

影の長さはどう変わっていくの？

1 改善の方向

ア テキストを理解・評価しながら読む力を高めること

(ア) 目的に応じて理解し、解釈する能力の育成

身の回りの事象から、どんな問題が設定できるか考える能力を育成する。

イ テキストに基づいて自分の考えを書く力を高めること

(イ) テキストを利用して自分の考えを表現する能力の育成

表、グラフ、式など適切に使って、自分の考えを書いたり、発表したりできる能力を育成する。

ウ 様々な文章や資料を読む機会や、自分の意見を述べたり書いたりする機会を充実すること

(ウ) 自分の感じたことや考えたことを簡潔に表現する能力の育成

考えを生徒相互に発表したり、多様な表現方法に触れさせることにより、表現力を高める。また、授業で学んだことを自分なりにワークシートにまとめる能力を育成する。

2 研究及び授業改善の視点

身の回りの事象から、疑問に感じることを課題として設定する能力を付ける。自ら設定した課題であり、興味・関心をもって問題解決に当たることができる。

また、多様なものの見方や表現をすることにより、物事を多角的にとらえることができるようになり、既習事項と課題を結び付けることにつながる。

関数の変化の様子を多様な表現方法で説明するだけにとどまらず、図形の相似と結び付けて考えられるようにする。そして、答えを求めるだけでなく、その学習プロセスが読解力の向上へとつながる。

3 実践のねらい

身の回りの事象から、どんな問題が設定できるか考えさせる。変化の様子を表やグラフ・式に表したり、図形の相似を使って一般的に考えたりする。そして、いろいろな考え方を発表する場面から他者との相互交流の楽しさを味わう。

4 実践概要

(1) 題材名 第3学年「相似な図形」(課題学習)

(2) 題材について

小学校で図形の形や大きさについての理解をまとめ、簡単な縮図や拡大図を読んだりかいたりするという相似の素地を学習している。そこでは、対応する辺の長さを求めたりすることも扱われている。また、比の意味や、比を簡単にすることなども学習している。中学校第1学年では、基本の作図などで直観的な取扱いや操作的な活動を通して、図形についての理解を深めつつ、論理的な考察と論証への関心や意欲を培ってきている。第2学年では、三角形の合同条件を用いて、三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめてきた。第3学年では、三角形の相似の定義と意味のあと、

三角形の合同条件をもとに三角形の相似条件を学習する。そして、それを用いて三角形や平行線と比に関する図形の性質を中心に論理的に確かめ、数学的な推論の仕方についての理解を深める。

本時は、「相似な図形」の内容をすべて学習した後の課題学習である。さらに、影の長さの変化をとらえる場面で、関数的に考察させ、総合的に物事を考えられる力を養っていく。

(3) 指導目標

図形の性質を三角形の相似条件をもとに確かめ、論理的に考察し表現することができるようにする。

- ① 図形の相似の意味を理解し、三角形の相似条件を見いだすことができるようにする。
- ② 三角形の相似条件を利用して、図形の性質を論理的に確かめることができるようにする。
- ③ 平行線と線分の比について調べることができるようにする。
- ④ 相似の考えを活用することができるようにする。

(4) 研究との関わり

ア テキストを理解・評価しながら読む力を高めること

(ア) 目的に応じて理解し、解釈する能力の育成

問題場面から、影の長さが変わるのは、どのような要因があるのかを考えさせる。

電灯からの距離の変化に焦点化させ、電灯の高さと人の身長を決め、電灯の真下から垂直に離れていくに伴い、影の長さがどのように変化していくかを調べられるようにする。そして、電灯からの距離と影の長さの関係がどのような関係になるかを見いださせる。

イ テキストに基づいて自分の考えを書く力を高めること

(イ) テキストを利用して自分の考えを表現する能力の育成

電灯からの距離と影の長さの関係が比例していることを、ワークシートへ言葉や表、グラフ、式などを使って、自分なりに表現させる。

ウ 様々な文章や資料を読む機会や、自分の意見を述べたり書いたりする機会を充実すること

(ウ) 自分の感じたことや考えたことを簡潔に表現する能力の育成

比例になっている理由を自分の考えた方法で発表させる。比例していることを、表やグラフや式に表すことによって、その根拠をはっきりさせる。

さらに、式にするために三角形の相似を使って表現することも可能であり、相似の考え方からも一般化させる。

授業で学んだことを自分なりにワークシートにまとめるようにする。

(5) 課題の工夫

日常事象を問題場面として設定する。個々に応じた問題解決が可能な課題とする。そのために、影の長さが電灯からの距離の半分になるような数値を設定し、その関係が直観的にも分かるようにした。

