

講座

まず「MHD」を

2. MHD とは

安 積 正 史

(日本原子力研究所)

MHD Model

AZUMI Masafumi

Japan Atomic Energy Research Institute, Ibaraki 311-0193, Japan

(received 23 January 2001)

Abstract

Basic ideas of the MHD model are discussed and the usefulness of the model is described. Starting from the Vlasov equation with Fokker Planck collision term, the MHD equations are derived, and based on these equations, fundamental properties of MHD equilibrium and a linear response of a plasma are discussed. Finally, the inclusion of non-MHD effects into the MHD model is briefly reviewed.

Keywords:

MHD equation, MHD equilibrium, MHD wave, MHD stability, model extension

1. はじめに

「プラズマというのは物質が高温になるにつれ固体、液体、気体となって最後に原子がイオンと電子にバラバラになった第四の状態のことですね。なのに、どうして液体と同じような流体モデルなんか使って研究をするのですか。」とよく聞かれます。いまや実験室の中でも数千万度、数億度のプラズマができていて、というわけです。流体モデルを生業の一つとしている研究者の一人としてはなかなか耳の痛い質問です。確かにプラズマというのは電子とイオンという電荷を帯びた粒子（荷電粒子）の集まりで、これらの粒子は原子という束縛から解放されて広い空間を運動しています。ただ、物質が高温になって解放されたのは荷電粒子だけではなく、これまで原子の中に閉じ込められていた電磁力も一緒に解放されています。その結果、荷電粒子はこの遠距離まで作用の及ぶ電磁力を通してお互いに影響を与えながら運動することになります。そして、この非常に強い電磁力の

もとでは荷電粒子は中性粒子のように個々の粒子が勝手に動き回るわけにいかないのです。原子という微小な空間でイオンと電子が一对で向き合っていた状態から解放され、今度は広い空間の中で荷電粒子が集団として強い束縛を受けながら運動することになります。もちろん、液体や気体のような流体とは違って個々の粒子の個性は非常に重要な役割を果たしていて、ある粒子は電磁場の中で非常に敏感にその作用を受け、また、逆に電磁場を作りだして他の大多數の運動に影響を与えます。この性質はプラズマ温度が高くなり粒子の運動が活発になるにほど重要になることは言うまでもありません。しかしこの場合でもプラズマ全体としての制約を強く受けています。したがって、個々の粒子に着目してプラズマの性質を調べる場合でもまずプラズマ全体の動きを正確に捉えておくことが必要になります。このようなプラズマの集団としての巨視的な動きを調べるために有効なモデルが電磁流体モデルです。ただし、完全中性プラズマで

author's e-mail: azumim@fusion.naka.jaeri.go.jp

は実際には方程式の中に電場は陽には入ってきません。プラズマ中での荷電粒子に対する電場と磁場の役割りの違いは、このモデルで対象とするゆっくりした現象では、粒子が動いたときに作られる電場は即座にまわりの粒子によって遮られ電気的中性が保たれるのに対して、粒子が連なって動いた、つまり電流として流れたときは回りの粒子が遮ることができないという理由によるものです。このため、通常、磁気流体(MHD)モデルと呼んでいます。この章では以下この MHD モデルとその基本的な性質について説明しますが、先程述べたようにプラズマが高温になって活性化し、粒子の個性がはっきりしてくると単純な MHD モデルだけでは理解することが難しくなります。このため、MHD モデルの拡張の試みも進められています。これについても最後に簡単に触れることにします。

2. MHD モデル

MHD 方程式については多くの優れた教科書があります[1]ので、導出の詳細についてはそれらを見ていただくことにして、ここでは全体像にふれることにしたいと思います。出発の式は、ボルツマン方程式（クーロン衝突項をもった Vlasov 方程式）で、電子とイオンそれぞれに対して以下の式で表されます：

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_j}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_j}{m_j} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_j}{\partial \mathbf{v}} = \sum_k C(f_j, f_k) \quad (1)$$

