



土の構成式入門

4. 力学挙動と経験式

たつ
龍おか
岡ふみ
文お
夫*かる
軽べ
部だい
大ぞう
蔵**

4.1 圧密における経験式

まず, σ_1' , σ_2' , σ_3' をそれぞれ最大, 中間, 最小主応力 (圧縮正) とすると主応力比 (σ_1'/σ_2' , σ_2'/σ_3') が一定のまま, 各主応力が比例的に増加するときの土の変形特性に関して, これまで知られている経験則について述べる。具体的には等方圧密, 異方圧密, 正規圧密土の K_0 圧密载荷がこれにあたる。

4.1.1 粘土の場合

図-4.1 の実線と破線は, 低塑性 ($PI=12.6\%$) 練返し粘土の三軸供試体を用いた二つの異なった等方圧密・除荷試験の結果の例である¹⁾。これから次のことが分かる。

(1) 粘性土の載荷曲線は, 定数 λ' , λ を用いてほぼ次式で表される。

$$\begin{aligned} v-v_0 &= \lambda' \log_{10} p'/p_0' \\ \text{または } v-v_0 &= \lambda \ln p'/p_0' \quad (\lambda = \lambda'/\ln 10) \end{aligned} \quad \dots\dots(4.1)$$

ただし, v : 体積ひずみ, p' : 圧密応力, v_0 : $p'=p_0'$ のときの v の値である。

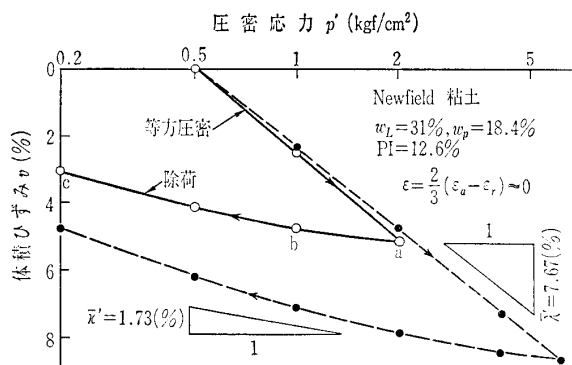
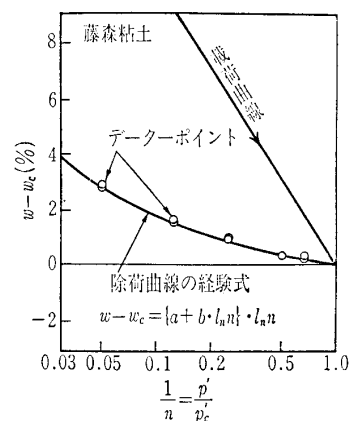
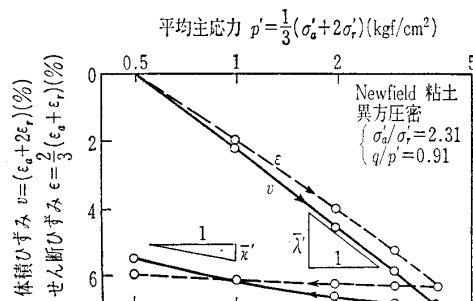
(2) 除荷曲線は, $v \sim \log_{10} p'$ 面上で載荷曲線と比較すると, やや直線性が悪い。しかし, 全体的に見ると, 定数 κ' , κ を用いて

$$\begin{aligned} v-v_0 &= \kappa' \log_{10} p'/p_0' \\ \text{または } v-v_0 &= \kappa \ln p'/p_0' \quad (\kappa = \kappa'/\ln 10) \end{aligned} \quad \dots\dots(4.2)$$

で近似できる。厳密にいうと, 除荷直後(図-4.1のa~b間)の平均 κ' 値よりも, 広い除荷範囲(図-4.1のa~c間)での平均 κ' 値の方が大きい。図-4.1では, a~b間の平均 $\kappa' \approx 1.2(\%)$, a~c間の平均 $\kappa' \approx 2.0(\%)$ である。この事実は, 経験式を解析に適用する際に問題となることであり, 解析対象の p' の範囲に対して, 平均的な κ' 値を用いるのも一つの方法であろう²⁾。清水³⁾も, 図-4.2に示すように図-4.1と同様な結果を得ている。 w_c は先行圧密応力 p_c のときの含水比 w の値である。また, ここにはデータが示されていないが, 次のことも示されている¹⁾。

(3) 等方圧密と除荷の際に大略 ϵ_a (軸ひずみ増分) = ϵ_r (側方ひずみ増分) が成り立っている。

次に図-4.3は, σ_a' を軸方向応力, σ_r' を側方向応力とすると, 三軸圧縮応力状態 ($\sigma_a' > \sigma_r'$) で, 応力比 $R = \sigma_a'/\sigma_r'$

図-4.1 低塑性粘土の三軸等方圧密試験の例¹⁾図-4.2 三軸等方圧密除荷曲線の例³⁾図-4.3 低塑性粘土の三軸異方圧密試験の例¹⁾

あるいは $\eta = q/p' (q = \sigma_a' - \sigma_r', p' = \frac{1}{3}(\sigma_a' + 2\sigma_r'))$ が一定の異方圧密試験の結果の例である。

(4) この図から載荷時には, 式(4.1)の関係がほぼ成立していることに加えて, せん断ひずみ $\epsilon = \frac{2}{3}(\epsilon_a - \epsilon_r) = \frac{2}{3}\gamma$

*東京大学助教授 生産技術研究所

**神戸大学助教授 工学部土木工学科

講座

(ただし $\gamma = \epsilon_a - \epsilon_r$) についても,

$$\left. \begin{aligned} \epsilon - \epsilon_0 &= \alpha' \cdot \log_{10} p' / p_0' \\ \text{または } \epsilon - \epsilon_0 &= \alpha \cdot \ln p' / p_0' \quad (\alpha = \alpha' / \ln 10) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (4.3)$$

と表現できる。

(5) 除荷時の $v \sim \log_{10} p'$ 関係は等方除荷時と同様やや直線性が悪く、載荷時の場合と同様に式(4.2)は近似的にのみ当てはまる。

ϵ については,

$$\left. \begin{aligned} \epsilon - \epsilon_0 &= \beta' \cdot \log_{10} p' / p_0' \\ \text{または } \epsilon - \epsilon_0 &= \beta \cdot \ln p' / p_0' \quad (\beta = \beta' / \ln 10) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (4.4)$$

