

音響管を用いた透過損失評価法 における試料サイズの影響

真田 明・下山力生

Akira SANADA and Rikio SHIMOYAMA

キーワード 音響透過損失/音響管/インピーダンス測定管/試料サイズ/比音響インピーダンス
KEY WORDS Acoustic transmission loss /Acoustic tube /Impedance measurement tube /Sample size/ Specific acoustic impedance

要旨

本研究は、音響管を用いた材料の音響透過損失評価において、測定結果に与える試料サイズの影響を明らかにすることを目的とする。材料の音響透過損失評価では試料サイズの影響を除くため一般に大きな面積の試料が必要になるが、近年、より小さい試料によって簡便に材料の遮音性能を評価したいという要求から、音響管を用いる透過損失評価法が検討されている。しかしながら、音響管を用いた場合の試料サイズの影響については詳しく検討された例は無く、どのような影響がどの程度あるか明らかにされていない。まず、計算モデルから理論式を導出し、試料サイズの影響を求める。この結果から試料サイズの影響が現れにくい条件を明らかにする。最後に、実験から理論的に求めた条件式の有効性を実証する。

1 はじめに

材料の音響透過損失の評価には一般に結合残響室や結合した残響室と無響室が用いられ、正確な評価には 10m^2 程度の大きな試料サイズが必要であることが知られている¹⁾²⁾。しかしながら、大きな試料を用いると、その準備や取り付けに多くの手間がかかるため、より小さい試料による評価法が求められている。

そこで、近年、音響管を用いて透過損失を評価する方法が検討がされている³⁾。この方法は、波長よりも十分小さい径の音響管を用いることにより、小面積試料によって垂直入射時の透過損失を求めることができる。ただし、通気性が低い材料の透過損失を評価する場合、材料の曲げ振動の影響から、測定結果に材料の共振などの試料サイズが有限であるための影響（試料サイズの影響）が大きく現れる場合がある。材料の音響透過損失という場合、無限大サイズを仮定しているため、このような場合では正確な評価が難しい。また、音響管を用いた場合に試料サイズがどのように影響を与えるかについては詳しく検討した例は無く、どういった材料でどの程度の影響があるのかも明らかにされていない。

本研究では、音響管を用いた透過損失評価における試料サイズの影響を検討する最初の段階とし

て、まず、通気性がない弾性板について、計算と実験からその影響を明らかにする。これによって、どのような材料や条件のとき評価が可能であるのか指針を得る。無限大サイズの弾性板の透過損失は、いわゆる質量則と呼ばれる理論式によって見積もることが可能である。従って、音響管を用いた場合の透過損失と質量則との差が試料サイズの影響となることから、この値を導出し、試料サイズの影響が現れにくい条件を明らかにする。最後に、実験から理論的に求めた条件式の有効性を実証する。

2 理論

音響管中に挿入した材料を音が透過する場合について音響透過損失の理論式を導出する。計算モデルを図1に示す。計算では、材料は薄い弾性板とし、垂直に平面音波が入射する。音響管の径は波長に対して十分小さく、音波は管内を平面音波として進行する。つまり、音響管の各断面で音圧は一定、粒子速度は平均値で考えてよいとする。また、これらの仮定からコインシデンスの現象が生じる周波数よりも低い周波数領域を扱うものとする。ここで、角周波数を ω 、入射音波の振幅を p_i 、平板の振動により生じる $z=0$ 面の音圧を $p_0 \cdot \exp(j\omega t)$ とする。このときの平板の運動方程式は、変

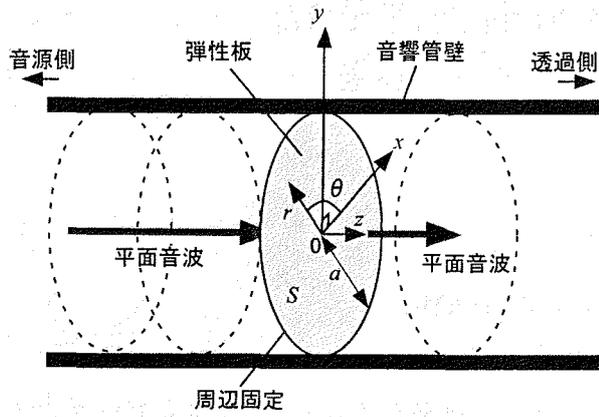


図1 音響透過計算モデル

位を $z(\mathbf{r}, t)$ 、材料の密度を ρ_s 、厚みを h とすると次式で表される。

$$D\nabla^4 z(\mathbf{r}, t) + \rho_s h \frac{\partial^2 z(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 2p_i e^{j\omega t} - 2p_{t0} e^{j\omega t} \quad (1)$$

