00-01076

アドホックネットワーク上のアルゴリズム設計手法の研究

中　野　浩　嗣　　北陸先端科学技術大学院大学助教授

1　はじめに

アドホックネットワークとは，基地局などの中央調停機構のない無線ネットワークで n 個の端末（ステーションと呼ぶ）から構成される。各ステーションは，通信チャネル（周波数に相当する）を指定して，そのチャネルに対して送受信を行うことができる。１つのチャネルに対して，複数のステーションが同時に送信を行うと，通信の衝突が発生し，送信パケットの喪失が起る。この通信の衝突に関して，チャネルのステータスを以下のように定義する。

NULL：どのステーションもそのチャネルに対して送信を行っていない。

SINGLE：正確に１つのステーションが送信を行っている。

COLLISION：複数の（２つ以上の）ステーションが送信を行っている。

COLLISION の場合，通信パケットの衝突が発生している。あるチャネルに対して，受信動作を行ったステーションは，そのステータスを検出することができる。

本研究助成で行った研究のうち，ここでは，アドホックネットワーク上で，リーダ選択を行う通信プロトコルに関して得た成果を報告する。

リーダ選択とは，アドホックネットワーク上にある複数のステーションから１つのステーションをリーダとして選択することである。つまり，通信プロトコルの終了時に，正確に１つのステーションがリーダであることを認識しており，他のステーションはリーダに選ばれなかったことを把握している。このリーダ選択には，多くの応用があり，特に通信衝突を回避する際に必ず実行される通信プロトコルである。

リーダ選択問題は次の３通りのシナリオで，考えられている。

シナリオ１：ステーションの台数 n をすべてのステーションが知っている。

シナリオ２：ステーションの台数 n を知らないが，すべてのステーションが n の上界である n （つまり，$n \le u$ を満たす u ）を知っている。

シナリオ３：各ステーションは，ステーションの台数 n もその上界 u も知らない。

直感的に，リーダ選択を行うときに，シナリオ１がもっとも簡単で，シナリオ３の場合がもっとも困難である。

確率的リーダ選択通信プロトコルは，通常次のように動作する。まず，各ステーションがある確率で通信チャネルにパケットを送信する。もし，チャネルのステータスが SINGLE ならば，正確に１つのステーションが送信を行っている。よって，このステーションをリーダとして選ぶことができる。SINGLE で無い場合，SINGLE になるまで同様の送信を繰り返す。ここで，リーダ選択プロトコルが t 時間動作し，まだリーダ選択が成功していないと仮定する。このリーダ選択プロトコルの**履歴**とは，以下のように定義される。

チャネルのステータス：チャネルのステータスの t 時間の履歴。つまり，{NULL, COLLISION}の長さ t の列である。

送信・沈黙：各ステーションが送信したか，しなかったか（つまり沈黙）の履歴。長さ t の**送信／沈黙**の列である。

明らかに，履歴は，ステーションが t 時間の間に得ることができるすべての情報を含んでいる。この情報のうち，どれを用いることが可能であるかによって，以下の３つにリーダ選択プロトコルを分類することができる。

忘却的 (oblivious)：各時刻 i において，全ステーションは，同じ確率 p_i で送信動作を行う。確率 p_i はあらかじめ固定しており，履歴にはいっさい依存しない。

均一 (uniform)：i において，全ステーションは，同じ確率 p_i で送信動作を行う。ここで確率 p_i は，時刻 $1, 2, \cdots, i-1$ におけるチャネルのステータスにのみ依存する。

不均一 (non-uniform)：各時刻 i において，各ステーションは，その履歴に依存して送信確率を決定する。

忘却的リーダ選択プロトコルは，確率の無限列 $P=\langle p_1, p_2, \cdots \rangle$ により規定することができる。時刻 i に，各ステーションは，確率 p_i で送信動作を行う。チャネルのステータスが SINGLE であった時にリーダ選択が完了する。明らかに，忘却的リーダ選択プロトコルは，衝突検出ができないアドホックネットワーク，つまり，NULL と COLLISION の区別ができない場合でも，動作することができる。