がほぼ成り立っているといえよう。

(6) λ' の値は R (あるいは η) の値にあまりよらない。ここに示すデータの場合は $R=1 \sim 2.3$ ($\eta=q/p'=0 \sim 0.91$) の範囲で全体の平均として $\bar{\lambda}'=7.67(\%)$ である。 κ' の値も全体として R (あるいは η) によらず、この場合平均として $\bar{\kappa}'=1.73(\%)$ である。

(7) 式(4.3)での α' 、式(4.4)での β' は $R=1$ ($\eta=0$) のときともにゼロであり、 R (または η) の増加関数である。したがって、各応力増分に対するひずみ増分を $\dot{v}, \dot{\epsilon}$ とすると、式(4.1)(4.3)から

$$\frac{\dot{v}}{\dot{\epsilon}} = \frac{K'}{\alpha'} \cdots \cdots (4.5)$$

となり、 P' の値によらない R (または η) だけの関数になる。いま、Rowe⁴⁾ の表示法に従って、パラメーター

$$D = 1 - \frac{\dot{v}}{\dot{\epsilon}} = - \frac{2\dot{\epsilon}_r}{\dot{\epsilon}_a} \cdots \cdots (4.6)$$

を定義する。

Q: このような D パラメーターを用いる理由は?

A: ひずみ増分の比であれば何でもよいが、 $D=1$ は $v=0$ 、 $D>1$ は $\dot{v}<0$ (体積膨張)、 $D<1$ は $\dot{v}>0$ (体積収縮) に対応している。意味が分かりやすいのと、簡明であるという理由で、このパラメーターを用いる。

式(4.5)(4.6)から $\bar{\kappa}' = \kappa'$ として

$$D = \frac{3\alpha' - 2\bar{\kappa}'}{3\alpha' + \bar{\kappa}'} \cdots \cdots (4.7)$$

となり、当然のことながら、 D も R (または η) だけの関数になる。Newfield 粘土に対して、 $R = \sigma_a' / \sigma_r'$ と D の関係をプロットしたものが図-4.4である。この図で $\dot{\epsilon}_r = 0$ すなわち $-\frac{2\dot{\epsilon}_r}{\dot{\epsilon}_a} = 0$ に対する R は、 K_0 圧密(一次元圧密)状態に対応する値である (K_0 値はこの R の逆数)。いま、

$$\left. \begin{aligned} v^p - v_0^p &= (\lambda' - \kappa') \log_{10} p' / p_0' \\ \epsilon^p - \epsilon_0^p &= (\alpha' - \beta') \log_{10} p' / p_0' \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (4.8)$$

のように塑性ひずみ v^p, ϵ^p を定義する。こうして得られた $\dot{v}^p / \dot{\epsilon}^p$ の値から $-2\dot{\epsilon}_r / \dot{\epsilon}_a$ を計算し、 R に対してプロットした結果(図-4.4)を見ると、この値も R が大きくなるにつれて大きくなっている。なお、図-4.4には P' 一定排

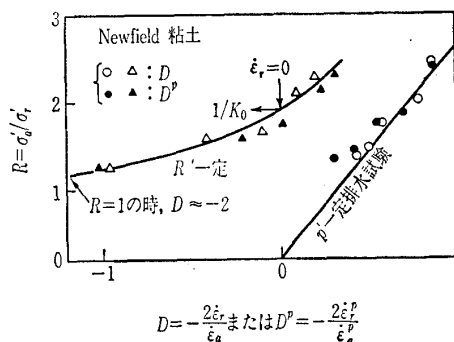


図-4.4 低塑性粘土の $D(D^p) \sim R$ 関係(データは文献1による)