ここで、 $f_j = f_j(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ は j 種の荷電粒子の時刻 t での位相空間上の点 $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ における分布関数を表します。左辺は電磁場の下で運動する荷電粒子の位相空間での確率密度の保存を、また右辺の $C(f_j, f_k)$ は k 種の荷電粒子とのクーロン衝突を表します。蛇足ですがこの方程式は Vlasov 方程式で無視された 2 体相関をフォッカー・プランク方程式として取り込んだモデルで、（無衝突）Vlasov 方程式や、おもとの Klimontovich 方程式がもつ時間に対する可逆性を失っていることに注意しておいてください。このため、このボルツマン方程式で表される系は系の外との情報のやりとりがなければ時間とともにマクスウェル分布へと緩和していきます（H 定理と呼ばれています）[2]。これが MHD モデルの基礎を与えることになります。

プラズマ全体の振る舞いを知るにはこの分布関数を解いて細かい変化を調べるよりもその積分量の変化を調べることが理にかなっています。こうして、(1)式からいくつかの積分量に対する方程式を導くことになります。

位相空間 $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ のうち速度 $\mathbf{v}$ についてのみ積分をするのは、実空間 $\mathbf{r}$ については考える状況によって変化する度合いが大きいのにに対して速度空間 $\mathbf{v}$ については先に述べたように十分に緩和した状態ではマクスウェル分布からのずれが小さいと予想されるからです。(1)式に $\mathbf{v}$ のべき $\mathbf{v}^n$ ($n=0,1,\dots$) を掛けて f_j を速度空間で積分しモーメント $\langle \mathbf{v}^n \rangle_j$ をとっていきます。計算は自明的です。ところが、ここで $\langle \mathbf{v}^n \rangle_j$ の時間変化に対する方程式には一々次数の高いモーメント $\langle \mathbf{v}^{n+1} \rangle_j$ が入ってくることになります。つまり、無限に続く連立方程式が得られることとなります。連続関数を離散関数で表そうとするので当然ですが、どのレベルで打ち切って方程式を閉じるのか（closure 問題）は研究対象とする物理に依存することになります。MHD モデルでは分布関数が速度空間上で十分緩和していることを仮定し、速度について二次までのモーメントで打ち切ることにして三次以上のモーメントを無視することにします。三次のモーメント $\langle \mathbf{v}^3 \rangle_j$ はエネルギー束でプラズマの輸送に関連し、この項を完全に無視するわけでは（ちなみに、三次のモーメント方程式で $\langle \mathbf{v}^4 \rangle_j$ を $\langle \mathbf{v}^2 \rangle_j$ を使って近似して方程式系を close すると熱拡散方程式が導出されます。）こうして、電子とイオンのそれぞれに対する二次までのモーメント方程式が得られることとなります。二流体方程式と呼ばれている方程式です。この方程式系は電子とイオンの質量比に起因する時間スケールの大幅に異なった現象を表現しています。ここでさらに、 $n_e = n_i$ の準中性条件を仮定し、電子の慣性や変位電流などを無視します。これらの近似はプラズマがイオンの時間空間スケールよりもゆっくりした運動を表現するためのものです。こうして次に示す MHD 方程式が得られます：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla P + \Gamma P \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} \quad (5)$$

これにマクスウェルの電磁方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \mu_0 \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (6)$$

