

弟は何分後に兄に追いつかれるのかな

1 改善の方向

イ テキストに基づいて自分の考えを書く力を高めること

(ア) テキストを利用して自分の考えを表現する能力の育成

テキストで述べられている事柄を相互に関連付けて解釈したり、表現する能力を育成する。

ウ 様々な文章や資料を読む機会や、自分の意見を述べたり書いたりする機会を充実すること

(イ) 自分の感じたことや考えたことを簡潔に表現する能力の育成

授業で学んだことを自分なりにワークシートにまとめる能力を育成する。

2 研究及び授業改善の視点

日常的な内容の文章題を使うことで、問題解決の必要性を実感させる。その際、問題を解決するために図、表、式、グラフ等のような求め方を用いてもかまわない（小学校の既習事項も使ってよい）という条件を示すと、生徒はいろいろなやり方を出してくる。また、お互いの解決方法を発表し合うことで、発表者は相手に理解してもらうためにはどのように説明をすればよいのかを、工夫する。また、聞き手は発表者の解決方法を知ること、自分とは違う解決方法を知ることができる。

これらの力を育成していくことは、まさに読解力の育成に通じていくものである。

3 実践のねらい

既習事項を基にしてさまざまな解決方法を発表し合い、図、表、式、グラフ等のような求め方でも一次方程式の解の意味を理解することができることを実感させる。

4 実践概要

(1) 題材名 第1学年「方程式」

(2) 題材について

小学校においては、方程式の素地的な指導として、数量を□や△を用いて表したり、それにあてはまる数を調べたりしている。また簡単な場合については、□や△にあてはまる数を逆算により求めている。中学校第1学年では、方程式とその解の意味について学習し、等式の性質を用い、一元一次方程式を筋道を立てて解き、それらを通して代数的な処理のよさを理解することをねらいとしている。また、これらの学習は、第2学年の連立方程式や一次関数、第3学年の二次方程式へつながっていく。

本時は、方程式の2時間目であり、方程式の解の意味を学習する。問題解決の必要性を感じられるよう文章題（本時は兄が弟を追いかける文章問題）を課題として提示する。そして、どのような求め方でもよいのでこれまでの知識を総動員してとにかく答えを求めてみようとして投げかける。生徒は多様な考え方で問題解決に向かって取り組み、どのような解決方法でも兄と弟の道のりが一致したときが答えになることに気付くであろう。このような学習を通して、方程式の解の意味を理解するためには、いろいろな考え方、表し方で取り組めることを実感させたい。

(3) 指導目標

方程式について理解し、一元一次方程式を用いることができるようにする。

- ① 方程式及びその中の文字や解の意味を理解する。
- ② 等式の性質を見だし、方程式がそれに基づいて解けることを知る。
- ③ 簡単な一元一次方程式を解くことができ、それを利用できる。

(4) 研究との関わり

イ テキストに基づいて自分の考えを書く力を高めること

(ア) テキストを利用して自分の考えを表現する能力の育成

生徒が、既習事項をもとに自由に問題解決し、自分の考えを、ワークシートに記入したり、発言したり説明したりすることで自分の考えを表現する能力を育成する。その際、多様な考え方や解決方法があることを理解できるように論理的に説明するように指導する。

ウ 様々な文章や資料を読む機会や、自分の意見を述べたり書いたりする機会を充実すること

(イ) 自分の感じたことや考えたことを簡潔に表現する能力の育成

ワークシートを用意することで、自由に自分の考え方を書いたり、他の生徒の考えを聞いて分かったことを書かせることで、自分の感じたことや考えたことを簡潔に表現する能力を育成する。

(5) 課題の工夫

教科書では、「等式が与えられ、その等式の x にいくつか数を代入させ両辺が等しくなるときの x の値を調べていく」指導が取られている。しかしそれでは、問題を解決する必要感に欠けると考えられる。そこで、まず必要感を感じられるよう文章題（本時は兄が弟を追いかける文章問題）を課題として提示した。そして、どのような求め方でもよいのでこれまでの知識を総動員してとにかく答えを求めてみようとして投げかける。すると、生徒は多様な考え方で問題解決に向かって取り組む。このような取組が自分の考えを表現する能力を養う。さらにこの取組は一次関数の素地にまで広がる大切な学習である。