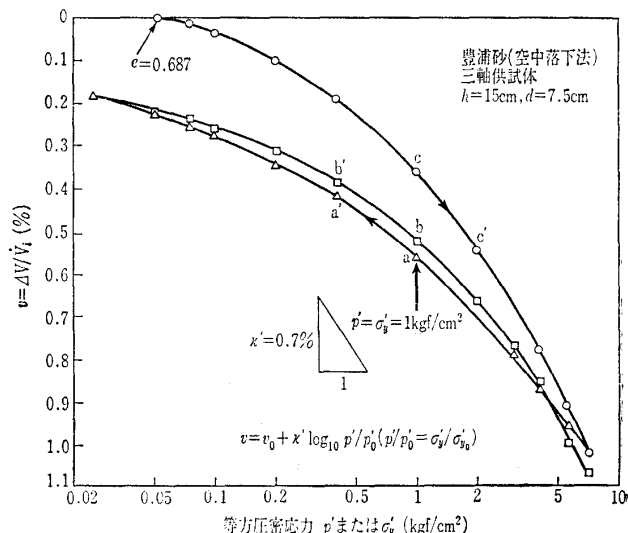


図-4.5 砂の三軸等方圧密試験例

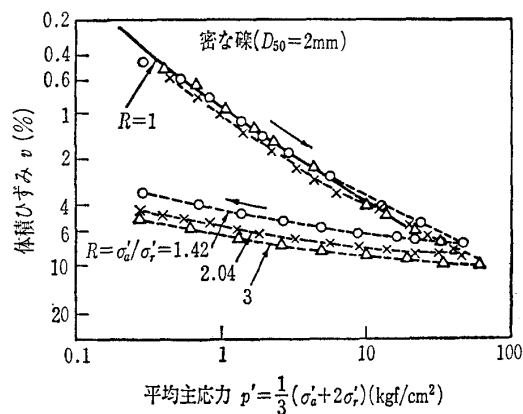


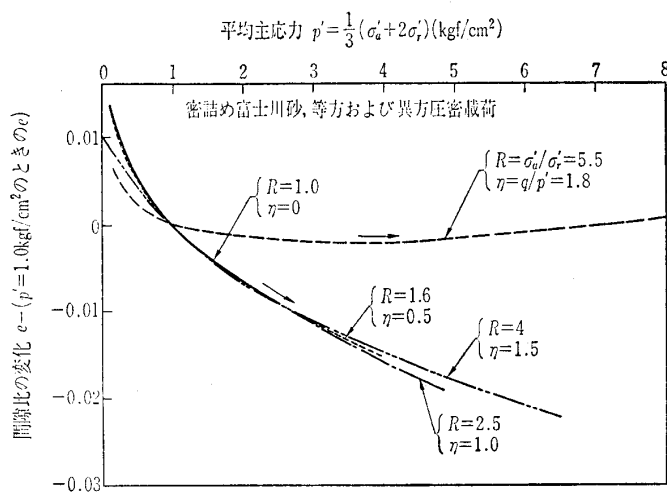
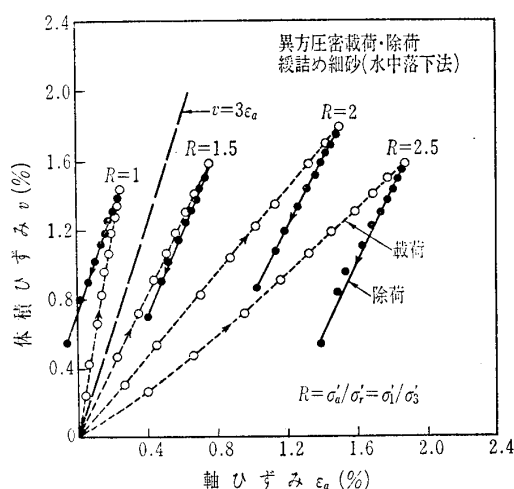
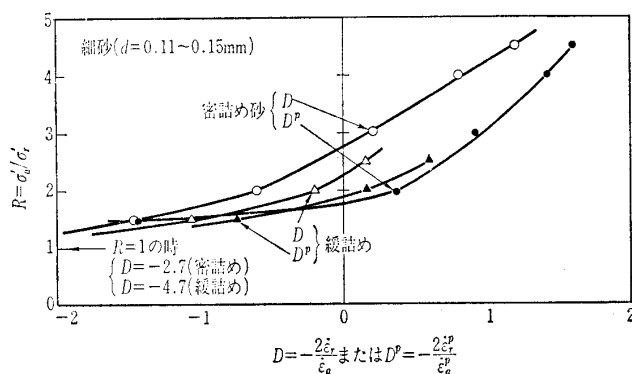
図-4.6 砂の等方および異方圧密試験例⁹⁾

水試験で得られた $R-D(D^p)$ 関係も示してあるが、等方および異方圧密中の関係と同一ではない。すなわち、流れ則(Flow rule)は、厳密には応力径路による面を持っているようである。

4.1.2 砂の場合

砂については、上記の粘土に対する関係が必ずしもあてはまらない。

(1) 一般に、粒子破砕が顕著に生じるほど高圧のときを除くと、 $v \sim \log_{10} p'$ 関係は載荷・除荷時ともに直線にはならない(図-4.5)。圧力変化が極めて小さい範囲では、近似的に式(4.1)(4.2)を用いることは可能であろうが、広

図-4.7 砂の三軸等方および異方圧密の例⁹⁾図-4.8 砂の三軸等方(R=1), 異方(R>1)圧密の例⁹⁾図-4.9 三軸等方・異方圧密中の $D(D^p)$ と R の関係 (データは文献8)による)

範囲の圧力変化に対する試験の結果^{5),6)}によると、定数 l , m を用いて

$$\text{载荷に対して, } v = v_0(p'/p_0')^l \dots \dots \dots (4.9)$$

除荷・再载荷に対して,

$$v = v_0(p'/p_0')^m \dots \dots \dots (4.10)$$

の方がよく適合するようである (図-4.6)。ただし v_0 は、 $p' = p_0'$ のときの v の値である。

(2) 異方圧密中の $v \sim \log_{10} p'$ 関係は粘土と異なり、応力

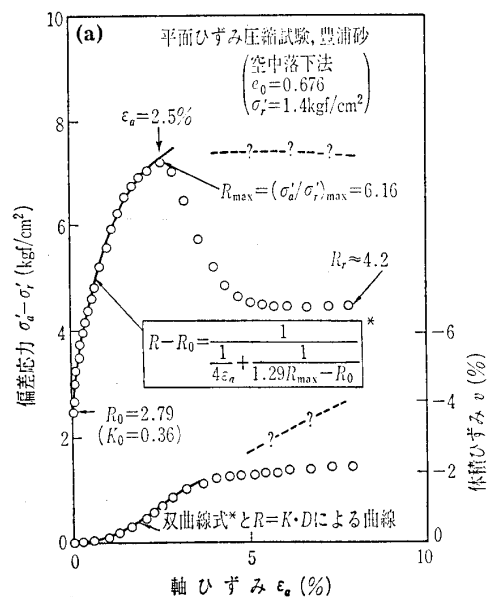
比が大きくなると同一の関係を示さなくなる。図-4.7によれば、 $R=1 \sim 4$ の範囲では同じ曲線であるのに対して、 $R=5.5$ の場合は全く違う曲線となっている。この原因として、大きい応力比では、後に述べるように異方圧密中でもせん断により体積膨張 (ダイレイタンス) が著しく生ずるためと考えられる。

(3) 等方・異方圧密 (载荷および除荷) の中の $\dot{\epsilon}_3/\dot{\epsilon}_1$ 比は、 p' にはよらずにほぼ R (あるいは η) だけの関数である (図-4.8)⁹⁾。したがって、砂の場合も図-4.4と類似の $R \sim -2\dot{\epsilon}_r/\dot{\epsilon}_a$ (または $-2\dot{\epsilon}_r^p/\dot{\epsilon}_a^p$) が異方圧密に対して得られる (図-4.9)。しかし、これら2枚の図から分かるように、 $R = \sigma'_1/\sigma'_3 = 1$ の等方圧密時でも $-2\dot{\epsilon}_3/\dot{\epsilon}_1 = -2$ 、または $\dot{\epsilon}_r/\dot{\epsilon}_a = 1$ あるいは $v/\dot{\epsilon}_a = 3$ であるとは限らない。この例では $\dot{\epsilon}_r/\dot{\epsilon}_a > 1$ となっており、これは初期構造の異方性による影響が、粘土よりも大きいと考えられている。

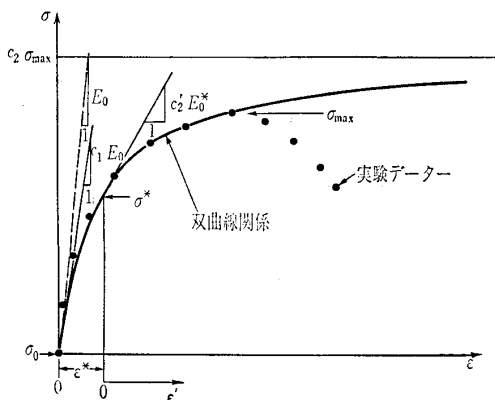
4.2 せん断における双曲線近似

豊浦砂を用いた平面ひずみ圧縮試験の結果が、図-4.10に示されている⁹⁾。これによると、軸ひずみ $\epsilon_a = 2.5\%$ でピーク強度に達したのち、偏差応力は急激に減少し、 $\epsilon_a \approx 5\%$ で軸ひずみ変化に対する偏差応力と体積ひずみ変化が生じていない。これがいわゆる残留状態 (あるいは限界間隙比状態、もしくは単に限界状態) である。

