

次世代ネットワークのための形状情報と実写画像情報の融合処理技術 細分割曲面の評価法について

代表研究者 山 口 泰 東京大学大学院総合文化研究科助教授
共同研究者 寺 沢 幹 雄 日本大学経済学部助教授

1. はじめに

ベジエ曲面やBスプライン曲面などのパラメトリック曲面は、4角形が整然と並んでいることを前提としているため、3つないし5つ以上の面が集まった角などに曲面を張ることは困難である。これに対して、細分割曲面は任意の位相構造を持った、滑らかな曲面を表現する手法として良く知られている。そのため、コンピュータグラフィクスでは良く使われているが、CAD/CAM/CAEなどの工学的な応用には、それほど広く用いられていない。その理由の1つとして、細分割曲面が本来手続きのな曲面であり、通常のパラメトリック曲面とは性質が大きく異なるためである。すなわち、曲面の最終的な形状を得ることが容易ではなかったり、パラメトリック曲面で利用可能な多くのアルゴリズムが細分割曲面には適用できなかつたりした。

最近、細分割曲面をパラメータ化し、あるパラメータに対応する曲面上の点を計算する手法がStamによって示された[6]。この手法によって細分割曲面をパラメトリック曲面として扱うことが可能となった。しかし、この手法には、未だ計算上の安定性という問題が残されていた。特に、特異点近傍では計算が不安定であり、微分幾何学量を計算することが困難だった。本研究では、細分割曲面の評価方法の問題点を考察し、解決する手法を提案する。

ここでは、まず細分割曲面について概説する。次に細分割曲面を数学的に定式化する。さらに、特異点近傍での計算について議論する。最後に、Catmull-Clark曲面を例として、細分割曲面の評価方法を説明する。

2. 細分割曲面

細分割とは面をより細かな面の集まりに分割する操作である。細分割曲面は、最終的な曲面形状を大まかに近似する制御多面体によって定義される。この制御多面体に細分割を施すと、最終的な形状をよりよく近似した、より多くの細かな面からなる多面体になる。この細分割操作を繰り返し適用することによって、最終的な形状に徐々に近づいていく。

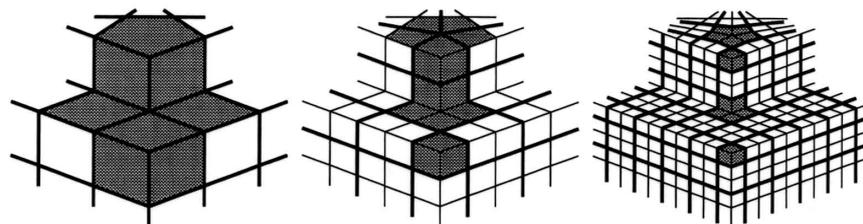


図1 Catmull-Clark 曲面の細分割過程

細分割曲面には、細分割の操作に応じて、いくつかの種類がある。代表的なものとして、Catmull-Clark曲面 [1]、Doo-Sabin曲面 [2]、Loop曲面 [3] などが挙げられる。図1はCatmull-Clark曲面の細分割の様子を示したものである。細分割によって、多面体上の面 (n 角形) は、元々の頂点と稜線の中点、面の中心を結んで作られる n 個の小さな面に分割されている。再帰的に細分割を施すことによって、任意精度の近似多面体を得ることができる。これは表示という観点からは十分な性質であるが、近似でしかない点については注意を払う必要がある。すなわち、細分割操作によって得られるのは、あくまでも近似であり、細分割曲面上の正確な位置や法線ベクトルを計算することはできない。頂点の位数 (valence) とは、当該の頂点に接続する稜線の本数のことである。仮に4角形パッチの場合、パッチ (制御多面

体)上の頂点の位数が4であれば、その頂点は正則であると言う。ちなみに、3角形パッチの場合には、正則となる位数は6である。正則でない頂点のことを特異点と呼ぶ。さらに、正則な頂点のみから構成される曲面(制御多面体)を正則な曲面と呼ぶ。多くの細分割曲面は、正則である場合に、特定のパラメトリック曲面に収束するように設計されている。Catmull-Clark曲面の場合には双3次Bスプライン曲面、Doo-Sabin曲面の場合には双2次Bスプライン曲面となることが知られている。