を組み合わせることによって $(\rho, \mathbf{u}, P, \mathbf{B})$ に対する方程式

が得られます。ここで $\rho = \sum m_j \langle v^0 \rangle_j \approx m_i n$ はプラズマ質量密度, $\mathbf{u} = \sum m_j \langle \mathbf{v}^1 \rangle_j / \rho \approx \mathbf{u}_i$ は流体速度, $P = \sum m_j \langle v^2 \rangle_j = P_e + P_i$ はプラズマ圧力, Γ は比熱比, η はプラズマの電気抵抗です。はじめに述べたように, 電場 E については(5)式を(6)式に代入すると見かけ上おもてに現れなくなります。これは準中性条件と変位電流を無視したためです。プラズマ電気抵抗は電子・イオン間のクーロン衝突によるもので電子温度の関数ですが, 上記のMHD方程式では電子温度を変数としてとっていないのでここでは定数としておきます。また, プラズマの圧力はスカラ表現していますが, 本来は速度の二次のモーメントで (3×3) のテンソルで表現されます。磁場中の粒子については, 対角要素は磁場に平行方向と垂直方向の2成分で表され, 平均値からの差は粘性項 $\nabla \cdot \pi$ として表されます。より詳細な粒子の分布関数の歪みも MHD 方程式ではこのテンソルを通して表現されることになりますが, もっとも基本的な MHD 方程式では粒子は速度空間上で十分緩和が進んでいるとしてこの圧力テンソルをスカラで表現しているわけです。実際, プラズマの大局的な振る舞いについては分布関数の細かい構造にはあまり依存しないので, この近似は広い範囲で有効性をもっています。

ここで有限電気抵抗を無視した理想MHD方程式のエネルギー保存則について見ておくことにしましょう。

$$\frac{\partial}{\partial t} (K + W) = 0 \quad (7)$$

$$K = \iiint \frac{\rho \mathbf{u}^2}{2} dV, \quad W = \iiint \left(\frac{B^2}{2\mu_0} + \frac{P}{\Gamma - 1} \right) dV$$

簡単のため積分は全空間にわたってしています。有限空間で積分をした場合は, 積分領域の境界面を通じたエネルギーのやりとりが付け加わることになります。 K は運動エネルギー, W は磁場エネルギーと内部エネルギーの和でポテンシャルエネルギーです。これらの和が全エネルギーとして保存することになります。(5)式の有限電気抵抗を入れると, 系のエネルギーが電気抵抗を通じて消費され, 時間的に単調に減少することになります。もちろん, 実際のプラズマでは, 消費された磁場エネルギーは熱の形で内部エネルギーに変換され, 全エネルギーが保存されることになります。この意味ではつじつまが但是没有ませんが, MHDモデルが対象とする現象の多くでは電気抵抗は磁力線のつなぎ替えによる磁場構造の変化に重要な役割を果たしており, これによるエネルギー変化の役割が小さいと考えられているためで

す。ところで, 散逸効果の観点からは(3)式で流体粘性も無視されています。中性流体のナビエーストークス方程式(N-S方程式)では粘性が運動の特異性を取り除く役割をはたしています。これに対してMHD現象では電気抵抗が磁場の特異性を取り除く役割を果たしているわけです。この意味で, N-S方程式のレイノルズ数 $Re = au/\nu$ (a は系の特徴的な長さ) に対して, 電気抵抗の度合いをはかる無次元量として磁気レイノルズ数 $R_m = au/\eta$, あるいは流体速度 u をアルヴェン速度 $v_A = B/(\mu_0 \rho)^{1/2}$ で置き換えたランキスト数 $S = av_A/\eta$ を用います。もちろん, プラズマが大きく乱れて運動エネルギーの短波長成分(微細な渦)にエネルギーが流れ込むような乱流現象を取り扱う場合にはMHD方程式でも(3)式に流体粘性項を取り入れて解析することになります。