ここで注意すべきは、ひずみ (ϵ_a と v) は供試体全体に対する平均的な値であり、ピーク以降明確に表れてくるすべり領域内での真のひずみでないことである。もしもピーク応力以降も供試体が一様に変形したと仮定すれば、図-4.9中に破線で示すような関係が得られるであろう。一般的に言えば、ピーク応力以降に測定された供試体の平均的な応力と、供試体全体の平均ひずみとの関係は、供試体の形状や境界条件に大きく依存し、偶然性に支配されやすくなる。

図-4.10 平面ひずみ圧縮試験の例⁹⁾

講 座



図—4.11 双曲線関係の説明

したがって以下では、ピーク以前の応力～ひずみ関係を対象とし、排水と非排水せん断に分けて考えることにする。

4.2.1 排水せん断の場合

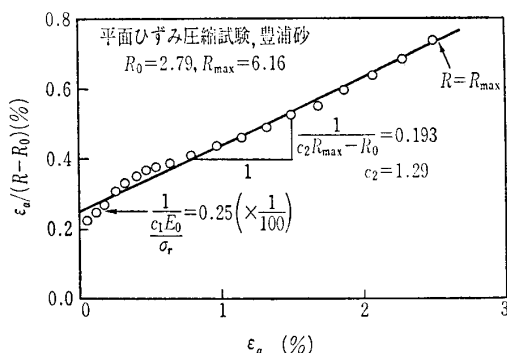
ピーク以前のせん断応力～せん断ひずみ関係に対しては、いわゆる双曲線関係でよく近似できることが知られている^{10),11)}。双曲線関係は一般に次式で表現される。 σ を応力パラメーター、 ε をひずみパラメーターとして、

$$\sigma - \sigma_0 = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon \cdot c_1 E_0} + \frac{1}{c_2 \sigma_{\max} - \sigma_0}} \quad \text{.....(4.11)}$$

ここでは、 σ_0 は $\varepsilon=0$ ときの σ 、 $c_1 E_0$ は $\varepsilon=0$ のときの初期接線変形係数である(図—4.11)。 E_0 はカーブフィッティングの対象になる実験値の真の初期接線係数、 c_1 は補正係数で、一般に1とは限らない。 $c_2 \sigma_{\max}$ は $\varepsilon \rightarrow \infty$ のときの σ の値、 $\sigma_{\max}$ は実験値における σ の最大値(破壊応力)、 c_2 は補正係数で、一般に1より大きい。いま、平面ひずみ圧縮試験の場合で、 $\sigma = R = (\sigma_a' / \sigma_r')$ 、 $\sigma_0 = R_0 = 1/K_0$ 、 $\varepsilon = \varepsilon_a$ とすると、式(4.11)を変形して次式が得られる。

$$\frac{\varepsilon_a}{R - R_0} = \frac{1}{\frac{c_1 E_0}{\sigma_r'}} + \frac{1}{c_2 R_{\max} - R_0} \varepsilon_a \quad \text{.....(4.12)}$$

したがって、 $\varepsilon_a / (R - R_0)$ と ε_a の関係をプロットすると、



図—4.12 双曲線関係におけるパラメーターの求め方(データは文献9)による)

図—4.12に示す関係が得られ、これを直線近似すると、パラメーター $c_1 E_0 / \sigma_r'$ 、 $c_2 R_{\max}$ が得られる。これらの値を式(4.12)に代入し、 $(\sigma_a' - \sigma_r') \sim \varepsilon_a'$ 関係として示したのが図—4.10の実線である。当然のことながら、ピーク強度直前まではよくカーブフィッティングされているが、ピーク以降は全く近似できていない。

任意の応力レベル σ^* に対して、ひずみをゼロに定義し直した双曲線式を求めたいときは、次の式を用いればよい。

$$\sigma - \sigma^* = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon' \cdot c_1^* E_0^*} + \frac{1}{c_2 \sigma_{\max} - \sigma^*}} \quad \text{.....(4.13)}$$

$\varepsilon' = \varepsilon - \varepsilon^*$ であり、 $\sigma = \sigma^*$ のとき $\varepsilon' = 0$ である。 $c_1^* E_0^* c_2^* \sigma_{\max}$ は新たにカーブフィッティングによって求め直した値であり、 $c_1^* = c_1$ 、 $c_2^* = c_2$ のときは、 E_0^* と E_0 には次の関係がある。

$$E_0^* = E_0 \left(\frac{c_2 \sigma_{\max} - \sigma^*}{c_2 \sigma_{\max} - \sigma_0} \right)^2 \quad \text{.....(4.14)}$$

また、式(4.11)における $\sigma = \sigma^*$ のときの割線変形係数は

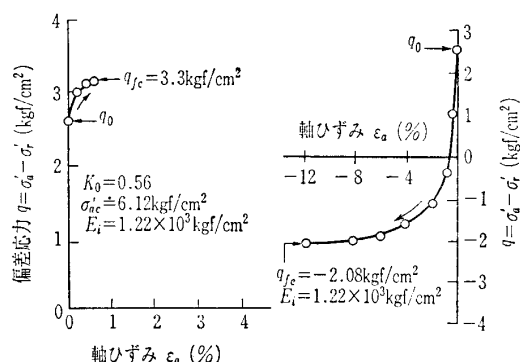
$$E_s = \frac{\sigma^* - \sigma_0}{\varepsilon^*} = c_1 E_0 \left(\frac{c_2 \sigma_{\max} - \sigma^*}{c_2 \sigma_{\max} - \sigma_0} \right) \quad \text{.....(4.15)}$$

となる。

以上示したような双曲線係数は、基本的には(せん断応力)/(有効拘束圧)～(せん断ひずみ)関係、または、(有効主応力比)～(せん断ひずみ、あるいは最大主ひずみ ε_1)関係に対して成り立つとされている。したがって排水せん断で有効拘束圧が一定、あるいは σ_3' 一定の場合は、(せん断応力)～(せん断ひずみ)関係、または、 $(\sigma_1' - \sigma_3') \sim$ (せん断ひずみ、あるいは ε_1)関係に対して双曲線関係が適用できると考えてよい。

