構造変化点以降の状態を示している。

率の低下を上回ったことによるものであった。

次に、第 2 グループ（東北、関東、北陸）について確認する。これらの地域は 1998 年から 2004 年の間の時期と「リーマン・ショック」あるいは「東日本大震災」の後に構造変化が生じた地域である。後退局面の平均成長率は、いずれの地域も 2 回の構造変化点を経て、一貫して低下していたことがわかる。一方、拡張局面の平均成長率は地域により異なり、東北と関東では第 2 構造変化点で低下、第 3 構造変化点で上昇したのに対し、北陸では第 2 構造変化点で上昇、第 3 構造変化点で低下という逆向きの変化

が観察されている。ただし、景気循環の振幅については、東北（0.50 % → 0.87 % → 7.07 %）、関東（0.55 % → 0.99 % → 5.28 %）、北陸（0.69 % → 0.78 % → 1.94 %）いずれの地域も一貫して拡大していることが確認できる<sup>12)</sup>。

最後に、第 3 グループ（中部、中国、四国）について確認しよう。これらの地域は 1982 年を

<sup>12)</sup> 第 2 グループの地域で「バブル経済」崩壊後の時期に構造変化点が検出されなかった理由は、本稿で試算した北海道、東北、関東景気指数の「バブル経済」崩壊後の低下幅が、北海道、関西、九州景気指数の低下幅に比べて小さかったことによるものと考えられる。

除くと「リーマン・ショック」後の2008年10～12月の時期にのみ構造変化が検出されている。構造変化を経て、中部(0.47%→1.88%)、中国(0.57%→1.72%)、四国(1.22%→2.70%)の3地域ともに景気循環の振幅は拡大しているものの、その要因は地域によって異なっている。中国では局面平均成長率の低下が拡張局面よりも後退局面で大きかったことによるものであるのに対し、中部と四国では局面平均成長率が拡張局面で上昇し、後退局面で低下したことによるものである。

景気循環の振幅は、第1グループの第2構造変化点での変化を除き、すべての地域で構造変化を経るたびに拡大していることがわかった。とりわけ、「リーマン・ショック」後と東日本大震災後の構造変化では大幅に拡張局面の平均成長率と後退局面の平均成長率の乖離差が拡大しており、世界的な金融混乱や大規模震災による外的ショックが景気循環の振幅を大幅に高めている可能性があると言える。

## 5. おわりに

本稿は、電力供給地域を対象として、景気循環の時系列変動における構造変化(局面別平均成長率のシフト)に関する分析結果を報告するものである。全国を対象とする渡部(2009)の研究では、1991年7月と2008年7月に2回の構造変化が検出されたこと、景気拡張局面と後退局面の平均成長率は構造変化を経るたびにいずれも低下していたこと、などを明らかにしている。本稿では、そうした構造変化が(i)地域経済においても生じていたのか、生じていたのであれば、(ii)地域景気の構造変化時点は全国と同様の時期であったのか、(iii)地域景気ではどのような形態の構造変化が生じていたのか、について渡部(2009)と同様の拡張型マルコフ切替モデルを電力供給地域別景気指数に適用し

て分析した。景気循環の構造変化の時期やその形態が地域ごとに異なるのであれば、その状態を把握することにより、地域ごとに異なる景気の状態や経済構造の変化に応じて、経済政策や経営施策をとるための重要な基礎情報となり得るものである。

本稿の分析により得られた結果は以下の通りである。

- 本稿で試算した全国景気指数を用いた分析では、全国の景気循環における構造変化の回数は3回であることが確認された。地域別には、東北、関東、北陸、関西、九州の5地域は全国と同様に3回の構造変化点を持つが、北海道、中部、四国の3地域は2回、中国は1回と地域間で構造変化の回数異なることがわかった。
- 構造変化の時期についてみると、全国(1991年7月)と同様に「バブル経済」崩壊の時期に構造変化が生じた地域は、北海道(1991年8月)、関西(1991年7月)、九州(1992年1月)の3地域であった。この時期に構造変化が生じなかった地域のうち、東北(1998年1月)、関東(2004年3月)、北陸(2002年4月)の3地域は1990年代後半から2000年代前半の時期に構造変化が生じている。一方、中部、中国、四国の3地域は両方の時期を含む1983年から2007年の間に一度も構造変化が検出されなかった。その後の時期では、2008年から2011年の間に各地域で構造変化が検出されている。北陸(2008年11月)、中部(2008年10月)、関西(2008年12月)、中国(2008年11月)、四国(2008年12月)、九州(2008年12月)の6地域は「リーマン・ショック」後の時期に構造変化が生じているのに対し、東日本大震災の影響を強く受けた東北と関東の2地域は2011年3月に構造変化点を検出さ