3. MHD平衡

磁場中のプラズマの振る舞いを研究するうえで基礎となるのは, 外部から与えられた磁場とプラズマの間の力のバランスから決まる巨視的な平衡状態です。平衡方程式は散逸を無視して時間項をゼロとおくことにより

$$\rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (8)$$

あるいは,

$$\nabla \left(P + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad (8')$$

となります。つまり, プラズマ圧力と磁場圧力の全圧力が磁場とプラズマ流の曲率と釣り合っているわけです。右辺で磁場とプラズマ流の曲率項の符号が反対になっていることに注意しておきます。この式からプラズマ流 $\mathbf{u}$ はアルヴェン速度 v_A や音速 $c_s = \sqrt{P/\Gamma\rho}$ と同程度になったとき平衡に大きな影響を与えることがわかります。プラズマ流 $\mathbf{u}$ やプラズマ密度 ρ などには他のMHD方程式からくる制約が課せられていて, 例えば $\mathbf{u}$ に対しては $\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = 0$ から $\mathbf{u} = a\mathbf{B} + \mathbf{B}\nabla\phi/B^2$ の一般形が要請されます。こうした制約のもとで, MHD平衡の具体的な方程式を求め平衡状態の解析することになります[3]。

自然界ではプラズマ流の存在がむしろ一般的ですが, ここでは簡単のためにプラズマ流を無視した場合を考えことにします。この場合平衡方程式は $\nabla P = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$ となり, プラズマの圧力勾配が電磁力と釣り合う形をしてい

ます。この式は、粒子の立場から見ると、磁場中で旋回運動をしている荷電粒子の分布に不均一があるとその分布に沿って磁場に垂直に反磁性電流が流れることに対応しています。また、エネルギー的には(2)式のポテンシャルエネルギー W を極小化することに対応しています。ところで、この式は $\mathbf{B} \cdot \nabla P = 0$, $\mathbf{J} \cdot \nabla P = 0$ という重要な性質を示しています。つまり、プラズマの等圧力面が磁力線と電流によって覆われていることになります。プラズマがある有限領域に閉じ込められるためにはこの $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ によって覆われる面が閉じていることが必要なわけです。 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ の条件からスカラー関数 Ψ と Φ を用いて磁場を形式的に $\mathbf{B} = \nabla \Phi \times \nabla \Psi$ ($P = P(\Psi)$) と表すことが可能で、この Ψ = 一定面を磁気面と呼びます。例えば、よく取り上げられる軸対称系では磁場は $\mathbf{B} = \nabla \Phi \times \nabla \Psi + I(\Psi) \nabla \Phi$ と表され、平衡方程式の具体的な形は

$$R^2 \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} = -R^2 \frac{dP}{d\Psi} - \frac{d}{d\Psi} \left(\frac{I^2}{2} \right) \quad (9)$$

となります。これがよく知られた軸対称系におけるグラッド-シャフランフ方程式と呼ばれている方程式です。右辺は ϕ 方向のプラズマ電流に比例した関数で、真空中ではゼロになります。空間に浮かんだプラズマの平衡を調べるには、外部からの真空磁場のもとでプラズマ圧力分布とプラズマ電流分布を与えて解くことになります。右辺が一般には非線形で、かつ、プラズマ境界自体を解として求める必要がありますが、数値計算手法もほぼ確立していて、実際の磁場中でのプラズマの様々な特性を解析するための基盤を与えています (Fig. 1) [4]。これに対して、対称性がない場合には厳密な意味で磁気面が存在するかどうかは自明ではありません。しかし、周期性があると周期にわたって平均的に見た場合(9)式と同様の平衡方程式が得られ、これをもとに三次元での平衡の性質を議論することが可能です[6]。一方で、実際のプラズマでは厳密な意味での対称性をもつことはありません。こうした対称性の乱れや喪失がカオスの生成などプラズマの平衡や動的な振る舞いに与える影響も重要な研究課題で、盛んに研究が進められています。

ところで、平衡を決めるためのプラズマ圧力や電流は時間的経過のなかで決まってくるもので、平衡も物理的には時系列の中の一断面としてとらえる必要があります。一例としては、電気抵抗から決まる表皮時間より速くプラズマの圧力が上昇した場合は圧力面は磁場に凍り付いたままでスカラプラズマ内部では磁場の構造を変え