4.2.2 非排水せん断の場合

非排水せん断時における双曲線関係はやや事情が複雑となる。正規圧密粘土のように正のダイレイタンシーをあまり発揮しないまま最大せん断応力に達する場合には、せん断応力～せん断ひずみの間に双曲線関係が成り立つといえる。例えば、図—4.13の例では、 K_0 圧密した供試体(Haney粘土)の三軸圧縮および伸張非排水せん断によって得られ



図—4.13 K_0 正規圧密粘土の $q \sim \varepsilon_a$ 関係¹²⁾(0はデータ、—は双曲線式)

たデーターを次式でフィッティングさせている¹²⁾。

$$q - q_0 = \frac{1}{\frac{1}{E_i \varepsilon_a} + \frac{1}{c_2' (q_{\max} - q_0)}} \dots\dots\dots (4.16)$$

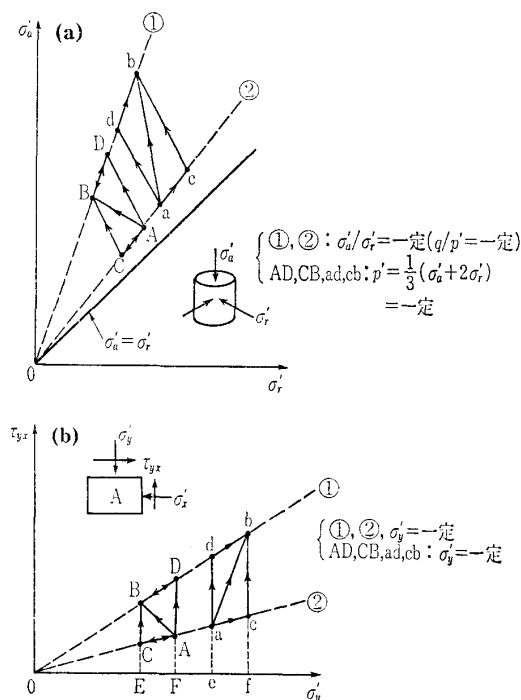
ここで、 $q = \sigma_a' - \sigma_r'$ (σ_a , σ_r' は有効軸方向および半径方向応力) で、 $\sigma_a' > \sigma_r'$ のとき $q = \sigma_1 - \sigma_3$, $\sigma_a' < \sigma_r'$ のとき $q = -(\sigma_1 - \sigma_3)$ である。 q_0 は ε_a (軸方向ひずみ) = 0 時の q , $q_{\max}$ は三軸圧縮および伸張における最大せん断応力, q_{fe} および q_{fe} である。 c_2' は式 (4.12) の c_2 と類似の補正係数で、この場合 1/0.9 となる。 E_i は $q = q_0$ 時の $(\partial q / \partial \varepsilon_a)$ の値である。以上のことは、有効主応力比～せん断ひずみ関係で考えても、ほぼ同様にあてはまる。

これに対して、過圧密粘土や砂のようにせん断変形の進行に伴い、ダイレイタンスーが負から正へと変わり、有効拘束圧 (あるいは σ_3') の値が減少から増加へと変化する場合には、(有効応力比)～(せん断ひずみ) に双曲線関係をフィッティングさせることができるが、(せん断応力)～(せん断ひずみ) 関係、または $(\sigma_1' - \sigma_3')$ ～(せん断ひずみ、あるいは ε_1) の関係は、双曲線にはならない。

4.3 経験的手法の限界

これまでに示した経験式は、一般に特定の応力経路に沿って得られたものであるから、それ以外の応力経路に対する応力～ひずみ関係を推定するためには、何らかの仮定が必要となる。ここでは図—4.14に示すように、応力面上の点A (あるいはa) からほかの点B (あるいはb) へ移ったときの変形特性をほかの応力経路に対する既知の特性に基づいて推定する方法を例題として、とり上げてみよう。

4.3.1 ひずみの応力経路依存性に対する考え方



図—4.14 応力経路依存性の説明

いま、変形の法則性が分かっている既知の応力経路として、

① 平均主応力 $p' = \frac{1}{3}(\sigma_a' + 2\sigma_r')$ 一定でのせん断 (载荷あるいは除荷), と、

② 主応力比 $R = \sigma_a'/\sigma_r' = \sigma_1'/\sigma_3'$ (あるいは $\eta = q/p'$)

一定の等方および異方圧密 (载荷あるいは除荷)

を選ぶことにする。AB (あるいは ab) が比較的小さい応力変化に対応するものとし、 ε (AB) と ε (ab) を応力経路 AB (あるいは ab) に対するひずみ増分とする。 σ_1'/σ_3' の変化 (あるいは q/p' の変化) が正であり、 p' の変化が負である AB に対しては、次の二つの考え方が成り立つものと思われる。すなわち、

考え方 1

$$\varepsilon(AB) \approx [\{\varepsilon(AD) + \varepsilon(DB)\} + \{\varepsilon(AC) + \varepsilon(CB)\}] / 2 \dots\dots\dots (4.17)$$

考え方 2

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon(CB) &\approx \varepsilon(CA) + \varepsilon(AB) \\ \varepsilon(AD) &\approx \varepsilon(AB) + \varepsilon(BD) \end{aligned} \right\} \dots\dots (4.18)$$

したがって、

$$\varepsilon(AB) \approx [\{\varepsilon(CB) - \varepsilon(CA)\} + \{\varepsilon(AD) - \varepsilon(BD)\}] / 2 \dots\dots\dots (4.19)$$

Q: 上記の二つの考え方の差異は何か?

A: 弾性体の場合にはこのような異なった考え方が生じる余地はないが、塑性変形が生ずる場合には、塑性変形の生ずる条件の取り方によって、異なった考え方が生じうる。(4.17)式の考え方では、応力経路 AB では、応力比が増加しているの、これによって生ずる変形については载荷 (塑性変形が生ずる) であるが、 p' は減少しているので、これによって生ずる変形に対しては除荷 (塑性変形が生じない) である。一方、(4.18)式の考え方では、応力経路 AB では p' が減少しているにもかかわらず、 p' の減少によって生ずる変形に対しても载荷と考えていることになる。

例をあげるならば、AB を等体積せん断における有効応力経路とすると、Cam-clay (カム・クレイ) モデル¹³⁾、太田モデル¹⁴⁾では体積ひずみに関して式(4.18)を採用している。一方、松岡らのモデル¹⁵⁾や液状化の有効応力モデル^{16), 17)}では、体積ひずみに関して式(4.17)を採用している。このように考え方に違いがみられるが、それを統一的にうまく説明するには、従来の経験的手法だけでは無理である。おそらく载荷・除荷の定義を明確にした弾塑性論的な立場 (第5章) からの考察が必要となろう。

