

## 美しい比を求めよう！

### 1 改善の方向

#### ア テキストを理解・評価しながら読む力を高めること

(ア) 目的に応じて、解釈する能力の育成

#### イ テキストに基づいて自分の考えを書く力を高めること

(イ) テキストを利用して自分の考えを表現する能力の育成

#### ウ 様々な文章や資料を読む機会や、自分の意見を述べたり書いたりする機会を充実すること

(ウ) 自分の感じたことや考えたことを簡潔に表現することの育成

### 2 研究および授業改善の視点

テキストからの「情報の取り出し」や、その内容を「整理すること」を背景におきながら、問われているものは何か、既習事項との関わり等を考えさせることは、問題解決過程において大切である。

さらに、解決へのおおまかな流れを考えさせながらテキストを読むようにさせていくことが重要である。

また、十分に理解できなくとも理解できたところまでを図や表、式等の数学的な表現を使って表す習慣を身に付けさせることは、表現力の向上につながる。なお、常に他者に対して分かりやすい表現の工夫を意識させることは、自分の考えを表現する力の育成につながる。

ワークシート等を活用し、簡潔なまとめ方を身に付けさせる。ワークシートに記入する際には、後で振り返って分かりやすく、また友達が見て自分の考えを理解してもらえように、数学的な表現等の利用を意識して記述させる。そして、自分の考えや表現方法を広げたり、深めたりさせるためには、友達の考えや表現方法を書き留める習慣を身に付けさせることが大切である。

これらの表現活動を積み重ねることが、読解力の育成につながると考える。

### 3 実践のねらい

テキストを理解・評価しながら読み取り考えをまとめ、それを口頭で表現する力や記述して表現する力を育成する。

### 4 提案概要

(1) 題材名 第3年「図形と相似」（課題学習）

(2) 題材について

この題材は、「図形と相似」の学習が終了した後の発展的な学習としての黄金比に関するものである。

黄金比に関する内容は、第3学年で学んだ相似や二次方程式の内容と関連があるので、ストーリーの中に、これらの内容を織り込むことができる。しかし、相似の関係から二次方程式に持ち込み、計算のみの方法で黄金比を理解することは困難を要する。

そこで、どの生徒にも分かりやすくするため、実物やそれに代わるもの（写真、模

型等)を測定したり、紙を折ったり切ったり、重ねたりと具体的な操作を取り入れる。方程式を立式するときには、図を参考にしながら、計算に取り組む。

なお、友達との考えを交流させる時間を確保し、黄金比の理解とともに自分の考えを表現する力を高め、身の回りに潜む数学に興味・関心が広がるようにさせる。

(3) 指導目標

身の回りに潜んでいる数学(黄金比)を具体的な操作から発見し、「図形と相似」、「二次方程式」と関連させながら黄金比を求めることができる。

(4) 研究との関わり

**ア テキストを理解・評価しながら読む力を高めること**

(ア) 目的に応じて、解釈する能力の育成

身の回りに潜む数学(黄金比)を発見し、相似や二次方程式などの既習事項の利用、条件の整理、構想を立てることにより、テキストを解釈する力を育成する。

**イ テキストに基づいて自分の考えを書く力を高める取り組みの充実**

(イ) テキストを利用して自分の考えを表現する能力の育成

ワークシートを準備し、数学的活動を通して理解できたことを具体的に図にかき加えたり、自分の言葉で表し友達に対して考えが伝わりやすいように表現の工夫を意識させたりする中で、自分の考えを表現する力を育成する。

**ウ 様々な文章や資料を読む機会や、自分の意見を述べたり書いたりする機会充実すること**

(ウ) 自分の感じたことや考えたことを簡潔に表現することの育成

ワークシートを準備し、簡潔なまとめ方を身に付けさせる。また、記入する際、数学的な表現等を利用し、自分が後で振り返って分かりやすいように、また友達が見て考えが理解しやすいように記述させる。さらに、自分の考えや表現方法を豊かにしたり、深めたりするために、友達の考えや表現方法を書き留めさせて表現する力を育成する。