MAST Shot 2735, $t=150\text{ms}$
Ohmic, $I_p=725\text{kA}$

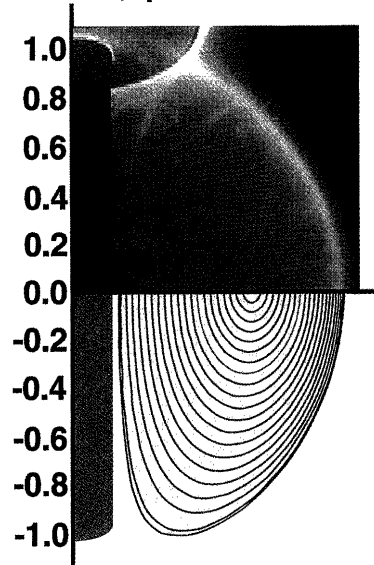


Fig. 1 CCD camera image of MAST tokamak plasma (upper half) and MHD equilibrium reconstructed by using Grad-Shafranov equation (lower half) [5].

ることなく平衡が変化していきます。磁束保存平衡 (FCT) と呼ばれる平衡の系列です。原理的にはプラズマの圧力はいくらでも高くなることになります。そして時間変化がゆっくりした段階になると有限電気抵抗による磁場の拡散が起こり、時として、与えた条件下では求められた平衡解が物理的に意味をなさなくなる場合もあります。平衡限界と呼ばれている現象です。このようにプラズマの平衡を時間変化の中でとらえるという見方は特に実験などでは重要な役割を果たしています[4]。

このような輸送に基づくゆっくりした平衡の推移とは対照的に、プラズマが不安定性を通してダイナミックに変化した場合には、平衡方程式にも別の拘束条件、つまり、プラズマが激しく乱れても保存する量が必要となります。これに対する Taylor の作業仮説がヘリシティ保存です[7]。この仮説では平衡は次に定義されるヘリシティ H を一定としてポテンシャルエネルギー W を極小にすることによって決まることになります。

$$H = \iiint \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} dV, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (10)$$

ここで $\mathbf{A}$ はベクトルポテンシャルです。この仮説からプラズマ圧力を無視した場合の MHD 平衡の条件として $\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{B}$ (μ は定数) が得られます。この関係は逆転磁

場ピンチの実験と良い一致を示していて、Taylor の作業仮説が良い近似で成り立つことを示しています。

4. MHD 振動と安定性

プラズマに生じた摂動は安定な時は定常振動あるいは減衰振動として伝搬しますが、不安定であると時間とともに成長してプラズマは(7)式のポテンシャルエネルギーがより低い状態へと移行することになります。プラズマにエネルギーの散逸効果がない場合には全エネルギーは保存しますから、減少したポテンシャルエネルギーは運動エネルギーの増加になります。この運動エネルギーが摂動の成長する時間スケールに比べてゆっくりした時間スケールで減衰し最終的に新しい平衡状態に落ちつくことになります。当初なかったプラズマの流れが生じ、定常流を形成することもあります。一方で、初期にプラズマに定常流がある場合、プラズマの運動エネルギーが電磁エネルギーに一旦変換され、磁力線のつなぎ替えなどを通して、プラズマの急速な放出を引き起こすこともあります。こうしたプラズマの動的な振る舞いを調べることはMHDモデルのもっとも重要な研究対象となり、非線形媒質での構造形成や自己組織化など複雑性科学の面からも幅広い注目を集めて研究が進められています[8]。その詳細は次章以降で詳しく紹介される予定ですので、ここではプラズマ流のない平衡での微小振幅に対するプラズマの線形応答に話をしぼって考えてみます。

まず、理想的プラズマと呼んでいます、有限電気抵抗を無視したプラズマについて見てみます[9]。平衡量からの微小摂動 v に対して MHD 方程式を線形化すると

$$\begin{aligned}\rho_0 \lambda^2 v &= -K[v] \\ K[v] &= -\nabla \cdot (\nabla P_0 + \Gamma P_0 \nabla \cdot v) \\ &\quad - (1/\mu_0) [(\nabla \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{b} + (\nabla \times \mathbf{b}) \times \mathbf{B}_0] \\ \mathbf{b} &= \nabla \times (v \times \mathbf{B}_0)\end{aligned}\quad (11)$$