さて、細分割操作を施すことによって面の数が増えるが、その際に増える面はすべて正則なパッチとなっている。言い換えるならば、細分割操作によって特異点の個数が変化することはなく、常に一定である。何回かの細分割を施すと、細分割曲面の多くの場所は正則となる。図1では、正則でないパッチ(特異点を含むパッチ)は、灰色で表わされている。細分割を繰り返すことによって、曲面の正則な領域が拡大していることは、図から見ても明らかである。

Stamは、数回の細分割によって得られる正則なパッチから、曲面上の正確な点や微分量を計算する手法を示した [6]。この手法によって、細分割曲面をパラメトリック曲面とみなすことが可能となった。しかし、Stamの手法では、特異点近傍における安定性に問題がある。特に微分量の計算が不安定になってしまう。本研究では、特異点近傍での微分量も安定して求められるように、Stamの手法を改善する。

3 数学的な定式化

ここでは、細分割曲面の数学的な定式化を行なう。ちなみに、ここでの議論は細分割曲面の種類によらず、すべての細分割曲面に関して共通して議論できるものである。

ある細分割曲面パッチが、以下のK個の制御点によって定義されているものとする。

$$\mathbf{C} = (\mathbf{c}_1 \cdots \mathbf{c}_K)^T$$

ここで問題を簡単化するために、すべてのパッチに関して、特異点は高々1個しかないものとする。前に述べたように、細分割によって特異点が増えることはない。したがって、数回の細分割によって特異点を分離し、各パッチについて高々1個と仮定することは、何ら一般性を損なうものではない。

細分割曲面は特異点の有無に拘わらずパラメータ化が可能であるから [5]、定義域において、次式のように定義できる。

$$\mathbf{S}(u, v)|_{(u, v) \in \Omega} = \sum_{i=1}^K b_i(u, v) \mathbf{c}_i = \mathbf{b}(u, v)^T \mathbf{C} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{b}(u, v) = (b_1(u, v) \cdots b_K(u, v))^T$ は基底関数の集合である。このとき、曲面がアフィン不変性を保持するためには、基底関数は「1の分割」と呼ばれる、以下の性質を満たさなくてはならない。

$$\sum_{i=1}^K b_i(u, v) = 1 \quad (2)$$

アフィン不変性によって、曲面にアフィン変換を施した結果と、アフィン変換を施した制御多面体から得られる曲面とが、一致することを保証できる。また、アフィン不変性があることから、一般性を損なうことなく、曲面の定義域として単位4角形 $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$ を仮定できる。

正則なパッチは、R個の制御点と基底関数 $\mathbf{b}_R(u, v) = (b_1(u, v) \cdots b_R(u, v))^T$ によって定義され、このとき基底関数は解析的な式によって与えられる。たとえば、Bスプライン曲面の場合には、基底関数は多項式となる。

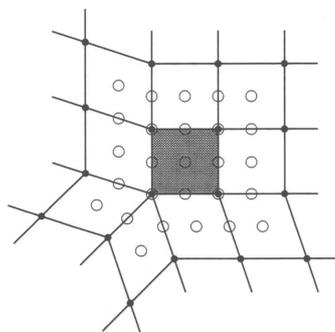


図2 Catmull-Clark形式曲面の細分割の1ステップ

1回の細分割によって、 K 個の制御点 C から M 個の制御点 \bar{C} が生成される。

$$\bar{C} = (\bar{c}_1 \cdots \bar{c}_M)^T = \bar{A}C$$

ここで \bar{A} は、もとの制御点から新しい制御点を導くための凸結合の係数からなる $M \times K$ 行列である。この際、1つのパッチは、 Ω_k を定義域とし、制御点 \bar{C} によって定められる、 $L+1$ 個のサブパッチに分割される。これを元のパッチについて見ると、定義域 Ω_k が $L+1$ 個の部分定義域 $\Omega_{k,i}$ に分割されることになる。

$$S(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k} = S_k(u', v')|_{(u',v') \in \Omega}$$

