

内包量概念に関する児童の本質的なつまずきとその修正

麻 柄 啓 一*

CHILDREN'S FUNDAMENTAL MISCONCEPTION ON INTENSIVE QUANTITY CONCEPTS AND ITS REMOLDING

Keiichi MAGARA

Whereas Piaget established conservation task to assess children's understanding of extensive quantity, this study aimed at establishing another kind of conservation task to assess children's understanding of intensive quantity, e.g. the concept of density. The following study examined children's misconception of density by using our conservation task. Subjects were sixth graders. A typical question was asked in the conservation task : Which density is greater, a big or a small aluminium lump ? Although subjects were taught in advance that density of substance was given by its weight per unit volume (1 cm^3), commonly explained in school education, half of the subjects failed to answer the question. They answered that the density was greater for the big lump, suggesting they did not understand the concept of density by a commonly given definition. Results were discussed from the viewpoint of the formation process of intensive quantity concept. A teaching method to lead children to a better understanding of the nature of intensive quantity was proposed.

Key words : conservation of intensive quantity, misconception.

問題と目的

これまでの教育心理学の研究は児童の内包量の認識について正しくとらえてこなかったのではないかと。これが本研究の主題である。本論文では、内包量に関してこれまでに指摘されてこなかった(しかし極めて本質的な)児童の誤解を明らかにして、それを教育心理学的に考察する。さらにそのような誤解が生じないような教授方法の開発に向けてひとつの提案をすることを目的としている。

内包量 (intensive quantity) とは「強さの量」であり、「広がり」の量である外延量 (extensive quantity) と対置される(銀林 1983)。また外延量は合併という操作に関して加法性を満たすのに対して、内包量は加法性を満たさない。速度(速さ)、密度、濃度などが代表的な内包量

である。内包量の多くは通常、2つの外延量の商によって表示される。例えば、「速さ=距離÷時間」「密度=重さ÷体積」のように。以下では慣例によって、分母にくる外延量を「土台量」、分子にくる外延量を「全体量」と呼ぶことにする。

藤村 (1990) は内包量に関する児童の理解を調べる際に、2組の土台量と全体量を数字で与えて「どちらが速いか(濃いか)」の判断を求めた。その際、数字の関係によっていくつかのパターンが作られた。例えば、一方の量が等しい場合、土台量も全体量も一方が他方の倍数関係にある場合、そのような関係にない場合、など。教科書で内包量が扱われる場合にもこのようなパターンを経て「全体量÷土台量」が導かれることが多い。したがって藤村の問題はオーソドックスなものといえる。

これに対して、布施川・麻柄 (1989) は「速さ」概念を調べる際に、小学校6年生35人に以下のような問題

* 千葉大学 (Chiba University)

を出題した。ちなみに被験者は「速さ」の単元を5年時に学習済みである。(1)「時速30kmで走り続ける車があります。この車がAB間(20 km)を走っているときの速さと、CD間(130 km)を走っているときの速さは、どちらが速いでしょう(図略)」(2)「時速50kmで走り続ける車があります。この車が5分間走ったときと、3時間走ったときとでは、どちらの速さが速いでしょう(図略)」(いずれも選択肢による解答が求められた)。

この問題の意図は、「時速a kmで走り続ける」とは、走る距離の大小にかかわらず、また時間の大小にかかわらず同じ速さであることを児童が理解しているかどうかを見るというものであり、布施川・麻柄はこの問題をPiaget, J.のさまざまな保存課題に倣って「速さの保存」問題と名づけている。この問題で誤答が見られるとしたら、それは児童が「速さ」という内包量の基本的な性質を理解していないことを意味することになる。例えば、走った距離が長いほうが速さが速いと答えたとすると、それは「速さ」という内包量を外延量(全体量)と混同していることになる。正答者は(1)では19人(54%), (2)では17人(49%)であり、両方で正答だったのは15人(43%)にすぎなかった。

布施川・麻柄(1989)に引き続き、この結果を再確認する目的でいくつかの調査が行われた。土屋(1990)は、不注意による問題文の読み落としの可能性を検討した。以下の問題文の冒頭の一文がワープロによる倍角文字で印刷され、かつ「走りつづけている」の部分にアンダーラインが施された。「時速30kmで走りつづけている自動車があります。この車がAB間(2 km)を走っているときのスピードと、CD間(10 km)を走っているときのスピードではどちらが速いでしょう(図、選択肢略)」。被験者は中学1年生57人であり、この問題での正答者は34人(59%)にとどまった。問題文を読み落としたために誤答となった可能性は小さいといえよう。また中学1年生でもこの問題での正答率は高くないことが示されたことになる。

