

次世代無線ネットワークに向けたマルチキャリア変調方式を用いたマルチホップ通信技術によるネットワーク容量増大化

齋 藤 将 人 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科助教

1 はじめに

次世代無線通信システムに、マルチホップ・中継技術を適用することにより利便性（例えば、低コストでカバーエリアを拡大するなど）を向上させる検討が近年盛んに行われている[1]–[5]。無線通信環境においては、伝搬損失や無線通信端末の送信電力が制限されるという理由により、信号の到達距離に限界がある。それゆえ、信号を幾つかの中継局を介して中継することは電力使用の面で効率の良い手法であり、これにより所望の信号到達距離を実現することができる。

一方、直交周波数分割多重（OFDM; Orthogonal Frequency Division Multiplexing）方式は効率的に広帯域・高ビットレート通信を実現でき、無線通信環境で問題となるマルチパスフェージングを比較的容易に解決できる無線伝送方式として知られている。これらの背景から、マルチホップ OFDM 中継ネットワークは、近年注目を浴びる研究トピックとなっている [6]–[8]。

マルチホップ通信の中継手法としては、大きく分けて二つの手法が知られている。中継の際、信号増幅だけを行う非再生中継（AF; Amplify-and-Forward）法と中継局で受信信号からデータの復号、再符号化を行って送信する再生中継（DF; Decode-and-Forward）法である。OFDM 中継システムにおいて AF 法を用いる場合、サブキャリアマッピング（SCM; Sub-Carrier Mapping）法を用いることにより平均ビット誤り率（BER; Bit Error Rate）特性が改善されることが知られている[8]。SCM 法を用いる場合、中継局には FFT（Fast Fourier Transform; 高速フーリエ変換）/IFFT（Inverse FFT; 高速逆フーリエ変換）のペアが必要となるだけで、データ復号をする必要は無い。SCM 法では、前後ホップにおける各サブキャリアのチャンネル状態に応じて、サブキャリアを組み合わせて使用することにより、送信局–宛先局間（End-to-end. 以降、エンドツーエンドと記述する）で状態の良いサブキャリアの数を常時一定数確保することが可能となり、このサブキャリアの組合せにより、エンドツーエンド BER 特性改善が可能となる。SCM 法及び AF 法を用いた OFDM 中継システムの BER 特性評価に関する報告はあるものの、キャパシティ解析はこれまで行われていない。

本報告では、SCM 法を用いた 2 ホップ OFDM 中継システムについてシステムキャパシティの解析的導出を行う。フェージングチャンネルとしては、両ホップとも Rayleigh フェージングに従うものと仮定している。SCM 法を用いる場合、エンドツーエンド信号対雑音電力比（SNR; Signal-to-Noise power Ratio）の確率密度関数がサブキャリア毎に異なる。本報告では、この確率密度関数を閉じた形（closed-form）で導出する。SCM 法としては、第 1 ホップ（送信局–中継局間）で i 番目に強いチャンネルと第 2 ホップ（中継局–宛先局）で i 番目に強いチャンネルをペアにするマッピング関数を用いる。このマッピング関数により、キャパシティが最大化されることの証明も示す。各サブキャリアペアの平均キャパシティは、求めたエンドツーエンド SNR の確率密度関数を用い、数値積分を用いて導出する。最後に、システム全体の平均キャパシティを求める。計算機シミュレーションにより解析の正確さを確認し、SCM 法によってもたらされるキャパシティの改善度合いを示す。

2 システムモデル

本研究で検討する、SCM 法を用いた 2 ホップ OFDM 中継システムを図 1 に示す。システムは、送信局（Source Node）、中継局（Relay Node）、宛先局（Destination Node）からなり、送信局が中継局を介して宛先局に情報を伝送する。伝送方式として、 N 本のサブキャリアを使う OFDM 方式を用いる。次に、サブキャリアマッピングを含めた中継局における信号処理モデルを図 2 に示す。中継局は、受信信号に FFT を適用して周波数領域信号に変換する。その信号は第 1 ホップと第 2 ホップのチャンネルゲインに応じてサブキャリアスイッチが行われ、物理的なサブキャリア番号が変換される。順序変更がなされたサブキャリアは IFFT が適用され時間領域信号に変換される。第 1 ホップで生じる信号減衰を補うため、信号は宛先局へ送信される前に電力増

幅器で増幅される．SCM 法を適用するために，中継局は第 1 ホップと第 2 ホップのチャネル（ゲインの）情報を知る必要があり，宛先局は変更されたサブキャリアを元の順序に戻すための副情報を知る必要がある．本研究では，これら補助情報の伝送に係るオーバーヘッドは十分小さく，チャネルの時間変動は十分に遅いものと仮定する．中継局は受信信号の電力増幅のみを行い，データ判定やデータ復号などの操作は行わない．