一方、応力比も p' も増加する ab に対しては、除荷の要素がないので、上述のケースのように異なった二つの考え方が生まれる余地はないので、次の式が妥当であろう。

$$\varepsilon(ab) = [\{\varepsilon(ac) + \varepsilon(cb)\} + \{\varepsilon(ad) + \varepsilon(db)\}] / 2$$

講 座

.....(4.20)

式(4.17)～(4.20)ではひずみ増分を用いているが、AB, または ab が十分に大きな応力変化であるとして、 $\epsilon(AB)$, または $\epsilon(ab)$ が、それに対するひずみの変化量を表しているとする。いま、

$$\epsilon(AB) = \epsilon(AC) + \epsilon(CB) = \epsilon(AD) + \epsilon(DB) \quad \text{.....(4.21)}$$

あるいは、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon(CB) &= \epsilon(CA) + \epsilon(AB) \\ \epsilon(AD) &= \epsilon(AB) + \epsilon(BD) \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(4.22)}$$

および、

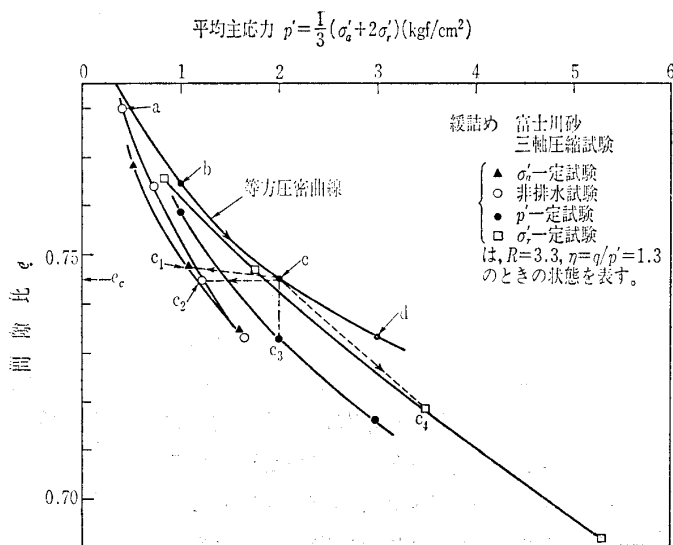
$$\epsilon(ab) = \epsilon(ac) + \epsilon(cb) = \epsilon(ad) + \epsilon(db) \quad \text{.....(4.23)}$$

が成り立つとする。このとき、ひずみ ϵ は応力径路によらず、その応力点に対応した ϵ の大きさが一義的に決まることになる。なお、この場合は式(4.17)～(4.20)が全微分型になっている。

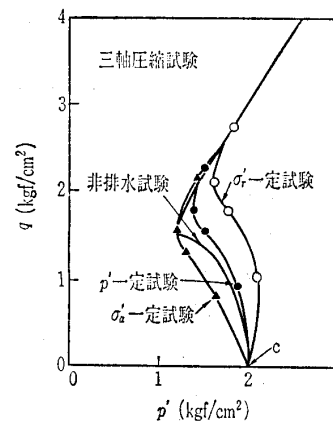
正規圧密粘土の体積ひずみに対して、Rendulic (レンドリック) および Henkel (ヘンケル)¹⁸⁾ は式(4.22)および式(4.23)が適用できるという実験結果を示した。これが後に、Cambridge 学派の“限界状態の土質力学 (Critical State Soil Mechanics)”における限界状態曲面 (State boundary surface) の概念に発展した。すなわち、土に塑性的な変形が生じているときの、平均有効主応力 p' ～主応力差 q ～間隙比 e 関係は、応力径路にかかわらず常に限界状態曲面上の一点 (state point) で示されるとする立場である。しかし実験的には、これが必ずしも成り立たないというデーターを、次に示す。

4.3.2 砂による検証実験

図—4.15(a)は、緩詰め富士川砂の三軸供試体を等方圧密したときの圧密曲線と、等方圧密後 a, b, c, d の点から ① σ_a' 一定排水試験、②非排水試験、③ p' 一定排水試験、④ σ_r' 一定排水試験を行って、 $R = \sigma_a' / \sigma_r' = 3.3$ ($\eta =$



図—4.15(a) 緩詰め砂の各種応力径路に対する $e \sim p'$ 関係 (データーは文献7)による)



図—4.15(b) $e = e_c$ 面における $p' \sim q$ 関係¹⁹⁾

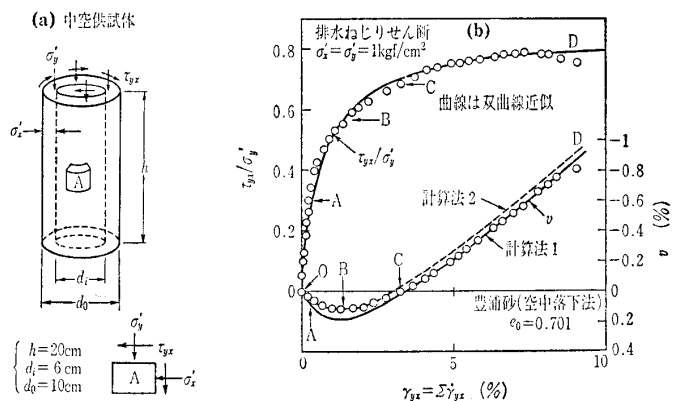
$q/p' = 1.3$) になった点の状態を示したものである。例えば、点 c からせん断を始め、 $R = 3.3$ のときの点が c_1, c_2, c_3, c_4 である。図を見ると、同じ種類の試験に対応する点は、それぞれの滑らかな曲線上にくるが、異なった種類の試験に対する曲線は一致していない。

ほかの $\eta = q/p'$ に対して図—4.15(a)と同様な整理をし、 $p' \sim q \sim e$ 空間において、 $e = e_c$ (点 c に対する e の値) の面との交線を求めると、図—4.15(b)のようになる。これらの曲線は、異なった試験法から求めた等体積条件下での有効応力径路に相当するが、明らかに四つの試験法で異なった $p' \sim q$ 関係を示している。つまり応力径路によらない一義的な状態曲面がこの場合には存在しないことを意味する。低塑性粘土 ($PI = 12\%$) についても同様な実験例もある¹⁹⁾。一般的にいて、ひずみ (特にせん断ひずみ) は応力径路依存性が強いとされている。したがって発生ひずみ量を経験的な手法だけを頼りにして、厳密に予測するのは無理といわざるをえない。