(6) 指導計画

次	項	主 な 内 容	時間数	
1	方程式とその解	○等式、左辺、右辺、両辺、方程式の解、方程式を解く意味	2 本時2/2	15 時 間 扱 い
2	等式の性質と方程式	○問い式の性質 ○等式の性質を利用して、簡単な方程式を解くこと	2	
3	方程式の解き方	○移項の考え ○一元一次方程式を解く手順 ○形式的に解くという代数的な操作のよさ	4	
4	方程式の利用	○問題の中から、等しい数量関係を方程式にして表すこと ○方程式を使って求めた答えが問題にあっていないかどうかの吟味	5	
5	問題練習		2	

(7) 本時の目標

- ① 課題を解決するために図、表、式、グラフを利用し、考え方や求め方を表すことができる。 (表現・処理)
- ② 既習事項をもとに、帰納的に考え、最終的には、問題を一般化して解決することができる。 (数学的な見方や考え方)

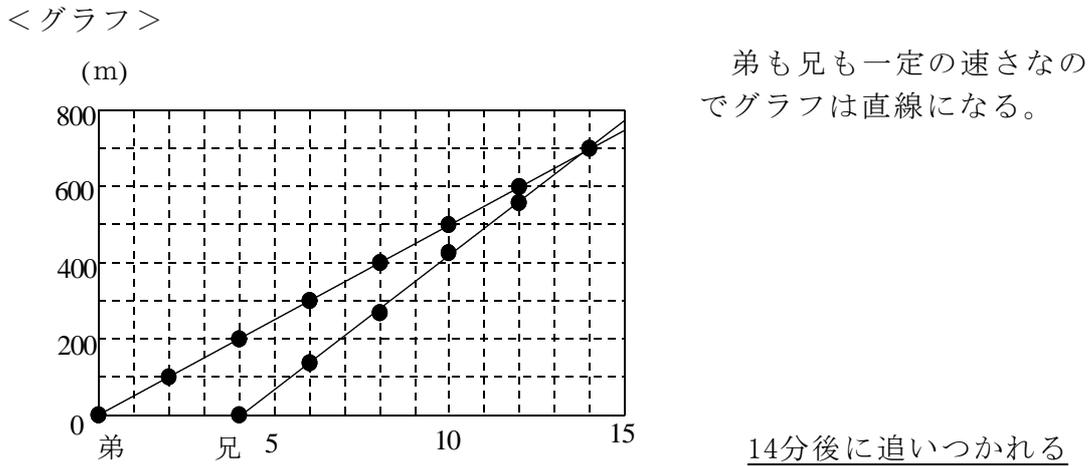
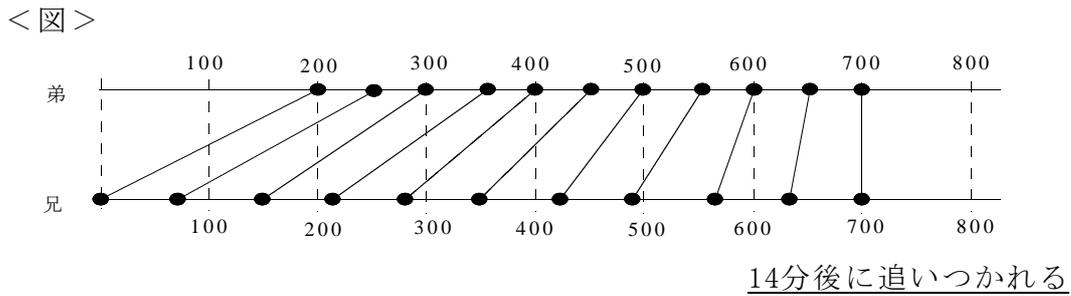
(8) 展開

