

実践事例 2

1 研究テーマ

小中連携を意識した授業づくり

2 テーマ設定の意図

学習指導要領が改訂された。数学科改訂の要点の中で、「学び直しの機会の設定」があげられている。今回、「鶴亀算」を取り入れることで、小学校における学び直しと、新たに学んだ「連立方程式」の定着を目的とした。小学校とつながりのある題材により、既習事項である一元一次方程式、連立方程式、図、表による解法など、様々な解決策が生徒から出てくることが期待できる。

また、問題解決型による授業展開により、指導方法の連携を図ることも目的の一つとした。

3 調査研究の内容

本研究では、小中の学習内容で連携が可能な題材を見付け、中学校での授業実施を前提に進めた。今回は、連立方程式の立式、解法を目的とするが、小学校で学んだ考え方をういて、図や表での解法が生徒から出てくるような授業展開を考えた。図や表で考えた場合と、連立方程式、一元一次方程式で考えた場合では、結局、同じ流れであることが伝えられ、連立方程式の有用性が認識できるように実施したい。

4 実践事例～小中連携を意識した授業例～

中学校第 2 学年 数学科学習指導案

指導日時 平成 20 年 1 0 月 1 日 (水) 第 5 校時

・ 題材 「連立方程式」

・ 題材について

(1) 題材観

第 1 学年では、未知数が 1 つである一元一次方程式について、方程式の中の文字や解の意味、等式の性質を使った方程式の解き方、そして方程式を利用し問題を解決することを学習している。第 2 学年におけるこの単元では、やや複雑な数量関係を、2 つの文字を用いて等式に表し、問題解決を図ることができるようにしていく。方程式を立てて問題解決を図るといことは、日常生活の事象を、数式に直してとらえ、問題を解決することであり、まさに数学的な見方や考え方のよさやすばらしさを感じさせることのできる重要な教材であると言える。そこで、生徒の主体的な学習を中心に進めるとともに、個に応じた指導の充実を図っていきたいと考えている。

(2) 指導観

連立方程式の計算指導においては、代入法や加減法の考え方を自ら発見し、問題解決ができるよう支援する。その際注意すべき点は、文字の意味の違いである。連立方程式を解く場合には、未知数という見方で取り扱っていくが、二元一次方程式の解や一次関数における連立方程式とグラフでは、変数という見方で取り扱うのである。また、ここで学習する代入法の考えは、高校で学習する一次と二次の連立方程式を解く場合に欠かすことのできない考え方であり、きちんと理解させる必要がある。

連立方程式の利用の指導では、文章問題を苦手としている生徒がかなり多い現状を踏まえ、問題の内容も興味・関心の湧くような日常生活の事象と関わりのあるものを提示し、学習意欲の向上を図ることに努めていく。そして、数量関係を把握・整理する手立てとして、ことばの式・線分図・表などの表し方を、生徒自らができるよう支援し、未知数が 2 つの場合、1 つの文字で方程式を作るよりも 2 つの文字を使ったほうが方程式をつくりやすいという観点から、連立方程式のよさをつかませたいと考える。また、文章問題における解の

吟味については、問題に適さないこともあることを経験させ、その必要性をつかませていく。

(3) 本時の学習

連立方程式は、既習事項の一つであり、連立方程式を利用して解くことを期待しているが、本授業の実施時期を踏まえると、連立方程式を立てることに戸惑う生徒や、解き方を忘れてしまった生徒など様々な状況が考えられる。生徒たちによる自力解決や教え合いの時間を意図的に多くとり、その間の丁寧な机間指導が教師側に求められるであろう。

様々な解き方を考え、比較検討する中から、形式的・能率的に解を求めるという連立方程式の解き方のよさに気付かせていきたいと考えている。また、数学史という数学の香りが漂う奥深い世界を、生徒たちなりに感じとってくれることを期待している。

(4) 小中連携の視点

本時は、数学史や小学校の学習事項である「鶴亀算」に関する授業であり、小中連携を意識した授業の一つである。小中連携の視点として、次の3点があげられる。

数 学 史…本時は、今から約1700年前の書物から連立方程式の問題を紹介し、数学の長い歴史を感じさせ、親しみがもてるようにしている。このように数学史について取り上げることは、数学に対する興味を引き起こす1つの糸口になると言える。