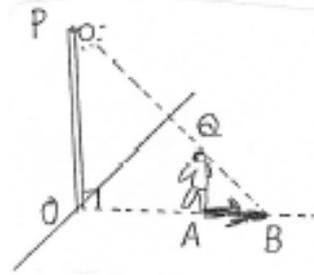
多様な考えを表現させるために、本課題を第3学年の相似の単元に位置付けたが、第1学年の比例の単元の終末で扱う事も可能である。

う。」

るか考えさせる。

2 課題の設定

図のように4.5mの高さの街灯の真下から身長1.5mの智さんが、街灯を背にして、まっすぐ歩いています。
街灯の真下から智さんまでの距離と影の長さには、どのような関係があるのでしょうか。



3 自力解決

指示

「街灯からの距離と長さの変化を調べよう。また、そこからどんなことがいえますか。」

- 街灯の真下から智さんまでの距離 $OA = x$ 、影の長さ $AB = y$ とする。

発問

「変化や対応を調べる方法には、どのような方法がありましたか。」

4 比較・検討

指示

「どのように考えたか発表しましょう。」

<図>

- 方眼紙を使って、 x と y の変化を調べる。

<表>

- 表で x と y の変化や対応を調べる。

x	0	1	2	3	4	5	6	...
y	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	...

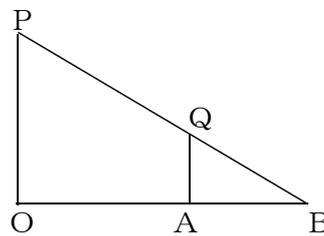
- x が 2 倍、3 倍...になると y も 2 倍、3 倍...になる。
- x の値を 0.5 倍すると、 y の値になる。
- y は x に比例している。

<グラフ>

- 原点を通る直線になる。
- y は x に比例している。

<式>

- 表より $y = 0.5x$
- 三角形の相似比より



$$\begin{aligned} x : y &= (OB - AB) : AB \\ &= (PO - QA) : QA \\ &= (4.5 - 1.5) : 1.5 \\ &= 2 : 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x : y &= 2 : 1 \quad \text{より} \\ y &= 0.5x \end{aligned}$$

<比>

- 表や三角形の相似比より

○身の回りの変化の様子に興味をもち、その関係を調べようとする。

◆ワークシートを活用して、一人一人の考えを書けるようにする。

○変化や対応を図、表、グラフ、式に表すことができる。

◆1つの方法で調べることができたら、他の方法でも調べるように促す。

★いろいろな考え方を発表する場面を設けて、友達との相互交流の楽しさを味わわせる。

★表やグラフ、式などから、 y は x に比例することを発表させる。

イ (7)

ウ (4)

<p>・生徒個人の発展的な課題として一般化を行う。</p>	<p>$x : y = 2 : 1$</p> <p><一般化></p> <p>・街灯の高さを h、人の身長を a とすると</p> <p>$x : y = (h - a) : a$</p> <p>より $y = \frac{a}{h - a} x$</p>	<p>★三角形の相似比を使って一般的に考えさせる</p>	<p>ウ (イ)</p>
<p>5 まとめ 指示 「今日の授業で学んだことをワークシートにまとめよう。」</p>	<p>・変化や対応を図、表、グラフ、式等で考えることができた。</p> <p>・三角形の相似を使って、関係を式にすることができた。</p> <p>・身の回りの中で比例になるものを見つけることができた。</p>	<p>★授業で学んだことや友達を考え等を自分なりにワークシートにまとめさせる。</p>	

(9) 次時の問題 (2 / 2)