発問・指示・ワークシート	生徒の反応予想	○評価 ◆具体的手立て ★指導上の留意点	改善の方向																								
(ワークシート1配布) 1 課題の提示																											
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 弟は家を出発して学校に向かいました。その4分後に、兄は家を出発して弟を追いかけてきました。弟の歩く速さを毎分50m、兄の歩く速さを毎分70mとすると、弟は家を出発してから何分後に兄に追いつかれますか。 </div>			イ (7)																								
発問 「何かわからないことはありますか。」	<ul style="list-style-type: none"> ・ 弟の兄はどのような状況にあるのだろうか。 	<ul style="list-style-type: none"> ★課題を把握したか確認する。 																									
2 課題の解決 発問 「弟は何分後に兄に追いつかれるか予想しましょう。」	<ul style="list-style-type: none"> ・ 7分後くらいかな。 																										
発問 「予想した答えが正しいかどうか、どうすれば確かめられますか。」	<ul style="list-style-type: none"> ・ 弟と兄の進んで道のりを考えればよい。 弟は$50 \times 7 = 350\text{m}$ 兄は$70 \times (7 - 4) = 210\text{m}$ よって、弟はまだ兄に追いつかれない。 	<ul style="list-style-type: none"> ○予想の値が正しいかどうかを調べることができる。 ◆追いつくとはどのような場合をいうのかを問う。 																									
発問 「調べていくときに要領よく調べるためにはどうすればいいと思いますか。」	<ul style="list-style-type: none"> ・ 上記のように1つずつ調べていく。 ・ 表にまとめて調べる。 ・ グラフをかいて調べる。 	<ul style="list-style-type: none"> ★ワークシートを使い、1つずつ調べてみたり、表にまとめたりしていくことで要領よく問題を解決できることに気付かせる。 																									
指示 「いろいろな考え方で答えを求めましょう。」																											
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p><表> 弟の時間を□とすると、弟$50 \times \square$ 兄$70 \times (\square - 4)$より</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>弟の時間 (分)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> <td>12</td> <td>13</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>弟の道のり (m)</td> <td>50</td> <td>100</td> <td>150</td> <td>...</td> <td>600</td> <td>650</td> <td>700</td> </tr> <tr> <td>兄の道のり (m)</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>...</td> <td>560</td> <td>630</td> <td>700</td> </tr> </table> <p style="text-align: right; margin-right: 50px;"><u>14分後に追いつかれる</u></p> </div>				弟の時間 (分)	1	2	3	...	12	13	14	弟の道のり (m)	50	100	150	...	600	650	700	兄の道のり (m)	0	0	0	...	560	630	700
弟の時間 (分)	1	2	3	...	12	13	14																				
弟の道のり (m)	50	100	150	...	600	650	700																				
兄の道のり (m)	0	0	0	...	560	630	700																				

<式>

弟	兄
弟が1分ならば、 $50 \times 1 = 50\text{m}$	—
：	：
弟が5分ならば、 $50 \times 5 = 250\text{m}$	> $70 \times 1 = 70\text{m}$
：	：
弟が13分ならば、 $50 \times 13 = 650\text{m}$	> $70 \times 9 = 630\text{m}$
弟が14分ならば、 $50 \times 14 = 700\text{m}$	= $70 \times 10 = 700\text{m}$

14分後に追いつかれる



<その他>

兄が出発する時、兄弟には $50 \times 4 = 200\text{m}$ の道のりの差があった。
 2人の速さの差は、 $70 - 50 = 20\text{m}/\text{分}$
 よって、 200m の差を1分毎に 20m ずつ縮めていくと考えられるので、
 $200 \div 20 = 10\text{分}$
 したがって、10分後に兄は追いつくので、 $10 + 4 = 14\text{分}$ で、
14分後に追いつかれる

(ワークシート 2 配布)

3 自分の考えの発表

発問

「自分の考えを発表してみましよう。」

- ・ 式から兄弟の道のりを比べて求めた。
- ・ 表に整理して求めた。
- ・ 図を書いて求めた。
- ・ グラフをかいて2本の直

○いろいろな方法で解決することができる。(イ)

- ◆一つの方法で解決できたならば、他の考え方も解決するよう促す。
- ◆友達の考えをワー

	<p>線の交点から求めた。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 兄弟の道のりの差と速さの差から求めた。 ・ 表や式から文字を使って表すことができる。 	<p>クシートにまとめながら確認するよう促す。</p> <p>★文字を使って式を一般化させる。</p>
<p><表から> 弟の道のりの求め方$50 \times \square$と兄の道のりの求め方$70 \times (\square - 4)$から、\squareをxとすれば、$50x = 70(x - 4)$と表せる。</p> <p><式から> 弟がx分ならば、$50 \times x = 70 \times (x - 4)$ となり、 $50x = 70(x - 4)$ と表せる。</p>		
<p>3 まとめ</p>		
<p>方程式$50x = 70(x - 4)$は、$x = 14$のときに左辺と右辺が等しくなります。 このように、方程式を成り立たせる値を方程式の解といいます。</p>		
	<ul style="list-style-type: none"> ・ 友達の考え等、参考になった事柄をまとめる。 ・ 本時を振り返りまとめる。 	<p>★自分や友達の考えをワークシートにまとめさせる。</p>

