

(昭和 18 年 4 月 3 日造船協會、造船協會阪神俱樂部聯合大會に於て講演)

立體配管の熱膨脹に依る應力計算法

船造協會正員 工學博士 奥 田 克 己*

造船協會正員 工學士 藤 田 秀 雄**

1 緒 言

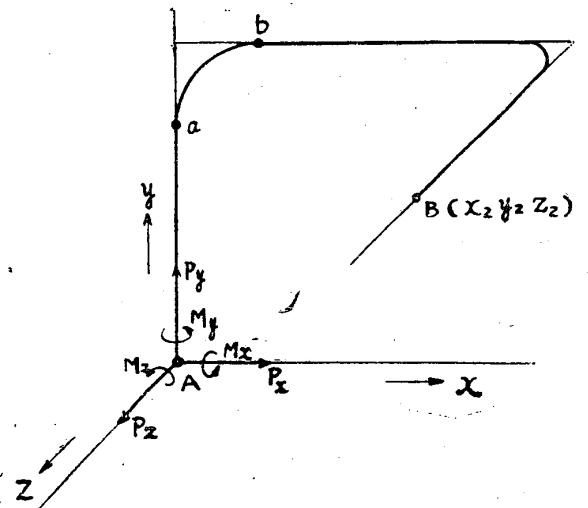
立體配管の熱膨脹に基く應力を取扱つたものは既に W. Hovgaard 氏¹⁾ 並に武藤清、角田泰助兩氏²⁾ の論文がある。前者は一般の立體配管に對し首題の應力を求むる解法原理並に近似的計算法を與へてゐる。後者は別の解法に基き計算表を用ひ機械的に計算する方法を示してゐる。

本題の應力計算を行ふに當り先づ配管に働く外力及モーメントを求める爲めに極めて煩雜な積分計算を繰返すことを必要とするが、本論文は能ふ限り計算の手數を省く爲め、配管を直線部分と彎曲部分とに分割し、その各區分に對しては豫め總ての場合を含む積分公式表を求め置き、これを使用して簡易に計算する方法を示したものである。本文に於ては簡單の爲め、配管は直交直線部と之を連結する圓弧部とより成り、且つ兩端固定の場合を取扱ふこととした。以下公式表の誘導並に應力計算法を説明し、數値計算例を以つて應力算出の手續を明かにした。

2 基礎方程式

第 1 圖は説明の爲めに採用した任意の立體配管を示し、一端 A 點を座標の原點に選び x, y, z 軸を圖の如く採るものとする。配管に働く各軸方向の外力及モーメント即 P_x, P_y, P_z 及 M_x, M_y, M_z を夫々圖示の如く軸の正方向に向ふものを正、そ

第 1 圖



* 三菱重工業株式會社社長崎造船所實驗場長

** 三菱重工業株式會社社長崎造船所技師

1) W. Hovgaard: "Stress in Three Dimensional Pipe Bend". Trans, ASME Vol. 75 Oct. 1935. p. p. 401~415.

2) 武藤 清、角田泰助: "熱伸張に依る蒸氣管の應力 (第三報) 曲管部を有する直角立體配管の應力" 鐵道省業務資料第二十八卷第二十二號昭和 15 年 10 月。

れと反対方向に向ふものを負とする。

今任意の配管 AB に於て B 端を固定されたものとし、 A 端に働く外力 P_x, P_y, P_z 及モーメント M_x, M_y, M_z により A 點に生ずる振り角 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 及變位 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ に就ての基礎方程式は次の (2.1) 式の如く書ける。

$$\left. \begin{aligned} A_{11}M_x + A_{12}M_y + A_{13}M_z + A_{14}P_x + A_{15}P_y + A_{16}P_z &= EI\theta_x = 0 \\ A_{21}M_x + A_{22}M_y + A_{23}M_z + A_{24}P_x + A_{25}P_y + A_{26}P_z &= EI\theta_y = 0 \\ A_{31}M_x + A_{32}M_y + A_{33}M_z + A_{34}P_x + A_{35}P_y + A_{36}P_z &= EI\theta_z = 0 \\ A_{41}M_x + A_{42}M_y + A_{43}M_z + A_{44}P_x + A_{45}P_y + A_{46}P_z &= EI\Delta x \\ A_{51}M_x + A_{52}M_y + A_{53}M_z + A_{54}P_x + A_{55}P_y + A_{56}P_z &= EI\Delta y \\ A_{61}M_x + A_{62}M_y + A_{63}M_z + A_{64}P_x + A_{65}P_y + A_{66}P_z &= EI\Delta z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.1)$$

茲に $A_{11} \sim A_{66}$ は總て積分に依り求まる係數、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は次式により與へられる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \alpha t l_x - \Delta l_x \\ \Delta y &= \alpha t l_y - \Delta l_y \\ \Delta z &= \alpha t l_z - \Delta l_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.2)$$

- 但し α : 管材の熱膨脹係數
- t : 管壁の平均溫度と取付時溫度との差
- l_x, l_y, l_z : 原點 A に對する B 點の座標
- $\Delta l_x, \Delta l_y, \Delta l_z$: 熱膨脹以外の外力に依つて管が強制的に x, y, z 軸方向に伸張せられる量

(2.1) 及 (2.2) の兩式より M_x, M_y, M_z 及 P_x, P_y, P_z の 6 個の未知數を解く事は理論上は可能であるが極めて煩雜となる。

3 係 數 の 求 め 方

本論の應力計算に當り先づ基礎方程式 (2.1) の係數 $A_{11} \sim A_{66}$ の値を求むる必要あり。之には一般に極めて煩雜な積分計算を必要とするが筆者は可及的計算の手數を省くために配管を直線部と彎曲部に分割し、その各區分に就き求めたる計算値 $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ を合計することに依て $A_{11} \sim A_{66}$ の値を求めんとするものにして、先づ $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ を求むる公式表の誘導法を説明する。

計算を簡單にする爲め前述の基礎假定即ち

- (イ) 配管の兩端は固定とす。
- (ロ) 配管の直線部は空間に於て互に直交し、各直線部の連結は圓弧を以てなす。

以上の外に更に次の假定を置くこととする。

- (ハ) 配管彎曲部の曲率半徑 R は一定とす。

$\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ を求むる公式表に於ては總て $R=1$ と置き長さ即ち x, y, z 及び l 等の代りに之等を R にて除したる比 x', y', z' 及び l' 等を用ひて式を簡單にし最後に $\sum \Delta A_{11}$ 等より A_{11} 等を求むる際に R^n を乘ずる手順を採用した。

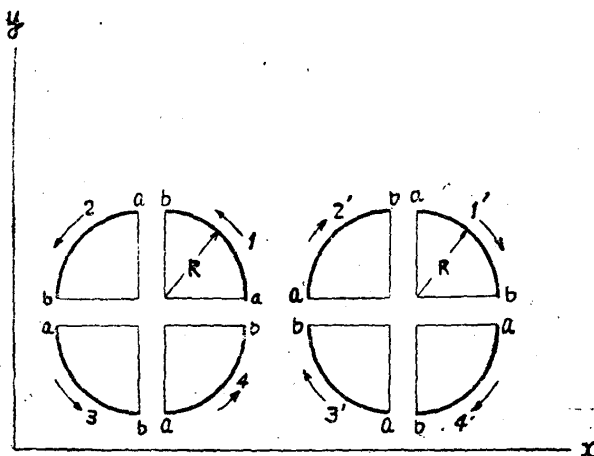
(1) 配管の分割

式(2.1)より明かなる如く係數 $A_{11} \sim A_{66}$ の意味は第1圖の如き任意の配管に於て管の一端 B は固定とし、他の一端 A に M_x, M_y, M_z, P_x, P_y 又は P_z の單位量が各單獨に作用する場合に配管全體の變形に依て A 點に誘起される廻轉 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 又は變位 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ の値に EI を乘じたものを意味するものであるが、配管全體を適當に區分して考ふる時は $A_{11} \sim A_{66}$ を各區分の變形に基く部分 $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ の總和であると見做す事が出来る。例へば第1圖 ab 間を以て一區分と考へれば、 A 點に作用する M_x, M_y, M_z, P_x, P_y 又は P_z の各單位量に依て生ずる ab 間の變形に基く A 點の廻轉又は變位に EI を乘じたものが即ち ab 區分に對する $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ の値である。依て全區分に就てそれぞれ $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ の値を求め之を合計すれば $A_{11} \sim A_{66}$ が得られる筈である。茲に E は材料の縦弾性係數 I は斷面の慣性モーメントとする。更に一步を進めて考へるに、 ab 區分に於て b 點を固定とし a 點に $M_x, M_y, M_z, P_x, P_y, P_z$ の各單位量が作用する時の a 點の廻轉及び變位に EI を乘じたものを $a_{11} \sim a_{66}$

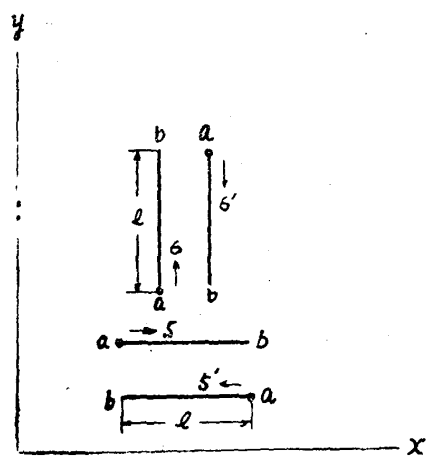
第1表 $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66} + a_{11} \sim a_{66}$ の關係

	M_x	M_y	M_z	P_x	P_y	P_z
$\Delta \theta_x$	$\Delta A_{11} = a_{11}$	$\Delta A_{12} = a_{12}$	$\Delta A_{13} = a_{13}$	$\Delta A_{14} = a_{14} + a_{13}y - a_{12}z$	$\Delta A_{15} = a_{15} + a_{12}z - a_{13}x$	$\Delta A_{16} = a_{16} + a_{12}x - a_{11}y$
$\Delta \theta_y$	$\Delta A_{21} = \Delta A_{12}$	$\Delta A_{22} = a_{22}$	$\Delta A_{23} = a_{23}$	$\Delta A_{24} = a_{24} + a_{33}y - a_{22}z$	$\Delta A_{25} = a_{25} + a_{12}z - a_{23}x$	$\Delta A_{26} = a_{26} + a_{22}x - a_{12}y$
$\Delta \theta_z$	$\Delta A_{31} = \Delta A_{13}$	$\Delta A_{32} = \Delta A_{23}$	$\Delta A_{33} = a_{33}$	$\Delta A_{34} = a_{34} + a_{33}y - a_{23}z$	$\Delta A_{35} = a_{35} + a_{13}z - a_{33}x$	$\Delta A_{36} = a_{36} + a_{23}x - a_{33}y$
Δx	$\Delta A_{41} = \Delta A_{14}$	$\Delta A_{42} = \Delta A_{24}$	$\Delta A_{43} = \Delta A_{34}$	$\Delta A_{44} = a_{44} + a_{34}y - a_{24}z + \Delta A_{34}y - \Delta A_{24}z$	$\Delta A_{45} = a_{45} + a_{35}y - a_{25}z + \Delta A_{14}z - \Delta A_{34}x$	$\Delta A_{46} = a_{46} + a_{36}y - a_{26}z + \Delta A_{24}x - \Delta A_{14}y$
Δy	$\Delta A_{51} = \Delta A_{15}$	$\Delta A_{52} = \Delta A_{25}$	$\Delta A_{53} = \Delta A_{35}$	$\Delta A_{54} = \Delta A_{45}$	$\Delta A_{55} = a_{55} + a_{15}z - a_{35}x + \Delta A_{15}z - \Delta A_{35}x$	$\Delta A_{56} = a_{56} + a_{16}z - a_{36}x + \Delta A_{25}x - \Delta A_{15}y$
Δz	$\Delta A_{61} = \Delta A_{16}$	$\Delta A_{62} = \Delta A_{26}$	$\Delta A_{63} = \Delta A_{36}$	$\Delta A_{64} = \Delta A_{46}$	$\Delta A_{65} = \Delta A_{56}$	$\Delta A_{66} = a_{66} + a_{26}x - a_{16}y + \Delta A_{26}x - \Delta A_{16}y$

第2番



第3番



とすれば $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ と $a_{11} \sim a_{66}$ との間には上記第1表の如き関係がある。但 x, y, z は A 點を座標の原点とする時の a 點の座標である。

上述の如き計算方法を探るために全配管を第2圖、第3圖の如く圓弧部及び直線部に分割し附記の如き區分を以て表はす。但し yz 又は zx 平面に於ても區分記號は同一とする。

然るときは假定(□)により配管の各部分は上記區分記號の何れかに該當する筈である。

(2) 係數相互の關係

各係數即ち $A_{11} \sim A_{66}$, $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$, $a_{11} \sim a_{66}$ の相互間には密接なる關係が存在する故、その關係を明かにすることにより公式誘導上にも亦その結果を檢査する上にも尠からぬ便宜が得られる。

(a) 接尾記號の數字の順序を逆にした係數は互に相等しい

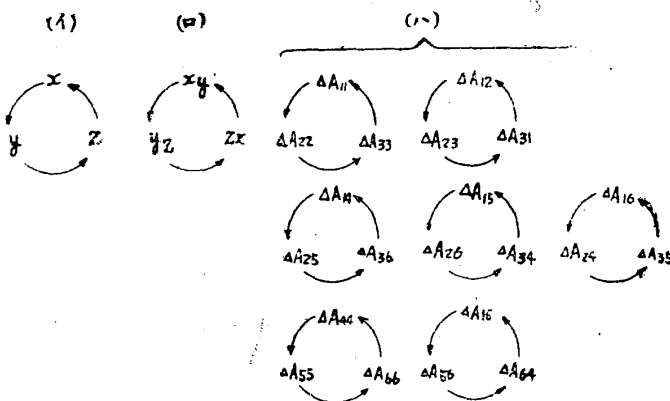
例へば $A_{35} = A_{53}$ である。何んとなれば配管の全歪エネルギーを W とすれば、 A_{35} 及び A_{53} は共に $\partial^2 W / \partial M_x \partial P_y$ に等しいからである。この事は $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ 又は $a_{11} \sim a_{66}$ に就ても全様にして證明することが出来る。

