

アドバンストファジィ制御技術の研究開発

—簡略化間接法による非線形 PID 制御と線形 PID 制御の実現—

応用電子部

林健一郎, 大坪昭文, 白仁田和彦

本稿では、ファジィ制御法による非線形及び線形な PID 制御のより実用的な実現法について示す。ここでの実現法は、簡単なファジィ制御規則にファジィ制御向きに簡略化した簡略化間接法を適用することで、非線形な PID 制御だけでなく線形な PID 制御も容易に実現できるという方法である。従って、本方法によって PID 制御器に準拠した非線形な PID 制御が実現できることを示した後、ファジィ制御規則の前件部の \arctan 型を直線型に置き換えるだけで、線形な PID 制御をも実現できることを示す。

1. はじめに

ファジィ制御の特徴は非線形な制御を比較的容易に実現できることにあるが、このファジィ制御法を用いて PID 制御器¹⁾に準拠した非線形な PID 制御を、更には、線形な PID 制御そのものを実現する試みが現在までに種々なされてきた。

山崎・菅野らは、非線形な PID 制御をファジィ制御法の直接法を用いて実現したが、一般に直接法の場合には PID 動作は実現し難いためか、制御器として PI 動作（速度型）、あるいは PD 動作（位置型）を実現しているに過ぎなかった^{2) 3)}。この PID 動作の実現のために、前田・村上らは推論結果が関数形として求められるファジィ制御法の間接法⁴⁾を用いたが、推論結果の関数形が複雑なものとなっていた⁵⁾。一方、水本は、線形な PID 制御を直接法の一種の「代数積-加算-重心法」⁶⁾を用いて実現しているが、この場合ファジィ制御規則の構造が複雑であり推論計算に時間を要するため、必ずしも実用的な方法とは言えなかった^{7) 8)}。

そこで、本稿では、これら試みの改善を図ることを目的とした、ファジィ制御法による非線形及び線形な PID 制御のより実用的な実現法について示す。ここでの実現法は、簡単なファジィ制御規則にファジィ制御向きに簡略化した簡略化間接法⁹⁾を適用することで、非線形な PID 制御だけでなく線形な PID 制御も容易に実現できるという方法である。従って、まず、ここで用いるファジィ制御法の簡略化間接法について説明を行う。次に、本方法によって PID 制御器に準拠した非線形な PID 制御が実現できることを示した後、ファジィ制御規則の前件部の \arctan 型を直線型に置き換えるだけで、線形な PID 制御をも実現できることを示す。

2. 簡略化間接法

簡略化間接法は塚本が提案した間接法⁴⁾をファジィ制御向きに簡略化を施した推論法である⁹⁾。この簡略化間接法では、一般に図 1 に示すような単調型メンバーシップ関数が用いられるが (a) は \arctan 型、(b) は直線型である。制御規則の前件部では \arctan 型、後件部では直線型が良く使用される。また、同図において E は偏差、 ΔU は操作量の一階差分を表し、 P_{c1} 、 N_{c1} はそれぞれ正 (Positive)、負 (Negative) を意味するファジィ変数である。

ここで、式 (1) に示すような相反する簡単な 2 個の規則から成るファジィ制御規則（後述のように非線形 I 動作を表す）を考える。

規則 1 : If E is P_{a1} then ΔU is P_{c1}

規則 2 : If E is N_{a1} then ΔU is N_{c1} (1)

いま、このファジィ制御器に非ファジィな確定値入力 E^0 があった場合、各制御規則の前件部適合度を w_1 、 w_2 とすると、

$$\begin{aligned} w_1 &= P_{a1}(E^0) \\ w_2 &= N_{a1}(E^0) \end{aligned} \quad (2)$$

次に、図 2 に示すように後件部メンバーシップ関数 P_{c1} 、 N_{c1} について各制御規則の推論結果 ΔU_1 、 ΔU_2 を求める。 P_{c1} 、 N_{c1} は 1 対 1 の関数だから、 ΔU_1 、 ΔU_2 は逆関数を用いて