れている。北海道ではこれらの時期に構造変化点は検出されなかった。

- 構造変化の形態についてみると、景気循環の振幅を示す景気拡張局面と後退局面の平均成長率の乖離差は、状態 1(バブル経済崩壊前後まで) から状態 2(バブル経済崩壊後から 2000 年前後の時期にかけて) にかけては小幅な拡大にとどまったが、状態 2 から状態 3(リーマン・ショックや東日本大震災以降) にかけては大幅に拡大していたということがわかった。このことから、全国、地域の景気循環は総じて「リーマン・ショック」後の世界的な金融混乱、東日本大震災などの外的ショックにより、景気循環の振幅が高められている可能性がある。ただし、東日本大震災後における結果は、局面平均成長率の変化という構造変化でなく一時的ショックである可能性もあり、その判断には今後の継続的な観察が必要である。

最後に今後の研究展開について示す。

1 つは MS モデルの改良や拡張についてである。とりわけ、景気指数の局面平均成長率の推定精度が低かった北海道と四国のモデルは改良の余地がある。例えば、景気循環からの変動を示す誤差項の分散  $\sigma^2$  や景気の推移確率  $p_{00}, p_{11}$  も構造変化に応じて変化するようにモデルを拡張することが可能である。モデルを拡張することにより、景気局面や構造変化点の検出の精度を高める必要がある。本稿では、景気拡張局面と後退局面の 2 局面しか考慮しなかったが、景気の踊り場などを加味して景気局面を 3 状態としてモデルを拡張することも可能である。もう 1 つは、本研究の成果を電力需要想定に資する情報につなげるために、構造変化点のタイミングが地域ごとに異なる点、景気循環の振幅が高まっている点の経済的背景を明らかにする必要がある。

## 謝辞

本稿はイリノイ大学・地域経済応用研究所との共同研究の成果の一部である。執筆の過程では、第 58 回北米地域学会において報告を行い、討論者であるパレルモ大学・Georgio Fazio 氏をはじめ、セッション参加の方々より貴重なコメントを頂いた。また、本稿の作成にあたり、イリノイ大学・Geoffrey J.D. Hewings 教授、一橋大学・渡部敏明教授、千葉大学・大鋸崇准教授、当所・桜井紀久上席研究員より多くの有益なコメントを頂いた。この場を借りてお礼を申し上げる。もちろん、残された誤りがあれば、それらはすべて筆者の責任である。

## 参考文献

- Burns, Arthur F. and Wesley C. Mitchell (1946) *Measuring Business Cycles*: National Bureau of Economic Research.
- Chib, Siddhartha and Edward Greenberg (1994) “Bayes inference in regression models with ARMA (p,q) errors,” *Journal of Econometrics*, Vol. 64, No. 1-2, pp. 183-206.
- Geweke, John (1992) “Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Calculation of Posterior Moments,” in *Bayesian Statistics*, Vol. 4: Oxford University Press, pp. 641-649.
- (1999) “Using Simulation Methods for Bayesian Econometric Models: Inference, Development, and Communication,” *Econometric Reviews*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-73.
- Hamilton, James D. (1989) “A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle,” *Econometrica*, Vol. 57, pp. 357-384.

- Hayashida, Motonari and Geoffrey J. D. Hewings (2009) “Regional Business Cycles in Japan,” *International Regional Science Review*, Vol. 32, No. 2, pp. 119–147.
- Kim, Chang-Jin, Charles R. Nelson, and Jeremy Piger (2004) “The Less-Volatile U.S. Economy: A Bayesian Investigation of Timing, Breadth, and Potential Explanations,” *Journal of Business and Economic Statistics*.
- Kim, Chang-Jin and Charles R. Nelson (1999a) “Has The U.S. Economy Become More Stable? A Bayesian Approach Based On A Markov-Switching Model Of The Business Cycle,” *Review of Economics and Statistics*, Vol. 81, No. 4, pp. 608-616.
- (1999b) *State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-sampling Approaches with Applications*: MIT Press.
- Owyang, Michael T., Jeremy Piger, and Howard J. Wall (2008) “A state-level analysis of the Great Moderation,” *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 38, No. 6, pp. 578–589.
- Shephard, Neil and Michael K. Pitt (1997) “Likelihood analysis of non-Gaussian measurement time series,” *Biometrika*, Vol. 84, No. 3, pp. 653–667.
- 奥村拓史・谷崎久志 (2004) 「マルコフ・スイッチング・モデルによる我が国地域経済別景気の転換点の推定」, 『国民経済雑誌』, 第 190 巻, 第 2 号, 45–59 頁 .
- 中妻照雄 (編) (2007) 『入門 ベイズ統計学』, 朝倉書店 .
- 森一夫 (1997) 『日本の景気サイクル』, 東洋経済新報社 .
- 美添泰人・大平純彦・塩路悦朗・勝浦正樹・元山 斉・大西俊郎・沢田章・児玉泰明 (2003) 「景気指標の新しい動向」, 『経済分析』, 第 166 号, 1–297 頁 .
- 和合肇 (編) (2005) 『ベイズ計量経済分析–マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用』, 東洋経済新報社 .
- 渡部敏明 (2009) 「マルコフ・スイッチング・モデルを用いた日本の景気循環の計量分析」, 『経済研究』, 第 60 巻, 第 3 号, 253–265 頁 .