(5) 課題の工夫

普段から見慣れた身の回りにあるものを題材とし、誰もが意欲的に取り組めるようにした。また、相似や二次方程式と関連させながら黄金比を求めるなかで数学のよさを感じ取れるようにした。

(6) 指導計画

次	項	主な内容	時間数
1	相似な図形	○図形の拡大・縮小の意味 ○相似の意味と相似な多角形の性質 ○比の性質と相似比	3
2	三角形の相似条件	○三角形の相似条件	2
3	相似条件と証明	○三角形の相似条件を使って図形の性質を証明すること	3
4	縮図の利用	○縮図をかいて、2地点間の距離や建物の高さを求めること	2
5	平行線と線分の比	○三角形の1辺に平行な直線で他の2辺を切り取るときの線分の比 ○2つの直線を平行線で切り取るときの線分の比 ○三角形の2辺を等しい比に切り取るときの線分の位置関係	4

20  
時  
間  
扱  
い

6	中点連結定理	○三角形の中点連結定理とその利用	2
7	基本の確かめ		1
8	章末問題		1
9	課題学習	○コピー用紙の大きさについて ○黄金比について	2 本時 2/2

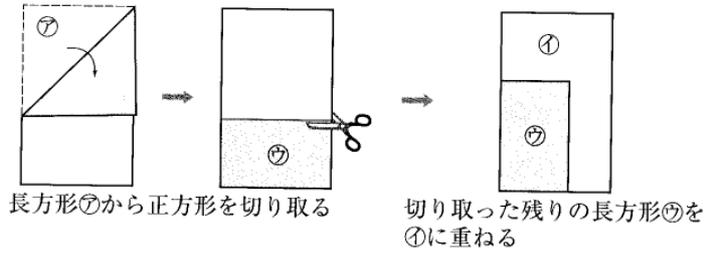
(7) 本時の目標

- ① 身の回りにある黄金比に興味をもち、調べようとする。  
(関心・意欲・態度)
- ② 具体的な操作活動を通し、相似と二次方程式を関連付け、黄金比を考えることができる。  
(数学的な見方・考え方)
- ③ 式等を使って黄金比を表すことができる。また、自分の考えを友達に伝えることができる。  
(表現・処理)
- ④ 黄金比を理解し、身の回りに隠れた黄金比を見つけることができる。  
(知識・理解)

(8) 展開

発問・指示・ワークシート	生徒の反応予想	○評価 ◆具体的な手立て ★指導の留意点	改善の 方向
(ワークシート1の配布) 1 課題1の提示			
<p>身近にある次の“長方形”を調べ、相似なもの同士に分けてみよう！</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">㉗ </div> <div style="text-align: center;">㉘ </div> <div style="text-align: center;">㉙ </div> <div style="text-align: center;">㉚ </div> <div style="text-align: center;">㉛ </div> </div>			
<p>発問 「課題について、何か分からないことがありますか。」</p> <p>指示 「それぞれの長方形について、縦横の長さを測ったり、重ねてみよう。」</p> <p>指示 「分かったことをワークシートに記入しましょう。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・大きさが違う。</li> <li>・縦横の比が上手く整数で表せない。</li> <li>・縦横の比が近いものがある。</li> <li>・㉗と㉙、㉘と㉚と㉛</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○課題の意味が理解できる</li> <li>◆解決の進まない生徒には調べるポイント等を指示する。</li> <li>★ここでは、A版、B版以外にもあることに気づかせる。</li> <li>○自分の考えをまとめることができる。</li> <li>◆友達と交流させ考えの糸口を見つけさせる。</li> </ul>	ア (イ)
(ワークシート2の配布) 2 課題2の提示			
<p>次の文章は、新書版について調べたことが書いてあります。このことから、新書版の縦・横の比を求めましょう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>新書版と同じ形、同じ大きさの長方形㉗、㉘を用意し</p> </div>			
		○課題の意味が理解できる。	ア (イ)