ただし、 D は曲げ剛性を表し、減衰を損失係数 η として、 $D = D'(1 + j\eta)$ の形で導入する。

振動速度 $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ をモード展開式として表すと、 N 次までのモードを考慮し、

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{\Psi}^T(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{v} \quad (2)$$

となる。ただし、 T は転置、 $\mathbf{\Psi}(\mathbf{r})$ および \mathbf{v} はモード関数ベクトル、速度モードベクトルを表し、次式で定義される。

$$\mathbf{\Psi}^T(\mathbf{r}) = [\psi_1(\mathbf{r}) \quad \psi_2(\mathbf{r}) \quad \cdots \quad \psi_N(\mathbf{r})] \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = [v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_N]^T \quad (4)$$

ただし、 $\psi_i(\mathbf{r})$ は、 i 次固有関数、 v_i は i 次複素速度モード振幅を表す。ここでは半径 a の周辺固定円板を考える。周辺固定円板の振動モードは次式により表すことができる。

$$\psi_n = \{J_n(\lambda)I_n(kr) - I_n(\lambda)J_n(kr)\} A_n \cos n\theta \quad (5)$$

ただし、 J_n は n 次第一種ベッセル関数、 I_n は n 次第一種の変形されたベッセル関数、 A_n は比例定数、 r と θ は図1に示す通り極座標である。また、 k は次式である。

$$k^4 = \frac{\rho_s h}{D} \omega^2 \quad (6)$$

音波が垂直に入射する場合、直径方向の節をもった振動モードは励振されないため、結果的に考慮の必要がある振動モードは次式で記述できる。

$$\psi_i = J_0(\lambda_i)I_0\left(\frac{\lambda_i}{a}r\right) - I_0(\lambda_i)J_0\left(\frac{\lambda_i}{a}r\right) \quad (7)$$

ただし、 λ_i は境界条件から次式の解である。

$$J_0(\lambda)I_1(\lambda) + I_0(\lambda)J_1(\lambda) = 0 \quad (8)$$

式(2)を式(1)に代入し、左から $\mathbf{\Psi}$ をかけ、試料面の領域 S で積分すると、式(1)は次式となる。

$$\frac{1}{j\omega} \mathbf{K} \cdot \mathbf{v} + j\omega \mathbf{M} \cdot \mathbf{v} = 2\mathbf{F}_{i0} - 2\mathbf{F}_{t0} \quad (9)$$

左辺の \mathbf{K} 、 \mathbf{M} はモードの直交性から $N \times N$ の対角行列となり、

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & K_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & K_N \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & M_N \end{bmatrix} \quad (11)$$

である。ただし、

$$K_i = \int_S D' \psi_i(\mathbf{r}) \cdot \nabla^4 \psi_i(\mathbf{r}) ds \quad (12)$$

$$M_i = \int_S \rho_s h \psi_i^2(\mathbf{r}) ds \quad (13)$$

である。 K_i はモード剛性、 M_i はモード質量を表す。また \mathbf{F}_{i0} 、 \mathbf{F}_{t0} は、

$$\mathbf{F}_{i0} = \int_S \mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) \cdot p_i(\mathbf{r}) ds = [F_{i1} \quad F_{i2} \quad \cdots \quad F_{iN}]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{F}_{t0} = \int_S \mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) \cdot p_{t0}(\mathbf{r}) ds = [F_{t1} \quad F_{t2} \quad \cdots \quad F_{tN}]^T \quad (15)$$

であり、 F_{i1} は入射波による i 次モード加振力、 F_{t1} は空気反作用による i 次モード加振力を表す。

ここで、 $Z+$ 面における音圧は次式で記述できる。

$$p_{i0} = Z_0 \cdot \bar{v} \quad (16)$$

ただし、 \bar{v} は弾性板の振動速度の空間平均である。したがって、式(16)は

$$p_{i0} = \frac{\rho C}{S} \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \quad (17)$$