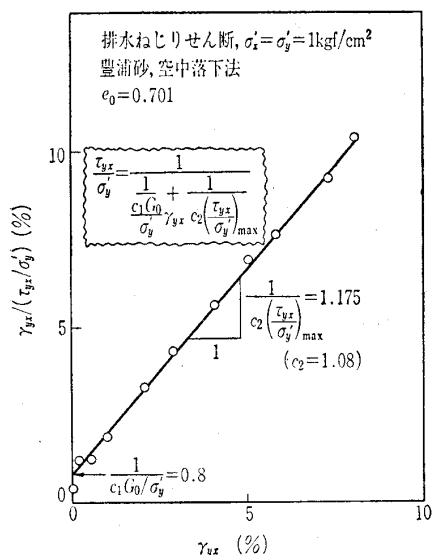
本節の最後に、以上示してきた考え方の意味を、実際のデーターに基づいて説明しよう。

4.3.3 排水せん断の結果から非排水せん断の予測

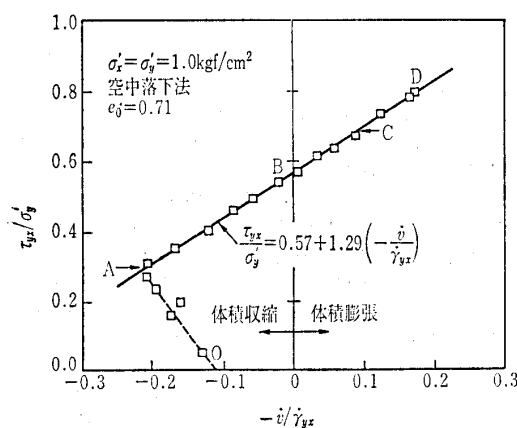
ある特定の応力径路に対する排水せん断の結果を用いて、非排水せん断特性を予測する問題である。図—4.16(a)に



図—4.16 砂の排水ねじりせん断試験の例 (データーは文献9)による)



図—4.17 砂の排水ねじりせん断における双曲線関係
(データは文献9による)



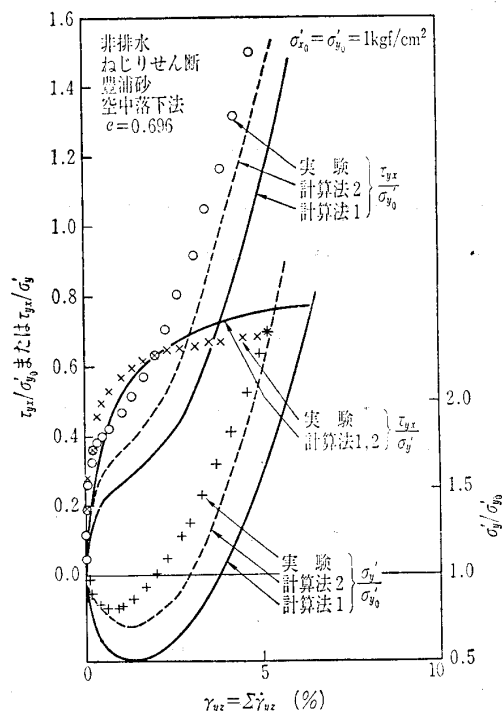
図—4.18 砂の排水ねじりせん断における応力比～ダイレイタンスー関係(データは文献9による)

示すような飽和中空供試体を $\sigma'_x = \sigma'_y = 1 \text{ kgf/cm}^2$ に保ったまま、排水状態でせん断応力 τ_{yz} を加えたときの応力・体積ひずみ～せん断ひずみ γ_{yz} の関係が、図—4.16(b)に描かれている。この場合も、応力比とせん断ひずみの間には、双曲線近似がよく適合している(図—4.17)。また応力比とダイレイタンスー比 $(-\dot{v}/\dot{\gamma}_{yz})$ の間には、図—4.18に示すように、せん断初期OAを除くと線型関係が成り立っている。

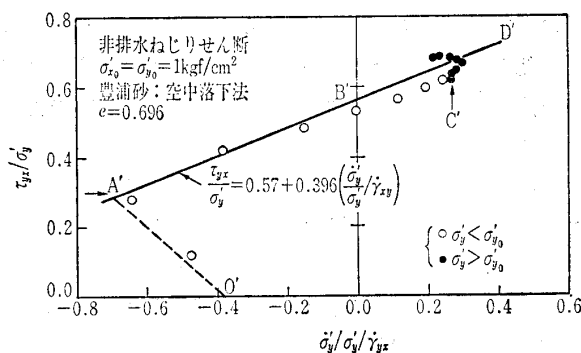
図—4.16(b)において、計算法1とは図—4.18におけるADの直線関係をせん断開始時から用いた場合、計算法2とは図—4.18のO—A—D関係をそのまま忠実に用いた場合であるから、計算法2の近似度がよいのは当然である。

ここで断わっておかねばならないが、図—4.16の中空ねじり試験結果を、三軸圧縮のデータを用いて予測するといった種類の問題は扱わない。同じ中空ねじり試験で、排水試験のデータから非排水せん断時の挙動を予測する問題に限定する。

いま、図—4.17で求めたパラメーターが σ'_y の値によら



図—4.19 砂の非排水ねじりせん断の例
(データは文献9による)



図—4.20 砂の非排水ねじりせん断における応力比～ダイレイタンスー関係(データは文献9による)

ないとし、この関係をそのまま非排水せん断に対しても適用できるものとする。また砂の場合、異方圧密中のせん断ひずみの変化は小さいとして無視する。すなわち、 τ_{yz}/σ'_y 一定のまま σ'_y が増加しても $\dot{\gamma}_{yz} = 0$ と仮定する。これは計算を簡単化するためであり、もっと厳密な計算を行うためには、この仮定の是非を検討しなければならない。図—4.19には、 $\tau_{yz}/\sigma'_y \sim \gamma_{yz}$ 関係の実験結果と、図—4.16, 4.17で示した双曲線関係とが比較してあるが、両者の差異はそれほど大きくはない。