石松(1991)は、「下の図の車はコンピューターの働きで、何時間でも何日間でも時速30kmのスピードで走り続けています」という設定で上記(1)(2)を出題した。さらに(3)「時速40kmのスピードで走り続けている車が2時間走ると何km進むか」、(4)「90kmの道のりを3時間で行った車の時速は何kmか」という公式利用の問題も出題した。被験者は小学6年生41人である。正答者は、(1)が28人(68%), (2)が27人(66%), (3)が32人(78%), (4)が40人(98%)であった。また(1)(2)ともに正答だったのは22人(54%)にすぎなかった。この結果は、公式を正

しく用いることができて、速さの保存問題ではつまずく児童が多いことを示している。そしてこのことは、「速さ」という量の基本的な性質の理解を欠いたまま、公式を機械的に適用している児童が多いことを示唆している。

これら一連の調査結果は、「速さ」という内包量を児童が理解する上で、どこに困難点があるかを指し示している点で大変意義深い。また布施川・麻柄(1989)がこれを「速さの保存」問題と名づけているのも示唆に富む。もともとPiagetが考案した「保存問題」は、今問題にしている(その意味で適切属性とされている)量(あるいは数)の値は一定に保ったまま不適切属性上の値を変化させるという構造を持つ。そして周知のように、Piaget以降ある概念の真の理解を見ようとする場合には保存の達成がひとつの指標とされてきた。例えば、はかりを用いて重さの測定ができて「重さの保存」ができていなければ、本当に「重さ」という量の基本的な性質を理解していることにはならない、等々。

ここでわれわれは、Piagetの発達理論における保存問題の位置づけや、Piagetが想定した知的操作の性質に関心を持っているのではない。われわれの関心は以下の4点である。①速さの保存問題は新奇な問題ではなくて、Piagetの種々の保存問題と同一の構造を持っていること、②この種の問題での低正答率はその概念(この場合は速さ概念)の理解が不十分であるととらえ得ること、③速さ概念におけるこのような児童のつまずきはこれまでに教育心理学の研究においても、現実の学校場面においても全く気づかれてこなかったこと、④「速さ」という内包量だけではなくて、他の種類の内包量の理解についてもこのような観点から児童・生徒の理解を洗い直してみる必要があること、の4点である。

Piagetの保存課題は、重さ、体積、面積などすべて外延量に関するものであった。しかし布施川・麻柄(1989)は、内包量に関しても保存課題を用いて児童の理解を調べることが可能であり、また意義があることを示していることになる。本論文では「人口密度」と「物質の密度」に関する児童の理解を扱うが、以下の本論では布施川・麻柄(1989)に倣って「内包量の保存」という用語を用いる。従来のPiaget課題に照らしあわせて、この課題の特徴や学習者のつまずきの性質が理解しやすくなると考えたためである。

次にわれわれは、布施川・麻柄(1989)に基づいて、内包量の保存が成立しないメカニズムを検討する。教科書(小5)で「速さ」は、「距離÷時間」によって「単

位置量当たりの大きさ」を算出して求められることが説明される。しかしこのような説明は2つの点で児童の認識に重大な誤りを引き起こすだろう。第1点は、「速さ」という量は走っている車が瞬間瞬間に(初めから)持っている量であることの認識が弱くなる。つまり、単位時間(例えば1時間)走らなくても「時速a km」という量を持っていることの認識が弱くなる。第2に「単位量当たりの大きさ」は字義どおりとれば内包量ではなくて外延量である(例えば、「1時間あたりに進む距離」はあくまで「距離」である)。以上のような教科書の説明が速さの保存の成立を阻んでいると考えられる。

もしこのような推定が正しいとしたら、「速さ」以外の内包量についても事情は同じである可能性が大きい。すでに述べたように本論文では2種類の内包量を取り上げて、児童がその基本的な性質を正しく認識しているか否かを検討する。ここで内包量の基本的な性質の認識とは、土台量(あるいは全体量)の多少にかかわらず当該内包量の「強さ」は一定であるという認識をさす。そしてこれは操作的には内包量の保存問題への正答をもって定義される。予想通りの結果が得られたら、「討論」の項で内包量理解に関する過去の研究を批判的に検討して、児童の内包量理解の段階について新たな提案を行うことにする。また、現実の教育実践に対してもひとつの提案を行うことにする。

調査 1

「人口密度」を取り上げて、保存が成立しているか否かを検討する。人口密度も速さと同様、小学校5年の算数の「単位量当たりの大きさ」の単元で扱われている。ただし以下の調査ではこれを「球根密度」(畑に植えた球根のこみ具合)に変えて扱う。理由は一様な均等分布を前提にできるからである。主旨は人口密度と全く同じである。

方法

被験者は千葉県内の公立小学校2校の6年生それぞれ1クラス計68人である。1校は都市部の、もう1校は郡部の学校である。調査実施時期は1991年2月であった。球根密度に関する説明と問題が記載されたB4判のプリント1枚が被験者に配布された。各自のペースで説明を読み問題に取り組むよう教示された。所要時間は10分～15分間であった。