ワークシート 1

< 弟は何分後に兄に追いつかれるのかな >

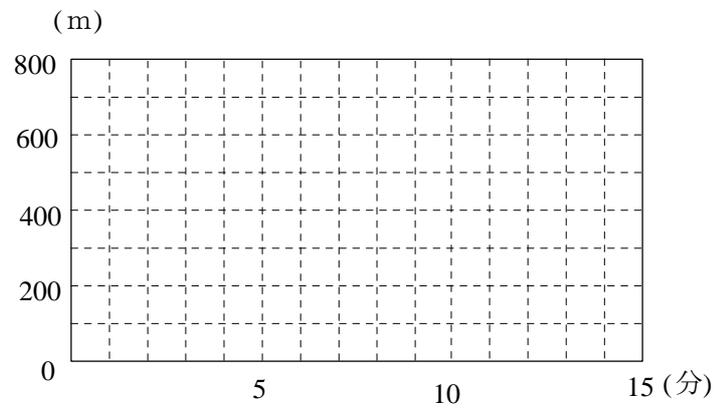
2年 組 番 氏名 ()

弟は家を出発して学校に向かいました。その4分後に、兄は家を出発して弟を追いかけてきました。弟の歩く速さを毎分50m、兄の歩く速さを毎分70mとすると、弟は家を出発してから何分後に兄に追いつかれますか。

- 1 自分の考えをそのままかいてみましょう。
(自分で考えた分だけ、たくさんかいてかまいません)

ワークシート 2 - 2

< グラフ >



< その他の考え >

今日の授業で学んだことをワークシートにまとめてみましょう。

○友だちの発表や意見交換から気づいたこと、わかったこと、すごいなと思ったことはありますか。

○今日の授業で学んだことは何ですか。

5 授業分析

(1) 生徒の反応

- ・ 答えを出すときはやはり式がよいけれどまとめるときは図やグラフの方が分かりやすいと思った。また、表にするととても分かりやすいこともわかった。
- ・ 自分の考えだけでなく、いろいろな考え方を多く知ることができてよかった。
- ・ 最初は解き方がひとつしか分からなかったけれど、他の人の解き方を聞いて、こういう解き方もあるんだなということを知ることができた。
- ・ 考え方が色々あることが分かった。これからはひとつの考えにこだわらずじっくりいろいろな考え方に挑戦したい。
- ・ 始めは難しいと思ったけれどよく考えてやってみたらできた。なので、あきらめずにやりたいと思った。
- ・ 私は文章題が苦手ですが、表やグラフに表してみるとすぐ解けることが分かりました。
- ・ 小学校の考えが基礎になっていて、改めて小学校の勉強が大切なんだなと思いました。
- ・ 習ったことを活用することは難しいけれど、ちゃんとできるようになると便利なことが分かった。
- ・ いろいろな視点から1つの問題を見ておもしろかった。これからも多様な視点でものを見てみたいです。
- ・ いろいろな考え方を作って考えるとおもしろいと思いました。今まで習ったことや今日習ったことをこれからも生かしていきたいです。

(2) 授業の分析

<板書例>

板書においては、生徒の考えをそのままきちんと記す。順序立てて発言しているものに対しては、特に注目させ、関数的にその変化や決まりを見つけることができるよう指導する。

この板書の式を読みとらせることで、「兄と弟の歩く速さは一定であること」、「時間が増えていること」、「弟と兄の時間には4分の差があること」がわかる。

これらのことから変化している時間を x とおくことで、等式をたて考えを進めていくことができる。これが後に学習する方程式の文章問題を解決するときの立式の素地ともなる。