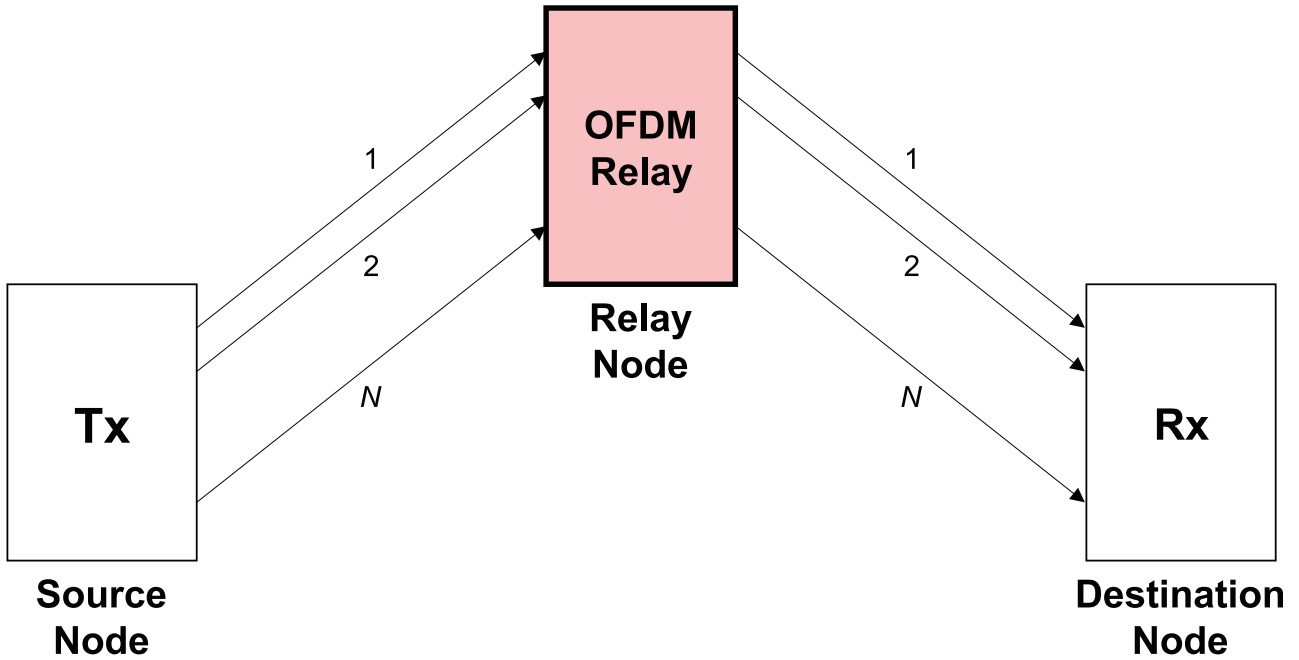


図 1 2 ホップ OFDM 中継システム

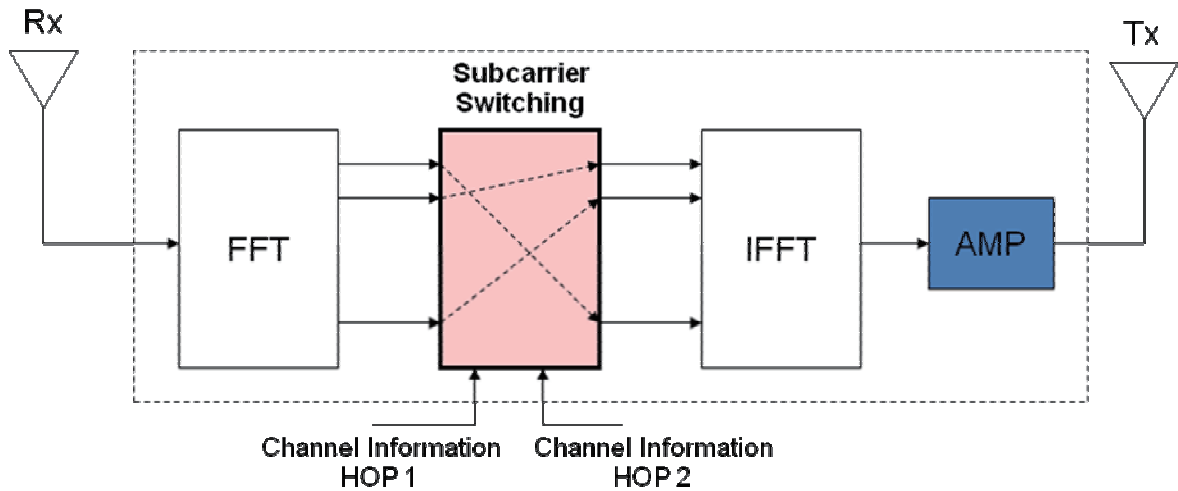


図 2 サブキャリアマッピング法を用いた非データ再生型 OFDM 中継（中継局モデル）

中継局における各サブキャリアの受信信号は次式で与えられる．

$$y_i = h_i x_i + n_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

ここで， x_i と n_i は，それぞれ i 番サブキャリアにおける情報シンボルと加法的白色ガウス雑音成分を表す．

SCM 法により，第 1 ホップにおける i 番サブキャリアは第 2 ホップでは j 番サブキャリアを用いるように変換される．このサブキャリア変換関数を以下のように示す．

$$j = \alpha(i) \quad (2)$$

宛先局における j 番サブキャリアの受信信号は,

$$r_j = g_j G y_i + w_j = g_j G h_i x_i + g_j G n_i + w_j \quad (3)$$

と表される. ここで, G は全サブキャリア共通のリレーゲインを表し, 中継局において送信前に乗算される. また, w_j は第 2 ホップにおける j 番サブキャリア信号の加法的白色ガウス雑音成分を表す. $i \rightarrow \alpha(i)$ とサブキャリアを中継する場合, そのエンドツーエンド SNR γ_i は次式で表される.

$$\gamma_i = \frac{|G|^2 |g_{\alpha(i)}|^2 |h_i|^2 E\{|x_i|^2\}}{|G|^2 |g_{\alpha(i)}|^2 E\{|n_i|^2\} + E\{|w_{\alpha(i)}|^2\}} \quad (4)$$

ここで, 中継局・宛先局において加わる雑音成分は等しい分散を持つものと仮定し, $E\{|n_i|^2\} = E\{|w_{\alpha(i)}|^2\} = \sigma_n^2$ と置く. また, リレーゲイン, チャンネルゲインを $\Gamma = |G|^2$, $v_{\alpha(i)} = |g_{\alpha(i)}|^2$, $u_i = |h_i|^2$ と置く. これらの置換により, エンドツーエンド SNR γ_i は次式のように与えられる.

$$\gamma_i = \frac{\rho \Gamma v_{\alpha(i)} u_i}{\Gamma v_{\alpha(i)} + 1} \quad (5)$$

ここで, $\rho = E\{|x_i|^2\} / \sigma_n^2$ を, ホップ当たりの SNR と定義する.

サブキャリアマッピング関数 $\alpha(i)$ としては $i=1,2,\dots,N$ について, 第 1 ホップで i 番目にチャンネルゲインの大きいサブキャリアを第 2 ホップで i 番目にチャンネルゲインの大きいサブキャリアにマッピングすることによりキャパシティを最大化できる. マッピング関数の最適性について, SNR の定式を簡易化した場合について [8] に証明が示されている. 本報告においては付録で厳密な証明を与える.

Rayleigh フェージングチャネルにおいては, u_i と v_i は共に指数分布に従う確率変数となり, その確率密度関数は, 平均電力を 1 と仮定すると, それぞれ, $p_u(u) = e^{-u}$, $p_v(v) = e^{-v}$ となる.

ここで, 各ホップの各サブキャリアとも互いに独立で, 同一の分布に従うランダム変数と仮定する. 一方, 実際の OFDM 中継システムにおいては, サブキャリア間の相関特性を考慮する必要がある. すなわち, コヒーレント帯域幅に応じてブロックサイズを求め, ブロック毎に SCM 法を行う方が周波数特性及びマッピング情報量の点からも実用的である.

中継局の平均送信電力は $P_{REL} = \Gamma(1 + \rho^{-1})P_T$ となる. ここで, P_T は送信局の平均送信電力である. また, 高い SNR において, 次のように近似できる $P_{REL} \approx \Gamma P_T$.

3 OFDM 中継システムのキャパシティ導出

本節では, 順序統計量 (order statistics) を用いて, SCM 法を行う OFDM 中継システムのキャパシティ評価を行う.