問題

街灯がある道を、道沿いに平行に歩いていくと、人の影の先端は、どのように動いていくでしょうか。



数学プリント

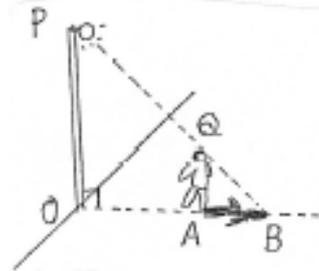
影の長さはどう変わっていくの？

組 番 氏名 _____

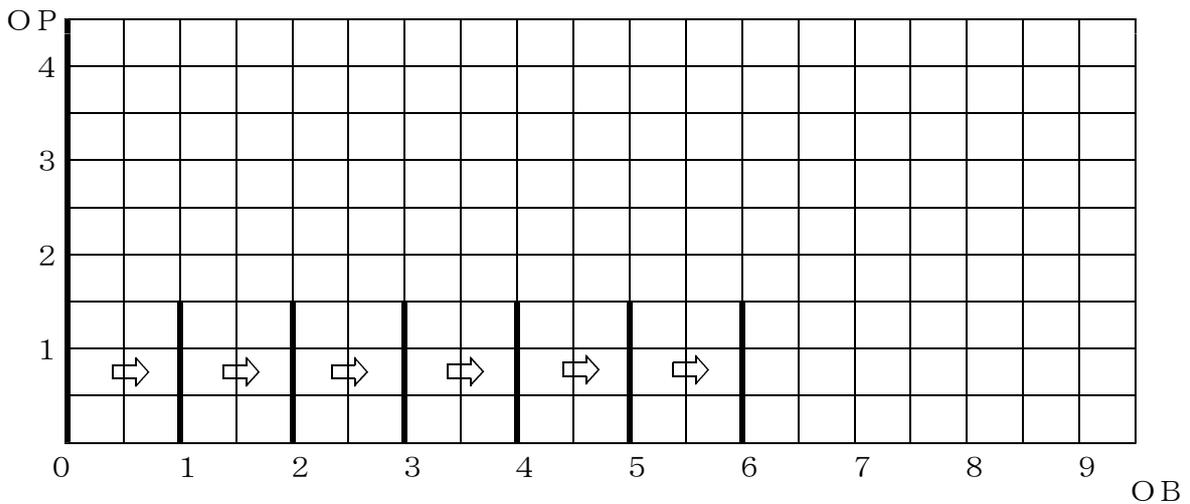
夜、暗い道を歩くのはいやなものです。そんな時、街灯があると安心して歩くことができます。暗い道で街灯の下を歩いたときに、自分の影の長さに驚いたことはありませんか。よく見ると、自分の影の長さが長くなったり短くなったりします。どうして影の長さは変わるのでしょうか。

(1) 影の長さの変化に影響があるものは何でしょうか。

図のように4.5mの高さの街灯の真下から身長1.5mの智さんが、街灯を背にして、まっすぐ歩いています。街灯の真下から智さんまでの距離と影の長さには、どのような関係があるのでしょうか。



(2) 街灯からの距離と長さの変化を調べよう。



(3) 人までの距離と影の長さにはどのような関係があるか調べてみましょう。

<自分の考え>

<友達のかえ>

(4) 今日の授業で学んだことをまとめよう。

5 授業の分析

(1) 生徒の反応 (T : 教師、S : 生徒)

① 課題設定の場面

T	・影の長さの変化に影響があるものは何ですか？
S 1	・街灯からの距離です。
S 2	・街灯の光の当たる人の位置や角度です。
S 3	・人の大きさや街灯の光の位置。
T	・それは、歩いている人の身長や街灯の高さのことですね。



② 解決の見通しを立てる場面

T	・光が智さんに当たる様子を線でかいてくれました。この図の中で影の部分はどこですか？
S 4	・智さんの足下から斜めに引いた線の先端までの部分です。
T	・電灯と智さんの頭を結んだ線の先端のことですね。

③ それぞれの方法を発表する場面

次のような反応があり、全体の前で発表した。

x は街灯の真下から智さんまでの距離、 y は影の長さを表す。

S 5	・表から、 x が 2 倍、3 倍…になると、 y も 2 倍、3 倍…となるから比例の関係になる。
S 6	・表を対応でよみ、 $y = 0.5x$ になるから比例の関係になる。
S 7	・座標を取ると、原点を通る直線になるから比例の関係といえる。
S 8	・智さんの動く距離が長くなればなるほど影の長さも長くなる。
S 9	・智さんが街灯から 1 m、2 m…と離れていくと影は 50cm ずつ増えていく。
S 10	・ $O P$ からの影は、 $O B \rightarrow 1$ m 行くと 0.5m 増えるから、 ($O A$ の長さ) : (影の長さ) = 2 : 1 となる。
S 11	・三角形の相似比から $x : y = 2 : 1$ なので $y = 0.5x$ となる。

④ 1 時間の学習を振り返る場面

ワークシートに授業で学んだことや感想を書かせ、数名の生徒に発表させた。発表やワークシートに書かれていた内容は次の通りである。

S 12	・影って光の当たり方によっていろいろと変わって面白いと思った。
S 13	・日常生活で影の長さに規則性があるなど、あまり考えたことがなかったので面白かったです。
S 14	・1 つの問題について考え方がたくさん出たので、いろいろな考え方を知ることができました。1 つだけの考えで満足するのではなく、他の角度から考えてより深めていくことも大切だなと思いました。
S 15	・問題を解くのに今まで学習したことが使えることが分かりました。
S 16	・今日の授業では相似の面白さを感じました。なぜそう感じたかというところ S 11 さんの考えがきっかけです。こんなところに相似が使えるのだなと思いました。
S 17	・街灯の高さと人の身長で影の長さが決まるとは思いませんでした。