球根密度の説明の主旨は「面積1㎡あたりの球根の数を『球根密度』という」というものであり、教科書の人口密度の説明と対応している。プリントの概要をTABLE 1に示す。問題は3題あった。(3)が今回問題に

したい球根密度の保存問題にあたる(TABLE 1参照)。

TABLE 1 調査1で配布されたプリントの概略

2つの畑にチューリップの球根を植えた。Aの畑の広さは40㎡で360本の球根を植えた。Bの畑は24㎡で144本の球根を植えた(図略)。どちらの畑がこみあった植え方か。Aの畑にはBの畑よりたくさんの球根が植えられているが、畑の面積もだいぶ広い。そこで畑1㎡あたりに植えられた球根の数を比べることにする。面積1㎡あたりの球根の数を「球根密度」ということにする。球根密度は次の式で求められる。

$$\text{球根密度} = \text{全体の球根の数(本)} \div \text{畑の面積(㎡)}$$

この式を使ってAの畑とBの畑の球根密度を求めてみる。

$$\text{Aの畑の球根密度} = 360(\text{本}) \div 40(\text{㎡}) = 9$$

$$\text{Bの畑の球根密度} = 144(\text{本}) \div 24(\text{㎡}) = 6$$

以上の結果からAの畑のほうがこみあった植え方ということになる。同じようにしてほかの畑についても、植えた球根の数と畑の面積を調べて、1㎡あたりの球根の数を計算してみた。すると下の表のようになった。

畑	球根密度	畑	球根密度
Cの畑	7	Eの畑	8
Dの畑	12	Fの畑	5

さて、ここで下の問題に答えて下さい。

- (1) Eの畑の球根密度はどれだけか。
- (2) Cの畑1㎡とFの畑1㎡ではたくさんの球根が植えられているのはどちらか。
ア. Cの畑 イ. Fの畑 ウ. どちらも同じ
エ. わからない
- (3) Dの畑の広さは全部で100㎡ある。Dの畑の10㎡ぶんとDの畑全体(100㎡)ではどちらの球根密度が大きいのか。
ア. 10㎡ぶんの畑の球根密度の方が大きい
イ. 畑全体(100㎡)の球根密度の方が大きい
ウ. どちらも同じ エ. わからない

注. 下線部は実際には倍角の文字になっている。

結果

2つのクラスで問題(1)～(3)の何れでも正答者の割合に有意な差が認められなかったため、以下では2クラスまとめて結果を述べる。(1)での正答者は66人(97%)、(2)での正答者は65人(96%)とほぼ全員が正答であった。これに対して(3)での正答者は32人(47%)とかなり低かった。誤答では「イ. 畑全体の球根密度の方が大きい」を選んだ者が27人と大部分を占め、「ア. 10㎡ぶんの畑の球根密度の方が大きい」を選んだ者は9人と少数であった。なお(1)(2)で誤答だった計5人は(3)でも誤答であった。逆に(3)で正答の32人全員が(1)(2)でも正答であった。

考 察

問題(3)での正答率はかなり低いものであった。球根密度の保存が成立している者は半数に達してない。被験者はプリントの説明部分を参照しながら問題に答えたのである。したがって、今回の結果には被験者の“記憶力”は全く関与していない。

誤答者の大部分は、畑の面積が広いほど（土台量が大きいほど）密度は大きくなると考えている。これは密度を内包量として認識しているのではなくて外延量（チューリップの絶対数）として認識していることを示している。「面積1㎡あたりの球根の数を球根密度という」という説明では、被験者の認識において、「球根の数」イコール「密度」となってもなんら不思議はない。われわれは内包量を「単位量当たりの大きさ」として扱うことの限界に再び直面するのである。

内包量を「単位量当たりの大きさ」として扱う説明は、その畑のどの部分の1㎡をとってみても同じ数の球根が植えられていることになるから、その数値をもって畑全体の込み具合を表示する（したがって、取り上げる畑の広さにかかわらず密度は一定である）という主旨になるのであろう。ところが、このような論理操作を自発的に行うことが可能な者は半数に達しないことが今回の調査結果で示されているのである。内包量理解に関するこれまでの教育心理学的研究においても、現実の教育実践においても、このことは気づかれなかったものである。

調 査 2

調査1の結果から球根密度の保存が成立している者の割合は極めて低いことが明らかになった。それでは「保存の成立」と「文章題の解決」の関係はどうなっているのだろうか。この点を検討したい。