## A. 全条件付事後分布

### A.1 $\tilde{m}$ のサンプリング

平均成長率ベクトル  $\tilde{m}$  を,

$$\mathbf{m}_n = \begin{bmatrix} m_{0n} \\ m_{1n} \end{bmatrix}, \quad n = 0, 1, \dots, N.$$

と表記する．なお，以下では事前分布を  $\pi(\theta)$ ，尤度関数を  $L(\theta | y) = \pi(y | \theta)$ ，事後分布を  $\pi(\theta | y)$  と表記することにする．この場合， $\theta$  はモデル・パラメータ， $y$  はデータである．

事前分布  $\mathbf{m}_n$  の事前分布には以下の互いに独立な 2 変量切断正規分布，

$$\mathbf{m}_n \sim N(\underline{\mathbf{m}}_n, \underline{\Sigma}_{\mathbf{m}_n}) \times I(m_{0n} > m_{1n}), \quad (\text{A.1})$$

を仮定する．ここで， $I(m_{0n} < m_{1n})$  は括弧内の不等式が満たされれば 1，そうでなければ 0 となる指示関数である．つまり， $\mathbf{m}_n$  の事前分布は平均  $\underline{\mathbf{m}}_n$ ，分散共分散行列  $\underline{\Sigma}_{\mathbf{m}_n}$  の 2 変量正規分布を  $m_{0n} > m_{1n}$  の範囲だけ残したものである．

尤度関数  $D_t = n$  のときの局面平均成長率  $\mathbf{m}_n$  に関する尤度関数を導出する．(13)，(14)，(15) を (11) に代入して整理すると，

$$\begin{aligned} & \frac{y_t - \phi y_{t-1}}{\sigma} \\ &= \frac{(1 - S_t) - \phi(1 - S_{t-1})}{\sigma} m_{0n} \\ & \quad + \frac{S_t - \phi S_{t-1}}{\sigma} m_{1n} + \frac{\epsilon_t}{\sigma}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

のように書くことができる．ここで，

$$\frac{\epsilon_t}{\sigma} = \epsilon_t^* \sim N(0, 1),$$

である．(A.2) の行列表記 ( $t = \tau_n$  から  $\tau_{n+1} - 1$  まで積み重ねたもの) は次式の通りである．

$$\mathbf{y}_n^* = \mathbf{X}_n^* \mathbf{m}_n + \mathbf{e}_n^*, \quad \mathbf{e}_n^* \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}). \quad (\text{A.3})$$

したがって， $\mathbf{m}_n$  についての尤度関数は，

$$\begin{aligned} L(\mathbf{m}_n | \theta_{-\tilde{m}}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T) &= (2\pi)^{-\frac{\tau_{n+1} - \tau_n}{2}} \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{y}_n^* - \mathbf{X}_n^* \mathbf{m}_n)'(\mathbf{y}_n^* - \mathbf{X}_n^* \mathbf{m}_n)\right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

となる．

事後分布  $\mathbf{m}_n$  の全条件付き事後分布は，事前分布と尤度の積に比例するので，

$$\begin{aligned} & \pi(\mathbf{m}_n | \tilde{\theta}_{-\tilde{m}}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T) \\ & \propto \pi(\mathbf{m}_n) L(\mathbf{m}_n | \tilde{\theta}_{-\tilde{m}}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T) \\ & \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{m}_n - \bar{\mathbf{m}}_n)' \bar{\Sigma}_{\mathbf{m}_n}^{-1} (\mathbf{m}_n - \bar{\mathbf{m}}_n)\right\} \\ & \quad \times I(m_{0n} > m_{1n}), \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

として導出される．ここで，

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_{\mathbf{m}_n} &= (\underline{\Sigma}_{\mathbf{m}_n}^{-1} + \mathbf{X}_n^{*'} \mathbf{X}_n^*)^{-1}, \\ \bar{\mathbf{m}}_n &= \bar{\Sigma}_{\mathbf{m}_n} (\underline{\Sigma}_{\mathbf{m}_n}^{-1} \underline{\mathbf{m}}_n + \mathbf{X}_n^{*'} \mathbf{y}_n^*), \end{aligned}$$

である．以上の結果より  $\mathbf{m}_n$  は，

$$\begin{aligned} & \mathbf{m}_n | \tilde{\theta}_{-\tilde{m}}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T \\ & \sim N(\bar{\mathbf{m}}_n, \bar{\Sigma}_{\mathbf{m}_n}) \times I(m_{0n} > m_{1n}), \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