題 材…小学校とのつながりのある題材により、一元一次方程式、連立方程式、鶴亀算、図、表による解法など、様々な解決策を用いることが、既習事項を生かすという考えにつながる。また、連立方程式のよさを感じさせることのできる題材でもある。

指導方法…小学校でも行われている問題解決型による授業展開により、指導方法の連携を図ることが、生徒の思考力、判断力、表現力等の育成へとつながる。

・指導目標

やや複雑な数量の関係を2つの文字を用いて等式に表し、これを用いて問題解決を形式的・能率的にできるようにする。そのために、

1. 連立方程式とその解の意味を理解させる。
2. 簡単な形の連立方程式の解法を理解させ、その習熟を図る。
3. 問題に含まれる数量の関係を方程式に表せるようにし、これを用いて問題解決ができるようにする。

・指導計画(13時間)

1. 連立方程式

- | | |
|---------------|-----|
| (1) 連立方程式とその解 | 2時間 |
| (2) 連立方程式の解き方 | 6時間 |

2. 連立方程式の利用

- | | |
|--------------|-----|
| (1) 連立方程式の利用 | 4時間 |
|--------------|-----|

3. 章末問題

1時間

・本時の計画

1. 学習題材名

「連立方程式の利用」(課題学習)

2. 本時の目標

- (1) 表や図や式などを活用して、数学史にまつわる文章題の数量関係を把握し、様々な解き方を工夫し、自分の力で解決しようとする。(関心・意欲・態度)
- (2) 孫子算経、鶴亀算、一元一次方程式、連立方程式などの解き方の関連性と連立方程式の解き方のよさを考察することができる。(数学的な見方や考え方)
- (3) 数量関係を連立方程式に表し、文章題を形式的・能率的に解くことができる。また、題意に即して解の吟味をすることができる。(表現・処理)
- (4) 連立方程式を用いて、問題解決をすることのよさを理解する。(知識・理解)