である。ただし、

$$\mathbf{B} = \int_S \mathbf{\Psi}(\mathbf{r}) ds \quad (18)$$

である。式(17)、式(18)より式(14)、式(15)は、

$$\mathbf{F}_{i0} = \mathbf{B}^T \cdot p_i \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{t0} &= \mathbf{B}^T \cdot p_{t0} \\ &= \frac{\rho C}{S} \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \end{aligned} \quad (20)$$

となる。式(19)、式(20)を式(9)に代入し整理すると、

$$\left(\frac{1}{j\omega} \mathbf{K} + j\omega \mathbf{M} + \frac{\rho C}{S} \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B} \right) \mathbf{v} = 2\mathbf{B}^T \cdot p_i \quad (21)$$

となる。したがって、 \mathbf{v} は次式となる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' \cdot p_i \quad (22)$$

ただし、

$$\mathbf{v}' = \left(\frac{1}{j\omega} \mathbf{K} + j\omega \mathbf{M} + \frac{\rho C}{S} \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B} \right)^{-1} 2\mathbf{B}^T \quad (23)$$

である。

透過音響パワー W_t は、平板の $z=+0$ 面における音響インテンシティを積分することによって次式のとおり求めることができる。

$$\begin{aligned} W_t &= \frac{1}{2} \int_S \operatorname{Re}(p_{i0}^* \cdot v) ds \\ &= \frac{1}{2} \frac{\rho C}{S} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}')^* \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}') p_i^2 \end{aligned} \quad (24)$$

ただし、*は共役複素数である。したがって、垂直入射時の透過率 τ は、入射音響パワー W_0 が、 $p_i^2 / (2\rho C) S$ であることから、

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{W_t}{W_0} \\ &= \frac{1}{4} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}')^* \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}') \end{aligned} \quad (25)$$

となる。したがって、音響透過損失は、

$$\begin{aligned} R &= 10 \cdot \log \frac{1}{\tau} \\ &= 10 \cdot \log \frac{4}{(\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}')^* \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}')} \end{aligned} \quad (26)$$

となる。

3 試料サイズの影響

3.1 音響透過損失の計算と実験

具体的な材料について、式(26)により音響透過損失を計算した結果と実験結果の比較を行う。図2に音響管による音響透過損失測定装置の概要を示す。管の中央付近に材料を挿入し、管の片側からスピーカにより音を入射させる。入射する音はホワイトノイズを用いる。音源側と透過側に2本ずつマイクロホン配置して、各マイクロホン間

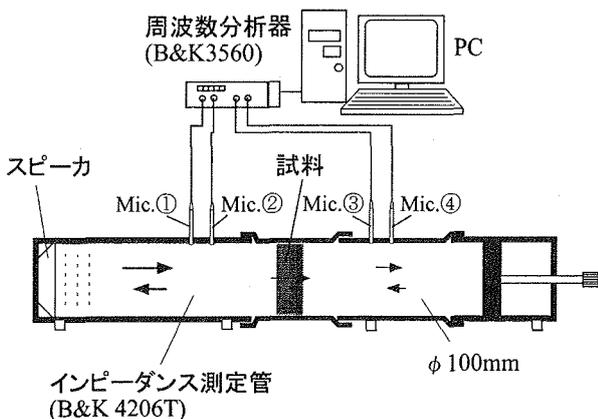


図2 音響管による音響透過損失測定装置の概要

表1 計算に用いた材料定数

	ゴム板	塩化ビニル板
ヤング率 E (Pa)	3.00E+06	2.41E+09
ポアソン比 ν	0.47	0.38
密度 ρ (kg/m^3)	1.55E+03	1.34E+03
損失係数 η	0.2	0.02

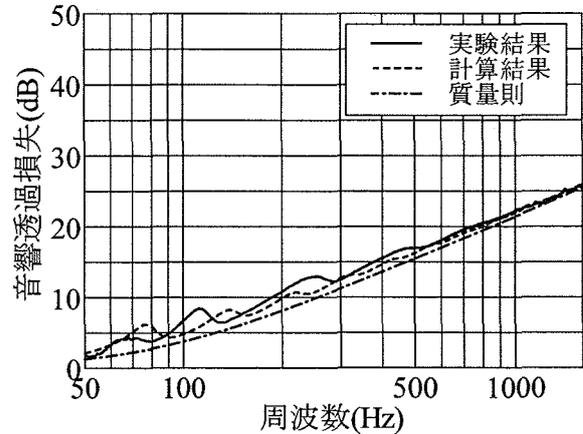


図3 計算結果および実験結果 (1mm ゴム板)