均一リーダ選択プロトコルは，二分木 T で表すことができる。二分木 T は頂点 $p_{i,j}(1 \le i; 1 \le j \le 2^{i-1})$ をもち，各頂点は確率に対応する。頂点 $p_{i,j}$ は左の子 $p_{i+1,2j-1}$ と右の子 $p_{i+1,2j}$ を持つ。均一リーダ選択プロトコルは，二分木 T を根 $p_{1,1}$ から以下のように移動する。時刻 i に通信プロトコルが頂点 $p_{i,j}$ にあったとする。全ステーションが確率 $p_{i,j}$ で送信動作を行う。もしチャネルのステータスが SINGLE なら，送信動作を行ったステーションがリーダとして選ばれ，通信プロトコルが終了する。もし，チャネルのステータスが NULL なら, 左の子 $p_{i+1,2j-1}$ に移動する。もし，チャネルのステータスが COLLISION なら，右の子 $p_{i+1,2j}$ に移動する。

同様に，不均一リーダ選択プロトコルは，三分木で T で表すことができる。三分木は頂点 $p_{i,j}$ $(1 \le i; 1 \le j \le 3^{i-1})$ を持ち，それぞれは確率に対応する。各頂点 $p_{i,j}$ は，３つの子 $p_{i+1,3j-2}, p_{i+1,3j-1}$ および $p_{i+1,3j}$ を持つ.各ステーションは，根 $p_{1,1}$ から以下のように移動する。時刻 i にステーションが頂点 $p_{i,j}$ にあったとする。このステーションは，確率 $p_{i,j}$ で送信動作を行う。もしチャネルのステータスが SINGLE なら，送信動作を行ったステーションがリーダとして選ばれ，通信プロトコルが終了する。もし，チャネルのステータスが NULL なら, このステーションは $p_{i+1,3j-2}$ に移動する。もし，チャネルのステータスが COLLISION，かつ，このステーションが送信動作を行わなかったら，$p_{i+1,3j-1}$ に移動する。チャネルのステータスが COLLISION，かつ，このステーションが送信動作を行っていたら，$p_{i+1,3j}$ に移動する。

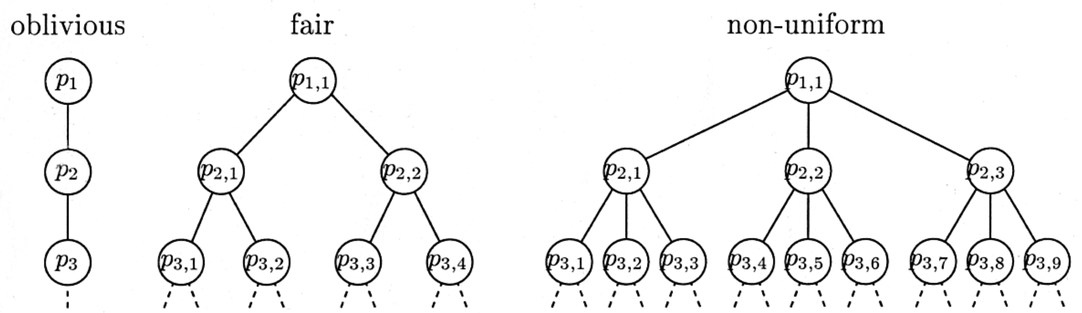

Figure 1：**忘却的，均一，不均一リーダ選択プロトコル**

これまでに，リーダ選択に関して行われてきた研究の概略以下にのべる。Metcalfe と Boggs[2] は，シナリオ１に対する均一なリーダ選択プロトコルを示した。このプロトコルは，平均 $O(1)$ 時間でリーダを選択する。彼らのプロトコルは，極めて単純で，全ステーションが確率 $\frac{1}{n}$ での送信を繰り返すだけである。チャンネルが SINGLE になったとき，送信したステーションがリーダに選ばれる。最近, Nakano と Olariu[3] はシナリオ３に対する２つのリーダ選択プロトコルを示した。１つは，確率 $1-\frac{1}{n}$ 以上で，$O(\log n)$ 時間でリーダ選択を行う。２つめは，少なくとも $1-\frac{1}{\log n}$ の確率で $O(\log\log n)$ 時間でリーダ選択を行う。このアルゴリズムの欠点は，確率が $1-\frac{1}{n}$ または $1-\frac{1}{\log n}$ に固定されていることであり，ステーション台数 n が小さければ，失敗確率が大きいい。Nakano と Olariu[4] はこれを改良し，任意の f について，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$\log\log n + 2.78 \log f + o(\log\log n + \log f)$ 時間でリーダ選択を行なえることを示した。Nakano と Olariu[5] は，また，シナリオ３に対するリーダ選択プロトコルを示した。このプロトコルは，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で, $O(\min((\log n)^2 + (\log f)^2, f^{\frac{3}{5}} \log n))$ 時間でリーダ選択を行う。