方 法

被験者は千葉市内の公立小学校の6年生1クラス34人である。調査実施時期は1991年3月であった。2種類のプリントが用いられた。1枚目のプリントでは、こみ具合の大小判断を求める3題の文章題が出題された。概略をTABLE 2に示す。このプリントを回収した後に調査1と同一のプリント（TABLE 1）を配布して解答を求めた。いずれも各自のペースで取り組むよう指示が与えられた。要した時間はそれぞれ約5分間と10分～15分間程度であった。

結果と考察

文章題での正答者は問題1が32人（94%）、2が33人（97%）、3が30人（88%）とほぼ全員が正答であった。

TABLE 2 調査2の文章題（3問）の概略

2つの畑に球根を植えた。どちらの畑がこみあった植え方か。またそう考えた理由を言葉か式で記せ。

1. Pの畑—42本, 3㎡ vs. Qの畑—42本, 2㎡
2. Rの畑—42本, 2㎡ vs. Sの畑—84本, 4㎡
3. Tの畑—84本, 4㎡ vs. Uの畑—66本, 3㎡

注. 畑を示す四角形の中に上記の数値が書き込まれていた。また選択肢と理由を書き込む欄があった（省略）。

問題3では正答者の大部分（28人）が1㎡当たりの本数を算出してそれを理由としていた。2枚目のプリント（TABLE 1）での正答者は(1)が32人（94%）、(2)が31人（91%）とほぼ全員が正答であった。しかし(3)での正答者は21人（62%）にとどまった。

TABLE 3 文章題3と 文章題の問題3と保存問題
保存問題(3) での正誤

文章題3	○	×
保	○ 19人	2人
存	×	11人 2人

文章題の問題3と保存問題での正誤の関係をTABLE 3に示す。保存問題での正答者の割合は有意に低かった（ $CR=2.22, p<.05$ ）。問題3で正答しても保存問題で正答できないものが11人いる。これらの者は内包量の基本的な性質を理解しないまま、公式を機械的に適用していると考えざるをえない。逆に言えば、公式を用いて文章題が解決可能となっても、それは内包量を理解したことにはならない。

今回の保存問題での正答率は調査1の2クラスより高かった。3クラス合わせた正答者数は102人中53人（52%）となる。しかしこれは依然としてかなり低い値である。

調 査 3

「物質の密度」（以下「密度」と記す）を取り上げて、「単位体積（1㎤）当たりの質量」という主旨の説明で、密度の保存が成立するか否かを検討する。なお密度は中学1年の理科第1分野の初期に扱われる。

方 法

被験者は千葉県内の都市部に位置する公立小学校2校（調査1,2とは異なる）の6年生それぞれ1クラス。クラス内をランダムな2群に分け、その一方を調査3の被験者とした（残りの半数には今回の調査とは無関係な問題を出題しているので、以下では考慮の対象外である）。被験者の人数は36人、調査実施時期は1991年2月であった。被験者は中学入学を目前にしており、数か月後にこの内容を学校で学習することになる。したがって、通常の学習者の年齢とほぼ等しい。

密度に関する説明と問題が記載されたB4判のプリント1枚が被験者に配布された。各自のペースで説明を読み問題に取り組むよう教示された。所要時間は約10分～15分間であった。密度の説明の主旨は「体積1 cm^3 あたりの重さのことを『密度』という」というものであり、教科書の密度の説明と対応している。プリントの概要をTABLE 4に示す。問題は3題あった。(3)が今回問題にしたい密度の保存問題にあたる(TABLE 4参照)。

TABLE 4 調査3で配布されたプリントの概略

「鉄は重い、木は軽い」と言うことがある。しかし、パチンコ玉くらいの鉄のかたまりと、とても大きな木の板ではどちらが重い(図略)。この場合は木のほうが重いね。だから、「鉄は重い、木は軽い」というのは、くらべる体積を同じにしてはじめて言える。そこで物質の重さをくらべるときには、体積1 cm^3 あたりの重さをもとめてそれをくらべる。

体積1 cm^3 あたりの重さのことを「密度」という。

密度は次の式で求められます。

$$\text{密度} = \text{物質の重さ (g)} \div \text{物質の体積 (cm}^3\text{)}$$

この式を使って鉄と木の密度を求めてみる。下の図(略)のような鉄のかたまりとマツの木を用意した。重さと体積をはかったら下ようになった。

鉄 ———— 体積100 cm^3 重さ800g

マツの木 — 体積400 cm^3 重さ200g

鉄の密度は、次のようになる。

$$800(\text{g}) \div 100(\text{cm}^3) = 8$$

マツの木の密度はつぎのようになりますね。

$$200(\text{g}) \div 400(\text{cm}^3) = 0.5$$

以上の結果から鉄のほうのはるかに密度が大きい。手に持ったときに鉄の方がずっと重いのは密度が大きいからだ。

同じようにしているいろいろな物質の体積と重さを調べて、密度を計算して下の表にまとめた。

物質	密度	物質	密度
金	19	ガラス	2.5
銀	11	コルク	0.2
アルミニウム	3		

次の問題に答えてください。

- (1) 1 cm^3 の体積のアルミニウムがある。密度はどれだけか
 (2) 1 cm^3 のアルミニウムと1 cm^3 のガラスではどちらが重いか。
 ア. アルミの方が重い イ. ガラスの方が重い
 ウ. どちらも同じ重さ エ. わからない
 (3) 小さなアルミのかたまり(1 cm^3)と大きなアルミのかたまり(10 cm^3)ではどちらの密度が大きいか。
 ア. 小さいアルミの密度の方が大きい。
 イ. 大きいアルミの密度の方が大きい。
 ウ. どちらも同じ エ. わからない。