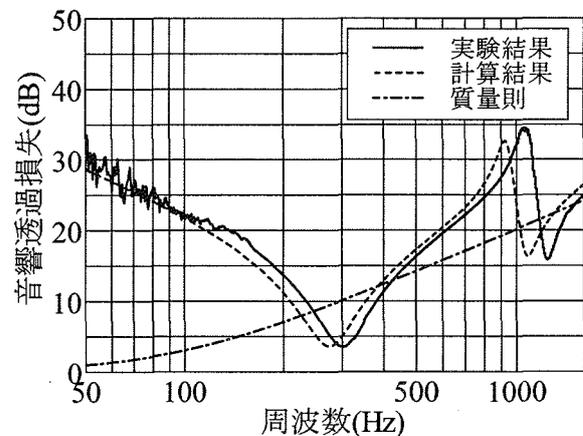


図4 計算結果および実験結果 (1mm 塩化ビニル板)

のクロススペクトルを測定する。透過側を解放したときと閉鎖したときの2条件で測定を行うことで、入射波と反射波の成分を分離して算出することができる。この結果から最終的に、入射音響パワーと透過音響パワーの比をとり、デシベル表示することで音響透過損失を算出する。

対象として、厚さ 1mm のゴム板と厚さ 1mm の塩化ビニル板を選び、計算と実験を行った。計算に用いた材料定数を表1に示す。ゴム板についての結果を図3に、塩化ビニル板についての結果を図4に示す。図中には同時に次式に示す材料の遮音性能を表す質量則(垂直入射時)も示す。質量則は試料が無大サイズであることを仮定している。

$$R = 10 \cdot \log \left(1 + \frac{\rho_s h \omega}{2\rho C} \right)^2 \quad (27)$$

図3、図4より、まず、実験結果と計算結果はよく一致しており、理論計算の妥当性が確認できる。また、ゴム板の場合、透過損失は材料の遮音性能を表す質量則とよく一致していることが分かる。特に周波数が高いほど質量則に一致しており、このような材料であれば試料サイズの影響は小さく、遮音性能の評価が可能と考えられる。これに対して、塩化ビニル板の場合、試料の共振・反共振の影響が大きく現れ、ピークとディップが生じている。平均的には質量則の傾向を示していると考えられるが、質量則からの誤差が大きく、本来、材料の遮音性能として評価したい無限大板の場合との差が非常に大きい。これらの結果から、試料サイズの影響の現れ方は材料や周波数によって大きく異なるため、材料の音響透過損失の評価には評価可能な材料の判定や評価可能な周波数範囲などを考慮する必要があることが分かる。

3.2 試料サイズの影響

ここで、空気反力の影響が小さいとして式(26)を整理すると音響透過損失は次式となる。

$$R = 10 \cdot \log \left(\frac{\rho_s h \omega}{2\rho C} \right)^2 + \Delta R \quad (28)$$

ただし、

$$\Delta R = 10 \log \frac{\pi^2}{G^* \cdot G} \quad (29)$$

である。また、式(29)中の G は次式である。

$$G = \sum_i^N \frac{B_i^2}{M_i \left\{ (1 - j\eta) \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 - 1 \right\}} \quad (30)$$

ただし、 ω_i は i 次モード固有角周波数、 $B_i = B/a^2$ 、 $M_i = M/(a^2 \rho h)$ である。

式(28)の第一項は空気反力の影響を無視した場合の質量則を示している。これに対して、第二項の ΔR が試料サイズの影響を表している。 ΔR は式(30)から分かるように材料の損失係数と固有振動数の関数である。損失係数を 0.05 から 0.5 まで変えて ΔR を計算した結果を図5に示す。横軸は、周波数を1次モードの固有振動数で基準化した値である。この結果を見ると損失係数が大きいほど板の共振の影響は小さくなっている。また、周波数が低いほど試料サイズの影響は大きく、周波数が高くなるほど影響は小さくなる。これは、周波数が高くなるほど、その周波数以下に固有振動数を持つ振動モードの数が増えるため、振動形態がピストン板に近い状態になるためである。これらの結果から、損失係数が大きく、測定したい帯域よりも1次モードの固有振動数が