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= P_{c1}^{-1}(w_1) \\ \Delta U_2 &= N_{c1}^{-1}(w_2) \end{aligned} \quad (3)$$

最後に、規則全体としての推論結果 ΔU_0 は、 ΔU_1 と ΔU_2 の前件部適合度 w_1 と w_2 による荷重平均 (重み付き加算平均) として式 (4) のように求め

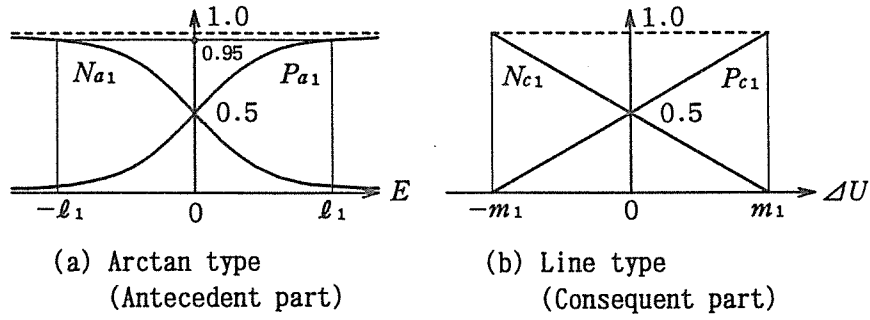


図1 単調型メンバーシップ関数 (非線形 I 動作)

られる.

$$\Delta U_0 = \frac{w_1 \cdot \Delta U_1 + w_2 \cdot \Delta U_2}{w_1 + w_2} \quad (4)$$

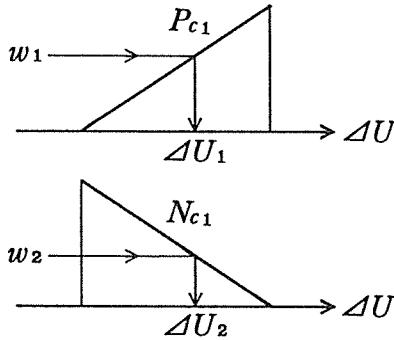


図2 簡略化間接法の場合の後件部におけるファジィ推論過程

3. 非線形及び線形 PID 制御の実現

本章では、非線形な PID 制御だけでなく線形な PID 制御も、以下に示すような 6 個の簡単な構造のファジィ制御規則⁵⁾に、簡略化間接法を適用することで容易に実現できることを示す。

- 規則 1 : If E is Pa_1 then ΔU is Pc_1
 規則 2 : If E is Na_1 then ΔU is Nc_1
 規則 3 : If ΔE is Pa_2 then ΔU is Pc_2
 規則 4 : If ΔE is Na_2 then ΔU is Nc_2
 規則 5 : If $\Delta^2 E$ is Pa_3 then ΔU is Pc_3
 規則 6 : If $\Delta^2 E$ is Na_3 then ΔU is Nc_3 (5)

式(5)において、 E 、 ΔE 、 $\Delta^2 E$ はそれぞれ偏差、偏差の一階差分、二階差分のことであり、 ΔU は操作量 U の一階差分を表している。また、 P 、 N はそれぞれ正 (Positive)、負 (Negative) を意味するファジィ変数である。

このファジィ制御規則では操作量の一階差分 ΔU が出力であるので、ファジィ制御器は速度型となっている。従って、互いに相反する規則 1 と規則 2、規則 3 と規則 4、規則 5 と規則 6 の組により、それぞれ非線形または線形な I 動作、P 動作、D 動作を実現できることになる。

3.1 非線形 PID 制御

非線形な PID 制御を実現する場合には、図 1 に示したように式(5)の前件部に arctan 型、後件部に直線型を用いる。

前件部の arctan 型は

$$P_{ai}(E_i) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(n_i E_i) + 0.5$$

$$N_{ai}(E_i) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(-n_i E_i) + 0.5 \quad (i=1,2,3) \quad (6)$$

