

消費者需要のミクロ構造モデリングとその応用

照井 伸彦*

Structural Modeling of Consumer Demand and Its Applications

Nobuhiko Terui*

本稿では、複数離散選択を許容する直接効用モデルを用いて、消費者の行動を幅広く捉える新しいミクロ計量経済・マーケティングのモデリングについて展望し、その応用として、著者および共同研究者による 2 つの研究：消費経験による飽きの動的変化を個別に捉える分析、選好変化の構造を説明して消費者毎に可視化するモデル分析を紹介する。

In this article, I survey the recent development of economic theory based structural modeling which accommodates consumer's multiple choice behavior. Then, I introduce two applied studies by the author and coauthors, i.e., the dynamic structural modeling of brand satiations and preference changes, both of which are caused by consumer's purchase experience.

キーワード：複数離散選択データ，キューン-タッカー条件，補償価値，MCMC，動的因子モデル，状態空間事前分布

1. はじめに—消費者需要のミクロ経済学的基礎

需要分析のミクロ経済学的基礎は、効用理論によるアプローチの違いで 2 つに分けられる。一つは Roy の恒等式によりマーシャルの需要関数を導く間接効用アプローチであり、もうひとつは、直接効用から始めて予算制約の下で効用最大化に関するキューン-タッカー (Kuhn-Tucker) 条件を用いるアプローチである。とくに後者の直接効用アプローチは、次で説明する“複数離散選択 (multiple discreteness)”を許容するモデルとしてその計量モデルが、Wales and Woodland (1983) に始まり、Kim *et al.* (2002, 2007) や Bhat (2005) などでの拡張が提案されてきた。

ロジットモデルやプロビットモデルなど通常の線形効用関数にもとづく離散選択モデルは、複数の選択肢の選択を許さず単一選択のみを扱うものであり、さらには単一選択であっても購入数量の違いは表現できない枠組みとなっている。単一選択の場合の購入数量情報は、マーケティングにおいては、購買生起をロジットまたはプロビットモデルで表し、購

* 東北大学大学院経済学研究科：〒 980-8576 仙台市青葉区川内 (E-mail: terui@econ.tohoku.ac.jp).

買生起を条件付として別の購入数量モデルを設定し、購買と数量の意思決定を2つのモデルで統合する研究が行われてきた。(例えば, Krishnamurthi and Raj (1988) など) 他方, 実際の消費者の購買行動は同じカテゴリで複数ブランドを同時に購買したり, 一つのブランドでも複数の数量を購入することは頻繁に観測される。通常の離散選択モデルはこの行動を捉えきれないという限界を持っており, 同時点で複数の選択肢を選択する複数離散選択行動を許容するモデルの研究が求められている。

直接効用アプローチをとる上述の研究では, 遷移加法的 (translated additive) な効用関数を特定化し, それが複数選択を表す「内部解」と単一選択を表す「端点解」の両方を表現できることを利用してこれに対応する計量モデルを構成する。さらに, 経済学的な議論を背景として, 選択肢それぞれの価値を補償価値 (compensating value) という金額尺度で評価可能であり, これはマーケティングの応用としては, 店頭からあるブランドを撤去したときに生じる効用の減少を価格で補填する考え方によって店頭や製造ラインでの品揃えの価値を評価できるという魅力を併せ持っている。

本稿では, より包括的な消費者行動をモデル化できる直接効用を用いたマーケティングモデルを展望する。さらにこれを応用した著者および共同研究者の2つの研究 (Hasegawa *et al.* (2012), Terui and Hasegawa (2013)) を紹介する。

2. 複数離散選択データに対する直接効用アプローチ

2.1 直接効用関数と最適化条件

いま Bhat (2005) により提案されたベースラインと飽き (飽和) を表す2つのパラメータをもつ遷移加法型効用関数を利用して考え方を説明する。すなわち, m 種類の選択肢をもつ消費者 h の時刻 t での効用を下記のように定義する。

$$U(\mathbf{x}_{ht}, z_{ht}) = \sum_{j=1}^m \frac{\psi_{jh}}{\gamma_{jh}} \ln(\gamma_{jh} x_{jht} + 1) + \ln z_{ht} \quad (2.1)$$