注。下線部は実際には倍角文字になっている。

結果と考察

2つのクラスで問題(1)～(3)の何れでも正答者の割合に有意な差が認められなかったので、以下では2クラスまとめて結果を述べる。

(1)での正答者は26人(72%)、(2)での正答者は29人(81%)であり、かなり高い正答率である。これに対して(3)での正答者は13人(36%)と極めて低い。誤答では「イ. 大きいアルミの密度の方が大きい」を選んだ者が20人と大部分を占め、「ア. 小さいアルミの密度の方が大きい」を選んだ者が2人、「エ. わからない」を選んだ者が1人であった。物質の密度に関しても誤答者の大部分は、体積が大きいほど(土台量が大きいほど)密度は大きくなると考えている。これは密度を内包量として認識しているのではなくて外延量(絶対的な重さ)として認識していることを示している。「1 cm^3 あたりの重さを密度という」という説明では、被験者の認識において「重さ」イコール「密度」となってもやはりなんら不思議はない。なお参考までに問題(1)(2)と(3)での正誤

TABLE 5 調査3の問題(1)(3)の関係

(1)\(3)	○	×
○	11人	15人
×	2人	8人

TABLE 6 調査3の問題(2)(3)の関係

(2)\(3)	○	×
○	13人	16人
×	0人	7人

の関係をTABLE 5, TABLE 6に示す。(1)や(2)が正答で(3)で誤答の者は多いが、その逆のパターンの者はほとんどいない。

保存問題での正答率は調査1, 2よりさらに低かった。物質の密度の場合は全体量が重さという連続量であるのに対して球根密度の場合は全体量が球根の数という分離量であること、さらに球根密度の「こみあった植え方」という説明が物質の密度の場合とは異なってある程度空間的にイメージしやすいためと考えられる。

実 験

問 題

以上の検討を通して球根(人口)密度に関しても、物質の密度に関しても、「単位量当たりの大きさ」として説明すると、かなり多くの児童が内包量の基本的な性質を理解できないことが明らかになった。これは速さについての布施川・麻柄(1989)と同様の結果である。われわれが次に検討しなくてはならないのは、内包量をどのように児童に説明すれば、その基本的な性質が理解できるかという問題である。今回の実験では特に正答率の低かった物質の密度を取り上げて、この問題

の解明に向けてひとつの手がかりを得ることを目的としている。

これまでの考察から、「単位量当たりの大きさ」という説明に代わる説明を児童に与えなくてはならない。本実験では、「つぶ(原子や分子)のつまり具合を『密度』という」という説明(定義)を与える^{**}。さらに、「となりのつぶまでの距離が短いほど、つまり具合が大きい」という主旨の説明を加える。これによって、どの部分をとっても(体積に関わらず)となりのつぶまでの距離が等しいということを媒介にして、密度の保存問題での正答の増加が期待できよう。

調査3の被験者を比較群として扱い、今回の被験者の方が密度の保存問題で高い正答率を上げるであろうという仮説を検証したい。

方 法

被験者は東京都世田谷区立の小学校の6年生1クラス計42人である。実験実施時期は1991年2月であった。上述の主旨の密度に関する説明が記載されたB4判のプリント1枚が被験者に配布された。各自のペースで説明を読み、問題に取り組むよう教示された。所要時間は約10分～15分間であった。プリントの概要をTABLE 7に示す。問題は4題あった。

(4)が今回問題にしたい密度の保存問題にあたる。また(3)はとなりのつぶまでの距離が体積にかかわらず一定であることの理解を問う問題であり、今回新たに追加された。

結果と考察

(1)での正答者は40人(95%)、(2)での正答者は37人(88%)、(3)での正答者は28人(67%)、(4)での正答者は25人(60%)であった。今回の密度の保存問題での正答率(60%)は調査3での正答率(36%)より有意に高かった($\chi^2=4.25$, $df=1$, $p<.05$)。仮説は検証されたといえよう。60%という値自体は十分高いものとは言えないが、「分子」や「原子」といったなじみの薄い言葉が説明に用いられたことがひとつの原因として考えられる。(4)での誤答では、「ア.小さいアルミの密度の方が大きい」を選んだ者が11人、「イ.大きいアルミの密度の方が大きい」を選んだ者が6人であった。参考までに、プリント中の図3に即した問題(TABLE 7参照)では41人(98%)が正答であった。