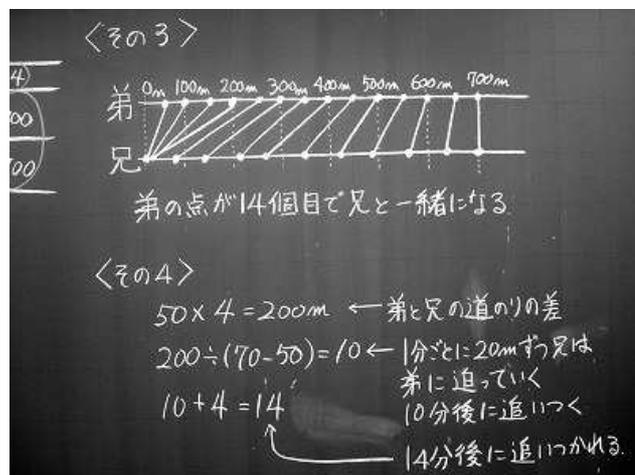
<その1>

1分	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
弟	50m	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
兄	0m	0	0	0	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700

<その2>

弟が	弟	兄
1分	$50 \times 1 = 50m$	—
2	$50 \times 2 = 100m$	—
3	$50 \times 3 = 150m$	—
4	$50 \times 4 = 200m$	—
5	$50 \times 5 = 250m$	$70 \times 1 = 70m$
6	$50 \times 6 = 300m$	$70 \times 2 = 140m$
...
13	$50 \times 13 = 650m$	$70 \times 9 = 630m$
14	$50 \times 14 = 700m$	$70 \times 10 = 700m$

【表と式】



【図と式】

<生徒へのワークシート、ノート指導例>

はじめはどんな方法でもよいから、とにかくやってみる。そのため、ワークシートは課題だけ載せ、自由に記述できるようにした。

【資料 1】

【資料 1】は式と図（数直線）を使って求めようとした生徒のワークシートである。

予想を自分なりに10分、9分、5分とにおいて、弟と兄の道のりを求め、比較したり、図化したものをさらに数直線に表し直して、求めようとしていることが分かる。

課題
弟は家を出発して学校に向かいました。その4分後に、兄は家を出発して弟を追いかけました。弟の歩く速さを毎分50m、兄の歩く速さを毎分70mとすると、弟は家を出発してから何分後に兄に追いつかれますか。

10分、9分、5分

弟 兄

5分: $50 \times 5 = 250m$ > $70 \times 1 = 70m$
 9分: $50 \times 9 = 450m$ > $70 \times 5 = 350m$
 10分: $50 \times 10 = 500m$ > $70 \times 6 = 420m$

4分後

14分後

50 700m
 x1 700m
 14 70
 $\frac{70}{100}$ $\frac{70}{100}$

【資料 2】

【資料 2】は、表と図を使って求めようとした生徒のワークシートである。

表を用いて考え方を整理している。

図は、目盛りを入れ、【資料 1】のように数直線を用いている。

課題
弟は家を出発して学校に向かいました。その4分後に、兄は家を出発して弟を追いかけました。弟の歩く速さを毎分50m、兄の歩く速さを毎分70mとすると、弟は家を出発してから何分後に兄に追いつかれますか。

14分後

250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
70	140	210	280	350	420	490	560	630	700

290mの差

250mの差は16分50秒...
 20mの差は14分20秒

【資料 3】

【資料 3】は【資料 1】【資料 2】のように関数的、帰納的に解決しているものとは違い、「弟と兄のはじめの道のりの差が $50 \times 4 = 200\text{m}$ であること、兄弟の速さの差が毎分 20m であることから、その差を縮めていくためには $200 \div 20 = 10$ で10分で差を縮めることができる」ことを、式にして解いたものである。小学校的であるが、これもとてもわかりやすい解法である。また、【資料 1】同様、式による解法も行っている。

課題
弟は家を出発して学校に向かいました。その4分後に、兄は家を出発して弟を追いかけました。弟の歩く速さを毎分 50m 、兄の歩く速さを毎分 70m とすると、弟は家を出発してから何分後に兄に追いつけますか。

$50 \times 4 = 200$

兄が出発してから
 $200 \div (70 - 50) = 200 \div 20 = 10$ ← 10分後ということ

$10 + 4 = 14$

A 14分後

$50 \times 5 = 250$ 70×1
 $50 \times 6 = 300$ 70×2
 $50 \times 7 = 350$ 70×3
 $50 \times 8 = 400$ 70×4
 $50 \times 9 = 450$
 $50 \times 10 = 500$
 $50 \times 11 = 550$
 $50 \times 12 = 600$
 $50 \times 13 = 650$
 $50 \times 14 = 700$

【資料 4】

方程式 ワークシート

課題
弟は家を出発して学校に向かいました。その4分後に、兄は家を出発して弟を追いかけました。弟の歩く速さを毎分 50m 、兄の歩く速さを毎分 70m とすると、弟は家を出発してから何分後に兄に追いつけますか。