したがって、 Ω_k と Ω の間には以下の関係が成り立つ。

$$\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1 \cup \cdots \cup \Omega_L$$

図2は位数5の特異点を含んだ Catmull-Clark 曲面の細分割を図示したものである。元の $K = 18$ 個の制御点は黒丸で、新しく作られた $M = 27$ 個の制御点は白丸で示されている。

新しく作られる $L+1$ 個のサブパッチのうち1個だけが、元のパッチと同じ位相になり、それ以外の L 個は正則なパッチとなる。

$$S_k(u', v') = \begin{cases} \mathbf{b}(u', v')^T P_0 \bar{C} & k = 0 \text{ の場合} \\ \mathbf{b}_R(u', v')^T P_k \bar{C} & k = 1, \dots, L \text{ の場合} \end{cases}$$

ここで P_k は抽出行列であり、 M 個の制御点 \bar{C} から K 個または R 個の制御点を選択抽出する行列で、 P_0 は $K \times M$ 行列、それ以外の P_k は $R \times M$ 行列となる。 P_k の各行は、サブパッチの該当する制御点の部分に1となっている以外は、すべて0となっている。

各サブパッチ S_k は定義域 Ω_k に関して定まっており、その曲面形状は、元のパッチ S の部分定義域 Ω_k に対応する部分に一致する。すなわち、各部分パッチごとに、元の曲面に対する定義域変換が $L+1$ 個だけ定められる。

$$\phi_k : \Omega_k \rightarrow \Omega$$

S_0 以外の部分パッチは正則であり、解析的に定義されることから、問題となるのは K 個の制御点によって定義される S_0 ということになる。そこで、元のパッチの制御点から、 S_0 の K 個の制御点を導く細分割行列を A とする。

$$C^{(1)} = P_0 \bar{C} = AC^{(0)} = AC$$

ここで新たに加わった $C^{(k)}$ は、細分割レベル i の制御点を表すものとする。定義より、 A は \bar{A} の K 行から構成される $K \times K$ 行列となる。

また、元のパッチ S のうち、 S_0 と一致する部分に相当する部分定義域 Ω_0 も、細分割レベルに合わせて $\Omega_0^{(1)}$ というように記述する。今後、 $\Omega_0^{(1)}$ から Ω_0 への定義域変換を ϕ_0 に代えて ϕ と表すものとする。

$$\phi : \Omega^{(1)} = \Omega_0^{(1)} \rightarrow \Omega$$

細分割後のパッチに、(1)式の曲面評価式を適用すると、細分割レベル1のサブパッチは、次式で与えられる。

$$S(u, v)|_{(u,v) \in \Omega^{(1)}} = \mathbf{b}(u^{(1)}, v^{(1)})^T C^{(1)} \Big|_{(u^{(1)}, v^{(1)}) \in \Omega} = \mathbf{b}(\phi(u, v))^T AC \Big|_{(u,v) \in \Omega^{(1)}}$$

すべての細分割操作にあたって、同じ細分割行列 A を用いるので、

$$C^{(i)} = AC^{(i-1)}$$

となり、細分割レベル n での制御点は次式で与えられる。

$$C^{(n)} = A^n C \tag{3}$$

このとき、対応する部分定義域は、次のようになる。

$$(u^{(n)}, v^{(n)}) \Big|_{(u^{(n)}, v^{(n)}) \in \Omega} = \phi^n(u, v) \Big|_{(u,v) \in \Omega^{(n)}}$$

図3はCatmull-Clark曲面の定義域の細分割過程を示したものである。1回の細分割で定義域 $\Omega^{(1)}$ は、 $\Omega_0^{(1)}$ 、 $\Omega_1^{(1)}$ 、 $\Omega_2^{(1)}$ 、 $\Omega_3^{(1)}$ の4つの部分定義域に分割される。また $\Omega_0^{(1)}$ は細分割レベル $i+1$ での部分定義域 $\Omega_0^{(i+1)}$ となる。