(b) 三軸對稱の關係より次の轉換が可能である

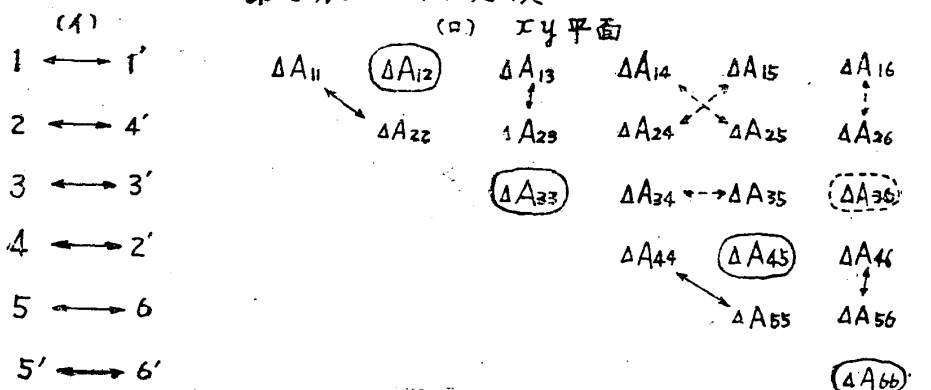
任意の係數 ΔA_{11} 等を探りその式中の座標 x, y, z を第2表(イ)の順序に轉換すれば、(ロ)の順に轉換されたる平面に於て、(ハ)の順に轉換されたる位置に相當する係數が得られる。但し區分記號は元の儘である。例へば xy 平面に於ける區分記號3'の係數 ΔA_{16} を一回轉換すれば yz 平面に於ける區分記號3'の係數 ΔA_{24} が得られる。

以上の法則は直線部及圓弧部共に適用される。

第2表 三軸對稱



第3表 二軸交換



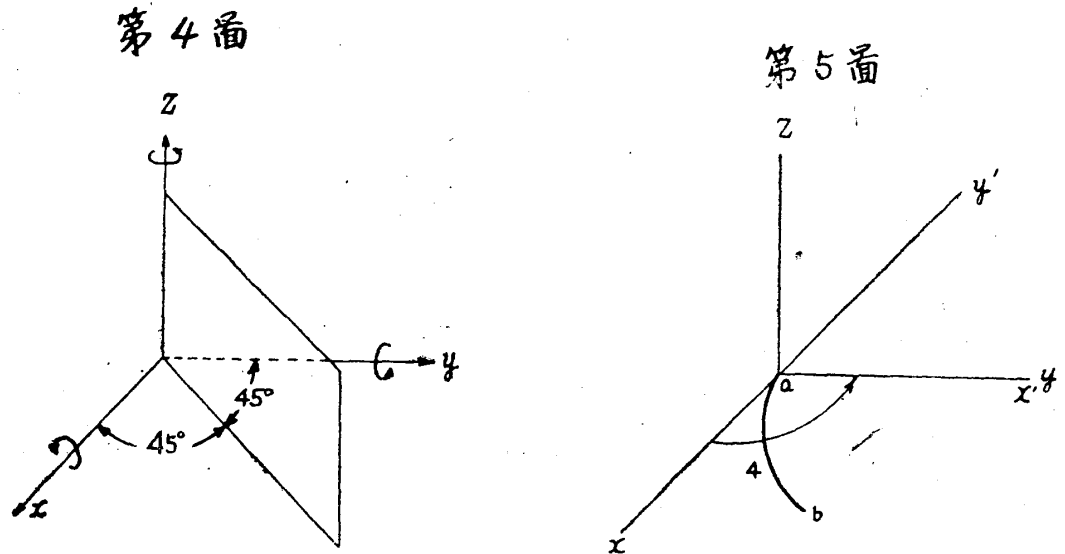
○ 印、同一位置、係數
 ◌ 印、同一位置、係數、符号、変化

(c) 2 軸の交換に依り区分記號及び係數は次の如く交換される

同一区分平面内に於て 2 軸を交換すれば区分記號は第 3 表の (イ) の如く變り、係數 ΔA_{11} 等は (ロ) の如く變る。但し (ロ) に於て點線の場合は符號が變り實線の場合は變らない。

上記の如く正負の相違を生ずる理由は第 4 圖に示す如く P_x, P_y, P_z 及び $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は軸を二等分する平面に對し對稱の關係にあるに反し、 M_x, M_y, M_z 及び $\Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z$ の關係は對稱ならざるためである。

第 3 表に示す關係と同様のことは yz 平面、又は zx 平面に就ても成立するが、平面の轉換は (b) の 3 軸對稱の關係を用ふれば充分であるから敢て本項の關係を用ふるに及ばない。



(d) 座標軸の廻轉により区分記號及係數 $a_{11} \sim a_{66}$ は次の如く轉換される

例へば第 5 圖の如く z 軸の廻りに xy 軸を 90° だけ矢の方向に廻轉すれば xyz 軸に關する区分 4 は $x'y'z$ 軸に就て見れば区分 3 に相當する。故に同一平面内に於て区分記號を第 4 表 (イ) の如く轉換すれば係數 $a_{11} \sim a_{66}$ は (ロ) の如く轉換される。

(イ)

- 1 \rightarrow 4 1' \rightarrow 4'
- 2 \rightarrow 1 2' \rightarrow 1'
- 3 \rightarrow 2 3' \rightarrow 2'
- 4 \rightarrow 3 4' \rightarrow 3'
- 5 \rightarrow 6' 5' \rightarrow 6
- 6 \rightarrow 5 6' \rightarrow 5'

第 4 表 軸、廻轉

(ロ) $x \rightarrow y$

a_{11}	a_{12}	$a_{13} = 0$	$a_{14} = 0$	$a_{15} = 0$	a_{16}
	a_{22}	$a_{23} = 0$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 0$	a_{26}
		a_{33}	a_{34}	a_{35}	$a_{36} = 0$
			a_{44}	a_{45}	$a_{46} = 0$
				a_{55}	$a_{56} = 0$
					a_{66}

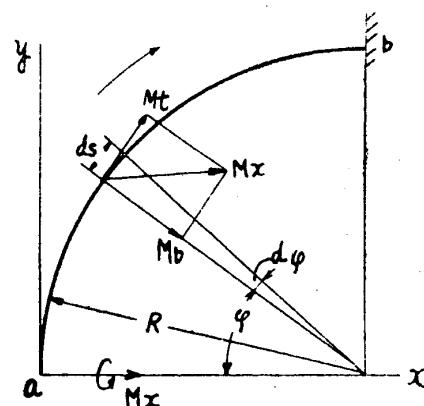
--- \rightarrow 及 \odot は符號が變り

同様のことは $y \rightarrow z$ 又は $z \rightarrow x$ 廻轉に就ても成立するが前掲 (b) 項の轉換を用ふれば充分であるから敢て本項の關係を用ふるに及ばない。

(3) 係數 $a_{11} \sim a_{66}$ の計算例

第 6 圖

一例として xy 平面に於ける $2'$ なる區分に對し $a_{11} \sim a_{66}$ を誘導する手順を説明するが、他の平面及び區分のものにも對しても全く同様な考へで導入出来る。



(a) a 點に M_x のみ働く場合

第 6 圖に示す如く b 端を固定され a 端に働く M_x に依て生ずる圓弧部の任意斷面に於ける彎曲モーメント M_b 及び捩れモーメント M_t は

$$\left. \begin{aligned} M_b &= M_x \cos \varphi \\ M_t &= M_x \sin \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-1)$$

(イ) 上記モーメントに基く a 點の x 方向の廻轉角を求むれば先づ x 軸から φ だけ廻轉した任意斷面の微少部分 $ds = R \cdot d\varphi$ による廻轉角は

$$d(\Delta\theta_x) = \left[\frac{M_b}{EI} \cos \varphi + \frac{M_t}{GJ} \sin \varphi \right] R \cdot d\varphi \dots\dots\dots (3-2)$$

従つて b 點に對する a 點の關係廻轉角は

$$\Delta\theta_x = \frac{M_x R}{EI} \left[\int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi d\varphi + C \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi \right] \dots\dots\dots (3-3)$$

$$= \frac{\pi}{4} (C+1) R \cdot \frac{M_x}{EI} \dots\dots\dots (3-4)$$

但し

$$C = \frac{EI}{GJ} \dots\dots\dots (3-5)$$

故に

$$a_{11} = \frac{\pi}{4} (C+1) R \dots\dots\dots (3-6)$$

茲に E 及び G は管材の縦及び横彈性係數

I 及び J は管斷面の横及び極慣性モーメントにして EG 及 C は共に管壁の溫度に依り變化するがその狀況は第 12 圖に示す。

(ロ) 同様に a 點の y 方向の廻轉角は

ds に對して

$$d(\Delta\theta_y) = - \left[\frac{M_b}{EI} \sin \varphi - \frac{M_t}{GJ} \cos \varphi \right] R \cdot d\varphi \dots\dots\dots (3-7)$$

$a \sim b$ に對して

$$\Delta\theta_y = - \frac{M_x R}{EI} \left[\int_0^{\pi/2} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi - C \int_0^{\pi/2} \cos \varphi \sin \varphi d\varphi \right] \dots\dots\dots (3-8)$$

$$= \frac{1}{2}(C-1)R \cdot \frac{M_x}{EI} \dots \dots \dots (3.9)$$

故に $a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2}(C-1)R \dots \dots \dots (3.10)$

(ハ) M_x による a 點の z 方向の變位

ds に對し

$$d(\Delta z) = -\frac{M_b}{EI} R \cdot \sin \varphi \cdot R \cdot d\varphi - \frac{M_t}{GJ} R(1 - \cos \varphi) R \cdot d\varphi \dots \dots \dots (3.11)$$

$a \sim b$ に對し

$$\Delta z = -\frac{M_x R^2}{EI} \left[\int_0^{\pi/2} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi + C \int_0^{\pi/2} \sin \varphi (1 - \cos \varphi) d\varphi \right] \dots \dots \dots (3.12)$$

$$= -\left[\frac{1}{2} + C \left(\frac{1}{2} \right) \right] R^2 \frac{M_x}{EI} = -\frac{1}{2}(C+1)R^2 \frac{M_x}{EI} \dots \dots \dots (3.13)$$

故に $a_{16} = a_{61} = -\frac{1}{2}(C+1)R^2 \dots \dots \dots (3.14)$

(b) a 點に M_y のみ働く場合 (第7圖)

M_y に依て生ずる圓弧部任意斷面に働く M_b 及び M_t は

$$\left. \begin{aligned} M_b &= M_y \sin \varphi \\ M_t &= M_y \cos \varphi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.15)$$

となる。

(イ) M_y に依る a 點の y 方向の廻轉角

ds に對するもの

$$d(\Delta \theta_y) = \left[\frac{M_b}{EI} \sin \varphi + \frac{M_t}{GJ} \cos \varphi \right] R \cdot d\varphi \dots \dots \dots (3.16)$$

$a \sim b$ に對するもの

$$\begin{aligned} \Delta z &= \frac{M_y R^2}{EI} \left[\int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi - C \int_0^{\pi/2} \cos \varphi (1 - \cos \varphi) d\varphi \right] \\ &= \left\{ \frac{\pi}{4} - C \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \right\} R^2 \frac{M_y}{EI} \dots \dots \dots (3.17) \end{aligned}$$

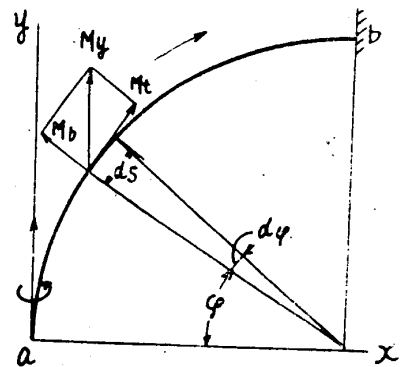
故に $a_{26} = a_{62} = \left\{ \frac{\pi}{4} - C \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \right\} R^2 \dots \dots \dots (3.18)$

(c) a 點に M_z のみ働く場合 (第8圖)

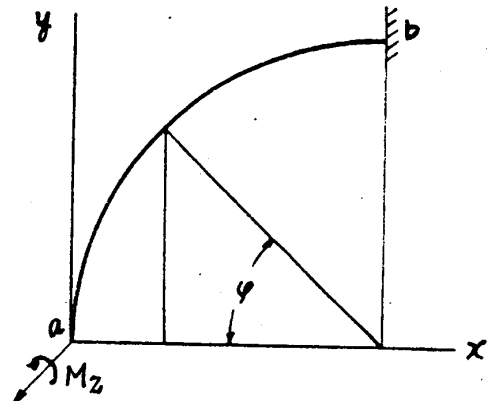
(イ) z 軸の周りの廻轉角

$$\Delta \theta_z = K \int_0^{\pi/2} \frac{M_z}{EI} R \cdot d\varphi = \frac{\pi}{2} KR \frac{M_z}{EI} \dots \dots \dots (3.19)$$

第7圖



第8圖

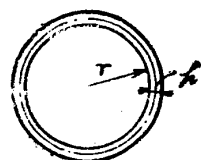


故に
$$a_{33} = \frac{\pi}{2} KR \dots \dots \dots (3-20)$$

但し K はカルマン係数にて第 9 圖の如き管断面に對し $\lambda = \frac{hR}{r^2}$ と置けば

$$K = \frac{10 + 12\lambda^2}{1 + 12\lambda^2} \dots \dots \dots (3-21)$$

第 9 圖



で表はされる。λ に對し K を線圖に畫き第 14 圖に示す。

(ロ) x 方向に於ける a 點の變位

$$\Delta x = K \int_0^{\pi/2} \frac{M_z}{EI} R \sin \varphi R d\varphi = KR^2 \frac{M_z}{EI} \dots \dots \dots (3-22)$$

