

二方向偏心力を受ける任意形断面基礎の接地圧について

なか やま とし あき
中 山 俊 明*
え び さわ あきら
海 老 沢 明**

おお ち よう ぞう***
大 地 羊 三***

1. ま え が き

一般に、構造物の設計においては地盤反力、いわゆる接地圧を考慮しなければならない。この接地圧は、地盤支持力や基礎の規模を検討するのに必要であり、従来から数多くの研究報告がなされている。

構造物基礎における接地圧力を求めるためには、地盤係数法と弾性学的解法とがあり、基礎版を剛体か、あるいは弾性体と考えるかにより、その分布状態も異なってくる。ファーバー (Faber)¹⁾ は、荷重を受けた基礎版の端部における応力は無限大となるがせん断抵抗や拘束圧の作用により地盤の性質によって剛性基礎版下における接地圧分布が異なることを実験により示している(図-1)。

また、ボロウィックカ (Borowicka)²⁾ は、弾性学的厳密解において等分布上載荷重を受ける基礎版の接地圧分布は、図-2 のようになり、地盤と基礎版の相対剛性により接地圧分布が変化することを報告している。

このように種々の実験、実測を試みて、複雑な理論解が導かれ、現在では、これらを具体的に設計に用いやすくするために、矩形、円形あるいは帯状などの代表的な基礎の底面形状について、グラフや数表が発表されている。しかしながら、これらは、いずれも軸対称形として示されており、基礎の底面が非対称形で二方向の偏心荷重が作用するような場合については、やむなく概略的な換算数値が用いられているのが現状である。そこで、今回、対称、非対称を問わず任意の底面形状を有する基礎の接地圧を算定可能なように、解析式を誘導したので、以下に、その内容と適用例について報告する。

2. 仮 定 条 件

まず、解析式を導くにあたって、つぎのような項目の仮定条件を設ける。

- (i) 基礎の底面は、均一地盤である。
- (ii) 接地圧の分布状態は、基礎の剛性や地質により、厳密には非線形をなすものであり、それについて、直線分布とパ

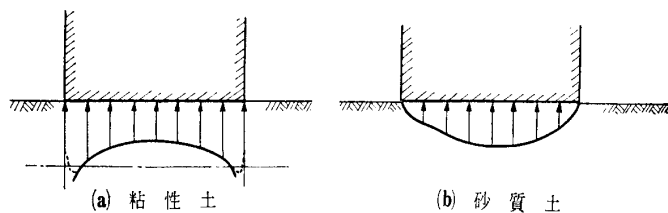


図-1 剛性基礎版下における接地圧分布

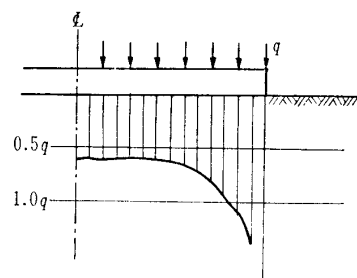


図-2 相対剛性を持つ基礎版の接地圧

ラボラとに区別したシャンムハサングラム (Shanmughasundaram) の報告³⁾ もあるが、ここでは、載荷面が大なる場合は特に密な砂以外では平面分布をなすと仮定しても大きな誤りにはならないとした大崎やコグラー (Kögler) の実験報告^{4),5)}などを参考にして、接地圧は、線形で平面的に分布するものとする。

(iii) 基礎の接地圧分布を正確に知るためには、基礎の剛性と地盤の荷重沈下特性を踏まえて変形の連続条件を考慮して解析しなければならないが、ここでは、(ii)の仮定を基に、中立軸において外力と地盤反力との力およびモーメントのつり合い条件が完全に成り立つものとする。

3. 平衡条件式

図-3のように、任意形の基礎底面に二方向偏心荷重を受ける場合の接地圧についての関係式を導く。

基礎版での載荷重による力は、底面における全地盤の反力に等しいから、力のつり合い条件式は、

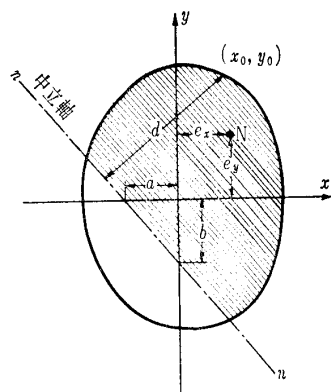
$$N = \int_A p dA \quad \dots\dots\dots (1)$$