(2) 授業の分析

① 課題設定の場面

影の長さの変化に影響があるものは、街灯の真下の地面から人の立つ位置までの距離を予想していた。

S 1は予想通りの答えであったが、同じ距離でも光源から人までの距離（図のPQの長さ）と考えていた生徒もいた。これらの生徒の中には三角形の相似比を使う解決の見通しを立てる段階でつまづいてしまう場面も見られた。

S 2のように角度との答えも多かった。場面のイメージが個々の生徒によってずれてしまうので、授業では、隣の空き教室で実際に右上の写真のようなライトを用いて影のできる様子を実演した。

S 3の答えも長さの変化の要素となるので、身長と街灯の高さを固定して課題を焦点化した。



② 解決の見通しを立てる場面

ワークシートの(2)で、電灯から出た光が人の足下を照らすというイメージがあったためか、光源と智さんの足下を線分で結んでいる生徒が若干見られた。

それでは影ができないので、正しく図示できていたS 4に、どの部分が影になるのかを図を指しながら説明させた。



③ それぞれの方法を発表する場面

xとyの関係を表で表す生徒は多かった。そこから、S 6のように立式にした。

しかし、S 5のようにxとyの変化の様子から比例であると説明した生徒は少なかった。そこで、S 5には比例であるということをどのような根拠で示すか、その方法を具体的に説明させるようにした。S 7のようにグラフに表し、その特徴から比例ということもその一つである。

S 8は影の伸び方が比例していると漠然ととらえている様子であった。

S 9は具体的な数で答えたが、ワークシートでは「1 mずれるごとに影の長さが+0.5されるから、変化の割合が0.5で $y = 0.5x$ になる。」と変化の割合に着目していた。

S 10は、比で表していたが、比例の式よりも比で表した方が分かりやすい生徒もいた。さらに、比で考えることでS 11のように三角形の相似へとつながりやすかった。

④ 1時間の学習を振り返る場面

S 12やS 13は、日常事象を数学の問題として解くことの楽しさを感じ取っていた。そこから更に規則性などの面白さの発見へとつながっていく。

S 14からは多様な表現方法への興味を感じた様子分かる。

S 15からは数学を活用していこうという姿勢が見られる。

S 16からは、お互いの意見交換をすることによって、今まで気づかなかったことに気づき、さらに視野が広がった様子うかがえる。

⑤ その他、全体を通して

- ・空き教室で、影のでき方を実演したので、問題場面が把握しやすかった。
- ・ワークシートの(2)は、具体的に影の長さを図示できるので、生徒は解決の見通

しを立てながら取り組んでいた。

- ・ワークシートに自分の考え方をよく書いていた。
- ・ $x : y = 2 : 1$ の数値は分かりやすい反面、影は街灯からの距離の半分であると誤解してしまった生徒もいた。街灯の高さと、身長の比に最終的にもっと注目させるべきであった。

6 成果と課題

(1) 成果

生徒が意欲的に問題に取り組み、最後まで楽しく学習することができた。次の視点から読解力の育成につながった。

- ① 日常事象の問題場面から不思議さを感じ、教師の演示や友達の発言から解決すべき問題を理解して、やる気をもって臨めた。
- ② ワークシートに自分の考えを表現することができた。
- ③ 生徒が互いに言葉や式や図、表、グラフなどを多様な表現の仕方を用いて、解決したことを発表し合うことができた。
- ④ 説明し伝え合うことを通して、自分の気付かなかった解決方法を知り、興味・関心を高めることができた。
- ⑤ 授業の終末に授業を振り返って、学んだことや感じたことを発表しあって、学習した価値をお互いに確認し合えた。

(2) 課題

- ① 生徒が説明する際に、できるだけ数学用語を使うようにさせる。
- ② 自分の用いた考え方や解決方法を説明する際に、なぜそのように考えたかその根拠を言わせるようにする。
- ③ 生徒の発想をより引き出すために、ワークシートをより工夫する。
例えば、ワークシートの(2)のグラフに智さん身長や街灯からの位置を表す太線を入れなかったり、絵を与えなかったりすると、生徒はどんな発想をするか、実践してもよいであろう。