3. 本時の展開

学習の流れ	予想される生徒の反応と主な発問	評価 ・ 配慮事項																														
<p>導入課題の提示</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>《2分シンキング》</p> <p>右の文は中国の数学書「孫子算経」に載っているものです。 その意味を考えてみましょう。</p> <p>雉(きじ) 兔(うさぎ) 籠(かご)</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block; margin-left: 100px;"> <p>今有雉兔同籠 上有三十五頭 下有九十四足 問雉兔各幾何</p> </div> </div>		<ul style="list-style-type: none"> 課題を黒板に掲示し、生徒とともに課題の意味を確認する。 今から約1700年前の問題であることに触れ、興味・関心を高める。 <p>興味・関心をもって意欲的に問題の意味を読み取ろうとしているか。 (関・意・態：挙手、表情観察)</p>																														
<p>課題の把握 および発表</p>	<p>意味を考え、発表してみよう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>「今、きじとうさぎが同じかごの中にいます。上を見ると頭が35あり、下を見ると足が94あります。きじが何羽、うさぎが何匹いるのでしょうか？」</p> </div>																															
<p>課題解決および発表</p>	<p>いろいろな解き方を考え、発表しよう。</p> <p>ア．一元一次方程式による解決 きじの数を x とし、足についての方程式を立てると</p> $2x + 4(35 - x) = 94$ $x = 23$ <p>きじ23羽、うさぎ12匹</p> <p>イ．連立方程式による解決 きじの数を x 羽、うさぎの数を y 匹として、連立方程式をつくると</p> $\begin{cases} x + y = 35 & \dots \\ 2x + 4y = 94 & \dots \end{cases}$ <p>・(加減法による解法) ・(代入法による解法) これを解くと $(x, y) = (23, 12)$ きじ23羽、うさぎ12匹</p> <p>ウ．鶴亀算による解決 (全部きじと仮定した場合) 35羽全部がきじだとすると、足の数は $2 \times 35 = 70$(本)となる。しかし、実際は94本であるから、$94 - 70 = 24$(本)少ない。この少ない24本分が、実はうさぎである。そこで、きじ1羽とうさぎ1匹を入れかえると、足が $4 - 2 = 2$本分だけ増えることになる。 よって、$24 \div 2 = 12$(匹)が、うさぎの数である。 きじは、残りの23羽になる。</p> <p>(全部うさぎと仮定した場合) <略></p> <p>エ．図による解決 (右図参照)</p> <p>オ．表による解決 (右表参照)</p>	<ul style="list-style-type: none"> きじとうさぎの絵を示し、頭と足の数を確認する。 黒板やホワイトボードを利用し、発表させる。 解の吟味をさせる。 解法が思い付かなければ、式や表、図による解法を示唆する。または、いくつかの解法を示し、その式や表、図を生徒たちによませる。 <p>数量関係に着目して一次方程式や連立方程式を作ることができたか。 加減法・代入法を用いて連立方程式を解くことができたか。 (表・処：挙手、観察)</p> <p><図></p> <div style="text-align: center;"> <p>兎の数 $35 - 23 = 12$匹 雉の数 $46 \div 2 = 23$羽</p> </div> <p><表></p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>きじ</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> <td>23</td> </tr> <tr> <td>うさぎ</td> <td>34</td> <td>33</td> <td>32</td> <td>...</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>きじの足</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>...</td> <td>46</td> </tr> <tr> <td>うさぎの足</td> <td>136</td> <td>132</td> <td>128</td> <td>...</td> <td>48</td> </tr> <tr> <td>足の合計</td> <td>138</td> <td>136</td> <td>134</td> <td>...</td> <td>96</td> </tr> </table>	きじ	1	2	3	...	23	うさぎ	34	33	32	...	12	きじの足	2	4	6	...	46	うさぎの足	136	132	128	...	48	足の合計	138	136	134	...	96
きじ	1	2	3	...	23																											
うさぎ	34	33	32	...	12																											
きじの足	2	4	6	...	46																											
うさぎの足	136	132	128	...	48																											
足の合計	138	136	134	...	96																											

<p>比較検討</p>	<p>ここで、実際に「孫子算経」ではどのように解いているのか見てみよう。</p> $\begin{aligned} (\text{うさぎの数}) &= \{(\text{足の数}) \div 2\} - (\text{頭の数}) \\ &= (94 \div 2) - 35 \\ &= 12 (\text{匹}) \\ (\text{きじの数}) &= (\text{頭の数}) - (\text{うさぎの数}) \\ &= 35 - 12 \\ &= 23 (\text{羽}) \end{aligned}$ <p>「すべてのきじが片足をあげ、すべてのうさぎが前足を2本あげたとすると、地面に着いている足は、半分になるので、きじとうさぎの合計が94本の半分の47本になる。このとき、きじ1羽につき足が1本、うさぎ1匹につき足が2本なので、ちょうどうさぎの数だけ、足が頭よりも多くなっていると言える。よって、うさぎは、$47 - 35 = 12$ (匹) きじは $35 - 12 = 23$ (羽) となる。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> 孫子算経の解き方を知らせるとともに、実際に計算させて確かめさせる。
	<p>それぞれの解き方に共通している点を見つけよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 孫子算経の解き方は、連立方程式における $\div 2 -$ の計算であり、現実の孫子算経の操作と対応している。 連立方程式を代入法で解くと、一元一次方程式と同じになる。 鶴亀算の計算は、連立方程式と同じ。 表において、きじが1羽増えて、うさぎが1匹減ると、足の合計は2減る。この2とは、鶴亀算の $4 - 2$ になっている。 図は、鶴亀算の計算が整理させた形になっている。 	<ul style="list-style-type: none"> それぞれの解き方の関わりやつながりに着目させる。
	<p>それぞれの解き方のよい点を見付けよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 孫子算経の解き方は、意味を覚えていれば、算数の知識で計算できる。 連立方程式を立ててしまえば、あとは普通に(形式的に)計算して解を求めることができるので、わかりやすい。簡単。 連立方程式は、求めるものを2つの文字で表せばいいので式をつくるのが楽。 一次方程式は、文字が一つだけで式をつくることができる。その後は、普通に計算して解を求めることができる。 鶴亀算は、文字を使わなくても算数の知識で計算すれば求められる。 表は、規則性に気付けば、あとは計算で求めることができる。 図は、意味を考えながらかいていかなければならないけれど、計算を整理しながら解くことができ、意外と簡単。 <p>他の解き方と比べて、連立方程式のよさって何なのだろう？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 他の解き方と比較させ、連立方程式のよさを見付けさせる。形式的に計算で求められるという連立方程式の解き方のよさに気付かせたい。 鶴亀算・一次方程式・連立方程式を関連づけ、連立方程式の解き方のよさを考察することができたか。 (数見考：挙手、観察)