また、 x , y 座標軸に関する荷重と地盤反力によるモー

* 日産建設(株) 土木技術部

** 日産建設(株) 土木技術部 課長

*** 工博 法政大学教授 工学部



図—3 二方向偏心荷重を受ける場合の一般図

メントのつり合い条件式は

$$M_x = N \cdot e_y = \int_A P \cdot y dA \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$M_y = N \cdot e_x = \int_A P \cdot x dA \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。これらの式は、荷重が断面の主軸上にない場合について示したチモシェンコ (S. Timoshenko) の式¹³⁾を応用し、接地圧力 P を中立軸と座標 x, y との関数で表示すれば、つぎようになる。

$$\begin{aligned} N &= \int_A \frac{P}{d} \left(\frac{bx+ay-ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \right) dA \\ &= \frac{P}{d\sqrt{a^2+b^2}} \left(b \int_A x dA + a \int_A y dA - ab \int_A dA \right) \\ &= \frac{P}{d\sqrt{a^2+b^2}} (bG_y + aG_x - abA) \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_x &= \int_A \frac{P}{d} \left(\frac{bx+ay-ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \right) \cdot y \cdot dA \\ &= \frac{P}{d\sqrt{a^2+b^2}} (bI_{xy} + aI_x - abG_x) \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_y &= \int_A \frac{P}{d} \left(\frac{bx+ay-ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \right) \cdot x \cdot dA \\ &= \frac{P}{d\sqrt{a^2+b^2}} (bI_y + aI_{xy} - abG_y) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに、

N : 基礎版に作用する鉛直力

P : 任意点における接地圧力

A : 底面の接地圧有効面積

G_x, G_y : 接地圧面 A による x 軸および y 軸まわりの一次モーメント

I_x, I_y : 接地圧面 A による x 軸および y 軸まわりの二次モーメント

I_{xy} : 接地圧面 A による相乗モーメント

a, b : x, y 座標軸と中立軸 n との交点から座標原点にいたる距離

d : 中立軸 n から任意点までの距離

e_x, e_y : 鉛直荷重の x および y 軸方向偏心量

M_x, M_y : 作用外力による x および y 軸まわりのモーメント

4. 中立軸の決定

ここで、平衡条件式を満足する中立軸の位置を決定しなければならない。中立軸を表わす一般式を、

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \dots\dots\dots (7)$$

とすると、 a および b は、さきに示した平衡条件式(4), (5), (6)の関係によりつぎのようにして求めることができる。

$$M_x(bG_y + aG_x - abA) = N(bI_{xy} + aI_x - abG_x) \quad \dots\dots (8)$$

$$M_y(bG_y + aG_x - abA) = N(bI_y + aI_{xy} - abG_y) \quad \dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned} ab(NG_x - M_xA) &= b(NI_{xy} - M_xG_y) \\ &+ a(NI_x - M_xG_x) \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab(NG_y - M_yA) &= b(NI_y - M_yG_y) \\ &+ a(NI_{xy} - M_yG_x) \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで、簡単に、

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= NG_x - M_xA, & K_2 &= NI_{xy} - M_xG_y, \\ K_3 &= NI_x - M_xG_x, & K_4 &= NG_y - M_yA, \\ K_5 &= NG_y - M_yA, & K_6 &= NI_y - M_yG_y, \\ K_7 &= NI_{xy} - M_yG_x \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

とすれば、式(10), (11)は

$$\begin{pmatrix} K_2 & K_3 \\ K_5 & K_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{a} \\ \frac{1}{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_4 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (13)$$

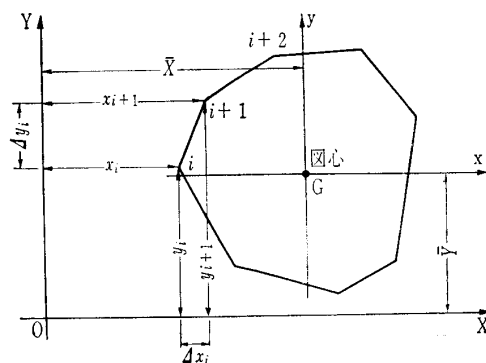
と表示され、これを解くことにより、

$$a = \frac{K_2 \cdot K_6 - K_5 \cdot K_3}{K_1 \cdot K_6 - K_4 \cdot K_3}, \quad b = \frac{K_3 \cdot K_5 - K_6 \cdot K_2}{K_1 \cdot K_5 - K_4 \cdot K_2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