故に
$$a_{34} = a_{43} = KR^2 \dots \dots \dots (3-23)$$

(ハ) y 方向に於ける a 點の變位

$$\Delta y = -K \int_0^{\pi/2} \frac{M_z}{EI} R(1 - \cos \varphi) R d\varphi = -K \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) R^2 \frac{M_z}{EI} \dots \dots \dots (3-24)$$

故に
$$a_{35} = a_{53} = -K \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) R^2 \dots \dots \dots (3-25)$$

(d) a 點に P_x のみ作用する場合 (第 10 圖)

任意断面に於けるモーメントは $P_x R \sin \varphi$ なる故

(イ) x 方向の a 點の變位

$$\Delta x = K \int_0^{\pi/2} \frac{P_x R^3}{EI} \sin^2 \varphi \cdot d\varphi = \frac{\pi}{4} KR^3 \frac{P_x}{EI} \dots \dots (3-26)$$

故に
$$a_{44} = \frac{\pi}{4} KR^3 \dots \dots \dots (3-27)$$

(e) a 點に P_y のみ作用する場合 (第 10 圖)

任意断面のモーメントは $-P_y R(1 - \cos \varphi)$ なる故

(イ) y 方向の a 點の變位

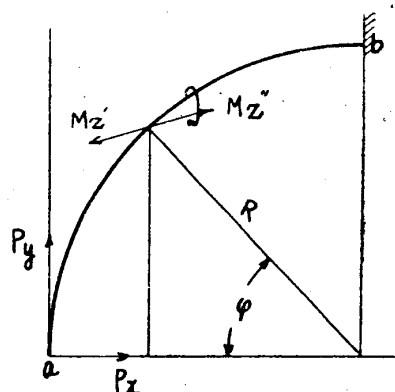
$$\begin{aligned} \Delta y &= -K \int_0^{\pi/2} \frac{-P_y R^3}{EI} (1 - \cos \varphi)(1 - \cos \varphi) d\varphi \\ &= K \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) R^3 \frac{P_y}{EI} \dots \dots \dots (3-28) \end{aligned}$$

故に
$$a_{55} = \left(\frac{3}{4} \pi - 2 \right) KR^3 \dots \dots \dots (3-29)$$

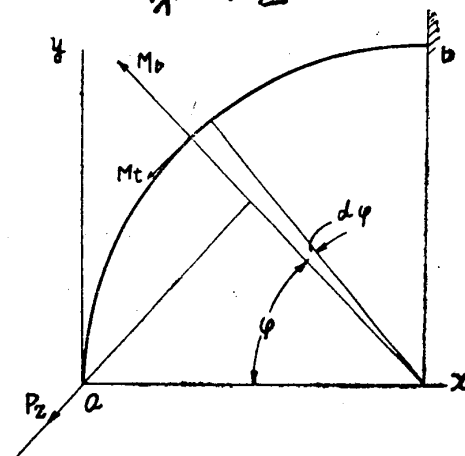
(f) a 點に P_z が作用した場合 (第 11 圖)

x 軸から φ だけ周つた任意断面に於ける M_b 及び M_t は

第 10 圖



第 11 圖



$$\left. \begin{aligned} M_b &= P_z R \sin \varphi \\ M_t &= P_z R (1 - \cos \varphi) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.30)$$

となる。

(イ) z 方向の變位

ds に對し

$$d(\Delta z) = \frac{M_b}{EI} R \sin \varphi R d\varphi + \frac{M_t}{GJ} R (1 - \cos \varphi) R d\varphi \dots \dots \dots (3.31)$$

$a \sim b$ に對し

$$\begin{aligned} \Delta z &= \frac{P_z R^3}{EI} \left[\int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi + C \int_0^{\pi/2} (1 - \cos \varphi)(1 - \cos \varphi) d\varphi \right] \\ &= \left\{ \frac{\pi}{4} + C \left(\frac{3}{4} \pi - 2 \right) \right\} R^3 \frac{P_z}{EI} \dots \dots \dots (3.32) \end{aligned}$$

故に

$$a_{66} = \left\{ \frac{\pi}{4} + C \left(\frac{3}{4} \pi - 2 \right) \right\} R^3 \dots \dots \dots (3.33)$$

(g) $a_{11} \sim a_{66}$ の中以上求めたものの外は總て 0 となる。依て上記の結果を取纏め第 5 表の如き $a_{11} \sim a_{66}$ に對する公式表が得られる。

第 5 表 xy 平面に於ける區分記号 2' の係數 $a_{11} \sim a_{66}$

	M_x	M_y	M_z	P_x	P_y	P_z
$\Delta \theta_x$	$a_{11} = \frac{\pi}{4}(C+1)R$	$a_{12} = \frac{1}{2}(C-1)R$	$a_{13} = 0$	$a_{14} = 0$	$a_{15} = 0$	$a_{16} = -\frac{1}{2}(C+1)R^2$
$\Delta \theta_y$		$a_{22} = \frac{\pi}{4}(C+1)R$	$a_{23} = 0$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 0$	$a_{26} = \left\{ \frac{\pi}{4} - C \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \right\} R^2$
$\Delta \theta_z$			$a_{33} = \frac{\pi}{2}KR$	$a_{34} = KR^2$	$a_{35} = -K \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) R^2$	$a_{36} = 0$
Δx				$a_{44} = \frac{\pi}{4}KR^3$	$a_{45} = -\frac{1}{2}KR^3$	$a_{46} = 0$
Δy					$a_{55} = K \left(\frac{\pi}{2} - 2 \right) R^3$	$a_{56} = 0$
Δz						$a_{66} = \left\{ \frac{\pi}{4} - C \left(\frac{\pi}{4} - 2 \right) \right\} R^3$

(4) 係數 $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ の積分公式表

前節で求めた第 5 表の $a_{11} \sim a_{66}$ の値を第 1 表に入れることに依り xy 平面に於ける區分記号 2' に相當する $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ の公式が求まる。これと全く同様の手順を行へば xy 平面の他の區分のもの、並に yz 平面及 zx 平面に於ける各區分の $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ の積分公式は全部求め得られるが、敢てかかる手順を繰返さずとも (2) 節に述べた係數相互の關係を用ふれば此等は極めて容易に導入し得られる。

尙直線部分に對しては簡單であるから、その誘導の過程を説明することを省略するが彎曲部と略同

様の考へ方により容易に求まる。

斯くして得られた各平面各区分に對する總ての積分公式を取纏めたものが第 6 表である。本表を用ひ與へられた配管の各分割区分に對し、それぞれ $\Delta A_{11} \sim \Delta A_{66}$ を求め各々を總和し、之に R, R^2 又は R^3 を乘じ所要の係數 $A_{11} \sim A_{66}$ を求むるものである。

尙第 6 表中には簡単に書き表はす爲め次の記號 $C_1 \sim C_5$ 及び $K_1 \sim K_5$ を使用してゐる。即ち

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\pi}{4}(C+1), & K_1 &= \frac{\pi}{2}K \\ C_2 &= \frac{1}{2}(C-1), & K_2 &= K\left(\frac{\pi}{2}-1\right) \\ C_3 &= \frac{1}{2}(C+1), & K_3 &= \frac{\pi}{4}K \\ C_4 &= \frac{\pi}{4}-C\left(1-\frac{\pi}{4}\right), & K_4 &= \left(\frac{3}{4}\pi-2\right)K \\ C_5 &= \frac{\pi}{4}-C\left(\frac{3}{4}\pi-2\right), & K_5 &= \frac{1}{2}K \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.34)$$

とし、 $C_1 \sim C_5$ は第 13 圖に、 $K_1 \sim K_5$ は第 15 圖に夫々 C 及 K の値に對し線圖を以つて示し一々計算するの手數を省くこととした。但し K はカルマン係數にして第 14 圖に示す。

上記の計算公式の誘導に際し今一つ附言し置くことは本章の初めに述べた、(イ)、(ロ)、(ハ)の假定の外に更に次の假定を置いたことである。即ち彎曲部の可撓性に對し、その曲率半徑を含む平面内に於ける彎曲に對してのみカルマン係數 K を考慮し、之と直角な面に於ける彎曲及び捩りに對しては共にその可撓性が直線部と異らざるものとして取扱つた。

4 捩り並に彎曲モーメント

配管の任意断面に生ずる捩りモーメント及び彎曲モーメントを求める計算手順は Hovgaard の近似的計算法の要領に従ふこととする。

(1) 原點に働くモーメント及び外力

配管が坐標軸に平行なる直線部のみより成るとせば第 6 表に見る如く、係數 $A_{11} \sim A_{66}$ の中幾つかは完全に零となる。又直線部分が彎曲部分に比し長い場合には此等の係數は完全には零とならぬが、他のものに比し著しく小となり近似的に零と考へ得られる。従て此の場合 (2.1) 式中の初めの 3 式は次の如く書ける。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -\frac{1}{A_{11}}(A_{15}P_y + A_{16}P_z) \\ M_y &= -\frac{1}{A_{22}}(A_{24}P_x + A_{26}P_z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.1)$$

$$M_z = -\frac{1}{A_{33}}(A_{34}P_x + A_{35}P_y)$$

之を (2.1) 式の後 3 式に代入して P_x, P_y, P_z に就て整理すれば次の如く書ける。

$$\left. \begin{aligned} a_1P_x + b_1P_y + c_1P_z &= EI\Delta x \\ a_2P_x + b_2P_y + c_2P_z &= EI\Delta y \\ a_3P_x + b_3P_y + c_3P_z &= EI\Delta z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.2)$$

従て

$$P_x = \frac{EI}{\Delta} \begin{vmatrix} \Delta x & b_1 & c_1 \\ \Delta y & b_2 & c_2 \\ \Delta z & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad P_y = \frac{EI}{\Delta} \begin{vmatrix} a_1 & \Delta x & c_1 \\ a_2 & \Delta y & c_2 \\ a_3 & \Delta z & c_3 \end{vmatrix}, \quad P_z = \frac{EI}{\Delta} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & \Delta x \\ a_2 & b_2 & \Delta y \\ a_3 & b_3 & \Delta z \end{vmatrix} \dots\dots(4.3)$$

但し

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \dots\dots\dots(4.4)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= A_{44} - \frac{A_{24}^2}{A_{22}} - \frac{A_{34}^2}{A_{33}}, & b_1 &= A_{45} - \frac{A_{34}A_{35}}{A_{33}}, & c_1 &= A_{46} - \frac{A_{24}A_{26}}{A_{22}} \\ a_2 &= A_{45} - \frac{A_{34}A_{35}}{A_{33}}, & b_2 &= A_{55} - \frac{A_{15}^2}{A_{11}} - \frac{A_{35}^2}{A_{33}}, & c_2 &= A_{56} - \frac{A_{15}A_{16}}{A_{11}} \\ a_3 &= A_{46} - \frac{A_{24}A_{26}}{A_{22}}, & b_3 &= A_{56} - \frac{A_{15}A_{16}}{A_{11}}, & c_3 &= A_{66} - \frac{A_{16}^2}{A_{11}} - \frac{A_{26}^2}{A_{22}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.5)$$

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は既に 2 節で説明した如く

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \alpha t l_x - \Delta l_x \\ \Delta y &= \alpha t l_y - \Delta l_y \\ \Delta z &= \alpha t l_z - \Delta l_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.6)$$

とす。而して $A_{11} \sim A_{66}$ は第 6 表を使用して算出する。

次いで (4.3) 式より求めた P_x, P_y, P_z を (4.1) 式に代入して原点に生ずるモーメント M_x, M_y, M_z を求め得らる。

上記の計算は彎曲部分に比し直線部分が長い場合には誤差少く適用し得られるも、直線部分が著しく短い場合又は一層正確なる計算を要求される場合には係数 $A_{11} \sim A_{66}$ の全部を考慮に入れ、前の (4.5) 式の代りに次の (4.5)' 式を用ひて、(4.3) 及び (4.4) 式により P_x, P_y, P_z を求むれば宜しい。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= A_{44} - \frac{A_{24}^2}{A_{22}} - \frac{A_{34}^2}{A_{33}}, & b_1 &= A_{45} - \frac{A_{34}A_{35}}{A_{33}} - \frac{A_{14}A_{15}}{A_{11}}, & c_1 &= A_{46} - \frac{A_{24}A_{26}}{A_{22}} - \frac{A_{14}A_{16}}{A_{11}} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= A_{45} - \frac{A_{24}A_{35}}{A_{33}} - \frac{A_{24}A_{25}}{A_{22}}, & b_2 &= A_{55} - \frac{A_{15}^2}{A_{11}} - \frac{A_{35}^2}{A_{33}}, & c_2 &= A_{56} - \frac{A_{15}A_{16}}{A_{11}} - \frac{A_{25}A_{26}}{A_{22}} \\ a_3 &= A_{46} - \frac{A_{24}A_{26}}{A_{22}} - \frac{A_{34}A_{36}}{A_{33}}, & b_3 &= A_{56} - \frac{A_{15}A_{16}}{A_{11}} - \frac{A_{35}A_{36}}{A_{33}}, & c_3 &= A_{66} - \frac{A_{16}^2}{A_{11}} - \frac{A_{26}^2}{A_{22}} \end{aligned} \right\} \dots (4.5)'$$

此の場合斯くして求めた P_x, P_y, P_z を次式に代入して M_x, M_y, M_z を求める。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -\frac{1}{A_{11}}(A_{15}P_y + A_{16}P_z) - \frac{1}{A_{11}}(A_{12}M_y + A_{13}M_z + A_{14}P_x) \\ M_y &= -\frac{1}{A_{22}}(A_{24}P_x + A_{26}P_z) - \frac{1}{A_{22}}(A_{12}M_x + A_{23}M_z + A_{25}P_y) \\ M_z &= -\frac{1}{A_{33}}(A_{34}P_x + A_{36}P_y) - \frac{1}{A_{33}}(A_{13}M_x + A_{23}M_y + A_{36}P_z) \end{aligned} \right\} \dots (4.1)'$$