以上をまとめると、細分割レベル n における曲面パッチの式が得られる。

$$\mathbf{S}(u, v)|_{(u,v) \in \Omega^{(n)}} = \mathbf{b}(u^{(n)}, v^{(n)})^T \mathbf{C}^{(n)} \Big|_{(u^{(n)}, v^{(n)}) \in \Omega} = \mathbf{b}(\phi^n(u, v))^T A^n \mathbf{C} \Big|_{(u,v) \in \Omega^{(n)}} \quad (4)$$

(4)式を用いて、次のようにパラメータ値 (u, v) に対する細分割曲面上の点を求められる。

1 与えられたパラメータ値 (u, v) が含まれる定義域 $\Omega_k^{(n)}$ の n と k 求める。ただし、 $k = 0$ となる。

2 次式を用いて、点の座標値を計算する。

$$\mathbf{S}(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} = \mathbf{b}_R(\phi_k(\phi^n(u, v)))^T P_k \bar{A} A^n \mathbf{C}$$

上記の計算過程は、 n が大きくなると、細分割行列 A の乗算回数が増えるためにやや計算に時間が必要となる。また特異点に対応するパラメータ値、たとえば $(0, 0)$ については、計算不能である。計算を高速化するとともに、特異点に対応する曲面の収束点を求めるために、固有空間解析が有効である。

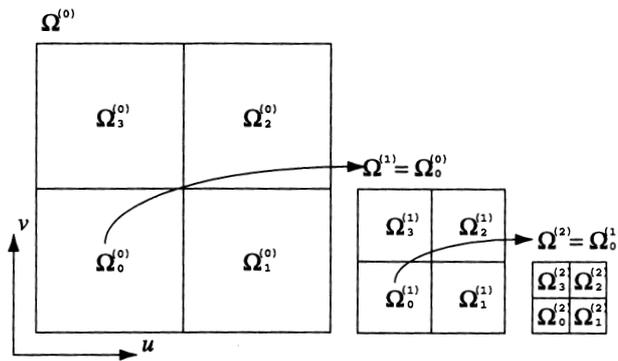


図3 Catmull-Clark形式曲面の定義域の変遷

4 固有空間解析

行列 A の固有ベクトル \mathbf{v}_i と固有値 λ_i は、以下の式を満たす。

$$A \mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i$$

多くの細分割曲面の場合、細分割行列 A は K 個の線形独立な固有ベクトルを持つことが知られている[4]。これは細分割行列 A が、対角行列 Λ と逆変換行列 V によって表わされることを示している。

$$A = V \Lambda V^{-1}$$

ここで、 V ならびに Λ は、それぞれ次のようになる。

$$V = (\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_K), \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \lambda_K \end{pmatrix}$$

ここで行列 A を対角化することによって、細分割レベル n の制御点を与える式 (3)は、次式のように変形できる。

$$\mathbf{C}^{(n)} = A^n \mathbf{C} = V \Lambda^n V^{-1} \mathbf{C}$$

これはすなわち、細分割曲面の評価にあたっては、(4)式で示されたように $K \times K$ 行列である A の乗算を n 回繰り返さずとも、次式を計算すれば良いことを示している。

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(u, v)|_{(u,v) \in \Omega^{(n)}} &= \mathbf{b}(\phi^n(u, v))^T V \Lambda^n V^{-1} \mathbf{C} \\ &= \sum_{i=1}^K \left(\mathbf{b}(\phi^n(u, v))^T \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \end{aligned} \quad (5)$$

ここで $\hat{\mathbf{C}} = (\hat{\mathbf{c}}_1 \cdots \hat{\mathbf{c}}_K)^T = V^{-1}\mathbf{C}$ は、固有空間における制御点を表わしている。

固有値 λ_i に対して、次のような順序付けを行なう。

$$|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \cdots \geq |\lambda_K|$$