後件部の直線型は

$$P_{ci}(\Delta U) = \frac{1}{2m_i} \Delta U + 0.5$$

$$N_{ci}(\Delta U) = -\frac{1}{2m_i} \Delta U + 0.5 \quad (i=1,2,3) \quad (7)$$

ここで、

$$E_1 = E, E_2 = \Delta E, E_3 = \Delta^2 E \quad (8)$$

$$n_i = \frac{\tan(0.45\pi)}{\ell_i} \quad (i=1,2,3) \quad (9)$$

いま、このファジィ制御器に確定値入力 E^0 、 ΔE^0 、 $\Delta^2 E^0$ が与えられたとすると、各制御規則の前件部適合度 w_i ($i=1, \dots, 6$) は

$$w_1 = P_{a1}(E^0) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(n_1 E^0) + 0.5$$

$$\begin{aligned}
w_2 &= N_{a1}(E^0) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(-n_1 E^0) + 0.5 \\
w_3 &= P_{a2}(\angle E^0) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(n_2 \angle E^0) + 0.5 \\
w_4 &= N_{a2}(\angle E^0) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(-n_2 \angle E^0) + 0.5 \\
w_5 &= P_{a3}(\angle^2 E^0) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(n_3 \angle^2 E^0) + 0.5 \\
w_6 &= N_{a3}(\angle^2 E^0) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(-n_3 \angle^2 E^0) + 0.5
\end{aligned} \quad (10)$$

前述した簡略化間接法における推論手順に従うことにより、各制御規則の推論結果 $\angle U_i$ ($i=1, \dots, 6$) は

$$\begin{aligned}
\angle U_1 &= P_{c1}^{-1}(w_1) = 2m_1(w_1 - 0.5) \\
\angle U_2 &= N_{c1}^{-1}(w_2) = -2m_1(w_2 - 0.5) \\
\angle U_3 &= P_{c2}^{-1}(w_3) = 2m_2(w_3 - 0.5) \\
\angle U_4 &= N_{c2}^{-1}(w_4) = -2m_2(w_4 - 0.5) \\
\angle U_5 &= P_{c3}^{-1}(w_5) = 2m_3(w_5 - 0.5) \\
\angle U_6 &= N_{c3}^{-1}(w_6) = -2m_3(w_6 - 0.5)
\end{aligned} \quad (11)$$

規則全体としての推論結果である出力 $\angle U_0$ は、各制御規則の推論結果 $\angle U_i$ の前件部適合度 w_i による荷重平均をとることにより、

$$\angle U_0 = \frac{\sum_{i=1}^6 w_i \angle U_i}{\sum_{i=1}^6 w_i} \quad (12)$$

ここで、前件部と後件部においては、正、負2つのメンバーシップ関数がグレード値0.5で交わり、かつ互いに上下対称となっていることから、

$$w_1 + w_2 = 1, \quad w_3 + w_4 = 1, \quad w_5 + w_6 = 1 \quad (13)$$

$$\angle U_1 = \angle U_2, \quad \angle U_3 = \angle U_4, \quad \angle U_5 = \angle U_6 \quad (14)$$

従って、式(13)、(14)の関係を用いて式(10)、(11)を式(12)に代入することにより

$$\begin{aligned}
\angle U_0 &= \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{\pi o_1} \tan^{-1}(n_1 E^0) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\pi o_2} \tan^{-1}(n_2 \angle E^0) \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\quad \left. + \frac{1}{\pi o_3} \tan^{-1}(n_3 \angle^2 E^0) \right\} \\
&= \frac{1}{3 \pi o_1} \tan^{-1}(n_1 E^0) \\
&\quad + \frac{1}{3 \pi o_2} \tan^{-1}(n_2 \angle E^0) \\
&\quad + \frac{1}{3 \pi o_3} \tan^{-1}(n_3 \angle^2 E^0)
\end{aligned} \quad (15)$$