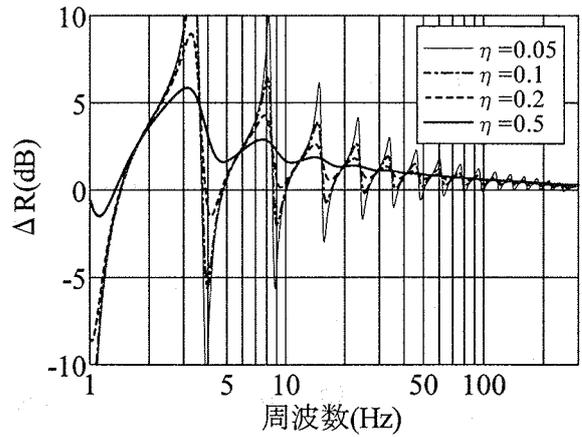


図5 試料サイズの影響 (ΔR)

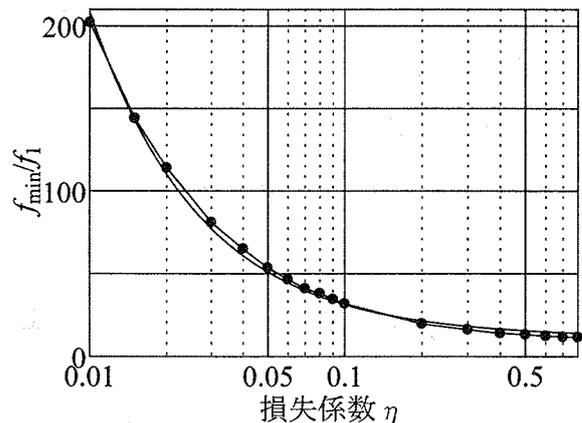


図6 評価可能最低周波数

十分低い材料については試料サイズの影響は小さくなる。図6より、2dB以内の誤差であるためには損失係数が0.4以上と大きい場合でも1次モード固有振動数の10倍以上の周波数帯域で検討する必要があることが分かる。

3.3 試料サイズの影響が現れにくい条件

損失係数を変えた場合の ΔR の計算結果から、各損失係数において ΔR の値が ± 2 dB に入る最低周波数を求めた。ただし、最低周波数は、 ΔR の包絡線を引き、グラフから 2dB 以下になる値を求めた。結果を図6に示す。横軸は損失係数 η 、縦軸は ± 2 dB に入る下限の周波数を1次モードの固有振動数 (f_1) で基準化した値である。この結果より、2dB 以内の誤差であるためには損失係数が0.4以上と大きい場合でも1次モード固有振動数の10倍以上の周波数帯域で検討する必要があることが分かる。

ここで、図中の実線は、各損失係数について求めた最低周波数の値を最小二乗法によって次式の形に近似した結果である。

$$f_{\min} / f_1 = \frac{A}{\eta} + B \quad (31)$$

近似した結果の A 、 B は、 $A=1.966$ 、 $B=11.627$ となった。測定前に材料の損失係数が分かっている

れば、この式を用いることで評価可能な周波数帯域が判定可能であると考えられる。

4 理論式の検証

求めた式(31)の妥当性を検証するため実験を行った。実験では、厚さが1mm、3mm、5mmの3種類のゴム板の音響透過損失を図2の装置を用いて測定した。それぞれのゴム板の測定結果を図7に示す。図中には質量則および質量則から+2dB、-2dBの範囲を示す曲線を示した。それぞれの材料の1次固有振動数は、表1の材料定数と厚さから考えて、1mmの場合、9.4Hz、3mmの場合、28.1Hz、5mmの場合、47.0Hzである。損失係数が0.2程度と考えると式(31)から評価可能最低周波数は、それぞれ201.7Hz、602.9Hz、1008.5Hzとなる。実験結果を見ると、これらの範囲で、2dBを若干超える誤差が生じている周波数があるものの、概ね質量則に沿った値となっており、試料サイズの影響が抑えられていることが分かる。これらのことから、式(31)は有効であると考えられる。