細分割曲面が収束するためには、(5)式の $\lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i$ が収束しなくてはならないから、固有値 λ_i は1以下でなくてはならない。ところで、細分割行列は新たな制御点を算出する凸結合の係数を表わしているの、各行の和は1となる。したがって、第1固有値 λ_1 と対応する固有ベクトル \mathbf{v}_1 は、次のようになる。

$$\lambda_1 = 1, \quad \mathbf{v}_1 = (1 \cdots 1)^T$$

上記の条件と、(2)式で表わされる1の分割の条件から、(5)式の第1項は常に定数とり、次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} &= \hat{\mathbf{c}}_1 + \sum_{i=2}^K \left(\mathbf{b}(\phi^n(u, v))^T \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \\ &= \hat{\mathbf{c}}_1 + \sum_{i=2}^K \left(\mathbf{b}_R(\phi_k(\phi^n(u, v)))^T P_k \bar{A} \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \end{aligned} \quad (6)$$

さらに細分割曲面の微分量は、(6)式を偏微分することで、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_u(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} &= \sum_{i=2}^K \left(\frac{\partial \mathbf{b}(\phi^n(u, v))^T}{\partial u} \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \\ &= \sum_{i=2}^K \left(\frac{\partial \mathbf{b}_R(\phi_k(\phi^n(u, v)))^T}{\partial u} P_k \bar{A} \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \end{aligned} \quad (7)$$

(6)式は特異点近傍における曲面の収束を示したものである。特異点に対応する点は、 $1 > |\lambda_2|$ であれば、(6)式の極限をとった点に収束する。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{S}(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} = \hat{\mathbf{c}}_1$$

この細分割曲面の収束については、最初に Doo と Sabin が議論し[2]、Reifが一般化している[5]。

(7)式は、Reifが示した特異点における法線の収束性と密接に関連している[2]。特異点における法線は、固有値 λ_2 と λ_3 が実数で多重度2の場合、すなわち $1 > |\lambda_2| = |\lambda_3| > |\lambda_4|$ の場合に限り存在する。このような場合、細分割レベル n での正規化されていない法線ベクトルは次式で与えられる。

$$\mathbf{n}(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} = \mathbf{S}_u(u, v) \times \mathbf{S}_v(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} = c(\hat{\mathbf{c}}_2 \times \hat{\mathbf{c}}_3) \lambda_2^{2n} + o(\lambda_2^{2n}) \quad (8)$$

ここで $o(\lambda_2^{2n})$ は λ_2^{2n} よりも早く0に収束する項である。したがって、特異点における法線 $\hat{\mathbf{c}}_2$ と $\hat{\mathbf{c}}_3$ という2つのベクトルによって張られる平面に垂直となる。しかし、(8)式のみからでは法線ベクトルの向きは定まらない。なぜなら、法線ベクトルの向きは係数 c の符号に依存するからである。

5 Catmull-Clark曲面の場合

この節では Catmull-Clark 曲面を例として、細分割曲面の計算方法、なかでも微分量の扱いについて説明する。位数 N の特異点を1個だけ含んだ Catmull-Clark パッチは、 $K = 2N + 8$ 個の制御点を持つ。1回の細分割によって、 $M = K + 9$ 個の制御点からなる4つの部分パッチができる。各部分パッチは、元の曲面において、以下の部分定義域に対応する。

$$\Omega_0 = \left[0, \frac{1}{2}\right] \times \left[0, \frac{1}{2}\right], \quad \Omega_1 = \left[\frac{1}{2}, 1\right] \times \left[0, \frac{1}{2}\right], \quad \Omega_2 = \left[\frac{1}{2}, 1\right] \times \left[\frac{1}{2}, 1\right], \quad \Omega_3 = \left[0, \frac{1}{2}\right] \times \left[\frac{1}{2}, 1\right]$$

これは細分割に伴う定義域変換が、単なる2倍のスケールアップであることを意味している。

$$(u^{(n)}, v^{(n)})|_{(u^{(n)}, v^{(n)}) \in \Omega} = (2^n u, 2^n v)|_{(u,v) \in \Omega^{(n)}}$$