図—4.14(b)におけるAB、およびabを非排水せん断に対応する応力径路とする。式(4.17)あるいは式(4.19)のいずれの考え方を採用するにせよ、 $\tau_{yz} = 0$ および $\tau_{yz} \neq 0$ における $\sigma'_x = \sigma'_y$ の変化と、それに起因する体積ひずみ変化の関係が必要となる。図—4.5で示したように、砂の粒子が破壊しない程度の拘束圧の下では、 v と $\log_{10} \sigma'_y$ の間には直線関係がない。しかし、ある一定範囲の σ'_y に対して

講 座

は直線関係

$$v-v_0=\kappa'\log_{10}(\sigma_y'/\sigma_{y0}')\dots\dots\dots(4.24)$$

を仮定できよう。すると、上式から

$$\dot{v}=\frac{\kappa'}{\ln 10}\left(\frac{\dot{\sigma}_y'}{\sigma_y'}\right)\dots\dots\dots(4.25)$$

図—4.18に示した関係での $\dot{v}$ と式(4.25)における $\dot{v}$ の和がゼロであるという非排水（等体積）せん断の条件を用いると、

$$\frac{\tau_{yx}}{\sigma_y'}=0.57+\frac{1.29\kappa'}{\ln 10}\{(\dot{\sigma}_y'/\sigma_y')/\dot{\gamma}_{yx}\}\dots\dots\dots(4.26)$$

が得られる。実際のデーターでも、図—4.20に示すように式(4.26)に近い線型の関係が得られている。この場合、 $\kappa'=0.7(\%)$ である。なお図—4.20中のO'A'は、同様な考えで $\kappa'=0.7$ を用いて図—4.18のOAから求めたものである。

図—4.17と4.20に示す関係より求めた $\sigma_y'/\sigma_{y0}'\sim\gamma_{yx}$ 関係を、図—4.19に示す。ただし計算法1は、図—4.20でのA'B'D'関係(すなわち式(4.26)で $\kappa'=0.7$ としたもの)をせん断開始時から用い、計算法2では図—4.20でのO'A'B'D'関係を用いている。更に図—4.19の $\tau_{yx}/\sigma_{y0}'\sim\gamma_{yx}$ 関係は、計算による $\tau_{yx}/\sigma_y'\sim\gamma_{yx}$ 関係と $\sigma_y'/\sigma_{y0}'\sim\gamma_{yx}$ 関係とを組み合わせて求めたものである。かなり単純化した仮定を用いているにもかかわらず、全体として、実験と計算による値の傾向は似ているといえよう。

以上の実験値と計算値の比較は「両者がよく一致していること」を提示するのが目的ではない。むしろ一致するのが不思議なほど非常に単純化した仮定を用いていることに注目して欲しい。つまり、なるべく簡単な仮定を用いて、土の応力～ひずみ関係の基本的構造を示すのが目的である。同時に、経験的手法の限界も自ずと明らかであると思われる。すなわち要約すると、

- (i) 以上の計算で表れてくる各種パラメーターの間の有機的な関連、およびその変化の法則が説明されていない。
- (ii) 実験値との対応が必ずしもよくない。
- (iii) より普遍的な応力径路（載荷・除荷を含む）における変形特性の予測をするためには、更に別の仮定（もしくは法則）を導入しなければならない。

これらの問題は、経験式的手法だけでは扱えない。より高度な理論的研究が必要となってくる。しかし、どの理論的研究も、以上に例示した計算法と対立するものではなく、その延長上にあると考えるべきであろう。いずれにしても、ここで述べた計算法や計算結果が、後続して紹介される理論的研究を理解する上で一助になれば幸いである。

参 考 文 献

- 1) Namy, D.: An Investigation of Certain Aspects of Stress-Strain Relationships for Clay Soils, Ph. D. Thesis, Cornell University, 1970.
- 2) Gens, A. and Potts, D.M.: Application of critical state soil models to the prediction of the behaviour of a normally consolidated low plasticity clay, Proc. of Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, pp. 312-323, 1982.
- 3) Shimizu, M.: Effect of Overconsolidation on Dilatancy of a Cohesive Soil, Soils and Foundations, Vol. 22, No. 4, pp. 121-135, 1982.
- 4) Rowe, P.W.: The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact, Proc. Roy Soc. A, 269, pp. 500-527, 1962.
- 5) Ruwaih, I.A.: On the Plastic Behaviour of Granular Materials, Proc. Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, pp. 270-279, 1982.
- 6) Byrne, P.M. and Eldridge, T.L.: A Three Parameter Dilatant Elastic Stress-Strain Model for Sand, Proc. Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, pp. 73-80, 1982.
- 7) 龍岡文夫：三軸せん断装置を用いた砂の変形特性に関する基礎的研究，東京大学博士論文，1972。
- 8) El-Sohby, Mohamd A.: The Behaviour of Particulate Materials under Stress, Ph. D. Thesis, The Victoria University of Manchester, 1964.
- 9) 福島伸二：ねじりせん断試験による砂の変形強度特性，東京大学博士論文，1982。
- 10) Kondner, R.L.: Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils, J. Soil Mech. and Found. Div., ASCE., Vol. 89, No. SM1, pp. 115-143, 1963.
- 11) Kondner, R.L. and Zelasco, J.S.: A Hyperbolic Stress-Strain Formulation for Sands, Proc. 2nd Pan Am. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Brazil, Vol. 1, pp. 289-324, 1963.
- 12) Byrne, P.M., Vaid, Y.P. and Samarasekara, L.: Undrained Deformation Analysis Using Path Dependent Material Properties, Proc. Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, pp. 294-302, 1982.
- 13) Schofield, A.N. and Wroth, C.P.: Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, London, 1968.
- 14) 太田秀樹：Analysis of Deformations of Soils Based on the Theory of Plasticity and its Application to Settlement of Embankment, 京都大学博士論文，1971。
- 15) 松岡 元：Deformation Characteristics of Soil, 京都大学博士論文，1973。
- 16) Martin, G.R., Finn, W.D. Liam, and Seed, H. Bolton.: Fundamentals of Liquefaction under Cyclic Loading, J. G.E. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, No. GT5, May, pp. 423-438, 1975.
- 17) 八木則男：繰返しせん断による砂の体積変化と過剰間隙水圧，第7回土質工学研究発表会，pp. 297-300, 1972。
- 18) Henkel, D.J.: The Relationship between the Strength, Pore-Water Pressure, and Volume Change Characteristics of Saturated Clays, Géotechnique, Vol. 9, No. 3, pp. 119-135, 1960.
- 19) Gens, A. and Potts, D.M.: A Theoretical Model for Describing the Behaviour of Soils not Obeying Rendulic's Principle, Proc. Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, pp. 24-32, 1982.

(原稿受理 1983.6.13)