で示される 2 変量切断正規分布からサンプリングすればよい．ただし， $n = 0$  の場合，

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_0^* &= \\ & \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \phi^2} y_1 / \sigma \\ (y_2 - \phi y_1) / \sigma \\ \vdots \\ (y_{\tau_1 - 1} - \phi y_{\tau_1 - 2}) / \sigma \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_0^* &= \\ & \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \phi^2} (1 - S_1) / \sigma & \sqrt{1 - \phi^2} S_1 / \sigma \\ \{(1 - S_2) - \phi(1 - S_1)\} / \sigma & \{S_2 - \phi S_1\} / \sigma \\ \vdots & \vdots \\ \{(1 - S_{\tau_1 - 1}) - \phi(1 - S_{\tau_1 - 2})\} / \sigma & \{S_{\tau_1 - 1} - \phi S_{\tau_1 - 2}\} / \sigma \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

である．なお， $y_1$  の分布は無条件の分散  $1/(1 - \phi^2)$  が仮定されている． $y_2$  以降の分散である 1

に基準化するため、 $y_0^*$ 、 $X_0^*$  の第 1 行の各要素には  $\sqrt{1-\phi^2}$  が乗じられている。

$n = 1, \dots, N-1$  の場合は、

$$\mathbf{y}_n^* = \begin{bmatrix} (y_{\tau_n} - \phi y_{\tau_n-1})/\sigma \\ (y_{\tau_{n+1}} - \phi y_{\tau_n})/\sigma \\ \vdots \\ (y_{\tau_{n+1}-1} - \phi y_{\tau_{n+1}-2})/\sigma \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}_n^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1n}^* & \mathbf{x}_{2n}^* \end{bmatrix},$$

ここで、

$$\mathbf{x}_{1n}^* = \begin{bmatrix} \{(1 - S_{\tau_n}) - \phi(1 - S_{\tau_n-1})\}/\sigma \\ \{(1 - S_{\tau_{n+1}}) - \phi(1 - S_{\tau_n})\}/\sigma \\ \vdots \\ \{(1 - S_{\tau_{n+1}-1}) - \phi(1 - S_{\tau_{n+1}-2})\}/\sigma \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x}_{2n}^* = \begin{bmatrix} \{S_{\tau_n} - \phi S_{\tau_n-1}\}/\sigma \\ \{S_{\tau_{n+1}} - \phi S_{\tau_n}\}/\sigma \\ \vdots \\ \{S_{\tau_{n+1}-1} - \phi S_{\tau_{n+1}-2}\}/\sigma \end{bmatrix},$$

である。 $n = N$  の場合は、

$$\mathbf{y}_N^* = \begin{bmatrix} (y_{\tau_N} - \phi y_{\tau_N-1})/\sigma \\ (y_{\tau_{N+1}} - \phi y_{\tau_N})/\sigma \\ \vdots \\ (y_T - \phi y_{T-1})/\sigma \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}_N^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1N}^* & \mathbf{x}_{2N}^* \end{bmatrix},$$

ここで、

$$\mathbf{x}_{1N}^* = \begin{bmatrix} \{(1 - S_{\tau_N}) - \phi(1 - S_{\tau_N-1})\}/\sigma \\ \{(1 - S_{\tau_{N+1}}) - \phi(1 - S_{\tau_N})\}/\sigma \\ \vdots \\ \{(1 - S_T) - \phi(1 - S_{T-1})\}/\sigma \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x}_{2N}^* = \begin{bmatrix} \{S_{\tau_N} - \phi S_{\tau_N-1}\}/\sigma \\ \{S_{\tau_{N+1}} - \phi S_{\tau_N}\}/\sigma \\ \vdots \\ \{S_T - \phi S_{T-1}\}/\sigma \end{bmatrix},$$

である。

## A.2 $\phi$ のサンプリング

事前分布  $\phi$  の事前分布には以下の切断正規分布、

$$\phi \sim N(\underline{\phi}, \underline{\sigma}_\phi^2) \times I(|\phi| < 1), \quad (\text{A.7})$$

を仮定する。ここで、 $I(|\phi| < 1)$  は  $|\phi| < 1$  を満たせば 1、満たさなければ 0 となる指示関数である。すなわち、この事前分布は平均が  $\underline{\phi}$ 、分散が  $\underline{\sigma}_\phi^2$  の正規分布について定常性を満たさない範囲 ( $|\phi| \geq 1$ ) を切断したもとなっている。

尤度関数 (11) を行列形式に書き換え、

$$\mathbf{y}^\dagger = \begin{bmatrix} (y_2 - \mu_2) / \sigma \\ (y_3 - \mu_3) / \sigma \\ \vdots \\ (y_T - \mu_T) / \sigma \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x}^\dagger = \begin{bmatrix} (y_1 - \mu_1) / \sigma \\ (y_2 - \mu_2) / \sigma \\ \vdots \\ (y_{T-1} - \mu_{T-1}) / \sigma \end{bmatrix},$$

とすると、 $\phi$  についての尤度関数は、

$$L(\phi | \tilde{\theta}_{-\phi}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T) = (2\pi)^{-\frac{T-2}{2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{y}^\dagger - \mathbf{x}^\dagger \phi)'(\mathbf{y}^\dagger - \mathbf{x}^\dagger \phi)\right\}, \quad (\text{A.8})$$