Willard[7]は，シナリオ２に対する均一なリーダ選択プロトコルを示した。この通信プロトコルは，平均 $\log\log u + O(1)$ 時間でリーダ選択を行う。この Willard のプロトコルは，次の２つのステージから構成される。

- 最初のステージでは，２分探索を用いて，$\log\log u$ 時間で $2^i \le n < 2^{i+1}$ を満たす数 $i\,(0 \le i \le \log u)$ を探す。
- 次のステージでは，この i から n の近似値を求め，Metcalfe と Boggs[2] のプロトコルを用いて $O(1)$ 時間でリーダ選択を行う。

以上により，Willard のプロトコルは，平均 $\log\log u + O(1)$ 時間で動作する。Willard[7] はさらに，シナリオ３

の場合にも適用できるよう改良し，平均 $\log\log n + o(\log\log n)$ 時間でリーダ選択を行えることを示した。最初のステージは，Bentley and Yao[1] の示したアルゴリズムを利用して，n の上界 u を求めている。さらに，最近，Nakano と Olariu は，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$\log\log n + o(\log\log n) + O(\log f)$ 時間でリーダ選択を行う均一通信プロトコルを示した。**表1**に結果の一覧を示す。

Table 1：既知のリーダ選択プロトコル

protocol	scenario	time slots with probability $1-\frac{1}{f}$	time slots average
oblivious	1	$e\ln f$	e
oblivious	2	$\log u \log f$	$O(\log u)$
oblivious	3	$O((\log n)^2 + (\log f)^2)$	$O((\log n)^2)$
oblivious	3	$O(f^{\epsilon}\log n)$	$O(\log n)$
oblivious	3	$O(\min((\log n)^2 + (\log f)^2, f^{\epsilon}\log n))$	$O(\log n)$
uniform	3	$\log\log n + o(\log\log n) + O(\log f)$	$\log\log n + o(\log\log n)$
non-uniform	3	$\log\log n + 2.78\log f + o(\log\log n + \log f)$	$\log\log n + o(\log\log n)$

2　忘却的リーダ選択プロトコル

ここでは，シナリオ1，2，3に対する忘却的リーダ選択プロトコルを示す。

2.1　シナリオ1に対する忘却的リーダ選択プロトコル

$P = \langle p_1, p_2, p_3, \cdots \rangle$ を確率の列とする。前にのべたように，この列 P は忘却的リーダ選択プロトコルを表している。時刻 i に各ステーションは，確率 p_i で送信動作を行う。もし，チャネルのステータスが SINGLE なら，送信動作を行ったステーションがリーダになる。さもなければ，時刻 $i+1$ に，再び各ステーションは，確率 p_{i+1} で送信動作を行う。これは，チャネルのステータスが SINGLE になるまで繰り返される。詳細は，以下の通りである。

Protocol **Election**(P)
for $i \leftarrow 1$ to $|P|$ do
各ステーションは確率 p_i で送信動作を行う。
全ステーションがチャネルのステータスをチェックする;
もしチャネルのステータスが SINGLE なら送信動作を行ったステーションがリーダとなり，プロトコルを終了する。
endfor

明らかに，時刻 i に，すべてのステーションが同じ確率 p_i で送信動作を行うので，**Election**(P) は，どのような確率の列 P に対しても忘却的である。通信プロトコルの正当性は明らかなので，**Election**(P) の実行時間の評価を行う。各ステーションが確率 p_i で送信動作を行うので，正確に1つのステーションが送信し，チャネルが SINGLE になる確率は，$p_i(1-p_i)^{n-1}$ である。簡単な計算により，$p_i = \frac{1}{n}$ とすると，この確率は最大になる。この場合，確率は以下のようになる。

$$p_i(1-p_i)^{n-1} = \left(1-\frac{1}{n}\right)^{n-1} > \frac{1}{e}$$

したがって，$P = \left\langle \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \cdots \right\rangle$ とすればよい。このとき，**Election** $\left(P = \left\langle \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \cdots \right\rangle\right)$ の各 **for** ループの繰り返しは，少なくとも $\frac{1}{e}$ の確率でリーダを選択する。