ところで、測定装置の評価可能上限周波数は音響管の径などによって決定される。材料の音響透過損失を評価したい場合、式(31)で示される評価可能最低周波数が装置の上限周波数以下にあれば、その周波数範囲で評価可能ということになる。評価可能最低周波数が装置の上限周波数以下にない場合、もしくは評価したい周波数がこの周波数範囲外にある場合については、残響室-残響室法などで大きな試料を用いて測定を行う必要がある。

5 まとめ

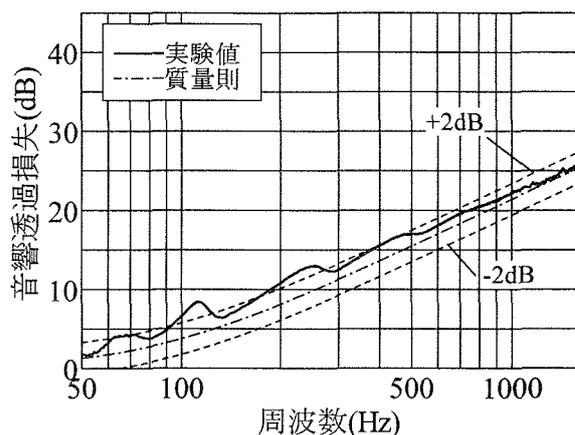
音響管を用いた材料の音響透過損失評価における試料サイズの影響を計算と実験により明らかにした。得られた結果を以下に示す。

- (1) 音響管内に設置した弾性板を音が透過する場合の音響透過損失の理論式を導出した。
- (2) 試料サイズの影響を分離し、試料サイズの影響が材料の固有振動数と損失係数によって決定されることを見出した。
- (3) 試料サイズの影響が±2dB以内に抑えられる周波数範囲を求め、試料サイズの影響が現れにくい条件式を導出した。
- (4) 求めた試料サイズの影響が現れにくい条件式を実験により検証した結果、有効であることが分かった。

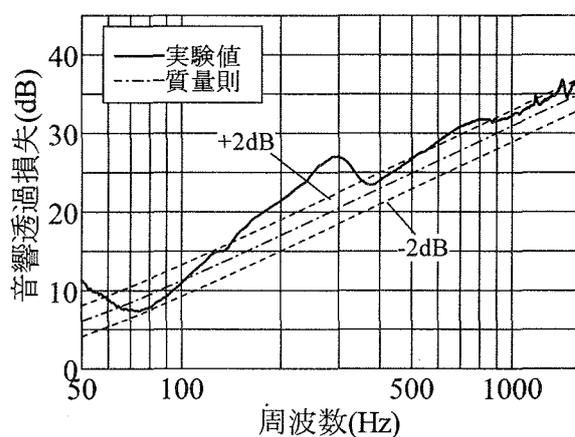
参考文献

- 1) "実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法", 財団法人日本規格協会, 東京(2000)
- 2) 眞田, 章, 柄川, 田中: 日本機械学会論文集(C編), 69(684), 2049(2003)

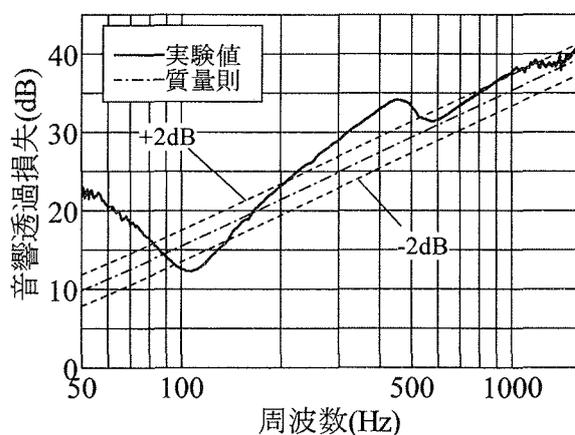
3) Byan H. Song and J. Stuart Bolton: J. Acoust. Soc. Am, 107(3), 1131(2000)



(a) 厚さ 1mm



(b) 厚さ 3mm



(c) 厚さ 5mm

図7 音響透過損失測定結果 (ゴム板)