である<sup>13)</sup>。

事後分布  $\phi$  の全条件付き事後分布は事前分布と尤度の積に比例するので、平方完成を利用して展開すると、次式のように整理できる。

<sup>13)</sup> ここでは、正確な尤度関数  $\pi(y_1, \dots, y_T | \tilde{\theta})$  ではなく、条件付き尤度関数  $\pi(y_2, \dots, y_T | y_1, \tilde{\theta})$  で近似している。正確な尤度関数を用いた場合、全条件付き事後分布は切断正規分布にならない。詳しくは Chib and Greenberg (1994) を参照されたい。

$$\begin{aligned} & \pi(\phi | \tilde{\theta}_{-\phi}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T) \\ & \propto \pi(\phi) L(\phi | \tilde{\theta}_{-\phi}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T) \\ & \propto \exp\left\{-\frac{1}{2\bar{\sigma}_\phi^2}(\phi - \bar{\phi})^2\right\} I(|\phi| < 1), \quad (\text{A.9}) \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_\phi^2 &= (\underline{\sigma}_\phi^{-2} + \mathbf{x}'\mathbf{x}^\dagger)^{-1}, \\ \bar{\phi} &= \bar{\sigma}_\phi^2 (\underline{\sigma}_\phi^{-2}\underline{\phi} + \mathbf{x}'\mathbf{y}^\dagger), \end{aligned}$$

である。したがって、 $\phi$  は,

$$\begin{aligned} \phi | \tilde{\theta}_{-\phi}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T \\ \sim N(\bar{\phi}, \bar{\sigma}_\phi^2) \times I(|\phi| < 1), \quad (\text{A.10}) \end{aligned}$$

の一変量切断正規分布からサンプリングすれば良い。

### A.3 $\sigma^2$ のサンプリング

事前分布  $1/\sigma^2$  の事前分布に以下のガンマ分布,

$$\frac{1}{\sigma^2} \sim G\left(\frac{a_n}{2}, \frac{b_n}{2}\right), \quad (\text{A.11})$$

を設定する<sup>14)</sup>。

尤度関数 (11) より  $\sigma^2$  についての尤度関数は,

$$\begin{aligned} L(\sigma^2 | \tilde{\theta}_{-\sigma^2}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T) & \propto (\sigma^2)^{-\frac{T-1}{2}} \times \\ & \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=2}^T \{y_t - \mu_t - \phi(y_{t-1} - \mu_{t-1})\}^2\right], \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

と書ける。

事後分布  $1/\sigma^2$  の全条件付き事後分布は事前分布と尤度の積に比例するので,

$$\begin{aligned} & \pi\left(\frac{1}{\sigma^2} | \tilde{\theta}_{-\sigma^2}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T\right) \\ & \propto \pi\left(\frac{1}{\sigma^2}\right) L(\sigma^2 | \tilde{\theta}_{-\sigma^2}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T) \\ & \propto \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\frac{T}{2}-1} \exp\left\{-\frac{\bar{b}}{2\sigma^2}\right\}, \quad (\text{A.13}) \end{aligned}$$

<sup>14)</sup> 逆ガンマ分布にしたがう確率変数の逆数はガンマ分布にしたがうことを利用している。

と整理することができる。ここで,

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \underline{a} + T - 1, \\ \bar{b} &= \underline{b} + \sum_{t=2}^T \{y_t - \mu_t - \phi(y_{t-1} - \mu_{t-1})\}^2, \end{aligned}$$

である。したがって、 $1/\sigma^2$  は,

$$\frac{1}{\sigma^2} | \tilde{\theta}_{-\sigma^2}, \tilde{S}_T, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T \sim G\left(\frac{\bar{a}}{2}, \frac{\bar{b}}{2}\right), \quad (\text{A.14})$$

のガンマ分布から  $1/\sigma^2$  をサンプリングし、その逆数を  $\sigma^2$  のサンプルとすれば良い。

### A.4 $\tilde{p}$ のサンプリング

$\tilde{S}_T$  が与えられれば、 $\tilde{S}_T$  の推移確率  $\tilde{p}$  はデータ  $\tilde{y}_T$ , もう 1 つの潜在変数  $\tilde{D}_T$ , その他のパラメーター  $\tilde{\theta}_{-\tilde{p}}$  とは独立なので、 $\tilde{S}_T$  のみを条件としてサンプリングすることが可能である。

事前分布  $p_{00}$  と  $p_{11}$  の共役事前分布として互いに独立なベータ分布,

$$p_{00} \sim \beta(\underline{u}_{00}, \underline{u}_{01}), \quad p_{11} \sim \beta(\underline{u}_{10}, \underline{u}_{11}), \quad (\text{A.15})$$

を設定する。

尤度関数  $p_{00}$  と  $p_{11}$  についての尤度関数は,

$$\begin{aligned} & L(p_{00}, p_{11} | \tilde{S}_T, \tilde{y}_T) \\ & \propto p_{00}^{n_{00}} (1 - p_{00})^{n_{01}} p_{11}^{n_{11}} (1 - p_{11})^{n_{10}}, \quad (\text{A.16}) \end{aligned}$$