3.1 順序統計量

独立・同一な分布に従うランダム変数 $X_1, X_2, \dots, X_n$ を考える. これらは, 共通の確率密度関数 $f(x)$ と累積分布関数 $F(x)$ をもつものとする. 次に, 観測された n 個のランダム変数 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ の中で k 番

目に小さいランダム変数を $X_{(k)}$ と記述する．すると，その確率密度関数は次のように表すことができる．

$$f_{(k)}(x) = nf(x)C_{k-1}^{n-1}(F(x))^{k-1}(1-F(x))^{n-k} \quad (6)$$

ここで， $1 \leq k \leq n$ である [9]．例えば，最も小さいランダム変数 ($X_{(1)}$) の確率密度関数は，

$$f_{(1)}(x) = f(x)(1-F(x))^{n-1} \quad (7)$$

となり，最も大きいランダム変数 ($X_{(n)}$) の確率密度関数は，次式のように表される．

$$f_{(n)}(x) = nf(x)(F(x))^{n-1} \quad (8)$$

3.2 エンドツーエンド SNR の確率分布

中継ゲインの逆数を $\kappa = 1/\Gamma$ と置くと，SCM 法を用いた OFDM 中継システムにおける， k 番目に小さいサブキャリアペアのエンドツーエンド SNR は次式で与えられる．

$$\gamma_{(k)} = \frac{\rho u_{(k)} v_{(k)}}{v_{(k)} + \kappa} \quad (9)$$

ここで， $u_{(k)}$ と $v_{(k)}$ は独立・同一な分布に従うランダム変数であり，その確率密度関数は (6) で与えられる．

更に， $f(x) = e^{-x}$ 及び $F(x) = 1 - e^{-x}$ であるから，(6) は次のように書き換えられる．

$$f_{(k)}(x) = Ne^{-x}C_{k-1}^{N-1}(1-e^{-x})^{k-1}(e^{-x})^{N-k} = NC_{k-1}^{N-1}(1-e^{-x})^{k-1}e^{-x(N-k+1)} \quad (10)$$

例えば， $k=1$ 及び $k=N$ の時，(10) はそれぞれ次のような式になる．

$$f_{(1)}(x) = Ne^{-Nx}, \quad f_{(N)}(x) = N(1-e^{-x})^{N-1}e^{-x} \quad (11)$$

図 3 に，異なる k に対する $f_{(k)}(x)$ の例を示す．ここで， $N=16$ としている．図より，比較的チャネルゲインの大きいサブキャリアは大きな平均値と分散を持ち，比較的小さいサブキャリアは平均値，分散共に小さく，SNR が小さい領域に集中することが分かる．

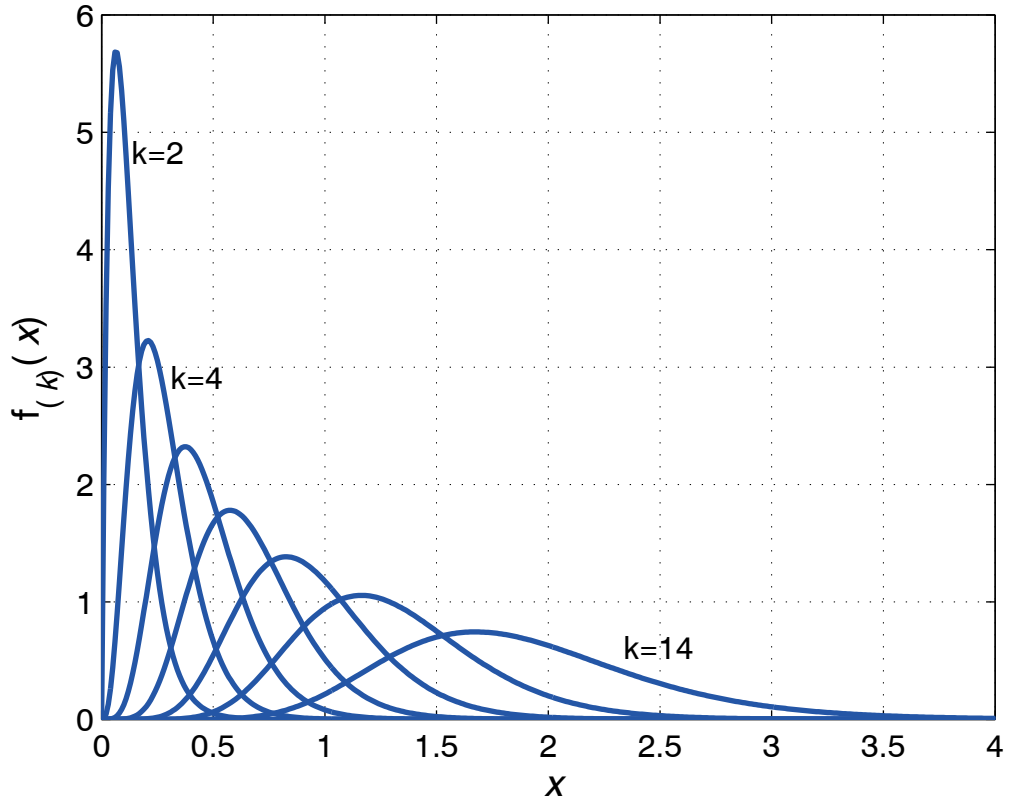


図 3 Rayleigh フェージング環境において OFDM 方式のサブキャリアをチャネルゲインに応じて順序付けした場合における SNR の確率密度関数. サブキャリア数 $N=16$. $k=2,4,\dots,14$.

3.3 エンドツーエンド SNR の確率密度関数

本節では、エンドツーエンド SNR の確率密度関数を閉じた形で導出する．級数展開を用いると，(10)は次のように変形できる．

$$f_{(k)}(x) = NC_{k-1}^{N-1} \left[\sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i C_i^{k-1} e^{-xi} \right] e^{-x(N-k+1)} = NC_{k-1}^{N-1} \left[\sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i C_i^{k-1} e^{-x(i+N-k+1)} \right] = \sum_{i=0}^{k-1} a_i e^{-b_i x} \quad (12)$$

ここで， $a_i = N(-1)^i C_{k-1}^{N-1} C_i^{k-1}$ ， $b_i = i + N - k + 1$ である．サブキャリアペア番号(k)を省略して(9)を記述すると，

$$\gamma = \frac{\rho uv}{v + \kappa} \quad (13)$$

となる．ランダム変数 u と v は，互いに独立で，(12)で表される同一の確率密度関数を持つ．(13)は確率変数 $z = 1/v$ を用いて次のように書き換えられる．

$$\gamma = \frac{\rho u}{1 + \kappa z} \quad (14)$$

確率変数 z の確率密度関数は次式のように求められる[9]．

$$p_z(z) = \frac{1}{z^2} f\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{z^2} \sum_{i=0}^{k-1} a_i \exp\left(\frac{-b_i}{z}\right) \quad (15)$$