したがって，t 回の繰り返しでリーダが選ばれていない確率は，$\left(1-\frac{1}{e}\right)^t < e^{-\frac{t}{e}}$ である。ここで，パラメータ f を $\frac{1}{f} = e^{-\frac{t}{e}}$ を満たすように選ぶ。すると，$t = e\ln f$ である。従って，次の補題が成り立つ。

補題 2.1　**Election** $\left(\left\langle \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \cdots \right\rangle\right)$ は，任意の $f \geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で $e\ln f$ 時間でリーダを選択する。

ここで，**Election** $\left(\left\langle\frac{1}{n},\frac{1}{n},\frac{1}{n},\cdots\right\rangle\right)$ を実行するためには，n を知っている必要があることに注意されたい。よって，このプロトコルは，シナリオ１である。

2.2　シナリオ2に対する忘却的リーダ選択プロトコル

ここでは，シナリオ２に対する忘却的リーダ選択プロトコルを示す。つまり，各ステーションは，n の上界 u を知っているが n の値は知らない。

まず，$D_i (1 \geq 1)$ を次に定義される確率の列とする。

$$D_i = \left\langle\frac{1}{2^1},\frac{1}{2^2},\cdots,\frac{1}{2^i}\right\rangle$$

ここで，D_i に対して，**Election** を実行した場合について考える。**Election**(D_i) は，次に示す確率でリーダを選ぶことができる。

補題 2.2　任意の n について，$i \geq \log n$ ならば，**Election** (D_i) は少なくとも $\frac{1}{2}$ の確率でリーダを選ぶ。

証明の詳細は[5] を参照されたい。

さらに，$D_i^\infty = D_i \cdot D_i \cdot D_i \cdots$ を確率の無限列とする。ここで，“・”は，列の連結を表すものとする。例えば，$D_2^\infty = \left\langle\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\cdots\right\rangle$ である。シナリオ２を仮定しているので，各ステーションは n の上限 u を知っている。補題2.2より，**Election** $(D_{\lceil\log u\rceil}^\infty)$ は，少なくとも $\frac{1}{2}$ の確率でリーダを選ぶ。よって，**Election** $(D_{\lceil\log u\rceil}^\infty)$ を t 回を繰り返しても，リーダが選ばれていない確率は，高々 $\frac{1}{2^t}$ である。また，t 回繰り返しは $t\lceil\log u\rceil$ 時間必要である。よって，次の補題が成り立つ。

補題 2.3　**Election** $(D_{\lceil\log u\rceil}^\infty)$ 任意の $f \geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で $\log f\lceil\log u\rceil$ 時間でリーダを選ぶ。

2.3　シナリオ3に対する忘却的リーダ選択プロトコル

列 $V = \langle v(1), v(2), \cdots\rangle$ を $1 \leq v_1 \leq v_2 \leq \cdots$ を満たす正整数の非増加無限列とする。この列 V に対して, 確率の列 $P(V) = D_{v(1)} \cdot D_{v(2)} \cdot D_{v(3)} \cdots$ を定める。例えば，$V = \langle 1,2,3,\cdots\rangle$ のとき，$P(V) = D_1 \cdot D_2 \cdot D_3 \cdots = \left\langle\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\cdots\right\rangle$ である。次に，様々な列 V に対して，**Election** $(P(V))$ の評価を行う。

列 $V = \langle v(1), v(2), \dots\rangle$ に対して，$l(V)$ は，$v(l(V)) \geq \lceil\log n\rceil$ を満たす最小整数とする。ここで，補題2.2 より，**Election** $(D_{v(l(V))})$, **Election** $(D_{v(l(V)+1)})$, … ,は，それぞれリーダを $\frac{1}{2}$ 以上の確率で選ぶ。したがって，$l(V)+t-1$ 回呼び出し **Election** $(D_{v(1)})$, **Election** $(D_{v(2)})$, … , **Election** $(D_{v(l(V)+t)})$ は，少なくとも $\frac{1}{2^t}$ の確率でリーダを選ぶ。さらに，この $l(V)+t-1$ 回の呼び出しは，$v(1)+v(2)\cdots+v(l(V)+t-1)$ 時間で行える。したがって，**Election** $(P(V))$ は，$v(1)+v(2)\cdots+v(l(V)+\log f-1)$ 時間動作し，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率でリーダを選ぶ。よって，以下の重要な補題を得る。