である。ここで、 $n_{ij}$  は状態  $i$  から状態  $j$  への推移回数であり、所与の  $\tilde{S}_T = \{S_1, S_2, \dots, S_T\}$  について推移回数を数えることにより得ることができる。具体的には、 $n_{00}$  は  $S_t = 0$  かつ  $S_{t+1} = 0$  であった  $t$  の個数、 $n_{01}$  は  $S_t = 0$  かつ  $S_t = 1$  であった  $t$  の個数である。

事後分布  $p_{00}$  と  $p_{11}$  の全条件付き事後分布は事前分布と尤度の積に比例するので,

$$\begin{aligned}
& \pi ( p_{00}, p_{11} \mid \tilde{S}_T, \tilde{y}_T ) \\
& \propto \pi ( p_{00}, p_{11} ) L ( p_{00}, p_{11} \mid \tilde{S}_T, \tilde{y}_T ) \\
& \propto p_{00}^{\bar{u}_{00}-1} ( 1 - p_{00} )^{\bar{u}_{01}-1} \\
& \quad \times p_{11}^{\bar{u}_{10}-1} ( 1 - p_{11} )^{\bar{u}_{11}-1}, \quad (\text{A.17})
\end{aligned}$$

と整理できる．ここで，

$$\begin{aligned}
\bar{u}_{00} &= \underline{u}_{00} + n_{00}, & \bar{u}_{01} &= \underline{u}_{01} + n_{01}, \\
\bar{u}_{10} &= \underline{u}_{10} + n_{11}, & \bar{u}_{11} &= \underline{u}_{11} + n_{10},
\end{aligned}$$

である．以上より  $p_{00}, p_{11}$  は以下のベータ分布，

$$p_{00} \mid \tilde{S}_T, \tilde{y}_T \sim \beta ( \bar{u}_{00}, \bar{u}_{01} ), \quad (\text{A.18})$$

$$p_{11} \mid \tilde{S}_T, \tilde{y}_T \sim \beta ( \bar{u}_{10}, \bar{u}_{11} ), \quad (\text{A.19})$$

からそれぞれサンプリングすれば良い．

## A.5 $\tilde{q}$ のサンプリング

$\tilde{D}_T$  が与えられれば， $\tilde{D}_T$  の推移確率  $\tilde{q}$  はデータ  $\tilde{y}_T$ ，もう 1 つの潜在変数  $\tilde{S}_T$ ，その他のパラメータ  $\tilde{\theta}_{-\tilde{q}}$  とは独立であるので， $\tilde{D}_T$  のみを条件としてサンプリングすることができる．ここでは  $D_t = n$  の場合を考える．

事前分布  $q_{nn}$  の事前分布としてベータ分布，

$$q_{nn} \sim \beta ( r_{nn}, r_{n,n+1} ), \quad (\text{A.20})$$

を設定する．

尤度関数  $q_{nn}$  に関する尤度関数は，

$$\begin{aligned}
L ( q_{nn} \mid \tilde{D}_T, \tilde{y}_T ) &\propto q_{nn}^{k_{nn}} ( 1 - q_{nn} )^{k_{n,n+1}}, \\
& n = 0, \dots, N - 1, \quad (\text{A.21})
\end{aligned}$$

ここで， $k_{nn}$  は所与の  $\tilde{D}_T = \{D_1, D_2, \dots, D_T\}$  の中で  $D_t = n$  かつ  $D_{t+1} = n$  であった  $t$  の個数を数えることにより得ることができる．一方， $k_{n,n+1}$  は  $D_t = n$  かつ  $D_{t+1} = n + 1$  の個数であるが， $D_t$  は非可逆であることが仮定されているので， $k_{n,n+1} = 1$  である．

事後分布  $q_{nn}$  の全条件付き事後分布は事前分布と尤度の積に比例するので，

$$\begin{aligned}
& \pi ( q_{nn} \mid \tilde{D}_T, \tilde{y}_T ) \\
& \propto \pi ( q_{nn} ) L ( q_{nn} \mid \tilde{D}_T, \tilde{y}_T ) \\
& \propto q_{nn}^{\bar{r}_{nn}-1} ( 1 - q_{nn} )^{\bar{r}_{n,n+1}-1}, \quad (\text{A.22})
\end{aligned}$$

と整理できる．ここで，

$$\bar{r}_{nn} = r_{nn} + k_{nn}, \quad \bar{r}_{n,n+1} = r_{n,n+1} + 1, \quad (\text{A.23})$$

である．以上より  $q_{nn}$  は，

$$q_{nn} \mid \tilde{D}_T, \tilde{y}_T \sim \beta ( \bar{r}_{nn}, \bar{r}_{n,n+1} ), \quad (\text{A.24})$$