	<ul style="list-style-type: none"> ・連立方程式は、式を立てれば後は普通に計算するだけなので簡単。 ・式を立てるのも楽。 	
適応問題	<p>問 鶴と亀合わせて、頭の数に10、足の本数は32本でした。それぞれどれだけの数いますか。</p> <p>鶴の数を x 羽、亀の数を y 匹として、連立方程式をつくると</p> $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 4y = 32 \end{cases}$ <p>これを解いて $(x, y) = (4, 6)$ <u>鶴4羽、亀6匹</u></p>	<ul style="list-style-type: none"> ・中国から日本に伝わってきたという鶴亀算の成り立ちについて、簡単に触れる。 ・課題と同様に連立方程式を利用して考えればよいことを伝える。
振り返り	今日の授業の取り組みを振り返り、感想などを記入しましょう。	<p>連立方程式を利用して問題解決ができることよさを理解することができたか。 (知・理: 観察)</p> <p>本時の学習に意欲的に取り組むことができたか。 (関・意・態: 観察)</p>

4. 評価について

- ・授業中の生徒の活動の様子を丁寧に机間指導により観察する。
- ・授業後のプリントや学習感想から、生徒一人一人の考えを丁寧に見とり、考察する。

・授業の実際

1. 生徒の解決の様子

実際の授業では、図による解法を途中で止めて消してしまった生徒が1人いたが、連立方程式を使って解いた生徒が多く、その他の解法は出てこなかった。

10月18(水) 5時~9時
 数案プリント～連立方程式の利用～
「孫子算経」にチャレンジ！！

右の文は、中国の数学書「孫子算経」に載っているものです。
 ※ 雉(きじ) 兔(うさぎ) 籠(かご)



今、きじとうさぎが同じかごの中にいます。上を見ると頭が35あり、下を見ると足が94あります。きじが何羽、うさぎが何匹いるでしょう。

求めるもの → きじ何羽、うさぎ何匹、籠かご

いろいろな方法を使って、求めてみよう。

(自分の解き方)

雉 → x 兔 → y
 足の本数は 94本 頭の本数は 35本
 $2x$ $4y$ 式 $2x + 4y = 94$ → $x + 2y = 47$
 $x + y = 35$ → $x = 35 - y$

$2(35 - y) + 4y = 94$ → $70 - 2y + 4y = 94$ → $2y = 24$ → $y = 12$
 $x = 35 - 12 = 23$

(孫子算経の解き方) **意味を考えた**

(うさぎの数) = [(足の数) ÷ 2] - (頭の数)

$$12匹 = (94 ÷ 2) - 35 = 47 - 35 = 12$$

(きじの数) = (頭の数) - (うさぎの数)

$$23羽 = 35 - 12 = 23$$

孫子算経の解き方の紹介の後、生徒からは出てこなかった
 $2x + 4y = 94$ の両辺を2で割るという加減法の解き方を確認し、比較を行った。

○「孫子算経」の解き方と「連立方程式」の解き方の共通している点を見つけてみよう。

(自分の考え)
 答えが同じ! [鶴 47-35
 亀 35-12] をやっている。

(自分の考え)
 47-35 の計算をしている

(友達の見方)
 94を両方とも、2で割っている。

(友達の見方)
 ○ 94 ÷ 2 をしている
 ○ 35 - 12 をしている

★ 連立方程式のよさって何だろう？

(自分の考え)
 1回式を立てたら、
 その後はそのまま計算するだけ。

(友達の見方)
 (連) は式を立てた後は
 形式的に計算できる。
 (ふつうに)