が得られます。ここで、 $\lambda = \partial/\partial t$ とし、添字 0 は平衡量を表しています。この方程式は適切な境界条件のもとで、 λ を固有値、 v を固有ベクトルとする固有値方程式となります。なお、理想MHD方程式の重要な性質として、微分作用素 $K[v]$ がエルミート作用素で、固有値 λ^2 が実数となることが示されています。つまり、摂動は定常振動をするか単調成長(減衰)するかのどちらかになるわけです。そして、境界条件を満たすあらゆる可能な摂動 v に対してポテンシャルエネルギーが増加すれば、プラズ

マは安定で、摂動はMHD振動となります。この場合、振動の固有値 $\omega^2 = -\lambda^2$ は3つあり、(捻れ)アルヴェン波、圧縮性アルヴェン波および磁気音波と呼んでいます。このうち、特に、アルヴェン波 ($\omega_A = k_{\parallel} v_A$; $k_{\parallel} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{B}/B$) は磁場の構造に深く関わっており、粒子との相互作用などを通じてプラズマの振る舞いに重要な役割を果たしています。このことを見るために、 ω_A が x 方向に分布をもっているプラズマが非圧縮的に運動するとして、アルヴェン波の成分だけを近似的に取り出すと

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[f(x) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right] + k_y^2 f(x) v_x = 0; f(x) = \omega^2 - \omega_A^2(x)$$

という形の微分方程式が得られますが、この式は $\omega = \omega_A(x)$ を満たす点(共鳴面)で v_x が対数発散することを示しており、連続スペクトルと呼ばれています。共鳴面に接近した波は位相混合を起こしてエネルギーをプラズマに与え強い減衰を受けることになりますし、また、不安定性励起の原因になる場合もあります。理想的プラズマが不安定になる要因はプラズマ圧力とプラズマ電流に大別でき、圧力駆動型とか電流駆動型といわれています。成長率はアルヴェン時間 ($\tau_A = a/v_A$) の速い時間スケールになります。電流駆動型は電流の流れるプラズマ柱が捻れることにより磁場エネルギーを減少させるキンク不安定性などが代表例で、プラズマ電流や分布に制約を与えています。一方、圧力駆動型では、磁場エネルギーを変えことなくプラズマを入れ替えることにより内部エネルギーを減少させる交換型不安定性や流体のレイリー・テラー不安定性と同様に磁力線の曲率の悪いところ(等価重力が負)でプラズマの高圧力部が迫り出すバルーニング不安定性などがあり、プラズマ圧力の制限要因となっています。こうした理想MHD不安定性の研究は、理論的にも数値計算上も洗練されていて、具体的な事例に適用され成功をおさめています。

速い成長率の理想的MHD不安定性が抑制されても、プラズマ中の共鳴面で特異性を示す摂動に対しては、微少な電気抵抗が重要な役割を果たすようになります[10]。その代表例がテアリング不安定性と呼ばれる不安定性です。この不安定性の成長率は理想プラズマ不安定性に比べてはるかに小さいのですが、プラズマ中に磁気島を作り、磁場構造に根本的な変化を起こします。プラズマ中に摂動磁場が生じた時、共鳴面に摂動磁場と同方向の摂動電流 ($j = \Delta' b_x$; $\Delta' > 0$) が流れるとポテンシャルエネルギーが減少し、摂動を成長させることがわかります。 Δ' の正負が安定性の指標となっているわけで