補題 2.4　任意の列 $V = \langle v(1), v(2), \cdots\rangle$ に対して，**Election** $(P(V))$ は，任意の $f \geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$v(1)+v(2)\cdots+v(l(V)+\log f-1)$ 時間でリーダを選ぶ。

列 $V_1 = \langle 1,2,3,\cdots\rangle$ とする。この列に対して，補題2.4を用いて，**Election** $(P(V_1))$ を評価する。ここで，

$$P(V_1) = D_1 \cdot D_2 \cdot D_3 \cdots = \left\langle\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\cdots\right\rangle$$

であることに注意されたい。等式 $l(V_1) = \lceil\log n\rceil$ がなりたつので，**Election** $(P(V_1))$ は，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$O(1+2+\cdots+(\log n+\log f-1)) = O((\log n)^2+(\log f)^2)$ 時間でリーダを選ぶ。よって，次の補題がなりたつ。

補題 2.5　**Election** $(P(V_1))$ は，任意の $f \geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$O((\log n)^2+(\log f)^2)$ 時間でリーダを選ぶ。

任意の固定した実数 $c\ (1<c<2)$ に対して，$V_c = \langle\lceil c^0\rceil,\lceil c^1\rceil,\lceil c^2\rceil,\cdots\rangle$ を整数列とする。

明らかに，$l(V_c) \leq \left\lceil\frac{\log\log n}{\log c}\right\rceil$ が成り立つ。よって，補題2.4より，**Election** $(P(V_c))$ は，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$O(c^0+c^1+\cdots+c^{\left\lceil\frac{\log\log n}{\log c}\right\rceil+\log f}) = O(f^{\log c}\log n)$ 時間でリーダを選ぶ。よって，次の補題が成り立つ。

補題 2.6　**Election** $(P(V_c))\ (1<c<2)$ は，任意の $f \geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$O(f^{\log c}\log n)$ 時間でリーダを選ぶ。

任意の２つの列 $P = \langle p_1, p_2, \cdots\rangle$ と $P' = \langle p'_1, p'_2, \cdots\rangle$ に対して，列 $P \oplus P' = \langle p_1, p'_1, p_2, p'_2, \cdots\rangle$ を２つの列の合成列とする。次に，**Election** $(P(V_1) \oplus P(V_c))$ の評価を行う。

まず，Z をゼロ列 $Z=\langle 0,0,0,\cdots\rangle$ とする。明らかに，補題2.5と補題2.6より，**Election** $(P(V_1)\oplus Z)$ と **Election** $(Z\oplus P(V_c))$ は，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$O((\log n)^2+(\log f)^2)$ 時間と $O(f^{\log c}\log n)$ 時間でリーダを選ぶ。したがって，**Election** $(P(V_1)\oplus P(V_c))$ $O(\min((\log n)^2+(\log f)^2, f^{\log c}\log n))$ 時間でリーダを選ぶ。よって，次の定理を得る。

補題 2.7　忘却的リーダ選択プロトコル **Election** $(P(V_1)\oplus P(V_c))$ は，任意の $f\geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$O(\min((\log n)^2+(\log f)^2, f^{\log c}\log n))$ 時間でリーダを選ぶ。

ここで，任意の c について，$1<c<2$ ならば，$0<\log c<1$ であることに注意されたい。よって，小さな $\epsilon=\log c$ を選ぶと，次の系を得る。

系 2.8　任意の $f\geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，任意に小さい $\epsilon>0$ に対して，$O(\min((\log n)^2+(\log f)^2, f^{\epsilon}\log n))$ 時間でリーダを選ぶ。

3　均一リーダ選択プロトコル

この節では，均一リーダ選択プロトコルについて議論する。ここで示す均一リーダ選択プロトコルは，任意の $f\geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$2\log\log n+o(\log\log n)+O(\log f)$ 時間でリーダ選択を行う。まず説明を容易にするため，次の簡単なリーダ選択プロトコルから始める。

Protocol **Broadcast** (p)

　各ステーションは $\frac{1}{2^p}$ の確率で送信動作を行う;