^{**} Besancon, R.M. (1989) では「物質の密度はその物質の原子がいかにびっしり詰まっているかという微視的尺度である」と述べられている。したがって今回の説明(定義)は第一近似としては専門的にも妥当であるといえる。

TABLE 7 実験で配布されたプリントの概略

鉄のかたまりを持つとズッシリした重みを感じる。しかし木を持ってもそれほど重く感じない。なぜか。物質は分子とか原子と目に見えないくらい小さな「つぶ」がたくさん集まってきている。鉄の中には鉄のつぶがぎっしりつまっているが、木の中には木のつぶがそれほどぎっしりとはつまっていない。つぶの様子が見えるように絵にかくと次のようになる。

図1 鉄の中のつぶの様子

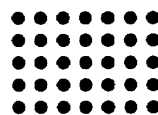
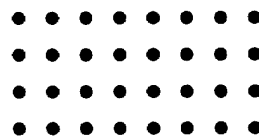


図2 木の中のつぶの様子



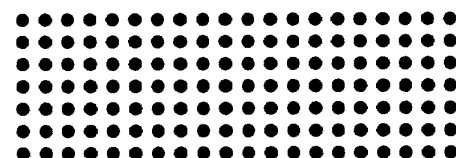
つぶはどの部分をとっても同じ並び方をしている。鉄の方はとなりのつぶまでの距離がとても短い。だからつまりぐあい大きい。木の方はとなりのつぶまでの距離が少し長い。だからつまりぐあい小さいわけだ。

つぶ(原子や分子)のつまりぐあいを「密度」という。

となりのつぶまでの距離が短いほど密度は大きくなる。

もう一回のぞいてみる。さっきより広いはんいをのぞいたところ下の図3のように見えた。これは鉄か木か? ()の中から選んで○をつけてください。→(鉄だと思う, 木だと思う)

図3



答えは鉄だ。となりのつぶまでの距離を見ればわかるね。図3は図1と同じだ。同じ物質なら広い範囲をとってみても狭い範囲だけ見てもとなりのつぶまでの距離はどこも同じだ。

科学者はいろんな物質の密度を調べた。それを下の表にまとめた。数字が大きいほど密度が大きいわけだ。つまりとなりのつぶ(分子や原子)までの距離が短いわけだ。

物 質	密度	物 質	密度
鉄	8	ガラス	2.5
アルミニウム	3	コルク	0.2
金	19	木(マツ)	0.5

次の問題に答えてください。

- (1) アルミニウムのかたまりがある。密度はどれだけか。
 (2) アルミとガラスではとなりのつぶ(原子や分子)までの距離はどちらが短いか。
 ア. アルミ イ. ガラス ウ. どちらも同じ
 エ. わからない
 (3) 小さなアルミのかたまり(1cm³)と大きなアルミのかたまり(10cm³)ではとなりのつぶ(原子や分子)までの距離はどちらが短いか。
 ア. 小さなアルミ イ. 大きなアルミ
 ウ. どちらも同じ エ. わからない
 (4) 小さなアルミのかたまり(1cm³)と大きなアルミのかたまり(10cm³)では、どちらの密度が大きいか。
 ア. 小さなアルミの密度が大きい
 イ. 大きなアルミの密度が大きい
 ウ. どちらも同じ エ. わからない。

注. (1) 下線部は実際には倍角文字になっている。

(2) 図1と図2の大きさが異なるのは、密度は体積の大きさとは無関係であること暗黙に示そうとしたためである。

以上の結果から、となりのつぶまでの距離に着目させて、つまり具合を「密度」と説明する方法はかなり有効であるといえる。またその説明を用いて解決する問題(図3を用いた問題)をあわせて用いたことも有効であったと考えられる。内包量の基本的な性質を理解させる場合の1つのヒントが得られたといえよう。

誤答パターンではこれまでの傾向とは異なって、土台量(体積)の小さい方の密度を大きいとする者が多い。これは、となりのつぶまでの距離が小さいほど密度は大きいという逆方向の関係にあるためと考えられる。この間の変換ができなかったか、あるいは「小さいアルミ」という部分を「となりまでの距離が小さい」と誤解した可能性が考えられる。また、配布されたプリントでは密度の数値が唐突に示されたため、それがとなりのつぶまでの距離を表わしているという誤解を与えた可能性も考えられる。この点をどのように改良するかが今後の問題となる。