を得る。この式(14)の等号が満足されるまで繰り返し計算を行ない、最終的に求めた a および b の値を式(7)に代入すれば、平衡条件式を満足した中立軸の表示式が求まる。

5. 断面諸量

荷重の偏心がある値を越えると基礎の一端が浮き上がることになるが、基礎の底面と地盤との間に引張り力は生じないから、その部分で接地圧はゼロとなる。このようなときの有効接地面における断面諸量や、あるいは基礎版の底面形状が非対称の場合の断面諸量を求めるのは、はなはだ手間のかかるものである。このような場合、図—4のよう



図—4 充実断面の表示

に折れ線に近似させて求めることができる⁹⁾。

断面積，断面一次モーメント，断面二次モーメントおよび相乗モーメントを，X，Y軸について表示すれば，

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \sum (x_{i+1}y_i - x_iy_{i+1}) \\
 G_X &= \frac{1}{2} \sum (x_{i+1} - x_i) \left\{ y_i^2 + \frac{1}{3} (y_{i+1} - y_i)(y_{i+1} + 2y_i) \right\} \\
 G_Y &= -\frac{1}{2} \sum (y_{i+1} - y_i) \left\{ x_i^2 + \frac{1}{3} (x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} + 2x_i) \right\} \\
 I_X &= \frac{1}{3} \sum (x_{i+1} - x_i) \left\{ y_i^3 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{6} (y_{i+1} - y_i)(y_{i+1} + 2y_i)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{12} (y_{i+1} - y_i)^3 \right\} \\
 I_Y &= -\frac{1}{3} \sum (y_{i+1} - y_i) \left\{ x_i^3 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{6} (x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} + 2x_i)^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{12} (x_{i+1} - x_i)^3 \right\} \\
 I_{XY} &= -\frac{1}{2} \sum (y_{i+1} - y_i) \left\{ \frac{x_i^2}{2} (y_{i+1} + y_i) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{36} (x_{i+1} - x_i)^2 (y_{i+1} - y_i) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{9} (x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} + 2x_i)(2y_{i+1} + x_i) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

となり，これをつり合い式作成時の基本座標軸に座標変換し，得られた断面諸量を平衡条件の表示式に代入すればよい。

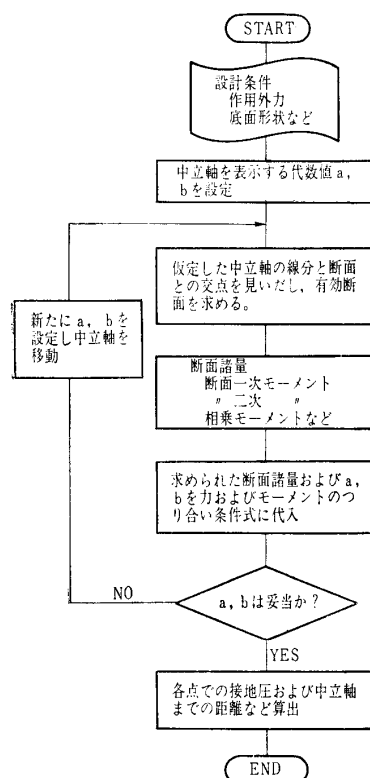


図-5 計算手順について

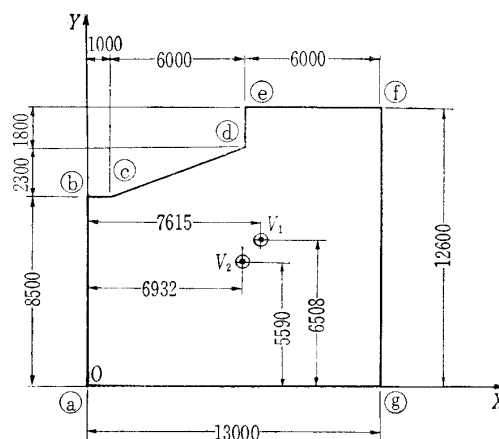


図-6 DOCK ポンプ室底面形状

ここで，解析についての簡単な手順を図-5に示す。

6. 適用例

計算例1，基礎底面が非対称の場合

DOCKのポンプ室基礎の計算に適用(図-6)。

このモデルについては，く体重量は，壁，スラブなどの総重量であり，作用点は，その重心位置にあるものとし，また，境界での拘束圧は無視して，土圧力は，設計上の条件を考慮して，Y軸方向のみ作用するものとし計算する。