のベータ分布からサンプリングすれば良い．

## A.6 $\tilde{S}_T$ のサンプリング

潜在変数  $\tilde{S}_T$  のサンプリングにはマルチムーブ・サンプラーを用いた<sup>15)</sup>．つまり，

$$\pi ( \tilde{S}_T \mid \tilde{\theta}, \tilde{D}_T, \tilde{y}_T ),$$

から  $\tilde{S}_T$  を一度にサンプリングする方法である． $\tilde{S}^t = \{S_t, S_{t+1}, \dots, S_T\}$  と定義すると， $\tilde{S}_T$  の全条件付き事後分布は次式のように表現できる．なお，以下では簡単化のため，条件の  $\tilde{\theta}$  と  $\tilde{D}_T$  は省略して表記する．

$$\begin{aligned}
& \pi ( \tilde{S}_T \mid \tilde{y}_T ) \\
& = \pi ( S_T \mid \tilde{y}_T ) \pi ( S_{T-1} \mid S_T, \tilde{y}_{T-1} ) \cdots \\
& \quad \pi ( S_t \mid S_{t+1}, \tilde{y}_t ) \cdots \pi ( S_1 \mid S_2, \tilde{y}_1 ). \quad (\text{A.25})
\end{aligned}$$

ここで，(A.25) の展開には  $S_{t+1}$  が所与であれば， $\tilde{S}^{t+2}$  と  $\tilde{y}^{t+1}$  は  $S_{t+1}$  以上の情報を含んでいないというマルコフ過程の性質を用いている．以上の結果より，(A.25) 左辺の分布からのサンプリングは以下の手順で行うことができる．ま

<sup>15)</sup> Kim and Nelson (1999b, p.212) に簡潔な解説がなされている．

ず，右辺第 1 項  $\pi ( S_T | \tilde{y}_T )$  から  $S_T$  をサンプリングし，その後，その  $S_T$  の値を条件として，右辺第 2 項  $\pi ( S_{T-1} | S_T, \tilde{y}_{T-1} )$  から  $S_{T-1}$  をサンプリングする．これを  $S_1$  まで繰り返し実行すればよい．右辺の各項の導出は以下の通りである．

$$\begin{aligned} \pi ( S_t | S_{t+1}, \tilde{y}_t ) &= \frac{\pi ( S_t, S_{t+1} | \tilde{y}_t )}{\pi ( S_{t+1} | \tilde{y}_t )} \\ &= \frac{\pi ( S_{t+1} | S_t ) \pi ( S_t | \tilde{y}_t )}{\pi ( S_{t+1} | \tilde{y}_t )}. \quad (\text{A.26}) \end{aligned}$$

例えば， $\pi ( S_t = i | S_{t+1}, \tilde{y}_t )$  は次式のように計算できる．

$$\begin{aligned} \pi ( S_t = i | S_{t+1}, \tilde{y}_t ) &= \\ \frac{\pi ( S_{t+1} | S_t = i ) \pi ( S_t = i | \tilde{y}_t )}{\sum_{i=0}^1 \pi ( S_{t+1} | S_t = i ) \pi ( S_t = i | \tilde{y}_t )}. \quad (\text{A.27}) \end{aligned}$$

(A.27) 右辺分子の第 1 項は推移確率 (7) であり，右辺分子の第 2 項は以下の定常確率，

$$\begin{aligned} \pi ( S_1 = 1 | \tilde{y}_1 ) &= \\ = \pi ( S_1 = 1 | \tilde{p} ) &= \frac{1 - p_{00}}{2 - p_{00} - p_{11}}, \quad (\text{A.28}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi ( S_1 = 0 | \tilde{y}_1 ) &= \\ = \pi ( S_1 = 0 | \tilde{p} ) &= \frac{1 - p_{11}}{2 - p_{00} - p_{11}}, \quad (\text{A.29}) \end{aligned}$$

からスタートして， $t = 2$  から  $T$  まで時間の順に Hamilton (1989) フィルターを実行することで計算できる．以上より (A.25) から  $\tilde{S}_T$  をサンプリングするためには以下の手順を実行すればよい．

1. まず，定常確率 (A.28) , (A.29) からスタートして， $t = 2$  から  $T$  まで時間の順に Hamilton フィルターを実行し， $\pi ( S_t | \tilde{y}_t )$  を計算する．
2. 1. の最後に計算された  $\pi ( S_T | \tilde{y}_T )$  を使って  $S_T$  をサンプリングする．具体的には，確率  $\pi ( S_T = 1 | \tilde{y}_T )$  により  $S_T = 1$  を，残りの確率により  $S_T = 0$  をサンプリングする．

3. 2. でサンプリングされた  $S_T$  を使って次の確率を計算する．

$$\begin{aligned} &\pi ( S_{T-1} = 1 | S_T, \tilde{y}_T ) \\ &= \frac{\pi ( S_T | S_{T-1} = 1 ) \pi ( S_{T-1} = 1 | \tilde{y}_{T-1} )}{\sum_{j=0}^1 \pi ( S_T | S_{T-1} = j ) \pi ( S_{T-1} = j | \tilde{y}_{T-1} )}, \end{aligned}$$