　もしチャンネルのステータスが SINGLE なら，送信動作を行ったステーションをリーダとして選ぶ。

ここでのべる均一リーダ選択プロトコルは3つのフェーズからなる。最初のフェーズ1では，**Broadcast** (2^{0^2})，**Broadcast** (2^{1^2})，**Broadcast** $(2^{2^2})\cdots$，**Broadcast** (2^{t^2}) を繰り返す。繰り返しは，チャネルのステータスが NULL になるまで行われる。最初にチャネルのステータスが NULL になったとき，フェーズ2が始まる。フェーズ2では，区間 $[0,2^{t^2}]$ に対する二分探索を行う。具体的には，次のように探索が行われる。

- 最初に，**Broadcast** $\left(\frac{2^{t^2}}{2}\right)$ を実行する。チャネルのステータスが SINGLE なら送信したステーションをリーダとして選び停止する。
- もし，チャネルのステータスが NULL なら，区間 $\left[0,\frac{2^{t^2}}{2}\right]$ に対して二分探索を行う。つまり，**Broadcast** $\left(\frac{2^{t^2}}{4}\right)$ を実行する。
- もし，チャネルのステータスが COLLISION なら，区間 $\left[\frac{2^{t^2}}{2},2^{t}\right]$ に対して二分探索を行う。つまり，**Broadcast** $\left(\frac{3}{4}\cdot 2^{t^2}\right)$ を実行する。

この二分探索は，区間の分割が行えなくなるまで行う。ここで，整数 u を，フェーズ2の最後の呼び出しが **Broadcast** (u) であるように定める.フェーズ3では，**Broadcast** (u) をチャネルステータスが SINGLE になるまで繰り返す。SINGLE になれば，送信動作を行ったステーションをリーダとして選ぶ。ここで，各 **Broadcast** (u) の呼び出しにおいて，u の値を以下のように調整する。チャネルのステータスが NULL なら，u の値を1つ減らす。チャネルのステータスが COLLISION なら，u の値を1つ増やす。

以上のアイデアを厳密に書くと以下のようになる。

均一通信プロトコル **Uniform-election**

フェーズ 1：

　$i\leftarrow -1$;

　repeat

　　$i\leftarrow i+1$;

　　Broadcast (2^{i^2})

　until チャンネルステータスが NULL になるまで;

フェーズ 2：

　$l\leftarrow 0; u\leftarrow 2^{i^2}$;

　while $l+1<u$ **do**

$m \leftarrow \left\lfloor \frac{l+u}{2} \right\rfloor$
  Broadcast (m);
  if チャネルステータスが NULL なら $u \leftarrow m$
  else
    $l \leftarrow m$
 endwhile
フェーズ 3：
 repeat
  Broadcast (u);
  if チャネルステータスが NULL なら $u \leftarrow \max(u-1, 0)$
  else
    $u \leftarrow u+1$
 forever

フェーズ１は，**Broadcast** (2^{t^2}) で，チャネルステータスが NULL になるまで繰り返される。高い確率で，**Broadcast** (2^{t^2}) が最初に NULL になるのは，$2^{2^{t^2}} > n > 2^{2^{(t-1)^2}}$ を満たす時である。したがって，フェーズ１は高い確率で $t = \sqrt{\log\log n} + O(1)$ 時間実行される。フェーズ２は，$[0, 2^{t^2}]$ の２分探索を行う。したがって，フェーズ２は，**Broadcast** (m)を$\log 2^{t^2} = \log\log n + O(\sqrt{\log\log n})$ 回実行する。フェーズ３は，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$o(\log\log n) + O(\log f)$ 時間動作する。よって，次の定理がなりたつ。

定理 3.1　任意の $f \geq 1$ に対して，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確率で，$\log\log n + o(\log\log n) + O(\log f)$ 時間でリーダ選択を行う均一リーダ選択プロトコルが存在する。

詳細は[6]を参照されたい。

4　不均一リーダ選択プロトコル

この節では，不均一なリーダ選択プロトコルを示す。The main goal of this section is to present a non-uniform leader election protocol for single-hop, single-channel radio networks.
このプロトコルでは，次に示す **Sieve**(p) を用い，リーダ候補を抹消していく。

通信プロトコル **Sieve** (p)
すべてのステーションは，確率 $\frac{1}{2^{2^p}}$ で送信動作を行う;
if チャネルステータスが SINGLE なら **then**
 送信動作を行ったステーションをリーダとして選び停止する
else if チャネルステータスが COLLISION なら
 then 送信動作を行わなかったステーションを抹消する。
endif