すべての作用荷重を表-1にまとめ，つぎの三つのケースを計算する。

ケース1．クレーン載荷時の場合

鉛直力 $\sum V_1 = 1773 \text{ t}$ ，X軸およびY軸回転モーメント $\sum M_{X1} = 11538 \text{ t}\cdot\text{m}$ ， $\sum M_{Y1} = 13502 \text{ t}\cdot\text{m}$

このときの計算経過を示すと，

(1)図-6のように，座標軸を定め断面の各点の座標を決める。

(2)鉛直力の偏心量は，

$$E_{X1} = \sum M_{Y1} / \sum V_1 = 13502 / 1773 = 7.615 \text{ m}$$

$$E_{Y1} = \sum M_{X1} / \sum V_1 = 11538 / 1773 = 6.508 \text{ m}$$

(3)中立軸の表示式 $x/a + y/b = 1$ において，式(14)が満足されるまで， a ， b を変化させる。この結果， $a = -13.942 \text{ m}$ ， $b = -5.128 \text{ m}$ を知る。

(4)断面諸量を求めると， $A = 142 \text{ m}^2$ ， $G_X = 793.1 \text{ m}^3$ ， $G_Y = 998.8 \text{ m}^3$ ， $I_X = 6028.3 \text{ m}^4$ ， $I_Y = 8944.9 \text{ m}^4$ ， $I_{XY} = 5970.2 \text{ m}^4$

(5)応力度の算定

地盤反力度は，式(4)により

表-1 作用荷重

	く 体	土荷重	水荷重	クレーン荷重	土圧力
重 量 (t)	925	300	119	429	560
X軸回転モーメント (t・m)	6157	2550	915	3775	-1859
Y軸回転モーメント (t・m)	6812	1680	828	4182	—

資料-260

表-2 各ケースでの計算結果

(単位 t/m²)

	a	b	c	d	e	f	g
ケース 1	4.81	12.79	13.14	17.37	19.06	21.13	9.30
ケース 2	9.00	9.17	9.10	8.74	8.77	8.36	8.10
ケース 3	4.64	—	14.03	—	—	23.02	9.53

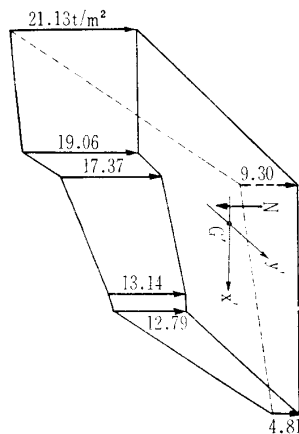


図-7 クレーン載荷時の接地圧分布

$$P = \frac{N(bx_0 + ay_0 - ab)}{bG_Y + aG_X - abA}$$

となり、

点 f (13.0, 12.6) について、反力度を求めると

$$P_f = \frac{1773 \{-5.128 \times 13 + (-13.942) \times 12.6\}}{-5.128 \times 998.8 + (-13.942) \times 793.1 - (-13.942) \times (-5.128)} = 21.13 \text{ t/m}^2$$

同様に、他の地点での反力度を求めることができる。

ケース 2. クレーン載荷なしの場合

鉛直力 $\Sigma V_2 = 1225 \text{ t}$, X軸およびY軸回転モーメント

$\Sigma M_{X_2} = 6848 \text{ t-m}$, $\Sigma M_{Y_2} = 8492 \text{ t-m}$

ケース 3. 荷重状態は、ケース 1 と同じで、底面地盤を鉛直方向地盤反力係数 $K_Y = 1.0 \text{ kg/cm}^3$ の弾性体として取り扱う。

それぞれのケースの計算結果は、表-2 のとおりとなる。これによると、ケース 2 では鉛直力が底面のコア内に作用しているために、接地圧は、 $P = N/A$ として計算した値にほぼ近似している。また、ケース 1 では点 f の位置で最大の接地圧を得るが、比較のために試算したケース 3 の結果と大きな差異はなく妥当な分布値を得ていると判断できる。