但し本式の右邊の M_x, M_y, M_z は前に (4.1) 式により求あた値を使用するものである。

(2) 配管の任意断面に於けるモーメント

前項に求めた原点に働く P_x, P_y, P_z 及び M_x, M_y, M_z に依り生ずる配管の任意断面に於ける各座標軸方向のモーメントは次式により與へられる。

$$\left. \begin{aligned} M_x' &= M_x + P_y z - P_z y \\ M_y' &= M_y + P_z x - P_x z \\ M_z' &= M_z + P_x y - P_y x \end{aligned} \right\} \dots (4.7)$$

茲に x, y, z は管断面の中心點の座標とす。

上記座標軸方向のモーメント M_x', M_y', M_z' により、その断面に生ずる捩モーメント M_t 、及び彎曲モーメント M_b を直線部分と彎曲部分とに就き各別々に求むるには次式に依る。

(a) 直線部分

$$\left. \begin{aligned} \text{i) } x \text{ 軸に平行} & & \text{ii) } y \text{ 軸に平行} & & \text{iii) } z \text{ 軸に平行} \\ M_t &= M_x', & M_t &= M_y', & M_t &= M_z' \\ M_b &= \sqrt{M_y'^2 + M_z'^2}, & M_b &= \sqrt{M_z'^2 + M_x'^2}, & M_b &= \sqrt{M_x'^2 + M_y'^2} \end{aligned} \right\} \dots (4.8)$$

(b) 彎曲部分

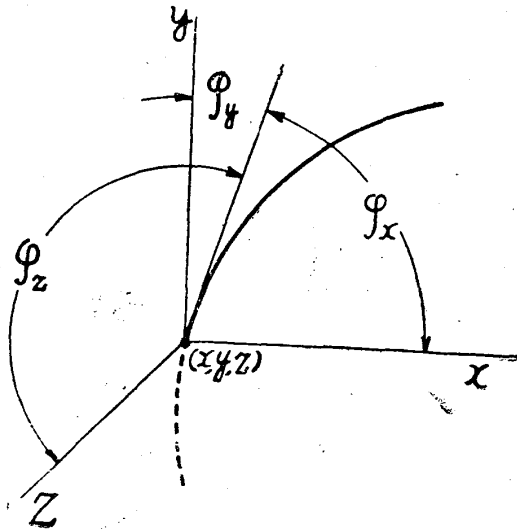
- i) xy 平面に 平行
- ii) yz 平面に 平行
- iii) zx 平面に 平行

$$\left. \begin{aligned} M_t &= M_x' \cos \varphi_x + M_y' \cos \varphi_y & M_t &= M_y' \cos \varphi_y + M_z' \cos \varphi_z & M_t &= M_z' \cos \varphi_z + M_x' \cos \varphi_x \\ M_{b1} &= M_z' & M_{b1} &= M_x' & M_{b1} &= M_y' \\ M_{b2} &= M_x' \sin \varphi_x - M_y' \sin \varphi_y & M_{b2} &= M_y' \sin \varphi_y - M_z' \sin \varphi_z & M_{b2} &= M_z' \sin \varphi_z - M_x' \sin \varphi_x \end{aligned} \right\} \dots (4.9)$$

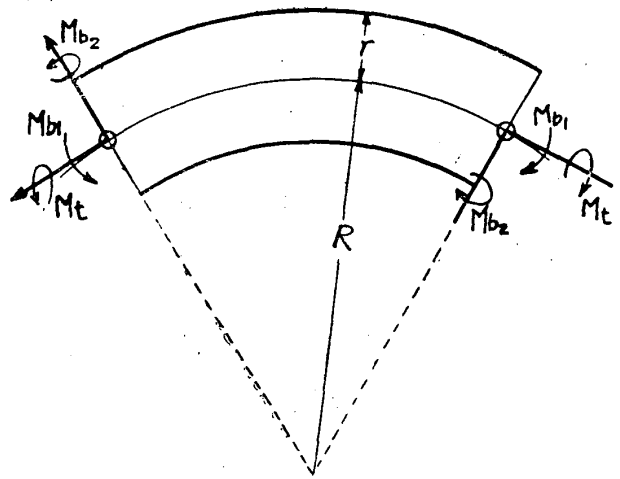
但し、 M_{b1} は彎曲部の曲率半徑を一層小ならしむる方向の彎曲モーメント、 M_{b2} はそれと直角方向の彎曲モーメントにして M_t, M_{b1}, M_{b2} の正負は各断面に對し第 17 圖に示す方向を總て正とし之と反對方向を負と考へることとする。

$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ は第 16 圖に示す如く管の任意断面に於て管の中心線への接線と各座標軸とのなす角である。

第 16 圖



第 17 圖



上記の計算を配管の多くの断面に就き行へば配管中の各モーメントの分布状況を知ることが出来る。然し實際問題としては、各分割區分の端部に於けるモーメントを算出すればその途中の値は略と判定し得られ、配管の強度を論ずる場合は主として最大モーメントの附近を考ふれば充分である。

5 最大有効應力

前節の計算に依り配管の任意断面に作用するモーメント及び力並に内壓が既知なる場合、之等に依つて生ずる應力が安全なる範囲にあるや否やを判定するに役立つ可及的簡單なる公式を次に導くこととする。

本節に於ては先づ断面に作用する引張、壓縮又は剪斷力に依て生ずる應力は、モーメント其他に依て生ずる應力に比して一般に小なるものとして之を省略する。

(1) 彎曲部の最大有効應力

前掲第 17 圖に示す、 M_{b1}, M_{b2} 及 M_t の外に内壓 p が夫々單獨に作用する場合の最大有効應力、即ち 2 つの主要應力の差の最大値は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{e1} &= \beta \frac{M_{b1} r}{I}, & \sigma_{e2} &= \frac{M_{b2} r}{I}, \\ \sigma_{e3} &= \frac{pr}{2h}, & \sigma_{e4} &= 2 \frac{M_t r}{J} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.1)$$

但し r は管の平均半径、 h は管の厚さ、 I は断面の慣性モーメント、 J は断面の極慣性モーメン

トにして、 β は彎曲部をその彎曲平面内に於て曲げた場合の $\sigma \frac{rM_{b1}}{I}$ の値にして、之は平面配管の場合と同じ値を採用する。¹⁾

(5.1) 式に示す之等の有効應力中 σ_{e1} , σ_{e2} 及び σ_{e3} は何れも管の軸方向及び圓周方向を主要應力の方向とするものではあるが、 σ_{e1} に於ては

(イ) 管断面に於て最大有効應力の發生する點の圓周上の位置

(ロ) 最大有効應力を構成する 2 主要應力の各の値

を求むることは相當煩雜なる手数を要する故、之等の事項が不明であるとすれば M_{b1} , M_{b2} 及び p が同時に作用する場合の最大有効應力は σ_{e1} , σ_{e2} , 及び σ_{e3} の絶對値の總和よりも大ならずと云ふことは確かであるから、求むる最大有効應力 σ_m は次式の如く書ける。

$$\sigma_m \leq \sqrt{\left\{ \left| \beta \frac{M_{b1}r}{I} \right| + \left| \frac{M_{b2}r}{I} \right| + \left| \frac{pr}{2h} \right| \right\}^2 + 4 \left(\frac{M_{tr}}{J} \right)^2} \dots \dots \dots (5.2)$$

但し一層嚴密なる計算を必要とし本式を以て満足し得ざる場合には詳細な計算¹⁾に依り前記 (イ)、(ロ) の 2 項を明かにし (5.2) 式の

$$\left| \beta \frac{M_{b1}r}{I} \right| + \left| \frac{M_{b2}r}{I} \right| + \left| \frac{pr}{2h} \right| \dots \dots \dots (5.3)$$

に代るべき正確なる數値を求め¹⁾、茲に代入すれば目的を達することが出来る。

(2) 直線部の最大有効應力

直管部分に就ては合成彎曲モーメント M_b 、捩りモーメント M_t 、及び内壓 p に依り生ずる最大有効應力の簡易公式として全く同様な考へ方により次式を得る。

$$\sigma_m = \sqrt{\left\{ \frac{M_b r}{I} + \frac{pr}{2h} \right\}^2 + 4 \left(\frac{M_{tr}}{J} \right)^2} \dots \dots \dots (5.4)$$

結局吾々は上記 (5.2) 式の等號及び (5.4) 式を以て與へられる簡易公式を使用し配管上必要な断面の應力を求めるのであるが、此の際 (a) 圓弧部と直線部との接續點に於ては之を彎曲部と見做し (5.2) 式を使用する。(b) 配管の兩端に於ては (5.4) 式を使用する。尙 (c) 配管の兩端以外の直線部は應力上考慮する必要ないことは明かである。

(3) 許容應力範圍の判定

前項に依り求めた最大有効應力 σ_m が管の強度上安全なるか否かの判定に就ては平面配管の場合¹⁾ と全く同様に論じ得られるからこゝでは省略する。

6 數 値 計 算 例

第 18 圖に示す A~B の如き一立體配管に就き應力計算の手順を例示することにする。

¹⁾ 平面配管の熱膨脹による應力計算法 (昭和 18 年 4 月本會講演)

但し $R_1 = R_2 = R$

$l_1 = l_2 = l_3 = l = 4R$

とする。

(1) 配管の一端 A を座標の原点に選び管の直線部分に平行なる方向に座標軸 x, y, z を圖の如く定む

(2) 配管を ①, ③, ⑤ の直線部分と ②, ④ の圓弧部とに分割し、各區分に對し第 6 表の公式表を使用して、第 7 表に示す表計算を行ひ係數 $A_{11} \sim A_{66}$ を求む。

(3) 先づ l が R に比し長い場合として係數 $A_{11} \sim A_{66}$ を (4.5) 式に代入して

$$\begin{aligned} a_1 &= 66.22 R^3 & b_1 &= -39.87 R^3 & c_1 &= -45.07 R^3 \\ a_2 &= -39.87 R^3 & b_2 &= 157.86 R^3 & c_2 &= -12.62 R^3 \\ a_3 &= -45.07 R^3 & b_3 &= -12.62 R^3 & c_3 &= 161.66 R^3 \end{aligned}$$

(4) 之を (4.3) 及び (4.4) 式に入れ、原点に於ける外力 P_x, P_y, P_z を求む。

$$P_x = \frac{EI}{\Delta} \cdot 1554.1 = 14.71 \times 10^{-4} \frac{EI}{R^2}$$

$$P_y = \frac{EI}{\Delta} \cdot 676.9 = 6.408 \times 10^{-4} \frac{EI}{R^2}$$

$$P_z = \frac{EI}{\Delta} \cdot 711.0 = 6.730 \times 10^{-4} \frac{EI}{R^2}$$

$$\Delta = 105.6 \times 10^4 R^9$$

但し茲では管壁温度と取付時温度との差 $t = 500^\circ\text{C}$ を採用し、従つて (4.6) 式により $\Delta x = 4,140 \times 10^{-2} R$ $\Delta y = \Delta z = 3,450 \times 10^{-2} R$ とした

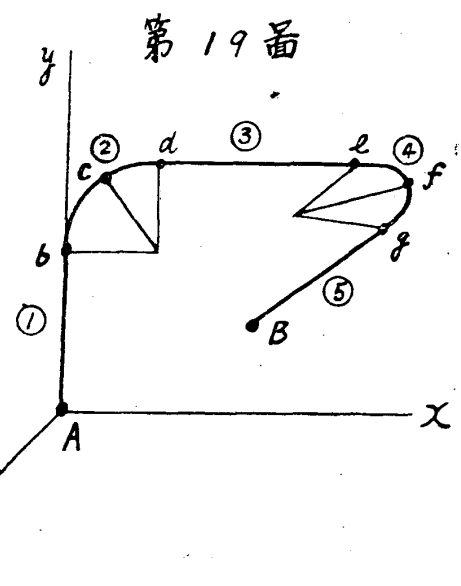
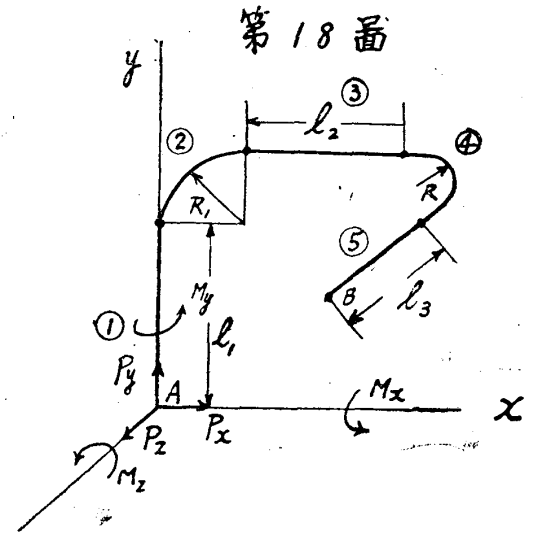
(5) 次に上の P_x, P_y, P_z を (4.1) 式に入れ原点に働くモーメント M_x, M_y, M_z を求むれば

$$M_x = 24.38 \times 10^{-4} \frac{EI}{R}$$

$$M_y = -9,050 \times 10^{-4} \frac{EI}{R}$$

$$M_z = -43,60 \times 10^{-4} \frac{EI}{R}$$

(6) 更に (4.7) 式に依り配管の任意断面に於ける各座標軸方向のモーメント M_x', M_y', M_z' を算出し得らる。此の場合配管 A~B 中第 19 圖に示す A, b, c, d, e, f, g, B の 8 點に就き計算すれば次に掲げる第



8 表の如くなる。但し表中の数字は M_x', M_y', M_z' に対しては總て $10^{-4} \frac{EI}{R}$ にて除したものを示した。

(7) 之より更に、A 點及び B 點に對しては (4.8) 式を、其他の b~g 點に對しては (4.9) 式を用ひ、配管の各斷面に於ける捩りモーメント M_i 、彎曲モーメント M_{b1}, M_{b2} 及び M_b を求むれば第 9 表の通り。但し表中の数字は同様に $10^{-4} \frac{EI}{R}$ にて除した値である。