次に， $\lambda = \kappa z$ ， $y = 1 + \lambda = 1 + \kappa z$ （ただし， $y \geq 1$ ）と置くと，確率変数 λ の確率密度関数は，

$$p_\lambda(\lambda) = \frac{\kappa}{\lambda^2} \sum_{i=0}^{k-1} a_i \exp\left(\frac{-\kappa b_i}{\lambda}\right) \quad (16)$$

となり、さらに確率変数 y の確率密度関数が、次式のように求められる

$$p_y(y) = \frac{\kappa U(y-1)}{(y-1)^2} \sum_{i=0}^{k-1} a_i \exp\left(\frac{-\kappa b_i}{y-1}\right) \quad (17)$$

ここで、 $U(x)$ は単位ステップ関数である。次に、二つの独立したランダム変数の比 $q = u/y$ で表されるランダム変数の確率密度関数を導出する。ランダム変数 q を用いて、エンドツーエンド SNR は $\gamma = \rho q$ と表される。 q の確率密度関数は次式を計算することにより得られる。

$$p_q(q) = \int_0^\infty y p_{u,y}(qy, y) dy \quad (18)$$

ここで、 $p_{u,y}(u, y) = p_u(u) p_y(y)$ は、互いに統計的に独立なランダム変数 u と y の結合確率密度関数を表している。(18)の積分を計算することにより、 $p_q(q)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p_q(q) &= \int_0^\infty y \left[\sum_{j=0}^{k-1} a_j \exp(-b_j q y) \right] \left[\frac{\kappa U(y-1)}{(y-1)^2} \sum_{i=0}^{k-1} a_i \exp\left(\frac{-\kappa b_i}{y-1}\right) \right] dy \\ &= \kappa \sum_j \sum_i a_j a_i \int_1^\infty \frac{y}{(y-1)^2} \exp\left(-b_j q y - \frac{\kappa b_i}{y-1}\right) dy \end{aligned} \quad (19)$$

また、変数変換 $s = 1/(y-1)$ により、(19)は次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} p_q(q) &= \kappa \sum_j \sum_i a_j a_i e^{-b_j q} \int_0^\infty \left(1 + \frac{1}{s}\right) \exp\left(-\frac{b_j q}{s} - \kappa b_i s\right) ds \\ &= 2\kappa \sum_j \sum_i a_j a_i e^{-b_j q} \left(\sqrt{\frac{b_j q}{\kappa b_i}} K_1\left(2\sqrt{\kappa b_j b_i q}\right) + K_0\left(2\sqrt{\kappa b_j b_i q}\right) \right) \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 $K_0(x)$ 及び $K_1(x)$ は 0 次及び 1 次の第 2 種変形ベッセル関数を表す[10]。最後にエンドツーエンド SNR $\gamma_{(k)} = \rho q$ の確率密度関数は次式で与えられる。

$$p_q(q) = \frac{2\kappa}{\rho} \sum_{j=0}^{k-1} \sum_{i=0}^{k-1} a_j a_i \exp\left(-\frac{b_j \gamma}{\rho}\right) \left(\sqrt{\frac{b_j \gamma}{\kappa \rho b_i}} K_1\left(2\sqrt{\frac{\kappa b_j b_i \gamma}{\rho}}\right) + K_0\left(2\sqrt{\frac{\kappa b_j b_i \gamma}{\rho}}\right) \right) \quad (21)$$

3.4 エンドツーエンド SNR の確率密度関数 $p_{\gamma_{(k)}}(\gamma)$ の数値例

本節では、 k 番目に小さいチャネルゲインを持つサブキャリアペアにおけるエンドツーエンド SNR の確率密度関数の数値例を示す。諸元として、OFDM 方式のサブキャリア数を $N = 16$ 、中継ゲインを $\Gamma = 0$ dB (送信局と中継局の平均送信電力は等しい)、ホップ当たりの SNR を $\rho = 10$ dB と置いた。図 4 はエンドツーエン

ド SNR の確率密度関数を $k = 6, 10, 12$ とした場合について求めたものを丸印で示している。図より、比較的大

きな k に対して SNR は比較的大きな平均値と分散を持ち、 k が比較的小さい場合、分布は小さな値に集中することが分かる。解析の妥当性を評価するために、計算機シミュレーションによる結果（実線）も示している。図より、解析結果とシミュレーション結果は一致していることが分かり、解析は妥当と言える。

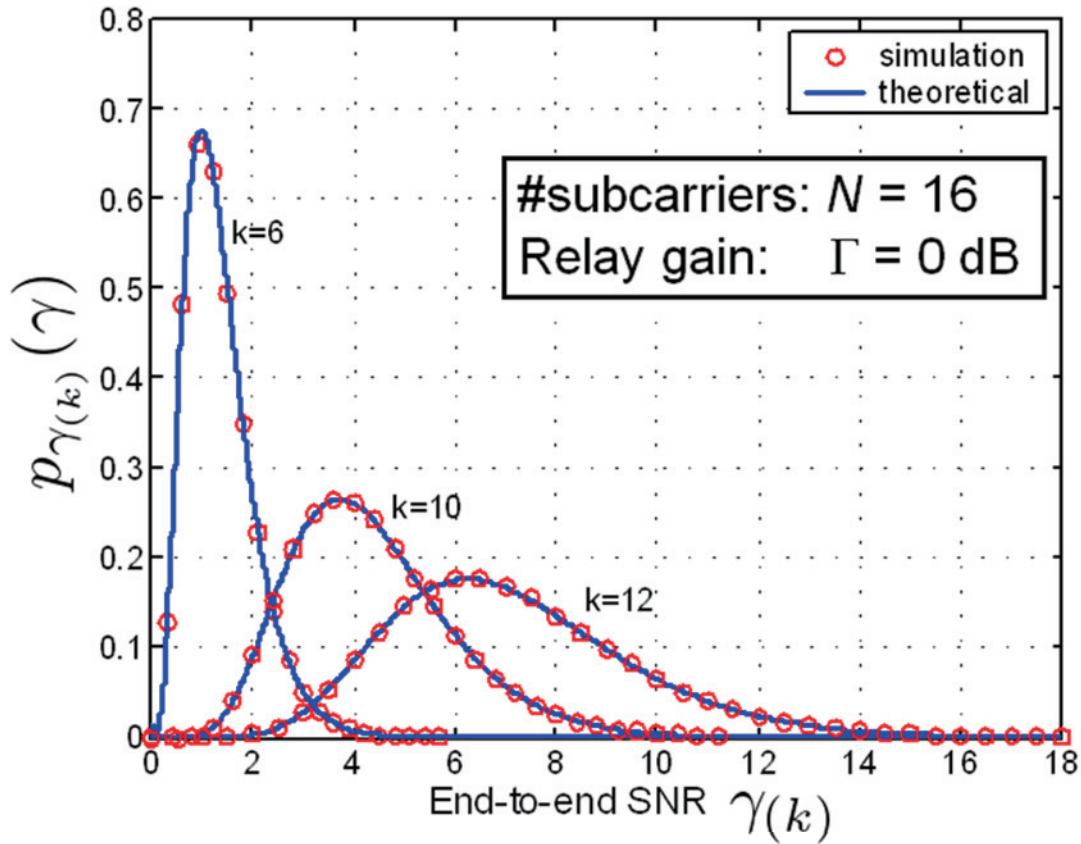


図 4 順序統計量を用いて導出した 2 ホップ OFDM 中継システムにおけるエンドツーエンド SNR の確率密度関数. ホップ当たりの平均 SNR $\rho = 10$ dB. $k = 6, 10, 12$.