ここで、

$$o_i = \frac{1}{2m_i} \quad (i=1, 2, 3) \quad (16)$$

式(15)において、PID制御器で言えば第1項はI動作、第2項はP動作、第3項はD動作に対応し、それぞれ $n_1 E^0$ 、 $n_2 \angle E^0$ 、 $n_3 \angle^2 E^0$ の \arctan の線形結合となっていることから、式(15)はPID制御器¹⁾に準拠した非線形なPID制御を実現していることが分かる。また、式(15)は非線形PID制御の場合であるが、非線形PI制御つまり式(5)においてI動作とP動作に関する制御規則のみ存在する場合には、式(15)において分母の3が2となり、両動作に関する項のみ存在することになる。

なお、村上・前田らは、この非線形PID制御を式(5)に間接法⁴⁾を適用することにより実現し、自動車の速度制御⁵⁾やアーク溶接ロボットの溶接線の追従制御⁹⁾において、その有効性を確認している。しかしながら、間接法による非線形PID制御の場合には、簡略化間接法による非線形PID制御の場合の推論結果の式(15)と比べて式の形が複雑となるので、式(15)のように各動作項に関する線形結合として出力 $\angle U_0$ を求めることができなかった。

3.2 線形PID制御

線形なPID制御の場合には、非線形PID制御の場合に用いた前件部の \arctan 型を、図3に示すように直線型に置き換えるだけで実現できる。

前件部の直線型は

$$\begin{aligned}
P_{ai}(E_i) &= \frac{1}{2\ell_i} E_i + 0.5 \\
N_{ai}(E_i) &= -\frac{1}{2\ell_i} E_i + 0.5 \quad (i=1, 2, 3)
\end{aligned} \quad (17)$$

ここで、式(8)であり、また、後件部の直線型は式(7)を用いる。

いま、このファジィ制御器に確定値入力 E^0 、 $\angle E^0$ 、 $\angle^2 E^0$ が与えられたとすると、各制御規則

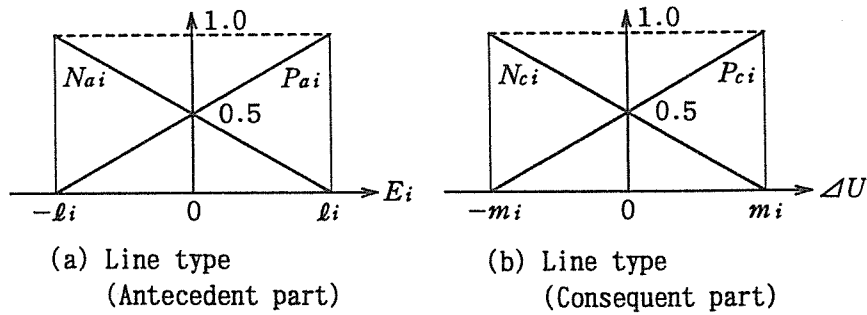


図3 単調型メンバーシップ関数 (線形PID動作)

の前件部適合度 w_i ($i=1, \dots, 6$) は

$$\begin{aligned}
 w_1 &= P_{a1}(E^0) = \frac{1}{2\ell_1} E^0 + 0.5 \\
 w_2 &= N_{a1}(E^0) = -\frac{1}{2\ell_1} E^0 + 0.5 \\
 w_3 &= P_{a2}(\Delta E^0) = \frac{1}{2\ell_2} \Delta E^0 + 0.5 \\
 w_4 &= N_{a2}(\Delta E^0) = -\frac{1}{2\ell_2} \Delta E^0 + 0.5 \\
 w_5 &= P_{a3}(\Delta^2 E^0) = \frac{1}{2\ell_3} \Delta^2 E^0 + 0.5 \\
 w_6 &= N_{a3}(\Delta^2 E^0) = -\frac{1}{2\ell_3} \Delta^2 E^0 + 0.5
 \end{aligned} \quad (18)$$