ここで，右辺の  $\pi ( S_T | S_{T-1} = 1 )$  は推移確率 (7) であり， $\pi ( S_{T-1} | \tilde{y}_{T-1} )$  は 1. の Hamilton フィルターにより計算されている．したがって，この確率で  $S_{T-1} = 1$  をサンプリングし，残りの確率で  $S_{T-1} = 0$  をサンプリングする．

4. 3. を時間と逆方向に  $t = T - 2$  から 1 まで繰り返す．

## A.7 $\tilde{D}_T$ のサンプリング

$\tilde{D}_T$  のサンプリングも  $\tilde{S}_T$  と同様にマルチムーブ・サンプラーを用いる． $\tilde{D}_T$  の全条件付き事後分布は次式の通りである．

$$\begin{aligned} \pi ( \tilde{D}_T | \tilde{y}_T ) &= \\ = \pi ( D_T | \tilde{y}_T ) \pi ( D_{T-1} | D_T, \tilde{y}_{T-1} ) \cdots \\ \pi ( D_t | D_{t+1}, \tilde{y}_t ) \cdots \pi ( D_1 | D_2, \tilde{y}_1 ), \quad (\text{A.30}) \end{aligned}$$

ここで，簡単化のため，条件の  $\tilde{\theta}$  と  $\tilde{S}_T$  は省略して表記されている．このことから左辺の分布からのサンプリングは右辺各項からのサンプリングを時間と逆方向に行うことにより実行できる．ただし，モデルの設定により  $D_1$  と  $D_T$  はそれぞれ 0 と  $N$  に固定される．以上より， $\tilde{D}_T$  のサンプリングは下記の手順で実行される．

1.  $D_1 = 0$  ,  $D_T = N$  として， $t = 2$  から  $T - 1$  まで時間の順に Hamilton フィルターを実行し  $\pi ( D_t | \tilde{y}_t )$  を計算する．
2. 1. の最後に計算された  $\pi ( D_{T-1} | \tilde{y}_{T-1} )$  を用いて次の確率を計算する．

$$\begin{aligned}
& \pi ( D_{T-1} = n \mid D_T = n, \tilde{y}_T ) \\
&= \left\{ \pi ( D_{T-1} = n \mid \tilde{y}_{T-1} ) \right. \\
&\quad \left. \times \pi ( D_T = n \mid D_{T-1} = n ) \right\} \\
& \Big/ \sum_{j=n-1}^n \left\{ \pi ( D_{T-1} = j \mid \tilde{y}_{T-1} ) \right. \\
&\quad \left. \times \pi ( D_T = n \mid D_{T-1} = j ) \right\}, \quad (\text{A.31})
\end{aligned}$$

ただし，右辺の  $\pi ( D_{T-1} = n \mid \tilde{y}_{T-1} )$  は 1. で Hamilton フィルターによって計算され， $\pi ( D_T = n \mid D_{T-1} = n )$  は推移確率 (9) である．この確率で  $D_{T-1} = n$  をサンプリングし，残りの確率で  $D_{T-1} = n - 1$  をサンプリングする．

3. サンプリングされた  $D_{T-1}$  と 1. で計算された  $\pi ( D_{t-2} \mid \tilde{y}_{T-2} )$  を用いて，次の確率を

計算する．

$$\begin{aligned}
& \pi ( D_{T-2} = D_{T-1} \mid \tilde{D}^{T-1} ) \\
&= \left\{ \pi ( D_{T-2} = D_{T-1} \mid \tilde{y}_{T-2} ) \right. \\
&\quad \left. \times \pi ( D_{T-1} \mid D_{T-2} = D_{T-1} ) \right\} \\
& \Big/ \sum_{j=D_{T-1}-1}^{D_{T-1}} \left\{ \pi ( D_{T-2} = j \mid \tilde{y}_{T-2} ) \right. \\
&\quad \left. \times \pi ( D_{T-1} \mid D_{T-2} = j ) \right\}, \quad (\text{A.32})
\end{aligned}$$

この確率で  $D_{T-2} = D_{T-1}$  をサンプリングし，残りの確率で  $D_{T-2} = D_{T-1} - 1$  をサンプリングする．

4. 3. を時間と逆方向に  $t = 2$  まで繰り返す．

**IR**

**CRIEPI**

---

**Central Research Institute of  
Electric Power Industry**

## 電力中央研究所報告

---

[不許複製]

編集・発行人 一般財団法人 電力中央研究所  
社会経済研究所長  
東京都千代田区大手町1-6-1  
電話 03 (3201) 6601 (代)  
e-mail [src-rr-ml@criepi.denken.or.jp](mailto:src-rr-ml@criepi.denken.or.jp)

---

発行・著作・公開 一般財団法人 電力中央研究所  
東京都千代田区大手町1-6-1  
電話 03 (3201) 6601 (代)

---

印刷所 株式会社 ユウワビジネス  
東京都千代田区神田須田町1-1  
電話 03 (3258) 9380

---

ISBN978-4-7983-0824-1