す。また、成長率の電気抵抗依存性は不安定性の性質によって $3/5$ 乗から $1/3$ 乗と変化し、表皮時間より速い時間スケールで不安定性が成長することになります。共鳴面の両側では摂動から見た平衡磁場 $B_* = B_0 \cdot k/k$ が反平行になっている ($B_* \propto x$) ので、正の Δ' で摂動電流が成長すると共鳴面で磁力線のつなぎ替えがおこり、磁気島と呼ばれる磁場構造が形成されることになります (Fig. 2)。磁気島はプラズマの高温部と低温部の実効的な距離を短くし、プラズマの閉じ込めを劣化させるだけではなく、近接した共鳴面で複数の不安定性が生じると、磁場の乱雑化を引き起こしたり、非線形効果によって不安定性の急激な成長が生じ、プラズマの爆発的な変化を引き起こす原因ともなります。理想的不安定性の場合でも、摂動が大きくなるとダイナモ効果が生じ、磁力線のつなぎ替えを通じて新しい構造へと変化することがあります。また、こうした磁場の構造変化はプラズマの内在的不安定性ばかりではなく、外部から加えられた磁場揺動やプラズマ流などによっても引き起こされ、プラズマの多様性を生じる要因となっています[7]。

5. MHD モデルの発展

はじめに述べたように、プラズマが高温になり粒子の平均自由行程が対象とする現象の特徴的な長さより長くなると、摂動と粒子の共鳴的な相互作用(ランダウ減衰)が重要となりますし、新古典論効果のように粒子は平衡磁場の構造全体を反映して反応するようになります。粒子軌道にそって摂動を平均化する効果(有限ラーモア効果など)も出てきます。さらに、電子慣性項など電子系の微細な反応なども現象の理解に重要となってきます。一方、プラズマ自らが作り出す乱れが散逸効果として働き自分自身の巨視的な運動に強い影響を与える場合もあります。これらの効果を取り入れるため、現象の物理的特性に応じてモデルの拡張が行われています。例えば、熱化プラズマ中に高エネルギーイオンがある場合、その速度がアルヴェン速度の領域になると電磁場摂動と共鳴的な相互作用を行い、この効果が熱化プラズマによる安定化効果を上回るとプラズマは不安定になります。このような現象も高エネルギーイオンの応答について密度 n_h とイオン流 $V_{||h}$ を用いた流体的な表現で解析する手法[11]や高エネルギーイオンは粒子モデルで取り扱い、その圧力摂動分を熱化プラズマの運動方程式に反映する手法[12]などが用いられます。代表的な例ではトロイダル・アルヴェン固有モード励起(TAE)や、間欠的に摂動の励起減衰が繰り返される鋸歯状振動などの研究です。

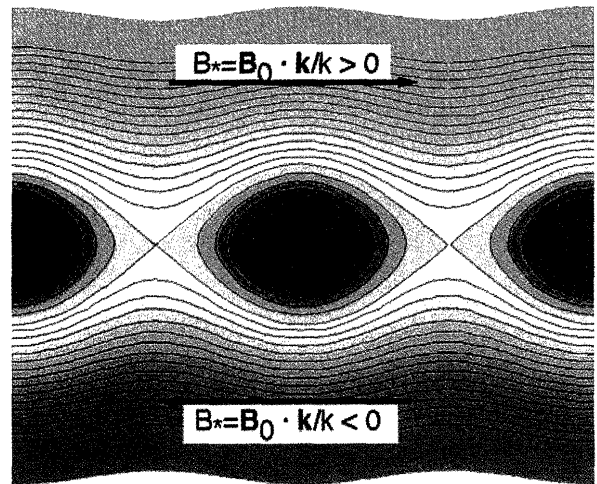


Fig. 2 Formation of magnetic island structure by the resistive tearing mode instability.