この **Sieve** (p)を用いることにより，任意の $f \geq 1$ について，少なくとも $1-\frac{1}{f}$ の確で，$\log\log n + 2.78 \log f + o(\log\log n + \log f)$ 時間で動作する不均一リーダ選択プロトコルを得ることができる。このプロトコルは，３つのフェーズからなる。フェーズ１では，**Sieve**(0^2)，**Sieve**(1^2)，**Sieve**(2^2)，… をチャネルのステータスが NULL になるまで実行する。ここで，{**Sieve** (t^2)}が最初に NULL であったとする。フェーズ２では，**Sieve**(t^2-1)，**Sieve**(t^2-2)，…，**Sieve**(0) を実行する。フェーズ３では，**Sieve**(0) を繰り返し実行する。チャネルステータスが SINGLE になったとき，送信動作を行ったステーションをリーダとして選び停止する。

以下に，不均一リーダ選択通信プロトコルの詳細を示す。

通信プロトコル **Non-uniform-election**
Phase 1：
 for $i \leftarrow 0$ **to** ∞

Sieve (i^2);
if チャンネルステータスが NULL **then for** ループを脱出する;
Phase 2：
$t \leftarrow i^2 - 1$;
for $i \leftarrow t$ **downto** 0
Sieve (i);
Phase 3：
repeat
Sieve (0);
forever

フェーズ１はチャネルステータスが NULL になるまで繰り返される。高い確率で，**Sieve**(i^2) が最初に NULL になるのは，$2^{2^{i^2}} > n > 2^{2^{(i-1)^2}}$ を満たすときである。よって，フェーズ１は $i = O(\sqrt{\log\log n})$ 時間動作する。フェーズ２は，本質的に $[0, 2^{i^2}]$ の2分探索である。したがって，フェーズには **Broadcast**(m) を $\log 2^{i^2} = \log\log n + O(\sqrt{\log\log n})$ 回実行する。フェーズ３は，少なくとも $1 - \frac{1}{f}$ の確率で，$o(\log\log n) + 4\ln f \leq o(\log\log n) + 2.78\ln f$ 時間動作する。従って次の定理を得る。

定理 4.1　任意の $f \geq 1$ に対して，少なくとも $1 - \frac{1}{f}$ の確率で，$\log\log n + 2.78\log f + o(\log\log n + \log f)$ 時間でリーダ選択を行う不均一リーダ選択プロトコルが存在する。

詳細は[4]を参照のこと。

References

[1] J. Bentley and A. Yao, An almost optimal algorithm for unbounded search, *Information Processing Letters* 5, (1976), 82-87.

[2] R. M. Metcalfe and D. R. Boggs, Ethernet: distributed packet switching for local computer networks, *Communications of the ACM*, 19, (1976), 395-404.

[3] K. Nakano and S. Olariu, Randomized $O(\log\log n)$-round leader election protocols in radio networks, *Proc. of International Symposium on Algorithms and Computation*, (LNCS 1533), 209-218, 1998.

[4] K. Nakano and S. Olariu, Randomized leader election protocols for ad-hoc networks, *Proc. of Sirocco 7*, June 2000, 253-267.

[5] K. Nakano and S. Olariu, Randomized leader election protocols in radio networks with no collision detection, *Proc. of International Symposium on Algorithms and Computation*, 362-373, 2000.

[6] K. Nakano and S. Olariu, Uniform leader election protocols for radio networks, *Proc.* of International Conference on Parallel Processing, 240-249, 2001.

[7] D. E. Willard, Log-logarithmic selection resolution protocols in a multiple access channel, *SIAM Journal on Computing*, 15, (1986), 468-477.

〈発　表　資　料〉

題　　　　　名	掲載誌・学会名等	発表年月
Energy Efficient Permutation Routing in Radio Networks	IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems	2001年６月
An Energy-efficient Initialization Protocol for Wireless Sensor Networks	Proceedings of Workshop on Wireless Networks and Mobile Computing	2001年９月
Uniform Leader Election Protocols in Single-hop Radio Networks	Proceedings of International Conference on Parallel Processing	2001年９月
A Survey on Reader Election Protocols in Radio Networks	Proc. of International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Networks	2002年５月