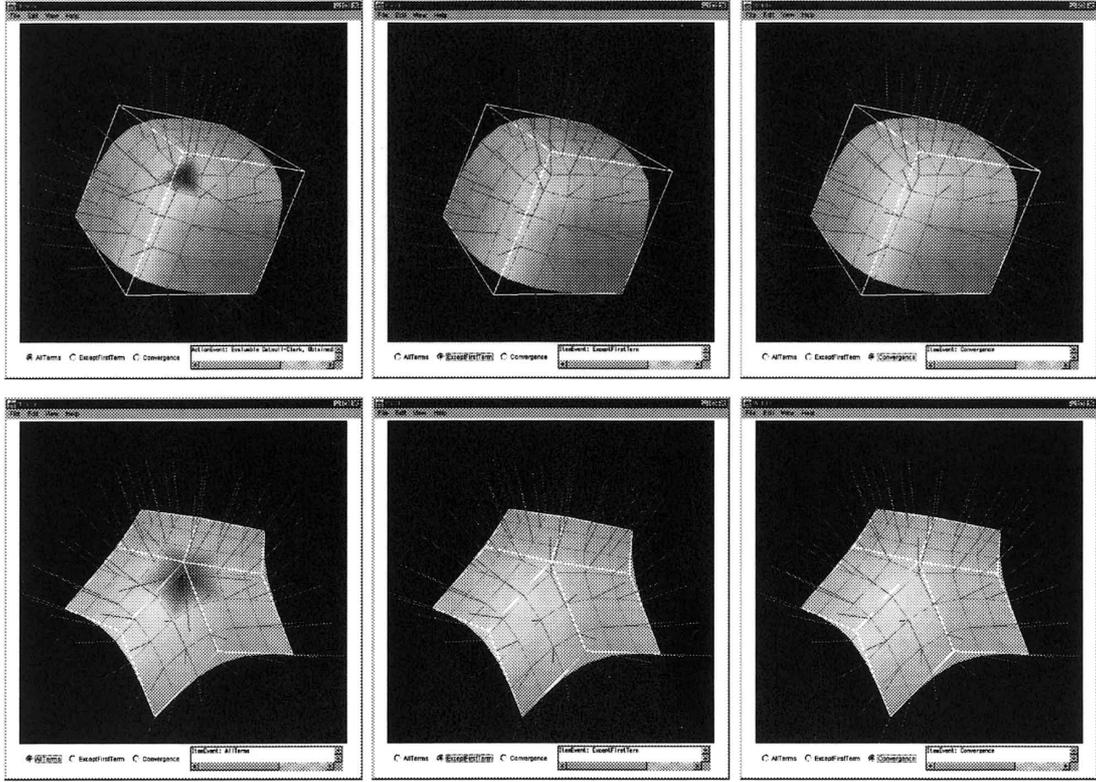


図4 位数3と5の特異点近傍における法線ベクトル

したがって、Catmull-Clarkパッチ上のパラメータ (u, v) に対応する点は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{S}(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} \\ &= \sum_{i=1}^K \left(\mathbf{N}(\phi_k(2^n u, 2^n v))^T P_k \bar{\mathbf{A}} \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \end{aligned} \quad (9)$$

$$= \hat{\mathbf{c}}_1 + \sum_{i=2}^K \left(\mathbf{N}(\phi_k(2^n u, 2^n v))^T P_k \bar{\mathbf{A}} \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \quad (10)$$

ここで $N(u, v)$ は3次の一様Bスプライン関数である。また、Catmull-Clark曲面の1階の導関数は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{S}_u(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} \\ &= 2^{n+1} \sum_{i=1}^K \left(\mathbf{N}_u(\phi_k(2^n u, 2^n v))^T P_k \bar{\mathbf{A}} \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \end{aligned} \quad (11)$$

$$= 2^{n+1} \sum_{i=2}^K \left(\mathbf{N}_u(\phi_k(2^n u, 2^n v))^T P_k \bar{\mathbf{A}} \mathbf{v}_i \right) \lambda_i^n \hat{\mathbf{c}}_i \quad (12)$$