参考までに問題(1)(2)(3)と(4)での正誤の関係を

TABLE 8 実験の問題
(1)(4)の関係

(1) \ (4)	○	×
○	24人	16人
×	1人	1人

TABLE 8~TABLE 10 に示す。(1)や(2)が正答で(4)で誤答の者は多いが、その逆のパターンの者はほとんどいない。また(4)での正答者は全員(3)でも正答であった。

TABLE 9 実験の問題
(2)(4)の関係

(2) \ (4)	○	×
○	22人	15人
×	3人	2人

TABLE 10 実験の問題
(3)(4)の関係

(3) \ (4)	○	×
○	25人	3人
×	0人	14人

討 論

本研究ではかなり多くの児童が内包量の基本的性質について理解していない実態と、それを正しい理解に導くための手がかりを明らかにした。用いたデータはきわめて単純なものであるが、内包量理解に関する教育心理学的研究に対しても、現実の教育実践に対しても、大きな問題を投げかけていると筆者は考える。以下2点に関して検討する。

1. 児童の内包量理解について

心理学におけるこれまでの内包量理解の研究では2種類の出題方法が用いられている。ひとつはPiaget, J.やSiegler, R.S.ほか(1979)が速度概念について行ったように、さまざまな条件でおもちゃの自動車等を実際に走らせて、被験者に「どちらが速いか」等の判断を求めるものである。これを具体的課題状況と名づける

ことにする。もうひとつは藤村(1990)が速度概念、濃度概念について行ったように、2組の土台量と全体量を数字で与えて、「どちらが速いか」とか「どちらか濃いか」等の判断を求める形式である。これをシンボリックな課題状況と名づけることにする。本研究で明らかになった事実はこれまでのこのような研究の中にどのように組み込まれるのだろうか。

本研究で明らかにしたのは、内包量を「単位量当たりの大きさ」としてシンボリックに表示すると、半数近くの児童は内包量の基本的な性質(内包量の保存)を理解できなくなるという事実であった。したがってこれは具体的な課題状況における判断とは一応切り離して考えたほうがよいと筆者は考える。なぜなら、具体的状況でたとえば速度の大小等判断が可能となっても、シンボリックに表示された速度の意味を理解できなくても当然だからである。順序としては、前者が達成されたあとで後者の達成が問題になる。

そこでシンボリックな課題状況における内包量(速度と濃度)の判断を扱った藤村(1990)の研究を詳しく検討する。藤村は小学校4年生から中学1年生までを被験者として、2つの速度(あるいは濃度)の大小判断を求めた。その際、土台量と全体量の数字の関係によっていくつかの問題パターンが区別された。例えば、一方の量が等しい場合、土台量も全体量も一方が他方の倍数となっている場合、そのような関係にない場合のように。そして被験者が用いた方略を抽出し、さらにSiegler, R.S.ら(1979)を参考にして段階を設定した。まず、抽出された方略は以下の3つである。

- ・A方略 1つの量のみによる判断
- ・B方略 2つの量の関係を倍数操作(たとえば一方の土台量を2倍して、他方の土台量と等しくする)による判断
- ・C方略 単位当たりの量を算出して判断
またこれをもとにした藤村の段階設定を以下に示す。
- ・段階1 一方の量に着目して判断する。
- ・段階2 一方の量が等しいときに限りもう一方の量に着目して判断する。
- ・段階3 2つの量が倍数関係にあるときに限り2つの量の関係を正確に判断する。
- ・段階4 あらゆる場合に2つの量の関係を正確に判断する。

段階2まではA方略のみでも解決可能であるが、段階3以降ではB方略やC方略が必要となる。藤村の結果では、速度概念に関しては小学校5年以降はほぼ全

員が段階3と4に位置する。また濃度概念については小学校6年以降はほぼ全員が段階3と4に位置している。

本研究で扱ったのは球根(人口)密度と物質の密度という2種類の内包量であった。これは藤村が扱った内包量とは異なっている。しかし本論文の問題の項では藤村と同じ速度に関する過去の研究も考察の対象としており、それを含めて本論文で扱ったデータ全体が内包量の保存の不成立という点では同様の結果であった。したがって、本研究で得られた結果から内包量概念の形成プロセスに関する以上の藤村の考察を検討することは意味のあることであろう。

本研究の結果に照らしてみると、内包量概念の形成プロセスに関する藤村の考察は表面的なものと言わざるをえない。まず第1に、内包量の保存の成立というプロセスが抜け落ちている。またこれと関連して3つの方略がはたして内包量の理解(あるいは概念形成)に関わると言ってもよいかどうかという問題がある。後者の問題から検討する。A方略は一方の外延量を単順に比較しているだけであり、内包量自体を比較しているのではないことは明らかであろう。B方略についても全く同様である。したがってわれわれは「どちらが速いか」とか「こみ具合はどちらが大きいのか」といった内包量の大小判断課題を解決できるということと、判断の際に内包量を用いているということを区別して考えなくてはならないのである。