計算例 2 長方形基礎で荷重が偏心のある場合

一般に、最大接地圧は、次式のように示してある。

$$\sigma_{\max} = \frac{x_n}{G_n} P = \alpha \frac{P}{A} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに

α : 最大接地圧と平均接地圧の比を表わす係数

G_n : 中立軸 nn に関する圧縮面の一次モーメント

x_n : 圧縮縁端からの中立軸までの距離

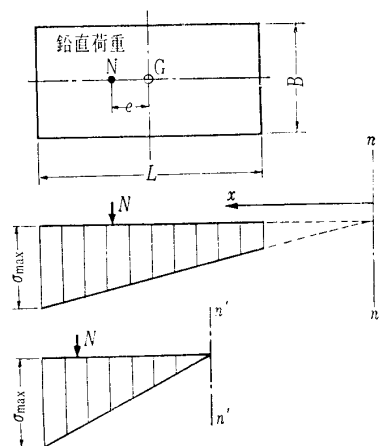
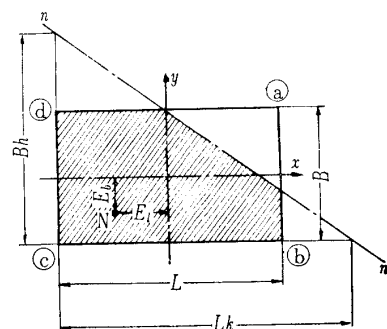


図-8 長方形基礎の接地圧分布

図-9 有効分布面係数 k , h の表示

そこで、今回導いた算定式を使い長方形基礎において荷重の偏心量を変化させて求めた接地圧係数 α と有効分布面を知る係数 k , h を表-3 にまとめた。この結果、接地圧係数 α については、テング (W.C. Teng) の図表⁷⁾ と全く一致した値を得た。したがって、この表によって最大接地圧と接地圧分布が求められ、これより有効分布幅を考えたマイヤホフ (G.G. Meyerhof) による許容支持力を算定することができ、フーチングの検討や基礎底面にクイを配置するような場合に利用できる。

7. 結 語

ここでは、基礎底面形状が任意形の場合について接地圧分布を知る算定式を得たわけである。そこで適用について考えてみると、一般に、剛性基礎の場合、荷重の偏心がある範囲を越えてくると基礎の端部にきわめて大きな応力が生じ、その部分は、砂質土の場合、降伏し塑性流動を、また、粘性土の場合、せん断破壊を起こそうとする。このような状態のとき、コーグラエの実験でもわかるように端部での連続条件が、力のつり合いと、支配的な要素となるような小規模の基礎では、そのまま適用するには注意しなければならない。例題に示したポンプ室基礎下の接地圧については、基礎版がかなり大きくなっており、地盤および基礎版の相対剛性の点で検討を要したわけであるが、大崎の