4 数値例

本節では、(21)で表されるエンドツーエンド SNR の確率密度関数を用いて、SCM 法を用いた 2 ホップ OFDM 中継システムのエルゴードキャパシティを数値解析により求める。また、比較のため、計算機シミュレーションを用いて求めた結果も示す。

4.1 SCM 法を用いた場合の OFDM 中継システムキャパシティ

エンドツーエンド SNR の確率密度関数 $p_{\gamma(k)}(\gamma)$ を用いて k 番目に小さいサブキャリアペアのキャパシティ $C_{(k)}$ は次式によって求められる。

$$C_{(k)} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \log_2(1 + \gamma) p_{\gamma(k)}(\gamma) d\gamma \quad (22)$$

ここで、係数 $1/2$ は、2 ホップの伝送に 2 つのタイムスロットまたは 2 つの周波数帯域が必要になることを表している。OFDM 中継システム全体 (N サブキャリア分) のキャパシティは

$$C_T = \sum_{k=1}^N C_{(k)} \quad (23)$$

となる。

4.2 シミュレーション設定

OFDM 中継システムの第 1 ホップ、第 2 ホップのチャネルゲインとして、各サブキャリア・ホップ独立したランダム値を生成した。すなわち、大きい遅延スプレッドを持つチャネルを仮定している。SCM 法を用いない場合の i 番サブキャリアのエンドツーエンド瞬時キャパシティは、次式で与えられる。

$$C_{i,m} = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \rho \frac{u_{i,m} v_{i,m}}{v_{i,m} + \kappa} \right), \quad 1 \leq i \leq N \quad (24)$$

ここで、 $u_{i,m} = |h_{i,m}|^2$ は第 1 ホップにおける i 番サブキャリアで観測される瞬時チャネルゲインの m 番目の観測値を表し、 $v_{i,m} = |g_{i,m}|^2$ は第 2 ホップのチャネルゲインを表す。チャネルゲインの観測値 $h_{i,m}$ 、 $g_{i,m}$ は、独立に生成された複素ガウスランダム変数 (Rayleigh フェージング) である。SCM 法を用いた場合、 k 番目に小さいチャネルゲインを持つサブキャリアペアの瞬時キャパシティは次式を用いて得られる。

$$C_{(k),m} = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \rho \frac{u_{(k),m} v_{(k),m}}{v_{(k),m} + \kappa} \right), \quad 1 \leq k \leq N \quad (25)$$

ここで、 $u_{(k),m} = |h_{(k),m}|^2$ は第 1 ホップにおける瞬時チャネルゲインの観測値で、 m 番目のものを表す。 k は、順序付けを行ったサブキャリアの番号を表し、 k 番目に小さいチャネルゲインを持つサブキャリア番号を表す。 $v_{(k),m} = |g_{(k),m}|^2$ は第 2 ホップの k 番目に小さいチャネルゲインを持つサブキャリアに対する瞬時チャネルゲインを表す。SCM 法を用いない場合・用いる場合における、チャネル当たりのエルゴードキャパシティは観測値 $C_{i,m}$ 、 $C_{(k),m}$ を用いて次式のように計算される。

$$\bar{C}_i = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M C_{i,m} \quad (\text{SCM 法を用いない場合}), \quad \bar{C}_{(k)} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M C_{(k),m} \quad (\text{SCM 法を用いる場合}) \quad (26)$$

ここで、 M はシミュレーション回数 (観測値の総数) を表す。最後に、システム全体のキャパシティ (Sum capacity) は、次式を用いて得られる。

$$C_{sum} = \sum_{i=1}^N \bar{C}_i \quad (\text{SCM 法を用いない場合}), \quad C_{sum}^* = \sum_{k=1}^N \bar{C}_{(k)} \quad (\text{SCM 法を用いる場合}) \quad (27)$$

4.3 解析結果とシミュレーション結果の比較

本節では、SCM 法を用いた 2 ホップ OFDM 中継システムについて順序統計量を用いて求めた精確なエルゴードキャパシティとシミュレーション結果を比較する。特性比較において、OFDM のサブキャリア数を $N = 16$ とした。この設定が実用上意味するところは、各ホップにおいてサブキャリアを 16 個の互いに周波数特性が無相関となるブロックに分割して、ブロック毎にマッピングを行う場合に相当する。

図 5 はサブキャリア当たりのエルゴードキャパシティ ($\bar{C}_{(k)}$) の分布を表している。ホップ当たりの平均

SNR として $\rho = 0, 10, 20$ dB の値を用いた。リレーゲインとしては、 $\Gamma = 0$ dB を用いた。横軸は、サブキャリアペアの番号を表しており、左から右にチャネルゲインの弱い方から強いペアの順に並んでいる。解析結果を実線で、シミュレーションによる結果を丸印 (o) で示している。比較のため、SCM 法を用いない場合におけるサブキャリア当たりのエルゴードキャパシティを破線で示している。図から分かるように、順序統計量に基づく解析結果とシミュレーション結果はサブキャリア・ホップ当たりの SNR にらず一致した。OFDM システムキャパシティの値を表 1 にまとめた。表より、SCM 法を用いることにより達成される利得はホップ当

りの SNR ρ が 0, 10, 20 dB の時, それぞれ, 27%, 12%, 4% となった.