それではC方略による課題解決は内包量の理解に基づいていると考えてよいのであろうか。これも場合によってはそうとは言えない。内包量を「単位量当たりの大きさ」として扱う場合、その数値でもって全体をも含むあらゆる部分の「強さ」が表わされていること(したがって取り上げる土台量の大きさにかかわらず内包量は一定であるということ)が理解されて初めて意味を持つ。ところが、このような理解に至っているのは約半数にとどまることが一連の調査で明らかになったわけである。この点の理解を欠いたまま公式を機械的に適用して正答しえたとしてもそれは内包量の理解に基づくものとは言えないことになる(ちなみに藤村(1990)では、4時間で84km進む船と3時間で66km進む船の速度の大小判断問題での正答率は小学校6年生で約90%に達する。これは石松(1991)や土屋(1990)の速さの保存問題での正答率よりかなり高い値である)。

以上の検討をもとにして藤村の考察を修正する。少なくともC方略が用いられるのに先立って「当該内包量の保存の成立」というプロセスが入らなくてはなら

ない。先の4段階に即してこれを述べると、遅くとも段階4に先立って「内包量の保存の成立」というプロセスが位置しなくてはならないことになる。もしそうでなければ「C方略」も「段階4」も内包量の理解とはならない。以上の考察は児童の内包量理解のプロセスに関する重要な提言になろう。

2. 教育実践に対する示唆

内包量の保存を成立させるためにはどのような働きかけが有効なのであろうか。まず教科書で用いられている内包量の定義を問題にしたい。すでに述べたように、例えば「1km²当たりの人口を人口密度といいます」という「定義」では「人口」イコール「人口密度」となってしまう。これは定義ではなくて人口密度の「表示方法」にすぎない。ちなみにある事典では人口密度は次のように説明される。「ある地域に居住する人口の粗密の度合いを示す数値。通常、人口をそれが居住する土地の面積で割り、単位土地面積当たりの人口で表示される」(日本大百科全書, 小学館)。ここでは「定義」と「表示方法」が区別されている。同様な問題は「物質1cm³あたりの重さをその物質の密度という」という表現にもあてはまる。

本論文の実験では「物質の密度」を「となりのつぶまでの距離」として定義することによってある程度の効果をあげた。また布施川・麻柄(1989)では走っているもの(こびとが用いられた)の「速さ」はまず擬態語「スタスタ」や「キーン」を用いて表わされた。さらにそれは風を切る強さ(本数)と結びつけられた。それによって速さの保存問題での正答率は飛躍的に上昇した。

以上の結果に基づくと、内包量の保存を成立させるためには次の2点の試みが重要であると考えられる。まず第1に、内包量は「全体量÷土台量」から算出されて初めて存在する量ではなくて、土台量の大きさにかかわらず、初めから存在している量であることを強調すること。「スタスタ」「キーン」という擬態語はこの点を感覚的に表現するのに有効であったと考えられる。密度に関しても同様に「ぎっしり」「すかすか」等の感覚的な表現が考えられる。

第2に学習の初期には、土台量や全体量とは異なる外延量によって暫定的に内包量を定義(説明)することである。「速さ」を「風を切る強さ(本数)」で定義したり、「物質の密度」を「となりのつぶまでの距離」として定義することがこれにあたる。つまり、当該内包量の“強さ”を適切に表現できる外延量と結びつける試みである。このような方法によって内包量の基本的な性質の理解が促進されよう。

引用文献

- 相賀徹夫(編) 1986 日本大百科全書 第12巻, 小学館, 536.
- Besancon, R.M. (池田光男他監訳) 1989 物理学大百科 朝倉書店 983—984.
- 藤村宣之 1990 児童期における内包量概念の形成過程について 教育心理学研究, 38, 277—286.
- 布施川博美・麻柄啓一 1989 児童の速さ概念に関する教授心理学的研究 千葉大学教育学部研究紀要, 37, 1, 55—66.
- 銀林浩(監修) 1983 わかる算数指導法事典 明治図書 245—246.
- 石松義輝 1991 「速さ」概念の獲得に関する実験の効果 千葉大学教育学部卒業論文 (未発表)

Siegler, R.S., & Richards, D.D. 1979 Development of time, speed, and distance concepts. *Developmental Psychology*, 15, 288—298.

土屋栄徳 1990 速さ概念のつまずきに関する調査 千葉大学教育学部卒業論文 (未発表)

謝 辞

調査ならびに実験にご協力頂きました小学校の児童の皆さんと担任の先生方(小川勉先生, 佐藤真奈美先生, 山本雅治先生, 渡辺憲明先生, 安達幸先生, 中村徳保先生)に御礼申し上げます。また本論文を執筆するにあたり千葉大学の仲眞紀子氏から助言を受けました。感謝申し上げます。

(1991年4月2日受稿)