(9)式と(11)式はStamによって示されたCatmull-Clark曲面の評価式と同じものである[6]。本研究の主たる提案は(10)式ならびに(12)式において第1項が単純化されている点にある。これらの式は前節でも説明したように特異点における曲面上の点や法線の収束性を示すとともに、特異点近傍での計算の安定化に利用できる。

特異点近傍において(12)式による1階導関数は、最初の項によって支配される。特に、法線ベクトルが存在する場合には、 $i=2$ であることから、 $\lambda_2^n \hat{\mathbf{c}}_2$ と $\lambda_3^n \hat{\mathbf{c}}_3$ に支配される。つまり、特異点における法線ベクトルは、次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{n}(0, 0) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{S}_u(u, v) \times \mathbf{S}_v(u, v)|_{(u,v) \in \Omega_k^{(n)}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2f_k(2\lambda_2)^{2n} \hat{\mathbf{c}}_2 \times \hat{\mathbf{c}}_3 + o\left((2\lambda_2)^{2n}\right) \right) \end{aligned} \quad (13)$$

このとき f_k は次式で与えられる。

$$f_k = \left(\mathbf{N}_u(0,0)^T P_k \bar{\mathbf{A}} \mathbf{v}_2 \right) \left(\mathbf{N}_v(0,0)^T P_k \bar{\mathbf{A}} \mathbf{v}_3 \right) - \left(\mathbf{N}_u(0,0)^T P_k \bar{\mathbf{A}} \mathbf{v}_3 \right) \left(\mathbf{N}_v(0,0)^T P_k \bar{\mathbf{A}} \mathbf{v}_2 \right)$$

f_k に依存しているが符号は一定であるから、(13)式は特異点における法線ベクトルの計算式として利用できる。

図4は法線ベクトルの計算結果を示したものである。上段には位数3の特異点が含まれており、下段には位数5の特異点がある。それぞれの段の左端の絵は、(11)式によって法線ベクトルを求めたもので、中央は(12)式、右端は(13)式を用いた結果である。(11)式の第1項による数値的不安定性のため、左端の絵では特異点近傍で法線ベクトルがおかしくなってしまう、シェーディングの結果も暗くなっている。これに対して、中央と右端の絵では、それぞれ特異点近傍と特異点上において妥当な法線ベクトルが計算できている。

6 おわりに

本研究では、Stam の手法をもとに、特異点近傍においても安定した細分割曲面の評価方法を提案した。これは細分割行列の最も支配的な固有値と固有ベクトルの性質に着目して、評価式を単純化することに成功したものである。本手法は原理的にすべての細分割曲面に適用可能であり、実際に Catmull-Clark 曲面の場合について、その有効性を示した。

参考文献

- [1] E. Catmull and J. Clark: Recursively Generated B-Spline Surfaces On Arbitrary Topological Meshes, *Computer Aided Design*, Vol. 10, No. 6, pp. 350-355, 1978.
- [2] D. Doo and M. Sabin: Behaviour Of Recursive Subdivision Surfaces Near Extraordinary Points, *Computer Aided Design*, Vol. 10, No. 6, pp. 356-360, 1978.
- [3] C. Loop: *Smooth Subdivision Surfaces Based on Triangles*, M. S. Thesis, Department of Mathematics, University of Utah, 1987.
- [4] M. Halstead, M. Kass and T. DeRose: Efficient, Fair Interpolation Using Catmull-Clark Surfaces, *Proceedings of SIGGRAPH '93*, pp. 35-44, 1993.
- [5] U. Reif: A Unified Approach to Subdivision Algorithms near Extraordinary Vertices, *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 12, No. 2, pp. 153-174, 1995.
- [6] J. Stam: Exact Evaluation Of Catmull-Clark Subdivision Surfaces At Arbitrary Parameter Values, *Proceedings of SIGGRAPH '98*, pp. 395-404, 1998.

< 発 表 資 料 >

題 名	掲載誌・学会名等	発表年月
A Method for Basic Evaluations of Subdivision Surfaces	Proc. of 9th ICGG pp.379-383	2000年8月
Web2.5Dのための実時間視点モーフィング表示処理	Visual Computing・グラフィクスとCAD合同シンポジウム, PP.127-131	2001年6月