以上は圓弧部の半径に比し直線部が比較的長いと假定した場合の近似計算であるが、本例の如き $l=4R$ の場合には斯くして求めたるモーメントを用ひ應力計算を行ふも大した誤りはないことは知れるが、

(8) 次に参考の爲め (4.5)' 式及 (4.1)' 式を用ひ、一層精密な計算を行つて見やう。

(4.5)' 式より

$$\begin{aligned} a_1 &= 66.22 R^3 & b_1 &= -40.49 R^3 & c_1 &= -41.23 R^3 \\ a_2 &= -39.87 R^3 & b_2 &= 157.86 R^3 & c_2 &= -12.62 R^3 \\ a_3 &= -41.21 R^3 & b_3 &= -15.37 R^3 & c_3 &= 161.66 R^3 \end{aligned}$$

之を (4.3) 式及 (4.4) 式に入れ

$$P_x = 14.10 \times 10^{-4} \frac{EI}{R^2}$$

$$P_y = 6.23 \times 10^{-4} \frac{EI}{R^2}$$

$$P_z = 6.23 \times 10^{-4} \frac{EI}{R^2}$$

次に此の P_x, P_y, P_z の値及び前に (5) 項にて求めた M_x, M_y, M_z を (4.1)' 式の右邊に代入することに依り

$$M_x = 22.56 \times 10^{-4} \frac{EI}{R}$$

$$M_y = -8.33 \times 10^{-4} \frac{EI}{R}$$

$$M_z = -41.38 \times 10^{-4} \frac{EI}{R}$$

第 8 表

	A	b	c	d	e	f	g	B
x'	0	0	0.5	1	5	5.5	6	6
y'	0	2	4.5	5	5	5	5	5
z'	0	0	0	0	0	0.5	1	5
M_x'	24.38	-2.54	-6.92	-9.27	-9.27	-6.07	-2.86	22.77
M_y'	-9.05	-9.05	-5.69	-2.32	24.60	20.61	16.62	-42.22
M_z'	-43.60	15.24	19.39	23.54	-2.09	-5.29	-8.49	-8.49

第 9 表

	A	b	c	d	e	f	g	B
ψ_x	90°	90°	45°	0	0	45°	90°	90°
ψ_y	0	0	45°	90°	90°	90°	90°	90°
ψ_z	90°	90°	90°	90°	90°	45°	0	0
M_i	-9.05	-9.05	-8.92	-9.27	-9.27	-8.13	-8.49	-8.49
M_{b1}	-43.60	15.24	19.39	23.54	24.60	20.61	16.62	-42.22
M_{b2}	24.38	-2.54	-0.88	2.32	-2.09	0.55	2.86	-22.77
M_b	49.95							47.97

之を (4.7) 式に入れて $10^{-4} \frac{EI}{R}$ にて除し第 10 表を得る。

更に之を (4.8) 式及び (4.9) 式に入れ第 11 表が得られる。

第 10 表及第 11 表を前項の第 8 表及第 9 表と夫々對比すれば、本例は精密計算値に對し近似計算値が大差なく、近似計算値の方が何れも稍々大きいことを知る。尙此の狀況は第 20 圖に示す配管上のモーメント分布線圖により明瞭である。但し圖中實線は精密計算値、點線は近似計算値を示す。

尙此外にモーメント分布線圖より、(イ)

管の應力計算をモーメントの最大なる附近に對してのみ行ひ得らる。(ロ) 直線部分の應力計算は管の端部のみに就いて行へば宜しいことを知る。(ハ) モーメントの大なる附近を避けてフランヂを設置し得られる。

(9) 次に管寸法を與へ應力算出の一例を示す。第 7 表の計算に際し既に $\lambda = hR/r^2 = 0.825$ を選んだが、更に管寸法を次の如く假定する。

$$r = 12 \text{ cm}, \quad R = 240 \text{ cm}, \quad h = 0.5 \text{ cm}$$

内壓 $p = 20 \text{ atu}$ とす。

(a) 曲管部の應力として最大なる e 點に就き求める。

$$M_{b1} = 23.27 \times 10^{-4} \frac{EI}{R} = 146.4 I$$

$$M_{b2} = 2.02 \times 10^{-4} \frac{EI}{R} = 12.71 I$$

$$M_c = 9.04 \times 10^{-4} \frac{EI}{R} = 56.85 I$$

但し、管壁の溫度を 500°C として第 12 圖より $E = 15.1 \times 10^{-6} \text{ kg/cm}^2$ とす。

(5.1) 式より

$$\sigma_{e1} = 1757 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{e2} = 153 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{e3} = 240 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{e4} = 683 \text{ kg/cm}^2$$

を得。結局 (5.2) 式より最大有効應力 σ_m は

$$\sigma_m = 2255 \text{ kg/cm}^2$$

(b) 直管部に對しては A 端を採用し

$$M_b = 47.37 \times 10^{-4} \frac{EI}{R} = 298.0 I$$

第 10 表

	A	b	c	d	e	f	g	B
M_x	22.56	-272	-588	-904	-904	-592	-281	22.13
M_y	-8.33	-8.33	-5.17	-2.01	23.27	19.38	15.49	-9.188
M_z	-4.138	15.02	18.96	22.89	-2.02	-5.15	-8.30	-8.30

第 11 表

	A	b	c	d	e	f	g	B
M_t	-8.33	-8.33	-7.82	-9.04	-9.04	-7.82	-8.30	-8.30
M_b	-4.138	15.02	18.96	22.89	23.27	19.38	15.49	-4.188
M_{b2}	22.56	-272	-250	2.01	-2.02	0.54	2.81	-22.13
M_b	47.13						47.37	

$$M_t = 8.33 \times 10^{-4} \frac{EI}{R} = 52.40 I$$

(5.4) 式より最大有効応力 σ_m を求め

$$\sigma_m = 3868 \text{ kg/cm}^2$$

ここに求めた σ_m が管材の許容応力内に止まればよいこととなる。本節に取り上げた例題は配管としては餘り適切なものとは云ひ難いが以上で応力計算の手順を明かにし得た。

7 結 論

以上述べた處に依り

第 6 表

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
		ΔA_{11}	ΔA_{12}	ΔA_{13}	ΔA_{14}	ΔA_{15}	ΔA_{16}	ΔA_{22}	ΔA_{23}	ΔA_{24}	ΔA_{25}	ΔA_{26}	ΔA_{33}	ΔA_{34}	ΔA_{35}
平面	略図 区分		ΔA_{21}	ΔA_{31}	ΔA_{41}	ΔA_{51}	ΔA_{61}		ΔA_{32}	ΔA_{42}	ΔA_{52}	ΔA_{62}		ΔA_{43}	ΔA_{53}
xy 平面	1	C_1	$-C_2$	0	$-(\Delta A_{22}Z')$	$\Delta A_{11}Z'$	$(\Delta A_{11}Z' - \Delta A_{16}Y')$	C_1	0	$-(\Delta A_{22}Z')$	$\Delta A_{12}Z'$	$(\Delta A_{12}Z' - \Delta A_{16}Y')$	K_1	$(\Delta A_{23}Y') + K_1$	$-(\Delta A_{13}X') + K_2$
	2	.	$+C_2$	0	$-(\cdot)$.	$+C_2$.	0	$-(\cdot)$.	$-(\cdot)$.	$(\cdot) - K_2$	$-(\cdot) + K_1$
	3	.	$-C_2$	0	$-(\cdot)$.	$+C_2$.	0	$-(\cdot)$.	$-(\cdot)$.	$(\cdot) - K_1$	$-(\cdot) - K_2$
	4	.	$+C_2$	0	$-(\cdot)$.	$-C_2$.	0	$-(\cdot)$.	$-(\cdot)$.	$(\cdot) + K_2$	$-(\cdot) - K_1$
全上	1'	.	$-C_2$	0	$-(\cdot)$.	$+C_2$.	0	$-(\cdot)$.	$-(\cdot)$.	$(\cdot) - K_2$	$-(\cdot) - K_1$
	2'	.	$+C_2$	0	$-(\cdot)$.	$-C_2$.	0	$-(\cdot)$.	$-(\cdot)$.	$(\cdot) + K_1$	$-(\cdot) - K_2$
	3'	.	$-C_2$	0	$-(\cdot)$.	$-C_2$.	0	$-(\cdot)$.	$-(\cdot)$.	$(\cdot) + K_2$	$-(\cdot) + K_1$
	4'	.	$+C_2$	0	$-(\cdot)$.	$+C_2$.	0	$-(\cdot)$.	$-(\cdot)$.	$(\cdot) - K_1$	$-(\cdot) + K_2$
yz 平面	1	K_1	0	0	0	$(\Delta A_{11}Z') + K_1$	$-(\Delta A_{16}Y') - K_2$	C_1	$-C_2$	$(\Delta A_{23}Y' + \Delta A_{22}Z')$	$-(\Delta A_{23}X')$	$\Delta A_{22}X'$	C_1	$(\Delta A_{33}Y' - \Delta A_{33}Z')$	$-(\Delta A_{33}X')$
	2	.	0	0	0	$(\cdot) - K_2$	$(\cdot) + K_1$.	$+C_2$	$-(\cdot)$.	.	.	$-(\cdot) - C_2$	$-(\cdot)$
	3	.	0	0	0	$(\cdot) - K_1$	$(\cdot) - K_2$.	$-C_2$	$-(\cdot)$.	.	.	$-(\cdot) + C_2$	$-(\cdot)$
	4	.	0	0	0	$(\cdot) + K_2$	$(\cdot) - K_1$.	$+C_2$	$-(\cdot)$.	.	.	$-(\cdot) + C_2$	$-(\cdot)$
全上	1'	.	0	0	0	$(\cdot) - K_2$	$(\cdot) - K_1$.	$-C_2$	$-(\cdot)$.	.	.	$-(\cdot) + C_2$	$-(\cdot)$
	2'	.	0	0	0	$(\cdot) + K_1$	$(\cdot) - K_2$.	$+C_2$	$-(\cdot)$.	.	.	$-(\cdot) + C_2$	$-(\cdot)$
	3'	.	0	0	0	$(\cdot) + K_2$	$(\cdot) + K_1$.	$-C_2$	$-(\cdot)$.	.	.	$-(\cdot) - C_2$	$-(\cdot)$
	4'	.	0	0	0	$(\cdot) - K_1$	$(\cdot) + K_2$.	$+C_2$	$-(\cdot)$.	.	.	$-(\cdot) - C_2$	$-(\cdot)$
zx 平面	1	C_1	0	$-C_2$	$\Delta A_{33}Y'$	$(\Delta A_{22}Z' - \Delta A_{22}X')$	$-(\Delta A_{16}Y')$	K_1	0	$-(\Delta A_{22}Z') + K_2$	0	$(\Delta A_{22}X') + K_1$	C_1	$\Delta A_{33}Y'$	$(\Delta A_{33}Z' - \Delta A_{33}X')$
	2	.	0	$+C_2$.	$-(\cdot)$	$-C_2$.	0	$-(\cdot) + K_2$	0	$(\cdot) - K_2$.	.	$-(\cdot) + C_2$
	3	.	0	$-C_2$.	$-(\cdot)$	$+C_2$.	0	$-(\cdot) + K_2$	0	$(\cdot) - K_1$.	.	$-(\cdot) + C_2$
	4	.	0	$+C_2$.	$-(\cdot)$	$+C_2$.	0	$-(\cdot) - K_1$	0	$(\cdot) + K_2$.	.	$-(\cdot) - C_2$
全上	1'	.	0	$-C_2$.	$-(\cdot)$	$+C_2$.	0	$-(\cdot) - K_1$	0	$(\cdot) - K_2$.	.	$-(\cdot) + C_2$
	2'	.	0	$+C_2$.	$-(\cdot)$	$+C_2$.	0	$-(\cdot) - K_2$	0	$(\cdot) + K_1$.	.	$-(\cdot) - C_2$
	3'	.	0	$-C_2$.	$-(\cdot)$	$-C_2$.	0	$-(\cdot) + K_2$	0	$(\cdot) + K_2$.	.	$-(\cdot) - C_2$
	4'	.	0	$+C_2$.	$-(\cdot)$	$-C_2$.	0	$-(\cdot) + K_2$	0	$(\cdot) - K_1$.	.	$-(\cdot) + C_2$

- (1) 彎曲部をもつ直交立體配管に對し熱膨脹に依る應力を公式表並に簡易公式を用ひ容易に且つ機械的に算出し得られる。
- (2) モーメント分布は各分割區分の端部に對して求め置けばその途中の値は推測出来ること。彎曲部に對しては更に中點を追加計算すれば充分である。
- (3) モーメント分布より、(イ) 最大應力を計算すべき斷面、(ロ) フランヂ設置個所等を知り得る。
- (4) 數値計算例により $l=4R$ の場合近似計算にて充分満足な數値を得られること及びその値は常に精密な補正計算を行つた値よりも稍大きいことを知つた。