プラズマの電気抵抗が小さくなると共鳴面での摂動の特異性が顕著になり、巨視的な摂動に対しても電子の運動が重要な役割を果たします。この効果を取り入れるにはMHD方程式のオーム則(5)式をもとの電子の運動方程式に戻して次式を解くことになります：

$$E + u \times B = \eta J_{||} + \nu_e \Delta J_{||} + \frac{m_e}{ne^2} \frac{dJ_{||}}{dt} - \frac{1}{ne} \nabla_{||} P_e$$

電子の寄与は磁力線に沿った運動が重要となりますので右辺は磁力線方向の成分のみとっています。右辺第3項が無衝突領域での電子慣性による磁力線再結合効果を表していて、再結合の時間スケールがアルヴェン時間と電子慣性表皮時間による速い時間スケールで起こる可能性を示しています[13]。また第2項は磁力線の乱雑化による電子運動への粘性を表していて、いずれも磁力線に沿って電子がボルツマン分布をすることを妨げることにより再結合を引き起こすことになります[14]。また、摂動によっては電子慣性項の移流項 $(u \cdot \nabla) J_{||}$ を通して乱流粘性が生じ、乱流の自己維持機構となることも指摘されています[15]。

6. 終わりに

これまで見てきたようにMHDモデルは簡潔な表現でありながらプラズマの巨視的かつ基本的な振る舞いを解析し理解する上で重要な役割を果たしており、また、その物理的描像を把握するのに役立っています。MHDモデルの導出にあたってはプラズマが十分緩和していることを前提としていて、厳密にはその適用範囲は極めて制

限的ですが、実際の有効性は対象とする現象に対してプラズマ応答の粗視化がどこまで可能かに依存します。プラズマの激しい活動期や乱流状態など、緩和状態からほど遠い現象ではかえって粒子的特性が抑制され MHD モデルが現象の大局的特徴を記述するのに威力を発揮する場合もあります。プラズマの特徴は粒子集団としての振る舞いと個々の粒子の個性的な振る舞いの両方が場面場面で互いに影響し合いながら多様な物理現象を引き起こすことです。非線形媒質としてのプラズマの様々な側面を解きあかすことは今後一層重要となってくると考えられますが、そうした研究の中で、モデルの拡張を含め、MHD モデルも大きな役割を果たし続けることになると思います。

参考文献

- [1] 宮本健郎：核融合のためのプラズマ物理(改訂版)(岩波書店, 1987); K. Nishikawa and M. Wakatani, *Plasma Physics* (Springer, 1999).
- [2] S. Ichimaru, *Basic Principles of Plasma Physics-A Statistical Approach* (The Benjamin/Cummings Publication Company Inc., 1973).
- [3] H.P. Zehrfeld and B.J. Green, *Nucl. Fusion* **12**, 569 (1972); M. Furukawa *et al.*, *J. Plasma Fusion Res.* **76**, 937 (2000).
- [4] 安積正史：プラズマ・核融合学会誌 **71**, 411 (1995).
- [5] A. Sykes *et al.*, Invited paper G11.002, APS/ICPP Conference (Quebec City, October, 2000).
- [6] 若谷誠宏：プラズマ・核融合学会誌 **66**, 384 (1991).
- [7] J.B. Taylor, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1139 (1974).
- [8] D. Biskamp, *Nonlinear Magnetohydrodynamics* (Cambridge University Press, 1993).
- [9] J.P. Freidberg, *Ideal Magnetohydrodynamics* (Plenum Press, 1987).
- [10] D. Biskamp, *Magnetic Reconnection in Plasma* (Cambridge University Press, 2000).
- [11] D.A. Spong *et al.*, *Phys. Plasmas* **1**, 1503 (1994).
- [12] W. Park *et al.*, *Phys. Fluids B4*, 2033 (1992).
- [13] A.Y. Aydemir, *Phys. Fluids B4*, 3469 (1992).
- [14] A.J. Lichtenberg *et al.*, *Nucl. Fusion* **32**, 495 (1992).
- [15] K. Itoh *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **27**, 279 (1994). K. Itoh, S-I. Itoh and A. Fukuyama, *Transport and Structural Formation in Plasma* (Institute of Physics Publishing, 1999).