表-3 長方形基礎底面の任意点に鉛直合力が作用するときの
接地圧係数と有効分布係数

		E_0/L									
		0.	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	
E_0/B	0.	a	1.000	1.300	1.600	1.900	2.222	2.667	3.333	4.444	6.667
		b	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		c	—	2.167	1.333	1.056	0.900	0.750	0.600	0.450	0.300
	0.05	a	1.300	1.600	1.900	2.206	2.577	3.093	3.866	5.154	7.731
		b	2.167	2.667	3.167	3.635	3.808	3.808	3.808	3.810	3.809
		c	—	2.667	1.583	1.220	1.021	0.850	0.680	0.510	0.340
	0.10	a	1.600	1.900	2.205	2.553	2.993	3.594	4.492	5.990	8.983
		b	1.333	1.583	1.829	2.020	2.108	2.115	2.115	2.115	2.115
		c	—	3.167	1.829	1.365	1.114	0.925	0.740	0.555	0.370
	0.15	a	1.900	2.206	2.553	2.971	3.500	4.207	5.259	7.013	10.517
		b	1.056	1.220	1.365	1.470	1.522	1.530	1.530	1.530	1.530
		c	—	3.635	2.020	1.470	1.178	0.972	0.778	0.583	0.389
	0.20	a	2.222	2.577	2.993	3.499	4.137	4.982	6.226	8.303	12.452
		b	0.900	1.021	1.114	1.178	1.211	1.217	1.217	1.217	1.217
		c	—	3.808	2.108	1.522	1.211	0.995	0.796	0.597	0.398
	0.25	a	2.667	3.093	3.594	4.207	4.981	6.000	7.499	10.000	14.998
		b	0.750	0.850	0.925	0.972	0.995	1.000	1.000	1.000	1.000
		c	—	3.808	2.115	1.530	1.217	1.000	0.800	0.600	0.400
	0.30	a	3.333	3.866	4.491	5.259	6.225	7.500	9.375	12.492	18.740
		b	0.600	0.680	0.740	0.778	0.796	0.800	0.800	0.800	0.800
		c	—	3.809	2.115	1.530	1.217	1.000	0.800	0.600	0.400
	0.35	a	4.444	7.728	5.989	7.013	8.301	9.998	12.497	16.651	24.960
		b	0.450	0.340	0.555	0.583	0.597	0.600	0.600	0.600	0.600
		c	—	3.811	2.115	1.530	1.217	1.000	0.800	0.600	0.400
	0.40	a	6.667	7.731	8.982	10.517	12.449	14.990	18.740	24.984	37.471
		b	0.300	0.340	0.370	0.389	0.398	0.400	0.400	0.400	0.400
		c	—	3.809	2.115	1.530	1.217	1.000	0.800	0.600	0.400

注) コマ内の上段の数字は、接地圧係数 α
 中段 " 有効分布係数 h
 下段 " 有効分布係数 k

報文などを参考にして十分に適用範囲内にあると判断した。

なお、以上のように、モデル化の平易性、計算のじん速性をもとに、幾つかの仮定条件を設定して接地圧を求める算定式を導き出してはいるが、不均一な地盤とか、あるいは基礎底面が平面形でない場合に、厳密解を得ようとする場合については、なるべく仮定条件を取り除いた状態で構造物および土の特性を考慮して解析しなければならない。

これについては、設計の場における実用性を考えるとき、計算の主要な影響因子となる土性値のデータと解析計算との相対精度の問題およびコンピュータ使用などに伴う経済性との絡みもあり、今後の課題であると考えられる。

ここに採用した力およびモーメントのつり合い条件式より得られた接地圧計算は、容量の少ない小型のコンピュータにでも、ひとたびプログラム化しておけば、簡便かつ迅速に演算可能であり、その解についても経験ある技術者の適確な判断があれば安全率を過大に見積もることなく、十分に実用に供するものと思われる。

参 考 文 献

- 1) Faber, O.: Pressure Distribution under Bases and Stability of Foundations, Structural Engineer, 11, 1933
- 2) Borowicka, H.: Influence of Rigidity of a Circular Foundation Slab on the Distribution of Pressures over the Contact Surface, Proc. 1st I.C.S.M.F.E., 2, 1936
- 3) N. Shanmugasundaram: Design of Biaxially Loaded Rectangular Footings, Journal of the Structural Division ASCE, Vol. 100, No. ST10, October, 1974
- 4) 上野正夫: 基礎地盤の力学, 工業図書, 昭和17年4月
- 5) 大崎順彦: 地盤係数の実測値と地盤係数理論の基礎設計への適用について, 建築学会論文報告集, 昭和31年9月
- 6) 大地羊三: 構造解析とコンピュータ, p. 301~309, 産業図書, 昭和46年5月
- 7) W.C. Teng: Foundation Design, Prentice Hall International, 1962
- 8) 土質工学会編: 土質工学ハンドブック, 昭和41年7月
- 9) 土質工学会編: 土と基礎実用数式・図表の解説, 昭和48年9月
- 10) 日本建築学会編: 建築基礎構造設計規準・同解説, 技報堂, 昭和50年5月
- 11) 日本港湾協会編: 港湾構造物設計規準, 昭和42年4月
- 12) 柴田直光: 基礎反力の解法, 鹿島出版会, 昭和34年4月
- 13) S・チモシェンコ: 材料力学(上巻), p. 248~252, 鶴戸口英善・国尾武訳, 東京図書, 昭和46年9月

(原稿受理 1976.10. 8)

※

※

※