15	16	17	18	19	20	21
ΔA_{36}	ΔA_{24}	ΔA_{25}	ΔA_{26}	ΔA_{25}	ΔA_{24}	ΔA_{26}
ΔA_{23}		ΔA_{24}	ΔA_{24}		ΔA_{25}	
0	$(\Delta A_{24}Y' - \Delta A_{24}Z') + K_1Y' + K_3$	$(\Delta A_{24}Z' - \Delta A_{24}X') + K_2Y' + K_5$	$(\Delta A_{24}X' - \Delta A_{24}Y') + C_1Z'$	$(\Delta A_{24}Z' - \Delta A_{24}X') - K_1X' + K_4$	$(\Delta A_{24}X' - \Delta A_{24}Y') - C_2Z'$	$(\Delta A_{24}X' - \Delta A_{24}Y') - C_2X' + C_3Y' + C_5$
0	(") - $K_2Y' + K_4$	(") + $K_1Y' - K_5$	(") + C_1Z'	(") - $K_1X' + K_4$	(") + C_2Z'	(") - $C_2X' - C_3Y' + C_5$
0	(") - $K_1Y' + K_3$	(") - $K_2Y' + K_5$	(") - C_1Z'	(") + $K_2X' + K_4$	(") + C_2Z'	(") + $C_2X' - C_3Y' + C_5$
0	(") + $K_2Y' + K_4$	(") - $K_1Y' - K_5$	(") - C_1Z'	(") + $K_1X' + K_4$	(") - C_2Z'	(") + $C_2X' + C_3Y' + C_5$
0	(") - $K_2Y' + K_4$	(") - $K_1Y' + K_5$	(") - C_1Z'	(") + $K_2X' + K_4$	(") + C_2Z'	(") + $C_2X' - C_3Y' + C_5$
0	(") + $K_1Y' + K_3$	(") - $K_2Y' - K_5$	(") - C_1Z'	(") + $K_1X' + K_4$	(") - C_2Z'	(") + $C_2X' + C_3Y' + C_5$
0	(") + $K_2Y' + K_4$	(") + $K_1Y' + K_5$	(") + C_1Z'	(") - $K_2X' + K_4$	(") - C_2Z'	(") - $C_2X' - C_3Y' + C_5$
0	(") - $K_1Y' + K_3$	(") + $K_2Y' - K_5$	(") + C_1Z'	(") - $K_1X' + K_4$	(") + C_2Z'	(") - $C_2X' - C_3Y' + C_5$
$\Delta A_{23}X'$	$(\Delta A_{24}Y' - \Delta A_{24}Z') - C_1Y' + C_2Z' + C_3$	$-(\Delta A_{24}X')$	$\Delta A_{24}X'$	$(\Delta A_{24}Z' - \Delta A_{24}X') + K_2Z' + K_5$	$(\Delta A_{24}X' - \Delta A_{24}Y') + K_2Z' + K_5$	$(\Delta A_{24}X' - \Delta A_{24}Y') - K_2Z' - K_5$
"	(") - $C_1Y' - C_2Z' + C_3$	- (")	"	(") - $K_2Z' + K_4$	(") + $K_2Z' - K_5$	(") - $K_1Y' + K_3$
"	(") + $C_1Y' - C_2Z' + C_3$	- (")	"	(") - $K_2Z' + K_4$	(") - $K_2Z' + K_5$	(") + $K_2Y' + K_4$
"	(") + $C_1Y' + C_2Z' + C_3$	- (")	"	(") + $K_2Z' + K_4$	(") - $K_2Z' - K_5$	(") + $K_1Y' + K_3$
"	(") + $C_1Y' - C_2Z' + C_3$	- (")	"	(") - $K_2Z' + K_4$	(") - $K_2Z' + K_5$	(") + $K_1Y' + K_3$
"	(") + $C_1Y' + C_2Z' + C_3$	- (")	"	(") + $K_2Z' + K_4$	(") - $K_2Z' - K_5$	(") + $K_2Y' + K_4$
"	(") - $C_1Y' + C_2Z' + C_3$	- (")	"	(") + $K_2Z' + K_4$	(") + $K_2Z' + K_5$	(") - $K_1Y' + K_3$
"	(") - $C_1Y' - C_2Z' + C_3$	- (")	"	(") - $K_2Z' + K_4$	(") + $K_2Z' - K_5$	(") - $K_2Y' + K_4$
$-(\Delta A_{12}Y')$	$(\Delta A_{24}Y' - \Delta A_{24}Z') - K_2Z' + K_4$	$(\Delta A_{24}Z' - \Delta A_{24}X')$	$(\Delta A_{24}X' - \Delta A_{24}Y') + K_2X' + K_5$	$(\Delta A_{24}Z' - \Delta A_{24}X') - C_1Z' + C_2X' + C_5$	$-(\Delta A_{12}Y')$	$(\Delta A_{24}X' - \Delta A_{24}Y') + K_1X' + K_3$
- (")	(") - $K_2Z' + K_4$	(")	(") + $K_1X' - K_5$	(") - $C_1Z' - C_2X' + C_5$	- (")	(") - $K_2X' + K_4$
- (")	(") + $K_2Z' + K_4$	(")	(") - $K_2X' + K_5$	(") + $C_1Z' - C_2X' + C_5$	- (")	(") - $K_1X' + K_3$
- (")	(") + $K_1Z' + K_3$	(")	(") - $K_1X' - K_5$	(") + $C_1Z' + C_2X' + C_5$	- (")	(") + $K_2X' + K_4$
- (")	(") + $K_2Z' + K_4$	(")	(") - $K_1X' + K_5$	(") + $C_1Z' - C_2X' + C_5$	- (")	(") - $K_2X' + K_4$
- (")	(") + $K_1Z' + K_3$	(")	(") - $K_2X' - K_5$	(") + $C_1Z' + C_2X' + C_5$	- (")	(") + $K_1X' + K_3$
- (")	(") - $K_2Z' + K_4$	(")	(") + $K_1X' + K_5$	(") - $C_1Z' + C_2X' + C_5$	- (")	(") + $K_2X' + K_4$
- (")	(") - $K_1Z' + K_3$	(")	(") + $K_2X' - K_5$	(") - $C_1Z' + C_2X' + C_5$	- (")	(") - $K_1X' + K_3$

(5) 本論に於ては R は一定の場合を述べたが表計算の際に R, R^2, R^3 等を各考慮して行へば R が異つた場合に對しても多少面倒であるが前述の方法に倣つて計算し得られる。

第 6 表 續キ

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
		ΔA_{11}	ΔA_{12}	ΔA_{13}	ΔA_{14}	ΔA_{15}	ΔA_{16}	ΔA_{22}	ΔA_{23}	ΔA_{24}	ΔA_{25}	ΔA_{26}	ΔA_{33}	ΔA_{34}	ΔA_{35}	
平面	略図	区分		ΔA_{21}	ΔA_{31}	ΔA_{41}	ΔA_{51}	ΔA_{61}		ΔA_{22}	ΔA_{42}	ΔA_{52}	ΔA_{62}		ΔA_{43}	ΔA_{53}
xy 平面		5	Cl'	0	0	0	$(\Delta A_{11}Z)$	$-(\Delta A_{11}Y)$	l'	0	$-(\Delta A_{22}Z)$	0	$(\Delta A_{22}X) + \frac{1}{2}l^2$	l'	$(\Delta A_{33}Y)$	$-(\Delta A_{33}X) - \frac{1}{2}l^2$
		6	l	0	0	0	(.)	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$	Cl'	0	(.)	0	(.)	.	$(.) + \frac{1}{2}l^2$	(.)
		5'	Cl'	0	0	0	(.)	$-(.)$	l'	0	$-(.)$	0	$(.) + \frac{1}{2}l^2$.	(.)	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$
		6'	l'	0	0	0	(.)	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$	Cl'	0	$-(.)$	0	(.)	.	$(.) + \frac{1}{2}l^2$	(.)
yz 平面		5	l'	0	0	0	$(\Delta A_{11}Z)$	$-(\Delta A_{11}Y) - \frac{1}{2}l^2$	Cl'	0	$-(\Delta A_{22}Z)$	0	$(\Delta A_{22}X)$	l'	$(\Delta A_{33}Y) + \frac{1}{2}l^2$	$-(\Delta A_{33}X)$
		6	.	0	0	0	$(.) + \frac{1}{2}l^2$	(.)	l'	0	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$	0	(.)	Cl'	(.)	(.)
		5'	.	0	0	0	(.)	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$	Cl'	0	$-(.)$	0	(.)	l'	$(.) + \frac{1}{2}l^2$	(.)
		6'	.	0	0	0	$(.) + \frac{1}{2}l^2$	(.)	l'	0	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$	0	(.)	Cl'	(.)	(.)
zx 平面		5	l'	0	0	0	$(\Delta A_{11}Z) + \frac{1}{2}l^2$	$-(\Delta A_{11}Y)$	l'	0	$-(\Delta A_{22}Z) - \frac{1}{2}l^2$	0	$(\Delta A_{22}X)$	Cl'	$(\Delta A_{33}Y)$	$-(\Delta A_{33}X)$
		6	Cl'	0	0	0	(.)	(.)	.	0	(.)	0	$(.) + \frac{1}{2}l^2$	l'	(.)	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$
		5'	l'	0	0	0	$(.) + \frac{1}{2}l^2$	(.)	.	0	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$	0	(.)	Cl'	(.)	(.)
		6'	Cl'	0	0	0	(.)	(.)	.	0	(.)	0	$(.) + \frac{1}{2}l^2$	l'	(.)	$-(.) + \frac{1}{2}l^2$
Σ			Σ_{11}	Σ_{12}	Σ_{13}	Σ_{14}	Σ_{15}	Σ_{16}	Σ_{22}	Σ_{23}	Σ_{24}	Σ_{25}	Σ_{26}	Σ_{33}	Σ_{34}	Σ_{35}
				Σ_{21}	Σ_{31}	Σ_{41}	Σ_{51}	Σ_{61}		Σ_{32}	Σ_{42}	Σ_{52}	Σ_{62}		Σ_{43}	Σ_{53}
A			$A_{11} = R\Sigma_{11}$	$A_{12} = R\Sigma_{12}$	$A_{13} = R\Sigma_{13}$	$A_{14} = R\Sigma_{14}$	$A_{15} = R\Sigma_{15}$	$A_{16} = R\Sigma_{16}$	$A_{22} = R\Sigma_{22}$	$A_{23} = R\Sigma_{23}$	$A_{24} = R\Sigma_{24}$	$A_{25} = R\Sigma_{25}$	$A_{26} = R\Sigma_{26}$	$A_{33} = R\Sigma_{33}$	$A_{34} = R\Sigma_{34}$	$A_{35} = R\Sigma_{35}$
				$A_{21} = R\Sigma_{21}$	$A_{31} = R\Sigma_{31}$	$A_{41} = R\Sigma_{41}$	$A_{51} = R\Sigma_{51}$	$A_{61} = R\Sigma_{61}$		$A_{32} = R\Sigma_{32}$	$A_{42} = R\Sigma_{42}$	$A_{52} = R\Sigma_{52}$	$A_{62} = R\Sigma_{62}$		$A_{43} = R\Sigma_{43}$	$A_{53} = R\Sigma_{53}$

- 1 配管の直線及円弧部分 = 分割の各区分 = 付キ本表, ΔA , 数値の計算シ其の總和ハ第15圖ヨリ求ム。
- 2 最下欄, 式ヨリ $A_{11} \sim A_{66}$ ヲ求ム。

注意:-

- 1 略圖中・印ハ各区分ニ於テ原長ニ近キ端部ヲ示ス。
- 2 円弧部 = 對シテハ区分 1, 2, 3, 4, ハノ方向, 各象限区分 1, 2, 3, 4, ハノ方向/各象
- 3 表中 X, Y, Z 及 l' ハ・英, 座標及長サヲ円弧部曲率半径 $R = \tau$ 除シテ示ス。

15	16	17	18	19	20	21
ΔA_{36}	ΔA_{44}	ΔA_{45}	ΔA_{46}	ΔA_{55}	ΔA_{56}	ΔA_{66}
ΔA_{63}		ΔA_{54}	ΔA_{64}		ΔA_{65}	
0	$(\Delta A_{36}Y' - \Delta A_{23}Z')$	$-(\Delta A_{36}X') - \frac{1}{2}L^2Y'$	$(\Delta A_{26}X') - \frac{1}{2}L^2Z'$	$(\Delta A_{55}Z' - \Delta A_{55}X') + \frac{1}{2}L^2X' - \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\Delta A_{15}Y')$	$(\Delta A_{26}X' - \Delta A_{15}Y') + \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$
0	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)	(\quad)	$-(\quad) - \frac{1}{2}L^2Z'$	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$
0	(\quad)	$-(\quad) + \frac{1}{2}L^2Y'$	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2Z'$	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$
0	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)	(\quad)	$-(\quad) + \frac{1}{2}L^2Z'$	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$
0	$(\Delta A_{36}Y' - \Delta A_{23}Z') + \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\Delta A_{36}X')$	$(\Delta A_{26}X')$	$(\Delta A_{55}Z' - \Delta A_{55}X')$	$-(\Delta A_{15}Y') - \frac{1}{2}L^2Z'$	$(\Delta A_{26}X' - \Delta A_{15}Y') + \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$
0	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2Z' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)
0	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)	(\quad)	$-(\quad) + \frac{1}{2}L^2Z'$	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$
0	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2Z' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)
0	$(\Delta A_{36}Y' - \Delta A_{23}Z') + \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\Delta A_{36}X')$	$(\Delta A_{26}X')$	$(\Delta A_{55}Z' - \Delta A_{55}X') + \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\Delta A_{15}Y')$	$(\Delta A_{26}X' - \Delta A_{15}Y')$
0	(\quad)	$-(\quad) - \frac{1}{2}L^2Y'$	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2Z'$	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$
0	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2Y' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2Z' - \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	(\quad)
0	(\quad)	$-(\quad) + \frac{1}{2}L^2Y'$	$(\quad) + \frac{1}{2}L^2Z'$	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$	$-(\quad)$	$(\quad) - \frac{1}{2}L^2X' + \frac{1}{2}L^2Z'$
Σ_{36}	Σ_{44}	Σ_{45}	Σ_{46}	Σ_{55}	Σ_{56}	Σ_{66}
Σ_{63}		Σ_{54}	Σ_{64}		Σ_{65}	
$A_{36}R^2\Sigma_{36}$	$A_{44}R^2\Sigma_{44}$	$A_{45}R^2\Sigma_{45}$	$A_{46}R^2\Sigma_{46}$	$A_{55}R^2\Sigma_{55}$	$A_{56}R^2\Sigma_{56}$	$A_{66}R^2\Sigma_{66}$
$A_{63}R^2\Sigma_{63}$		$A_{54}R^2\Sigma_{54}$	$A_{64}R^2\Sigma_{64}$		$A_{65}R^2\Sigma_{65}$	