簡略化間接法における推論手順に従うことによって、非線形PID制御の場合と同様に、各制御規則の推論結果 ΔU_i ($i=1, \dots, 6$) は式(11)となり、規則全体としての推論結果である出力 ΔU_0 は式(12)となる。

従って、この線形PID制御の場合も式(13)、(14)が同様に成立するので、その関係を用いて式(11)、(18)を式(12)に代入することにより、出力 ΔU_0 は式(19)のように簡単な形で求められる。

$$\begin{aligned}
 \Delta U_0 &= \frac{1}{3} \left(\frac{m_1}{\ell_1} E^0 + \frac{m_2}{\ell_2} \Delta E^0 + \frac{m_3}{\ell_3} \Delta^2 E^0 \right) \\
 &= \frac{m_1}{3\ell_1} E^0 + \frac{m_2}{3\ell_2} \Delta E^0 + \frac{m_3}{3\ell_3} \Delta^2 E^0
 \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)において、第1項、第2項、第3項はそれぞれI動作、P動作、D動作に相当し、式(19)はこれらの線形結合となっていることから、式(19)は線形なPID制御を実現していることが分かる。また、線形PI制御の場合には式(19)の分母の3が2とな

り、最初の2項だけが存在することになる。

なお、水本は、8個のファジィ制御規則に直接法の線形推論が可能な「代数積-加算-重心法」⁶⁾を適用することにより、線形PID制御を実現している⁷⁾⁸⁾。しかしながら、この直接法による線形PID制御の場合には、ファジィ制御規則の構造が複雑（前件部：3変数、後件部：線形式）となり推論計算に時間を要するので、速度の点などから実用的でなかった。その点、ここで示した方法は、簡略化間接法を式(5)の6個の簡単な構造のファジィ制御規則に適用することで、式(19)のように線形なPID制御を容易に実現できるので、線形PID制御の実用的な実現法と考えられる。

4. おわりに

本稿では、まず、ファジィ制御法の簡略化間接法を6個の簡単な構造のファジィ制御規則に適用することで、よりPID制御器に準拠した非線形なPID制御を容易に実現できることを示した。次に、そこでファジィ制御規則の前件部メンバーシップ関数をarctan型から直線型に変更するだけで、線形なPID制御も同様に実現できることを示した。なお、本稿では、ファジィ制御器が速度型の場合に、ここで示した方法によって非線形及び線形なPID制御が実現できることを示したが、位置型の場合も全く同様に議論できる。

参考文献

- 1) 例えば、システム制御情報学会編、PID制御、システム制御情報ライブラリー6、(1992)、朝倉書店。
- 2) 山崎東・菅野道夫、ファジィ制御、システムと制御、28-7 (1984)、pp.442-446。
- 3) 菅野道夫、ファジィ制御、(1988)、pp.84-87、pp.91-97、日刊工業新聞社。

- 4) 塚本弥八郎, あいまい推論, 計測と制御, 22-1 (1983), pp.139-145.
- 5) 前田幹夫・村上周太, Fuzzy Logic コントローラによる自動車の速度制御, 計測自動制御学会論文集, 21-9 (1985), pp.984-989.
- 6) 水本雅晴, ファジィ制御の改善法Ⅳ (代数積-加算-重心法による場合), 第6回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, (1990-9), pp.9-13.
- 7) 水本雅晴, ファジィ制御法による PID 制御の実現, 第7回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, (1991-6), pp.245-249.
- 8) Mizumoto, M., Realization of PID Controls by Fuzzy Control Methods, *International Journal for Fuzzy Sets and Systems*, 70 (2-3) (1995), pp.171-182.
- 9) 村上周太, アーク溶接ファジィロボット, 日本ロボット学会誌, 6-6 (1988), pp.542-548.