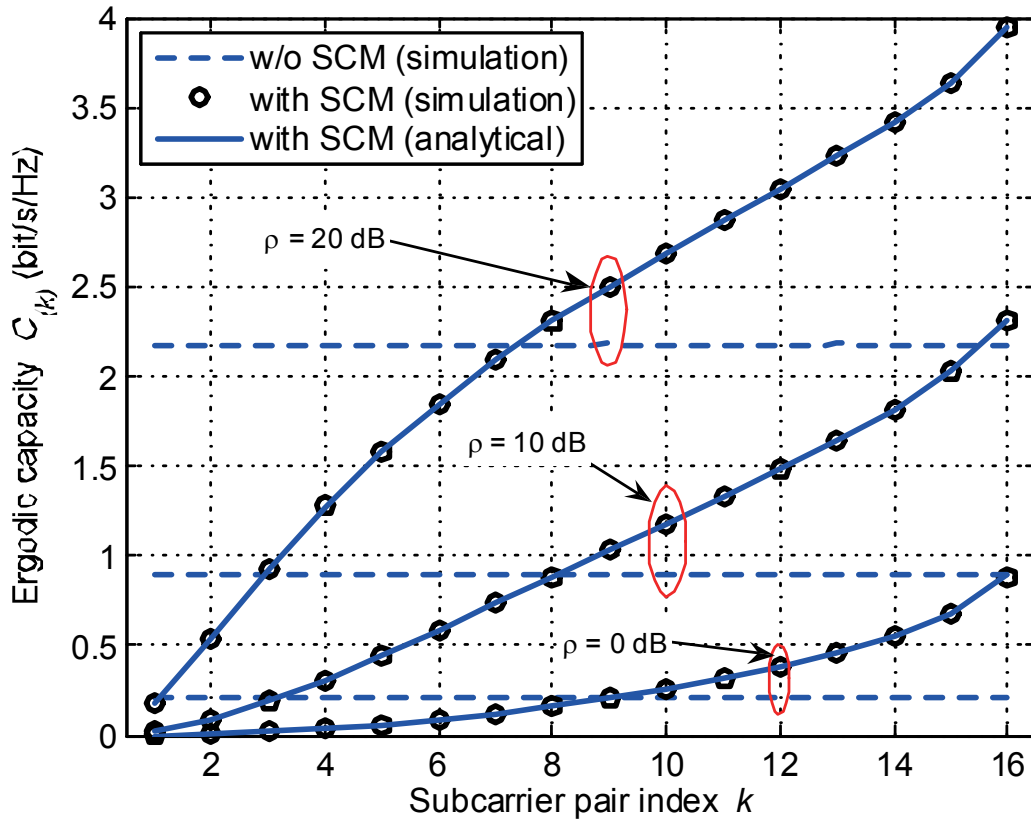


図 5 異なるホップ当たりの平均 SNR ($\rho=0,10,20$ dB) に対するサブキャリア当たりのエルゴードキャパシティ. リレーゲイン $\Gamma=0$ dB.

表 1 SCM 法を用いた場合・用いない場合におけるシステムキャパシティ ($\Gamma=0$ dB)

Sum-capacity (bits/s/Hz)	$\rho=0$ dB	$\rho=10$ dB	$\rho=20$ dB
w/o SCM (simulation)	3.37	14.44	34.89
with SCM (simulation)	4.27	16.10	36.14
with SCM (analytical)	4.27	16.10	36.13
% Increase	27%	12%	4%

図 6 は, リレーゲインが $\Gamma=-5$ dB の場合におけるエルゴードキャパシティを表している. この条件は, 中継局の平均送信電力が送信局のものより 5dB 少ない場合に相当する. 図 5 の場合と同様, 解析による結果とシミュレーション結果は一致した. OFDM システムキャパシティの値を表 2 にまとめた. リレーゲイン $\Gamma=-5$ dB の場合, SCM 法によって得られる利得はホップ当たりの SNR ρ が 0, 10, 20 dB の時, それぞれ, 41%, 19%, 7% となった. リレーゲイン 0dB の場合と比較すると, SCM 法による利得が大きく, 特に SNR が低い場合において効果的に働くことが分かる.

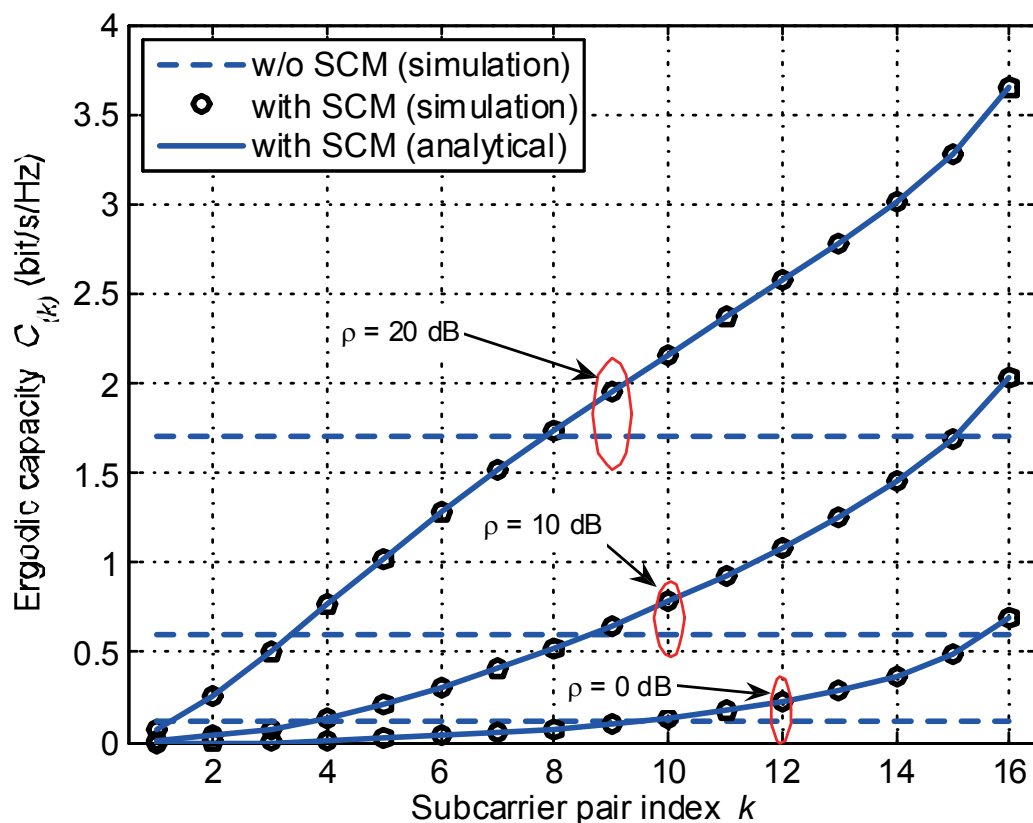


図 6 異なるホップ当たりの平均 SNR ($\rho=0,10,20$ dB) に対するサブキャリア当たりのエルゴードキャパシティ. リレーゲイン $\Gamma=-5$ dB.