ヲ Σ トス。但シ係數 C ハ 第12圖ヨリ C_1, C_2, C_3, C_4 及 C_5 、第13圖ヨリ係數 K、第14圖ヨリ K_1, K_2, K_3, K_4 及 K_5

限区分、直線部 = 對シテハ 5, 6, X 軸、正方向、5, 6'、ハ ソレト 反對方向 = 向フ 区分トス。

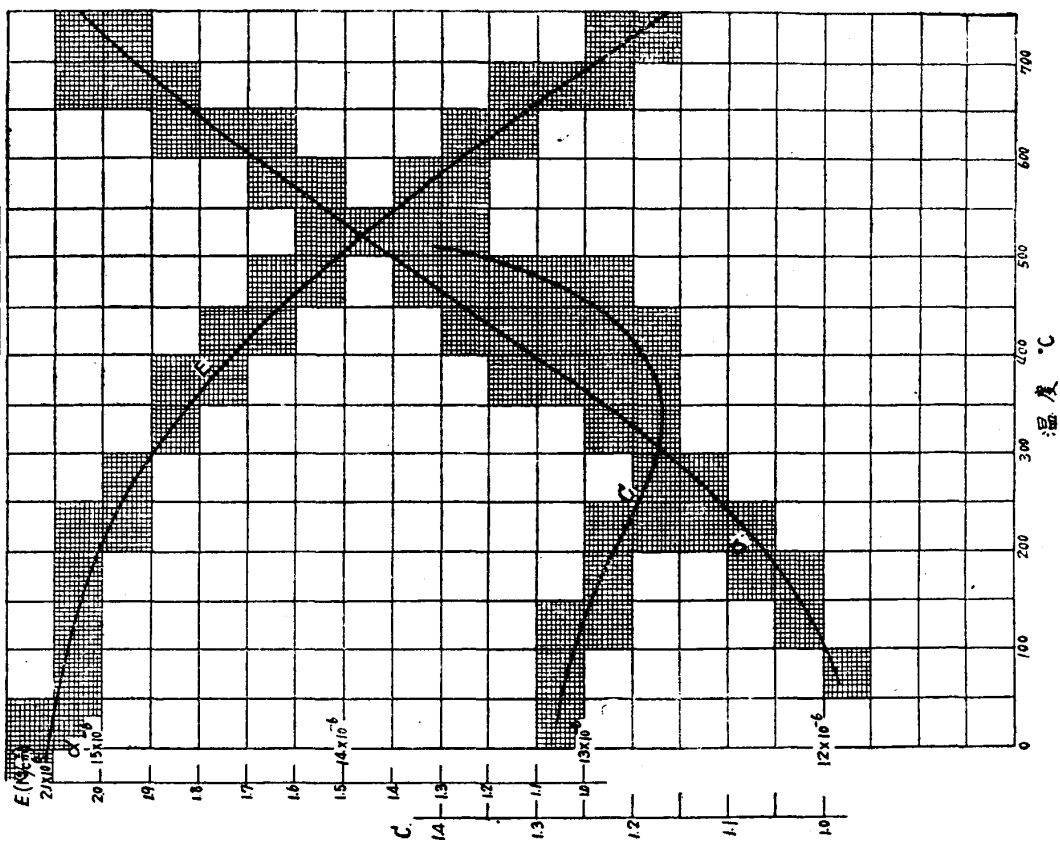
第7表 係數 (A₁₁ ~ A₆₆) 計算表

列		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
係數		ΔA_{11}	ΔA_{12}	ΔA_{13}	ΔA_{14}	ΔA_{15}	ΔA_{16}	ΔA_{22}	ΔA_{23}	ΔA_{24}	ΔA_{25}	ΔA_{26}	ΔA_{33}	ΔA_{34}	ΔA_{35}
座標	面		ΔA_{21}	ΔA_{31}	ΔA_{41}	ΔA_{51}	ΔA_{61}		ΔA_{32}	ΔA_{42}	ΔA_{52}	ΔA_{62}		ΔA_{43}	ΔA_{53}
①	XY a, b, c 座標 Z=0	$l'=4$	0	0	0	$\Delta A_{11}Z'=0$	$-(\Delta A_{11}Y')=0$ $-\frac{1}{2}l'^2=-8$ $\Sigma=-8$	$C_1=5.44$	0	$-(\Delta A_{22}Z')=0$	0	$\Delta A_{22}X'=0$	$l'=4$	$\Delta A_{33}Y'=0$ $+\frac{1}{2}l'^2=8$ $\Sigma=8$	$-(\Delta A_{33}X')=0$
②	XY a, b, c 座標 Z=0	$C_1=1.8525$	$C_2=0.18$	0	$-(\Delta A_{11}Z')=0$	$\Delta A_{11}Z'=0$	$\Delta A_{12}X'=-74$ $\Delta A_{11}Y'=-118$ $+C_2=0.4925$ $\Sigma=-859$	$C_1=1.8525$	0	$-(\Delta A_{22}Z')=0$	$\Delta A_{12}Z'=0$	$\Delta A_{12}X'=-272$ $\Delta A_{12}Y'=-272$ $+C_2=0.4925$ $\Sigma=-0.2275$	$K_1=3.15$	$\Delta A_{33}Y'=12.6$ $+K=2.0$ $\Sigma=14.6$	$\Delta A_{33}X'=0$ $-K_2=1.14$ $\Sigma=-1.14$
③	XY a, b, c 座標 Z=0	$C_1=5.44$	0	0	0	$\Delta A_{11}Z'=0$	$-(\Delta A_{11}Y')=-272$	$l'=4$	0	$-(\Delta A_{22}Z')=0$	0	$\Delta A_{22}X'=4$ $+\frac{1}{2}l'^2=8$ $\Sigma=12$	$l'=4$	$\Delta A_{33}Y'=20$	$-(\Delta A_{33}X')=-4$ $-\frac{1}{2}l'^2=-8$ $\Sigma=-12$
④	ZX a, b, c 座標 Y=0	$C_1=1.8525$	0	$C_2=0.18$	$\Delta A_{13}Y'=0.9$	$\Delta A_{11}Z'=-0.9$ $\Delta A_{13}X'=-0.9$ $+C_2=0.4925$ $\Sigma=-0.4075$	$-(\Delta A_{11}Y')=-9.2625$	$K_1=3.15$	0	$-(\Delta A_{22}Z')=0$ $-K_2=-1.14$ $\Sigma=-1.14$	0	$\Delta A_{22}X'=15.75$ $+K=2.0$ $\Sigma=17.75$	$C_1=1.8525$	$\Delta A_{33}Y'=9.2625$	$\Delta A_{13}Z'=-9.2625$ $\Delta A_{33}X'=9.2625$ $-C_2=-1.18$ $\Sigma=-10.4425$
⑤	ZX a, b, c 座標 Y=0	$l'=4$	0	0	0	$\Delta A_{11}Z'=4$ $+\frac{1}{2}l'^2=8$ $\Sigma=12$	$-(\Delta A_{11}Y')=-20$	$l'=4$	0	$-(\Delta A_{22}Z')=4$ $-\frac{1}{2}l'^2=-8$ $\Sigma=-12$	0	$\Delta A_{22}X'=-24$	$C_1=5.44$	$\Delta A_{33}Y'=27.2$	$-(\Delta A_{33}X')=-32.64$
⑥															
⑦															
⑧															
⑨	$\Sigma \Delta A = ①+②+③$	17.145	0.180	0.180	0.900	11.593	-73.053	18.443	0	-13.140	0	53.523	18.443	79.063	-56.223
⑩	$A=R \Sigma \Delta A = R^2 X$	$R=1$ 17.145R	$R=1$ 0.180R	$R=1$ 0.180R	$R=2$ 0.900R ²	$R=2$ 11.593R	$R=2$ -73.053R ²	$R=1$ 18.443R	$R=1$ 0	$R=2$ -13.140R ²	$R=2$ 0	$R=2$ 53.523R	$R=1$ 18.443R	$R=2$ 79.063R	$R=2$ -56.223R ²
		$t^c = 500^c$	$C = 1.36$			$C_1 = 1.8525$	$C_2 = 0.18$			$C_3 = 1.18$		$C_4 = 0.4925$		$C_5 = 0.301$	
		$\lambda = \frac{AR}{r^2} = 0.825$	$K = 2.0$			$K_1 = 3.15$	$K_2 = 1.14$			$K_3 = 1.6$		$K_4 = 0.28$		$K_5 = 1.0$	