た。右の図のように、長方形㊦から正方形を切り取り、切り取った残りの長方形㊧を㊦に重ねてみると、長方形㊦と長方形㊧の対角線がぴったり重なりました。



◆新書版と同じ大きさの用紙を用意し、具体物を使って操作させる。

・長方形㊦、㊧の縦横を測定し、比を計算する。

長方形㊦

$$\begin{aligned} \text{縦} : \text{横} &= 173 : 107 \\ &= 1 : 0.618 \end{aligned}$$

長方形㊧

$$\begin{aligned} \text{縦} : \text{横} &= 107 : 66 \\ &= 1 : 0.617 \end{aligned}$$

・用紙を操作し、長方形㊦、㊧が相似であることを予想する。

○測定または操作によって長方形㊦と長方形㊧が相似であることが予想できる。

◆教師が具体物を使って演じる様子を見て考えるよう促す。

イ  
(イ)

### 3 二次方程式の利用

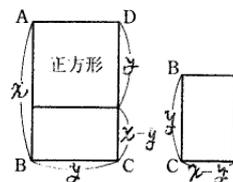
指示

「長方形㊦の一边の長さを求めましょう。」

指示

「自分の考えをワークシートにまとめましょう。」

解法 1



・長方形㊦の縦を  $x$ 、横を  $y$  とし、長方形㊧の縦が  $y$ 、横が  $x-y$  とすると

$$x : y = y : (x-y)$$

$$x(x-y) = y^2$$

...

★長方形㊦、㊧が相似であることから、長方形㊦の縦を  $x$  で表し、二次方程式を立てさせる。

○方程式を立てることができる。

◆解法 1 の文字を 2 種類使う式は、式の変形等煩わしさがあるので、理解に時間がかかる生徒には、一方の辺の長さを整数で表す解法 2 の方法で進めさせる。

解法 2

・長方形⑦の縦を2、横を $x$ として、長方形⑧の縦が $x$ 、横が $2-x$ とすると

$$2 : x = x : (2-x)$$

$$x^2 = 2(2-x)$$

$$x^2 + 2x = 4$$

$$(x+1)^2 = 4+1$$

$$x+1 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

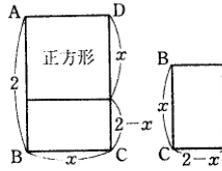
$$x > 0 \text{より}$$

$$x = -1 + \sqrt{5}$$

だから、

$$\text{縦} : \text{横} = 2 : (-1 + \sqrt{5})$$

$$= 1 : \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$



○解の吟味ができる。

◆実際の長さが、負の数にはならないことを確認させる。

○縦と横の比（黄金比）を表すことができる。

◆二次方程式の解を図に当てはめ、縦と横の比を確認させる。

4 小グループで考えの交流

指示

「グループで考えを交流させましょう。」

★自分の考えをまとめるときに、以下のことを意識させる。

- ① 自分や友達が後から見て分かるように表現する。
- ② 式や図だけでなく、自分の言葉を加えて表現する。
- ③ 後で書き込みができるように余白をとる。
- ④ 書いたものを読み直し、自分の考えが表現できているか振り返る。
- ⑤ 考え方や解決のポイントとなるところを明らかにする。

★考えを交流させるときに、以下のことを意識させる。

- ① 途中まででもいいので自分の考えを述べる。
- ② 数学の用語・記号を使って表現させる。
- ③ 友達の考えのよさ等をワークシートのまとめる。
- ④ 友達の考えとの相違点、類似点を確認する。
- ⑤ 自分と友達の考えを比較し確認する。

ウ  
(イ)

