

【分数のひみつをみつけよう！】

(1) 題材について

既習の内容である異分母分数のたし算・ひき算と、分数のかけ算の習熟を図るねらいで行う。実施時期は小学校6年、分数のかけ算の学習後。

単調なドリル学習ではなく、問題解決をする中で、見つけたきまりを使ってでた答えが正しいか確かめるための計算をしたり、発展的に考え、分母を変えたり分子を大きくしたりすることでさらに習熟を進めることもねらう。

(2) 指導の流れ

学習活動	
<p>1 次の計算をしましょう。</p> $\frac{1}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ $\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$	$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$
<p>2 出てきた答えを見て気が付くことはありませんか？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ と が同じ答えになっています。 ・ 分数のセットが同じならかけ算でもひき算でも答えが同じになっています。 	
<p>3 分数のひみつを調べよう。</p> <p>疑問 A どんな分母でもできるのだろうか？</p> <p>疑問 B 分母の数が大きくなってでもできるのだろうか？</p> <p>疑問 C 分子が変わってもできるのだろうか？</p>	
<p>分母を大きくしたり、分子を変えたりしながら計算のひみつにせまる。</p>	
<p>4 気が付いたことを発表しよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 分母が大きくなって、続いている数ならできる。 ・ 分子は1ならできる。 ・ 他の分母だと答えがちがう。 ・ 分子が2の時は分母の差が2ならできた。 	

分子が1で、 $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{3}$ のように分母が続いている数はかけ算をしても、ひき算をしても答えは同じになる。

分子が2の時は分母が $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{4}$ のように差が2ならできる。

・ひみつを見つけることで、たくさんの計算練習もできる。

(3) 授業の実際と抽出児童の反応

< 学習の遅れがちな児童の例 >

実態 家庭学習の習慣が定着していないので計算ドリルなどをするのを苦痛に感じており、教師がつかないと学習を進めることができずにいることが多い。アンケートでは算数は「楽しくない」に回答していた。

反応 「どんどん分母を大きくしていけばきまりが見えてくると思う。」とたくさん問題を解くなかで計算の習熟を図った。いくつか答えが並べば、きまりが見えてくるのでこの児童なりに地道に取り組み、解決することができた。また同時に苦手としていた計算も自然と行うことができた。

C君(理解の遅れがちな児童)
どんどん計算してためてみよう!

$\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{30}$	$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{6}{5 \times 6} - \frac{5}{6 \times 5} = \frac{1}{30}$
$\frac{1}{6} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{6 \times 7} = \frac{1}{42}$	$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{7}{6 \times 7} - \frac{6}{7 \times 6} = \frac{1}{42}$
$\frac{1}{7} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{56}$	$\frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{8}{7 \times 8} - \frac{7}{8 \times 7} = \frac{1}{56}$
$\frac{1}{8} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{8 \times 9} = \frac{1}{72}$	$\frac{1}{8} - \frac{1}{9} = \frac{9}{8 \times 9} - \frac{8}{9 \times 8} = \frac{1}{72}$

変容 今回の授業では計算を早くする方法ということに感動を覚え、「そんないい方法があるならやってみよう」と自ら数を大きくして計算を進めるなど意欲的に活動した。授業後の振り返りでは「楽しかった」と回答。普段は教師がそばにいないと学習に取り組むことが難しいが、今回は熱心に取り組んだ。

B君(中位の児童)
他の分母でもできるのかな? 仕組みはどうなっているのかな?

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4}{2 \times 4} - \frac{2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}$
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5}{2 \times 5} - \frac{2}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$	$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{6}{3 \times 6} - \frac{3}{6 \times 3} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

< 学習が進んでいる児童の例 >

実態 市販テストは満点であることが多い。発言もよくする。学習は進んでおり、算数に興味をもち、疑問があると質問したり、授業後に聞いてきたりする。ただ、この児童が発言すると全体的に難しいというような雰囲気になってしまうところがある。教師にとってはよく分かって、なかなか同じ年齢の児童にそれを伝えるのは難しいようである。しかし、一生懸命説明しようとして努力し、簡単な数に置き換えたり、文字にしてみたりする児童である。

反応 いくつか解いた段階で、分子が異なる場合はどうかを考え、さらに様々な問題を自分で考え解くことで習熟を図ったり、どういう場合になりたつのかを言葉でまとめるなど表現したりする活動を行った。習熟しながら問題解決し、解決したものをを使って、また新たな問題を試し、習熟するという活動となった。

A君(理解の進んでいる児童)
きまりを見つけてまとめてみよう。

$$\frac{2}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \times \quad \frac{2}{2} - \frac{2}{3} = \frac{6}{2 \times 3} - \frac{4}{3 \times 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

分子が1でないときはできないみたいだなあ。

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15} \quad \diamond \quad \frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10}{3 \times 5} - \frac{6}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$$

分子が2のときは分母の差が2ならできるみたい。

もっと計算して確かめよう!

変容 分母が異なる場合だけでなく、分子が異なる時にはどうかということを考えることで深く考える学習ができた。また、分子が分母の差になっていれば、この時も成り立つことに気付き、さらに深い結論を導き出すことができた。達成感を味わうだけでなく、帰納的に考え、まとめる経験となった。

(4) 成果と課題

算数が楽しくないと回答していた児童は「はやく計算できるようになって楽しかった。ほかの問題も何か工夫すればきまりがあるのではないか。」と算数の学習に対して意欲を見せる感想をもった。また、普段自分の中で解決できていることで満足していた児童は「考えをみつけるのはできたけれど、納得してもらうためには、いろいろな方法で試して証拠がなければいけない。」と広がりのある活動へ意欲を見せる感想をもった。「1つの問題でありながら、実態に応じて誰もが必ず解決可能な適度な難易度の問題の1例として成果をあげたと言えるだろう。習熟しながら問題解決し、問題解決したことを確かめるためにまた習熟するという、習熟と問題解決が一体となった学習活動であった。

この問題では、さらに発展的に考えることができ、習熟場面でなかなか味わわせることの難しかった習熟の進んだ児童への充実感を十分にもたせることができたと思われる。また、中学校・高校で同じ問題を文字を使って考えることができ、証明などを行わせるとせると系統性があり、より深い学習になっていく。

$$\frac{a}{x} \times \frac{a}{x+a} = \frac{a^2}{x(x+a)} \quad \frac{a}{x} - \frac{a}{x+a} = \frac{ax+a^2}{x(x+a)} - \frac{ax}{x(x+a)} = \frac{a^2}{x(x+a)}$$

また、今回の実践は余剰時間での設定となっていたが、授業の中での児童の気付きをとりあげながら時数内で指導していくためには、このような実践を単元の指導計画に位置付けておくことが必要である。