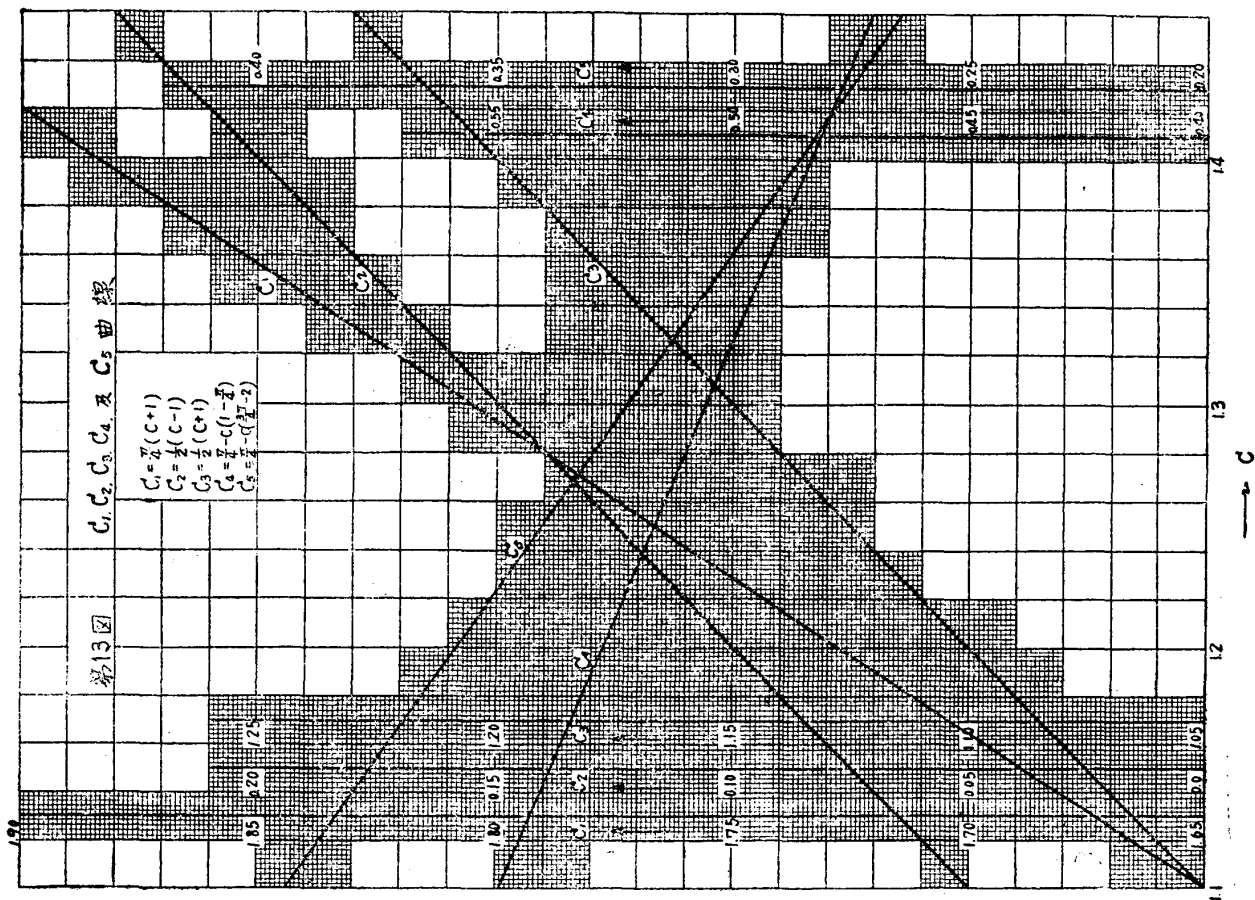
立體配管の熱膨脹に依る應力計算法、奥田、藤田

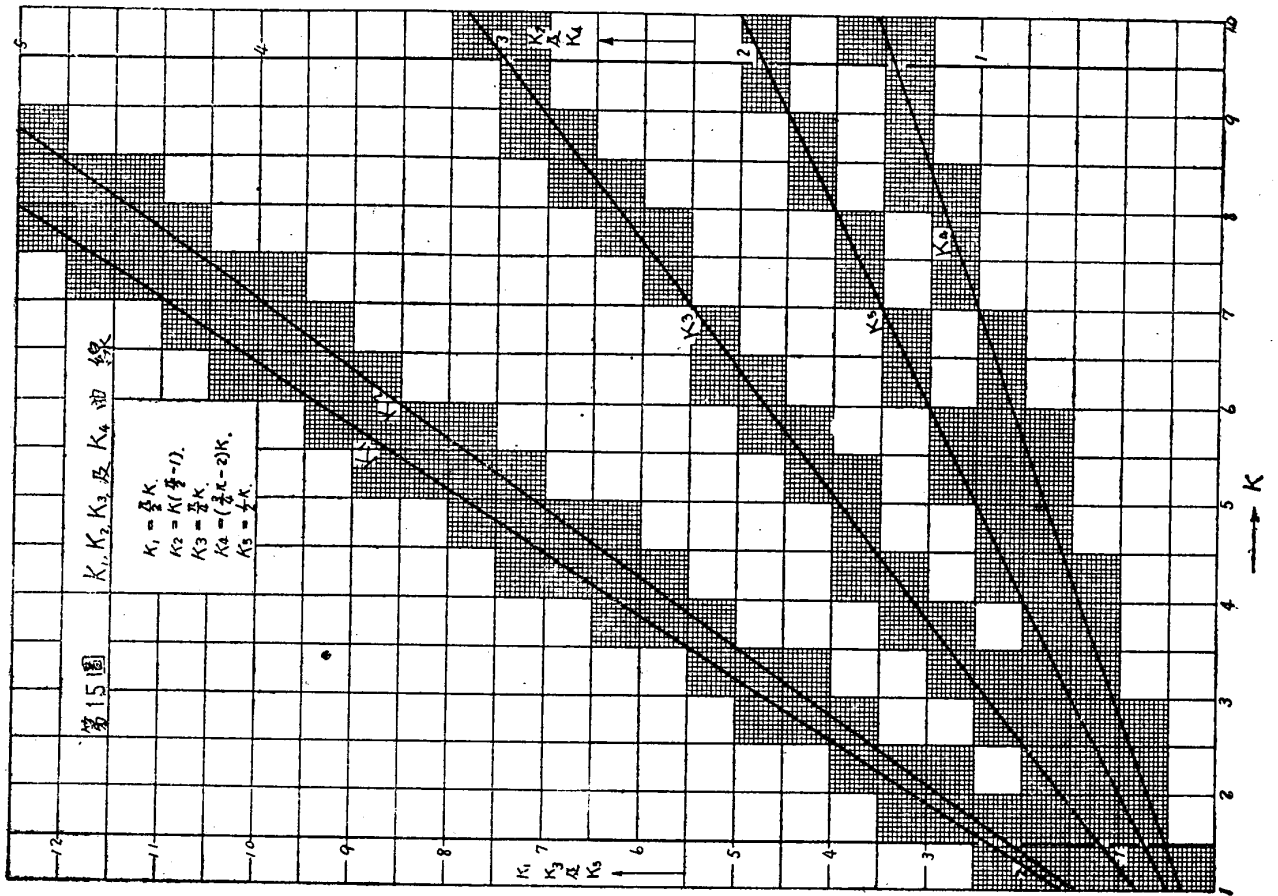
15	16	17	18	19	20	21
ΔA_{36}	ΔA_{44}	ΔA_{45}	ΔA_{46}	ΔA_{55}	ΔA_{56}	ΔA_{66}
ΔA_{E3}		ΔA_{54}	ΔA_{64}		ΔA_{65}	
0	$\Delta A_{34}y' - \Delta A_{24}z' = 0$ $+\frac{1}{2}l'^2y' = 0$ $+\frac{1}{3}l'^3 = 21.333$ $\Sigma = 21.333$	$-(\Delta A_{34}x') = 0$	$\Delta A_{24}x' = 0$	$\Delta A_{15}z' - \Delta A_{35}x' = 0$	$-(\Delta A_{15}y') - \frac{1}{2}l'^2z' = 0$	$\Delta A_{26}x' - \Delta A_{16}y' = 0$ $+\frac{1}{2}l'^2y' = 0$ $+\frac{1}{3}l'^3 = 21.333$ $\Sigma = 21.333$
0	$\Delta A_{34}y' - \Delta A_{24}z' = 58.4$ $+K_2y' = 8.0$ $+K_3 = 1.6$ $\Sigma = 68.0$	$\Delta A_{14}z' - \Delta A_{34}x' = 0$ $-K_2y' = -4.56$ $-K_5 = -1.0$ $\Sigma = -5.56$	$\Delta A_{24}x' - \Delta A_{14}y' = 0$ $-C_4z' = 0$ $\Sigma = 0$	$\Delta A_{15}z' - \Delta A_{35}x' = 0$ $+K_2x' = 0$ $+K_4 = 0.28$ $\Sigma = 0.28$	$\Delta A_{25}x' - \Delta A_{15}y' = 0$ $-C_3z' = 0$ $\Sigma = 0$	$\Delta A_{26}x' - \Delta A_{16}y' = 34.36$ $+C_4x' = 0$ $+C_3y' = 4.72$ $+C_5 = 0.301$ $\Sigma = 39.381$
0	$\Delta A_{34}y' - \Delta A_{24}z' = 100$	$-(\Delta A_{34}x') = -20$ $-\frac{1}{2}l'^2y' = -40$ $\Sigma = -60$	$\Delta A_{24}x' - \frac{1}{2}l'^2z' = 0$	$\Delta A_{15}z' - \Delta A_{35}x' = 12$ $\frac{1}{2}l'^2x' + \frac{1}{3}l'^3 = 29.333$ $\Sigma = 41.333$	$-(\Delta A_{15}y') = 0$	$\Delta A_{26}x' - \Delta A_{16}y' = 148.0$ $+\frac{1}{2}l'^2x' + \frac{1}{3}l'^3 = 29.333$ $\Sigma = 177.333$
$-(\Delta A_{13}y')$ = -0.9	$\Delta A_{34}y' - \Delta A_{24}z' = 46.3125$ $+K_2z' = 0$ $+K_3 = 1.6$ $\Sigma = 47.9125$	$\Delta A_{14}z' - \Delta A_{34}x' = -46.3125$ $-C_3y' = -5.9$ $\Sigma = -52.2125$	$\Delta A_{24}x' - \Delta A_{14}y' = -10.2$ $-K_2z' = 0$ $-K_5 = -1.0$ $\Sigma = -11.2$	$\Delta A_{15}z' - \Delta A_{35}x' = 52.2125$ $+C_4z' = 0$ $+C_3x' = 5.9$ $+C_5 = 0.301$ $\Sigma = 58.4135$	$-(\Delta A_{15}y') = 2.0375$	$\Delta A_{26}x' - \Delta A_{16}y' = 135.0625$ $+K_2x' = 10.0$ $+K_3 = 1.6$ $\Sigma = 146.6625$
0	$\Delta A_{34}y' - \Delta A_{24}z' = 148.0$ $\frac{1}{2}l'^2z' + \frac{1}{3}l'^3 = 29.333$ $\Sigma = 177.333$	$-(\Delta A_{34}x') = -163.2$	$\Delta A_{24}x' = -72$	$\Delta A_{15}z' - \Delta A_{35}x' = 207.34$ $\frac{1}{2}l'^2z' + \frac{1}{3}l'^3 = 29.333$ $\Sigma = 237.173$	$-(\Delta A_{15}y') = -60$	$\Delta A_{26}x' - \Delta A_{16}y' = 244$
-0.900	414.579	-280.973	-83.200	337.200	-57.963	628.710
$\pi=2$ $-0.900R^2$	$\pi=3$ $414.579R^3$	$\pi=3$ $-280.973R^3$	$\pi=3$ $-83.200R^3$	$\pi=3$ $337.200R^3$	$\pi=3$ $-57.963R^3$	$\pi=3$ $628.710R^3$
$l = 4R$ $l' = 4$						

第12圖 高溫度に於て熱膨係數(C), 線彈性係數(E)及係數(C)

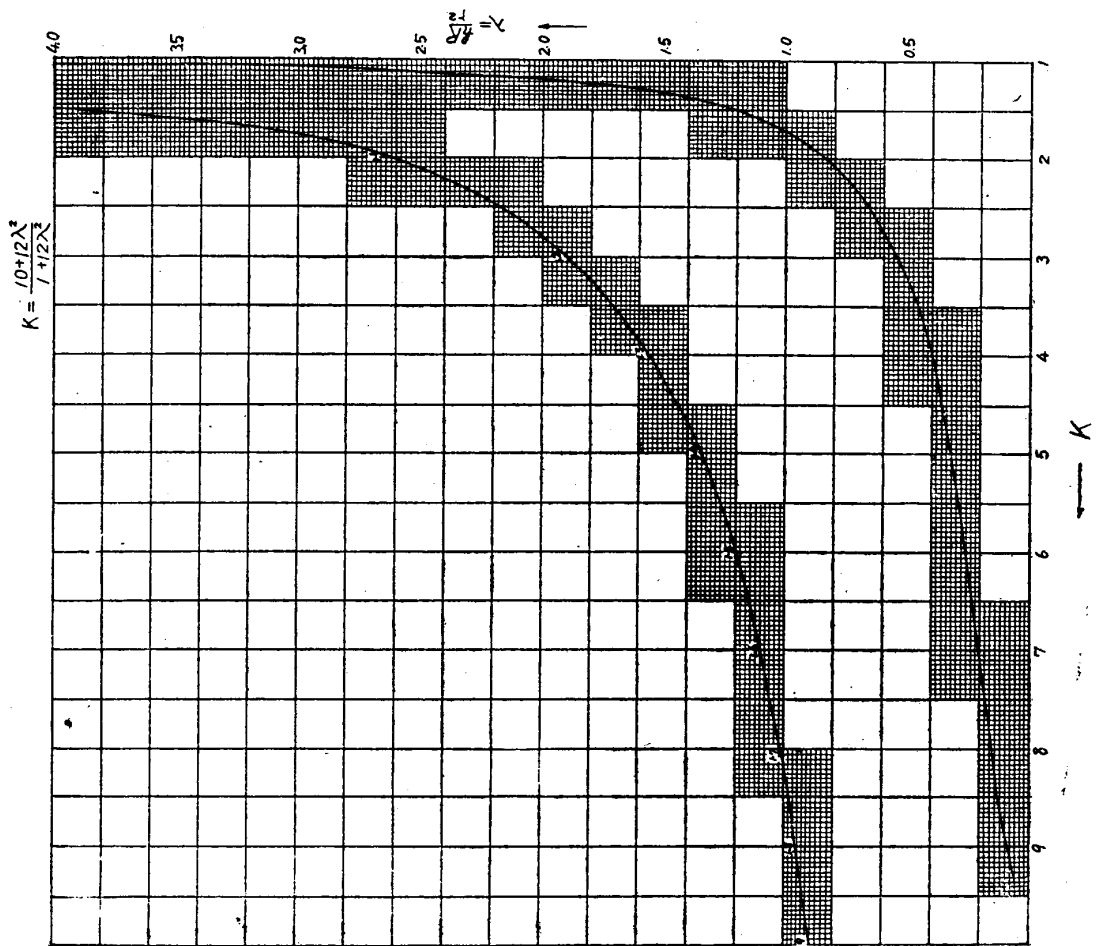


第13圖 C₁, C₂, C₃, C₄ 及 C₅ 曲線

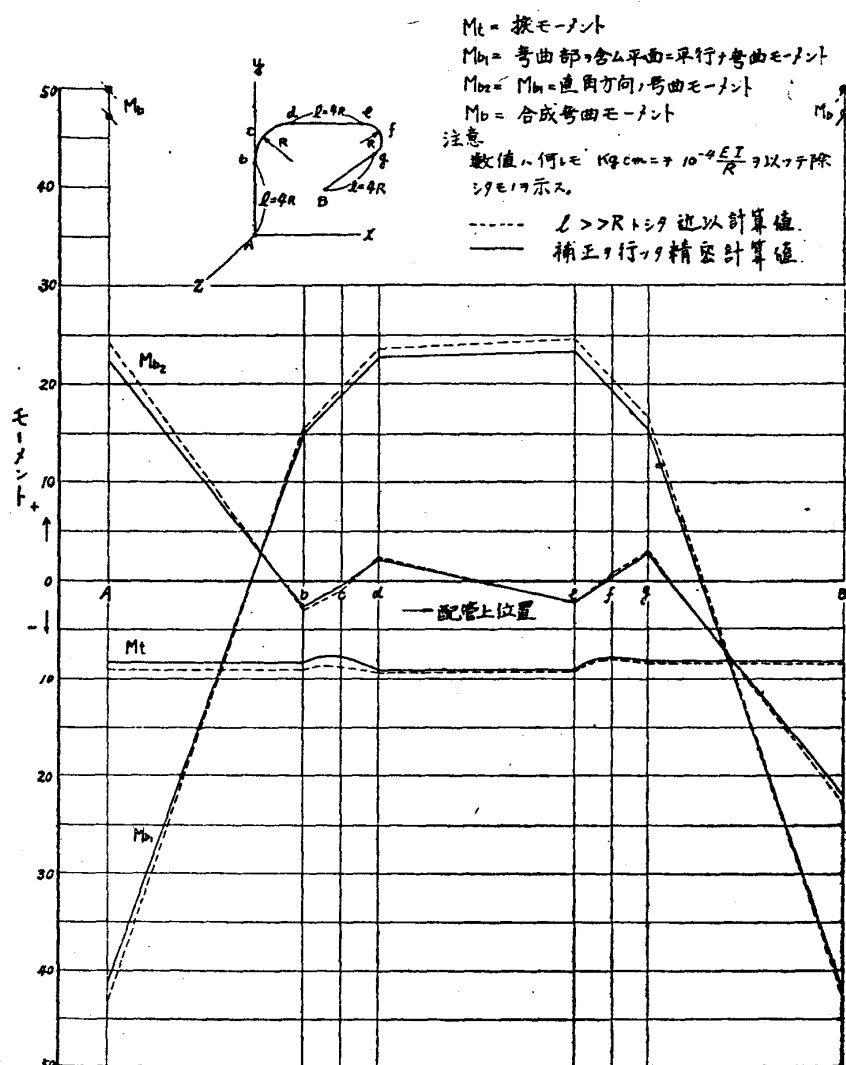




第14圖 K 曲線



第20圖 配管上ノモーメント分布



討 論

○座長(澤田正雄君) 只今の御講演に對して御質問がありましたらどうぞ。……御質問がない様でありますから一言講演者に對し御禮を申し上げます。今日奥田、藤田兩君の「立體配管の熱膨脹に依る應力計算法」を藤田君が御發表になりました。同君は三菱長崎造船所内燃機關の設計の方にて主として解析の方に従つて居られ幾多の御研究があり、捩り振動、横振動問題等に對しては既に一家をなして居られるのであります。今日立體配管につき、先程の二次元問題より更に複雑な三次元問題へと研究發表され、3つの假定即ち

- (1) 配管の兩端は固定とす
- (2) 配管の直線部は空間に於て互に直交し各直線部の連結は圓弧を以てなす

(3) 配管彎曲部の曲率半径は一定とす

により、複雑極まる假定を省いて解析を進め茲に計算法を要約されましたが、若い技術者にも、勞力と時間とを省き間違の起らぬ手引きとなりますし、更に種々の資料が添へられて居りますから、我々造船に従事する者に對して極めて便利であり、時局柄時間の節約に役立つものと存じます。茲に例によりまして拍手を以て御禮に代へ度いと思ひます。(一同拍手)