表 2 SCM 法を用いた場合・用いない場合におけるシステムキャパシティ ($\Gamma=-5$ dB)

Sum-capacity (bits/s/Hz)	$\rho=0$ dB	$\rho=10$ dB	$\rho=20$ dB
w/o SCM (simulation)	1.91	9.72	27.20
with SCM (simulation)	2.69	11.59	28.96
with SCM (analytical)	2.68	11.59	28.97
% Increase	41%	19%	7%

SCM 法を用いた 2 ホップ OFDM 中継システムにおけるサブキャリア間の周波数相関値とシステムキャパシティの関係を図 7 に示す. 横軸は周波数相関値を表している. 周波数相関値が 0 の時, 各サブキャリアは独立したフェージングを受けており, 1 の時全てのサブキャリアが同じフェージングを受ける (周波数非選択性フェージング環境) ことに相当する. サブキャリア数は $N=16$, ホップ当たりの SNR を $\rho=0$ dB とし, リレーゲインが $\Gamma=-10, -5, -3, 0$ dB の場合について特性を示した. SCM 法による利得を評価するため, SCM 法を用いた場合と用いない場合についてそれぞれ特性を示している.

周波数相関値が 0 の時, SCM 法を用いた利得が最大となっており, この時, 図 5 と同一のキャパシティが得られている. そこから周波数相関値が大きくなるにつれ, キャパシティは徐々に低減する. 相関値が 0.8 を越えると劣化の度合いが大きくなり, 相関値が 1 の場合に最小値をとる. 周波数相関が 1 の時, 全てのフェージング係数が同一となるため, サブキャリアの順序を変更する利点が消え, SCM 法を利用することによ

る利得が得られない．図より，リレーゲインが大きい程，SCM 法によるキャパシティ利得も大きいことが分かる．SCM 法を用いない場合，サブキャリアによらず統計的に同一なフェージングを受けるため，キャパシティは周波数相関値によらない．

これらのことから，実環境で SCM 法を用いる場合，利得が最大となるようサブキャリア（もしくはサブキャリアブロック）間の周波数相関値が十分小さくなるようサブキャリア間隔（ブロック幅）を決める必要があることが分かる．

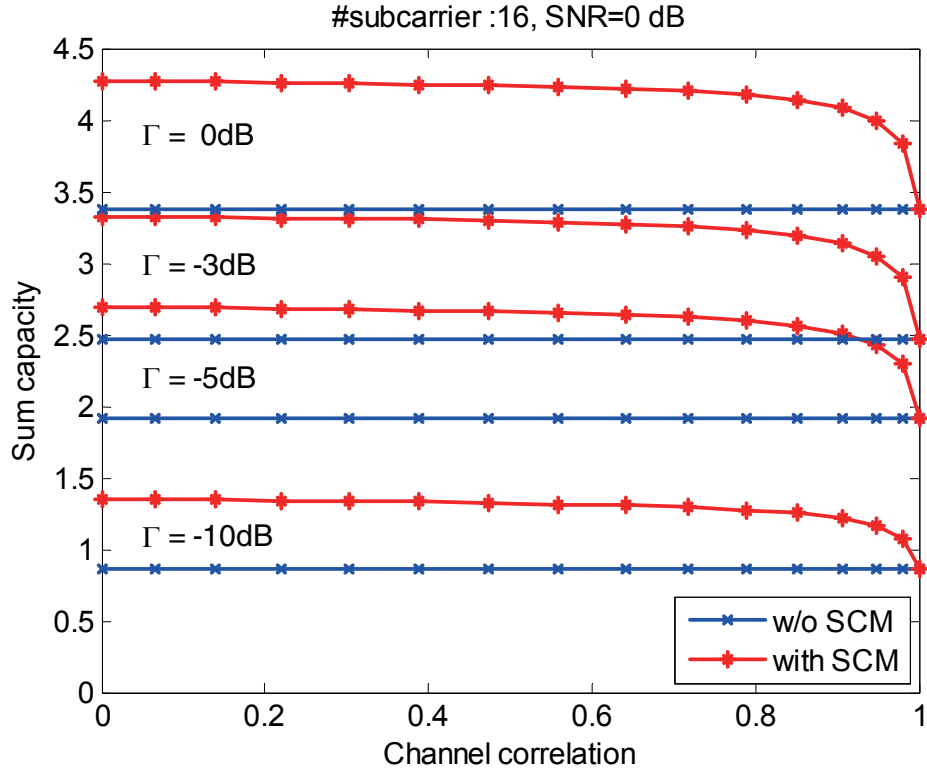


図 7 チャンネル相関値に対するキャパシティ特性. サブキャリア数 $N=16$. $\rho=0$ dB.

5 結論

本研究では，非再生中継及びサブキャリアマッピング法を用いた 2 ホップ OFDM 中継システムの厳密なキャパシティ解析手法を提案した．サブキャリアマッピング法を用いた場合における各サブキャリアペアについてエンドツーエンド SNR の確率密度関数を閉じた形で導出した．モンテカルロシミュレーションを行い，導出した確率密度関数及び平均キャパシティの解析結果と比較したところ両者は一致したため解析は妥当であると言える．

解析結果を基に，サブキャリアマッピング法を用いることによる利得を評価したところ，低い SNR の場合に効果が高く，平均キャパシティは 10%～40%程度改善されることが分かった．また，サブキャリアマッピングによる利得は中継局の平均送信電力が送信局のそれよりも低い場合に大きいという結果が得られた．

付録 A サブキャリアマッピング法における最適マッピング関数

第 1 ホップの i 番サブキャリアの送信電力を p_i ，チャンネルゲインを u_i ，第 2 ホップの i 番サブキャリアの送信電力を q_i ，チャンネルゲインを v_i とする．各ホップでは，サブキャリアに割り当てる送信電力は等しいものと仮定しているため， $p = p_i$ ($i=1, \dots, N$)， $q = q_i$ ($i=1, \dots, N$) と置ける．

次に、各ホップにおける送信電力とチャネルゲインの積、 x_i 、 y_i を次式のように定義する。

$$x_i = pu_i, \quad y_i = qv_i \quad (28)$$

定理（チャネルゲインに応じて順序付けを行うマッピング関数の最適性）

第1ホップにおける送信電力とチャネルゲインの積 x_i が、添え字を昇順、積の大きさ x_i が降順となるように並んでいるものと仮定する（この順序付けにより当該マッピング関数は一般性を失うことはない）。一方、第2ホップにおける送信電力とチャネルゲインの積 y_i が値の降順に並んでいる。この順序付け（マッピング関数）方法がシステムのキャパシティを最大化する。ただし、キャパシティは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C &= \sum_{k=1}^N C(x_k, y_k) \\ &= \sum_{k=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{x_k y_k}{1 + x_k + y_k} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