5 発表

発問

「長方形⑦や⑧の縦横の比はどうになりましたか。」

・分からなかった。

$$\cdot 2 : (-1 + \sqrt{5})$$

$$\cdot 1 : \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

○自分の考えを発表することができる。

◆式や図を用いて発表するよう促す。

発問

「 $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ を小数で表すと、おおよそいくつになりますか。」

・0.6180339

・比は1 : 0.618となる。

・新書版で求めた比と等しい。

★計算で求めた値が、測定した値とほぼ一致していることを確認させる。

(ワークシート 3 配布)  
 6 課題 3 の提示  
 指示  
 「ワークシート 3 の図の中に隠れている黄金比を見つけよう。」

★黄金比が、一般にほぼ 8 : 5 であることを伝える。  
 ○黄金比を見つけることができる。  
 ◆近くの友達と相談しながら見つけるよう促す。

黄金比を見つけよう。

㉑      ㉒      ㉓      ㉔      ㉕





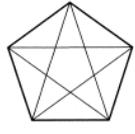
パルテノン神殿



ミロのビーナス



レカミエ夫人



- ㉑はラベルの (縦の長さ) : (横の長さ)
- ㉒は神殿の (両端の柱の間の長さ) : (屋根までの高さ)
- ㉓はミロのビーナスの (頭からへソまでの長さ) : (へソからつま先までの長さ)
- ㉔はレカミエ夫人の (頭から腰までの長さ) : (腰からつま先までの長さ)
- ㉕は五角形の (対角線の長さ) : (1 辺の長さ)

7 まとめ  
 指示  
 「今日の授業で、分かったことや、感想を書きましょう。」

- 友達の考え等、参考になった事柄をまとめる。
- 本時を振り返りまとめる。

★友達の説明のよかったところを明らかにさせ、今後の自分の発表に生かせるようにさせる。  
 ★自分や友達の考えをワークシートにまとめさせる

3年 組 番氏名

課題 1

身近にある次の長方形を調べ、相似なもの同士に分けてみよう！

それぞれの長方形について、長さを測ったり、重ねたりしてみよう！



調べた結果をまとめよう

ア



イ



ウ



エ



友達の考えを聞いてメモしよう

オ



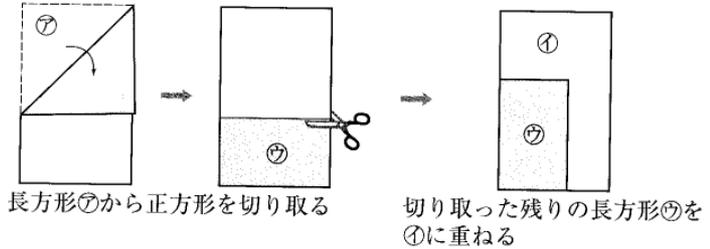
3年 組 番氏名

課題2

新書版と同じ形、同じ大きさの長方形⑦、④を用意しました。

右の図のように、長方形⑦から正方形を切り取り、切り取った残りの長方形④を④に重ねてみると、長方形④と長方形④の対角線がぴったり重なりました。

新書版の縦と横の比を求めてみましょう。



長方形⑦から正方形を切り取る

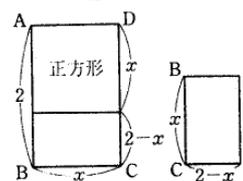
切り取った残りの長方形④を④に重ねる

自分の考えをまとめてみよう。

友達の考え

ヒント

長方形⑦の縦…2、横… $x$ とすると、長方形④の縦、横は…



3年 組 番氏名

課題3

どこに黄金比が隠れているかな？

ア



イ



パルテノン神殿

ウ



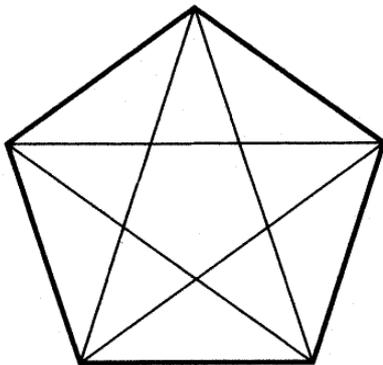
ミロのビーナス

エ



レカミエ夫人

オ



今日の授業で分かったことや、感想を書こう！

A large dashed-line rectangular box intended for students to write their observations and reflections from the lesson.