<図>

<表>

弟の道のりの求め方: $50 \times$ 時間(分) 兄の道のりの求め方: $70 \times$ 時間(分)

弟が1分	2分	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
弟	50 m	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
兄	0 m	0	0	0	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700

<グラフ>

<式>

弟が1分	弟	兄
1分	$50 \times 1 = 50$	
2分	$50 \times 2 = 100$	
3分	$50 \times 3 = 150$	
4分	$50 \times 4 = 200$	
5分	$50 \times 5 = 250$	$70 \times 1 = 70$
6分	$50 \times 6 = 300$	$70 \times 2 = 140$
7分	$50 \times 7 = 350$	$70 \times 3 = 210$
8分	$50 \times 8 = 400$	$70 \times 4 = 280$
9分	$50 \times 9 = 450$	$70 \times 5 = 350$
10分	$50 \times 10 = 500$	$70 \times 6 = 420$
11分	$50 \times 11 = 550$	$70 \times 7 = 490$
12分	$50 \times 12 = 600$	$70 \times 8 = 560$
13分	$50 \times 13 = 650$	$70 \times 9 = 630$
14分	$50 \times 14 = 700$	$70 \times 10 = 700$

<板書例>のように、生徒からでた考え方を黒板に示したり、発表を行うことで、自分の考えをみんなにわかりやすく伝えようとしたり、他の生徒の発表を聞いて自分の考えをふくらませることは読解力を養うために効果的である。

また、<生徒へのワークシート、ノート指導例>のように、既習事項を使ったり、その場のひらめきを追究し解決する補助として、ワークシートを用意し、自分の考えを自由に記述させることも読解力を養うために効果的である。

さらに、まとめの段階で、【資料 4】のようなワークシートを使って、友達のことをきちんとまとめ学習した成果を整理しておくことは、他の学習場面でもワークシートを振り返ることで、自分や友達の考え方を適用したり、新たな考え方に結び付けることができるなど、読解力を養うために効果的である。

6 成果と課題

(1) 成果

○授業後に採ったアンケートの集計結果から

【質問内容】

- 1 はじめの段階で課題を解くこと（答え：14分）ができましたか。
(はい いいえ)
- 2 はじめの段階で何通りの解き方を考えることができましたか。
(通り)
- 3 ワークシートには、図、式、表、グラフの4通りの考え方が示してありました。
あなたはどの考え方を利用することができましたか。利用できた考え方すべてに丸をつけて下さい。
(図 式 表 グラフ)
- 4 あなたは今日の授業で、いろいろな考え方をを使って問題を解決していくことを学びました。今日の授業の感想を書いて下さい。

調査学級 2クラス (63人)

質問番号		Aクラス	Bクラス	合計	合計%
1	はい	21	26	47	74.6
	いいえ	11	5	16	25.4
2	1通り	17	15	32	55.2
	2通り	8	9	17	29.3
	3通り	3	4	7	12.1
	4通り	0	1	1	1.7
	5通り	1	0	1	1.7
3	図	5	9	14	13.9
	式	26	22	48	47.5
	表	12	19	31	30.7
	グラフ	4	4	8	7.9

式をたて、帰納的に見ることで解決しようとしたり、表に整理して解決しようとしている生徒が多い。「整理して表現する」ことで、難しいと感じていた課題も解決できそうだと感じる体験は、読解力を養うためのよい体験になる。

また、図やグラフを利用して考えた生徒は少ないが、約10%ほどいることと、3通りの考え方を思いついた生徒も10%ほどいることから、そういう生徒の考えを意図的に他の生徒に提示することで、「友達の考え方を知り、それを活用しようとする態度」も育つ。このような体験も読解力を養うためのよい体験になる。このような授業を続けていくことは、読解力を育成するために有効である。

また、1学年の学習では、この事例のように、小学校の既習事項と結びつけ帰納的に1つ1つ尽くしていく学習を丁寧に行うことも読解力を養う上でも大切なことである。

(2) 課題

- ・生徒の自主的、主体的な学習態度を重視するため、時間を要する。
- ・生徒の反応は不完全なまま表されているものが多いため、一人一人の反応の数学的価値を教師が机間指導でしっかりとつかみ、それをもとに授業を進めていかななくてはならない。