(問) 鶴と亀を合わせて、頭の数で10、足の数で32でした。鶴が何羽、亀は何匹いるでしょうか。

$$\begin{cases} x + y = 10 & \times 2 \\ 2x + 4y = 32 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 20 \\ -) 2x + 4y = 32 \\ \hline -2y = -12 \\ y = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x + y = 10 \\ x = 10 - y \\ x = 4 \end{array}$$

A 鶴が4羽
 亀が6匹

2. 生徒の主な学習感想

連立方程式のよさって何ですか？

- ・式を立てたあとは普通に計算できる。
- ・計算だけですむこと。
- ・式をたてれば形式的に計算できる。
- ・式を書いたら、その後は形式的に計算できるから、1回1回意味を考えなくていい。
- ・簡単にできる。
- ・かんたんなこと。
- ・やりやすい。
- ・式が決まっているので、ゴチャゴチャせずに計算できる。
- ・意味を考えないでできて、らくだということがよい。

今日の学習を通して、わかったことや学んだことを書いてください。

- ・中国といろんな共通点はあったけど、中国の人は意味を考えていて、すごいと思いました。
- ・問題の解き方は、いろいろあるんだなあと思った。
- ・中国の算数と、今私たちが勉強しているのが一緒にできることを知ってビックリしました。

- ・孫子算経の解き方がわかった。
- ・連立方程式のほかにもやり方があったのは知らなかった。
- ・孫子算経は意味も考えながらやらないとだめだけど、連立方程式は式を立てた後は、やり方さえ分かっていたらできるから、らくでいいなあ～と思いました。
- ・中国の数学は難しかったです。
- ・意味なども考えていたので複雑でした。
- ・つるかめ算(きじとうさぎ算)のやり方がわかった。
- ・連立とつるかめの共通点が見付けられた。
- ・昔の人は連立方程式を知る前に、意味を考えて工夫をし計算をして解いているんだなあ～と感心しました。
- ・連立方程式を使って計算した方が、早く、簡単に答えを出すことができる。

5 授業の成果と今後の課題

小中連携の視点を踏まえ、本時の授業を構成・展開した後、分析を行った。その結果、以下のことが明らかにされた。

< 授業の成果や反省点 >

- ・本時の学習により、連立方程式のよさや、数学史という題材を通して人類の知恵や数学の世界の奥深さを感じさせることができた。
- ・中国の「孫子算経」の解き方と中学校で学習した連立方程式の解き方の構造が同じであるという「数学のつながり」を感得させたことが、生徒たちの驚きや感動につながった。
- ・時間の都合上、授業で取り上げられなかったが、小学校で学んだ鶴亀算と連立方程式との比較をすることが、小中の題材のつながり、解法のつながりを生徒により強く意識させることにつながったはずである。
- ・連立方程式を解く際、 x の係数をそろえるために2倍をするという生徒の実態を踏まえれば、鶴亀算と連立方程式との比較もするべきであった。
- ・時間的な余裕があれば、小中連携を考慮し、図や表による解法も紹介するべきである。
- ・机間指導において、生徒の考えを見とり、適切な助言を適宜すべきである。

< 今後の課題 >

- ・生徒は、連立方程式を用いたりしながら、考えることに没頭していたが、小学校での既習事項や小学校で学んだ図や表による解法や連立方程式の解き方自体を忘れてしている生徒もいた。既習事項の定着、基礎・基本の充実を図ることが課題と言える。
- ・生徒の実態を把握し、知的好奇心や興味・関心をひき、思わず考えてしまうような問題の提示が必要である。
- ・生徒の実態に合わせた問うべき問いの構成をする必要がある。
- ・小中の教師による指導方法の連携・工夫・改善の機会をより多く設けることが、指導力向上につながる。