証明：背理法を用いて証明する。はじめに、 y_i の大きさの降順にマッピングを行うことにより、キャパシティが最大にならないものと仮定する。もしこの仮定が正しいとすると、 y_i と y_j （ただし $i \neq j$ ）を入れ替えることにより、キャパシティをより大きくすることが可能な方法が少なくとも一通り以上存在するはずである。

y_i と y_j の順序を入れ替えることによるキャパシティの変化を考える。ここで、 $i < j$ であるから、 $x_i > x_j$ かつ $y_i > y_j$ が成り立つ。 i 番及び j 番を除くサブキャリアは、 y_i と y_j の入れ替えによってキャパシティが変化しないので、 i 番及び j 番サブキャリアのみに着目する。次に、 i 番と j 番の使用サブキャリアを入れ替える前後におけるキャパシティの差を求める。入れ替える前の電力・チャネルゲイン積として、 i 番サブキャリアは (x_i, y_i) 、 j 番サブキャリアは (x_j, y_j) を用いてキャパシティを求め、入れ替えた後については、 i 番サブキャリアは (x_i, y_j) 、 j 番サブキャリアは (x_j, y_i) を用いる。キャパシティ和の差は、次式のように求められる。

$$\begin{aligned} &\{C(x_i, y_i) + C(x_j, y_j)\} - \{C(x_i, y_j) + C(x_j, y_i)\} \\ &= \log_2 \left(1 + \frac{x_i y_i}{1 + x_i + y_i} \right) + \log_2 \left(1 + \frac{x_j y_j}{1 + x_j + y_j} \right) - \log_2 \left(1 + \frac{x_i y_j}{1 + x_i + y_j} \right) - \log_2 \left(1 + \frac{x_j y_i}{1 + x_j + y_i} \right) \\ &= \log_2 \frac{(1 + x_i)(1 + x_j)(1 + y_i)(1 + y_j)}{(1 + x_i + y_i)(1 + x_j + y_j)} - \log_2 \frac{(1 + x_i)(1 + x_j)(1 + y_i)(1 + y_j)}{(1 + x_i + y_j)(1 + x_j + y_i)} \\ &= \log_2 \frac{(1 + x_i + y_j)(1 + x_j + y_i)}{(1 + x_i + y_i)(1 + x_j + y_j)} \end{aligned} \quad (30)$$

対数関数内の分子から分母を減算すると

$$\begin{aligned} &(1 + x_i + y_j)(1 + x_j + y_i) - (1 + x_i + y_i)(1 + x_j + y_j) \\ &= (x_i - x_j)(y_i - y_j) > 0 \end{aligned}$$

対数関数は真数が1よりも大きい場合、正の値をとるので、上のキャパシティ差は正となる。従って、 y_i

と y_j の入れ替えによってキャパシティが減少することが分かる.

次に, y_1 の位置について議論する. まず, y_1 と y_i ($i=2, \dots, N$) を入れ替えることを考える. 上記の計算により, y_1 と y_i を入れ替えた場合, i の値によらず必ずキャパシティが減少することが分かる. 言い換えると, y_1 を 1 番目のサブキャリアに置くことにより他のサブキャリアの位置によらずキャパシティ和が最大となる. 同様に, y_i を i 番目 ($i=2, \dots, N$) のサブキャリアに置くことによりキャパシティ和が最大となる. このように, y_i を y_j (ただし $i < j$) と入れ替えることにより必ずキャパシティが減少することになり, はじめに仮定したように, キャパシティを増加させるマッピング方法は存在しない. よって, 仮定は偽であり, 第 1 ホップで i 番目に強いサブキャリアは, 第 2 ホップで i 番目に強いサブキャリアとペアにすることによりシステムキャパシティが最大となる. (証明終)

このマッピング法は, $x_i > x_j$ かつ $y_i > y_j$ が成り立つ場合に最適なマッピング法と言える. 本研究ではサブキャリア毎の電力を一律に割り当てていたが, 例えばチャネルゲインに応じて電力割当を行う場合においても大小関係が保たれるため, 上記マッピング方法が最適と言える.

【参考文献】

- [1] O.K. Tonguz and G. Ferrari, Ad hoc wireless networks: a communication theoretic perspective, John Wiley and Sons, 2006, Chichester, UK.
- [2] M. Hasna and M.-S. Alouini, "A performance study of dual-hop transmissions with fixed gain relays," IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 3, no. 6, Nov. 2004, pp. 1963-1968.
- [3] M. Hasna and M.-S. Alouini, "End-to-end performance of transmission systems with relays over Rayleigh-fading channels," IEEE Trans. Wireless Commun., vol.2, no.6, Nov. 2003, pp. 1126-1131.
- [4] P.A. Anghel and M. Kaveh, "Exact symbol error probability of a cooperative network in a Rayleigh-fading environment," IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 3, no. 5, Sept. 2004, pp. 1416-1421.
- [5] A.K. Sadek, W. Su, and K.J.R. Liu, "Multinode cooperative communications in wireless networks," IEEE Trans. Signal Processing, vol.55, no.1, Jan. 2007, pp. 341-355.
- [6] I. Hammerström and A. Wittneben, "On the optimal power allocation for nonregenerative OFDM relay," IEEE International Conference on Communications 2006, vol.10, June 2006, pp.4463-4468.
- [7] B. Gui, L. Dai, J. Cimini and J. Leonard, "Selective relaying in OFDM multihop cooperative networks", IEEE Wireless Communications and Networking Conference, March 2007, pp.963-968.
- [8] M. Herdin, "A chunk based OFDM amplify-and-forward relaying scheme for 4g mobile radio systems," IEEE International Conference on Communications 2006, vol.10, June 2006, pp.4507-4512.
- [9] A. Papoulis and S. Pillai, Probability, random variables and stochastic processes, Forth ed. McGraw-Hill, 2002.
- [10] I. Gradshteyn and I. Ryzhik, Table of integrals, series, and products, 6th ed., A. Jeffrey and D. Zwillinger, Eds. Academic Press, 2000.

〈発 表 資 料〉

題 名	掲載誌・学会名等	発表年月
Performance Analysis of Source-Destination ARQ Scheme for Multiroute Coding in Wireless Multihop Networks	IEICE Transactions on Communications, E90-B, 8, 2111-2119	2007. 8.
Proposal of an Iterative Channel Information Estimation Scheme on Multi-hop Networks	International Conference on Information, Communications and Signal Processing 2007	2007. 12.
Optimum power allocation for dual-hop OFDM relay systems	9th Australian Communications Theory Workshop (AusCTW)	2008. 1.
Effect of Route Diversity by Employing Turbo Coding in Multi-Hop Ad Hoc and Mesh Networks	International Journal of Sensor Networks, 3, 2, 75-83	2008. 2.
Performance Analysis of Dual-Hop OFDM Relay Systems with Subcarrier Mapping	Proc. The IEEE International Conference on Communications (ICC 2008), WC36-2	2008. 6.
Capacity of OFDM Systems in Nakagami-m Fading Channels: The Role of Channel Frequency Selectivity	IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2008)	2008. 9.
On Power Allocation for Dual-Hop Amplify-and-Forward OFDM Relay Systems	IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM 2008)	2008. 12.