ここで $\mathbf{x}_{ht} = (x_{1ht}, \dots, x_{mht})'$ は, t 期における消費者 h の需要量, そして z_{ht} は外部財の需要量をそれぞれ表す。またパラメータである ψ_{jh}, γ_{jh} ($j = 1, \dots, m$) は $\psi_{jh} > 0$ および $\gamma_{jh} > 0$ の制約をもつ。このとき, この効用関数 (2.1) は, 端点解および内部解を表現できることが Bhat (2005) で示されている。このとき, 購入数量に関する限界効用はつぎで与えられる。

$$\frac{\partial U(\mathbf{x}_{ht}, z_{ht})}{\partial x_{ht}} = \frac{\psi_{jh}}{\gamma_{jh} x_{jht} + 1} \quad (2.2)$$

ここで ψ_{jh} は製品 j の $x_{jht} = 0$ のときの効用の値でありベースライン・パラメータと呼ぶ。また γ_{jh} はこれが大きいとき限界効用を逡減させる効果を持つので飽き (飽和) パラメータと呼ぶ。このとき, 消費者は効用関数 (2.1) をつぎの予算制約のもとで最大化するよう

に行動するものと仮定する.

$$\mathbf{p}'_{ht}\mathbf{x}_{ht} + z_{ht} \leq E_{ht} \quad (2.3)$$

ここで $\mathbf{p}_{ht} = (p_{1ht}, \dots, p_{mht})'$ は価格ベクトル, E_{ht} は消費者 h の t 期の予算を表す. いま記号の単純化のために消費者と時間の添え字を省略する. この制約付き最大化は 補助方程式

$$Q = U(\mathbf{x}, z) - \lambda(\mathbf{p}'\mathbf{x} + z \leq E) \quad (2.4)$$

を置き, 制約付き効用最大化に関する次のクーン-タッカー条件が導かれる. すなわち, いま m 種類の選択肢から n_1 種類を購入し, 残りの $n_2 = m - n_1$ 種類のブランドは購入しなかったときを考えると, 限界効用 $\frac{\psi_j}{\gamma_j x_j + 1} = D_j$, 最適需要量を x_j^* とし, この条件は下記のように表される.

$$\frac{\partial Q}{\partial x_j} = D_j - \lambda p_j = 0 \quad \text{if } x_j^* > 0, \quad j = 1, \dots, n_1 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x_j} = D_j - \lambda p_j < 0 \quad \text{if } x_j^* = 0, \quad j = n_1 + 1, \dots, m \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{1}{z} - \lambda = 0 \quad \text{常に } z > 0 \quad (2.7)$$

ここで, 一般性を失うことなく, 初めの n_1 種類が正の購入量, 残りの n_2 種類のブランドはゼロの購入量が最適であったとしている. (2.5) 式は購入されたブランドに関する条件であり, 下記のように書かれる.

$$\frac{D_1}{p_1} = \frac{D_2}{p_2} = \dots = \frac{D_{n_1}}{p_{n_1}} = \lambda \quad (2.8)$$

この等式は購入したブランドの 1 円当たりの限界効用がすべて等しい均衡水準にあったことを示す. これに対して購入されなかったブランドについての条件 (2.6) 式は, これが均衡水準 λ 以下であったこと, すなわち,

$$\frac{D_k}{p_k} < \lambda, \quad k = n_1 + 1, \dots, m \quad (2.9)$$

を表す. つぎに外部財の存在を仮定する (2.7) 式から

$$\lambda = \frac{1}{z} = \frac{1}{E - \mathbf{p}'\mathbf{x}} \quad (2.10)$$

が得られ, 均衡水準 λ が特定できる.

2.2 計量モデル化と連続-離散尤度の導出

計量モデルは, ベースラインに誤差項を含む形で

$$\psi_{jh} = \exp(\psi_{jh}^* + \varepsilon_{jht}) \quad (2.11)$$

で定式化する. ここで ψ_{jh}^* は無制約なパラメータであり, ε_{jht} は独立な誤差項を表す. 均衡水準を決める関係 (2.10) 式を (2.8) 式および (2.9) 式に代入し, さらに対数を取って誤差項について整理した条件から尤度を構成する. すなわち, 限界効用 (2.2) 式および計量モデルの仮定 (2.11) 式から $\ln D_j = \psi_j^* + \varepsilon_j - \ln(\gamma_j x_j + 1)$ であるので, $V_j = -\psi_j^* + \ln(\gamma_j x_j + 1)$ と置けば, キューン-タッカー条件は

$$\varepsilon_j = V_j + \ln\left(\frac{p_j}{E - \mathbf{p}'\mathbf{x}}\right) \quad \text{if } x_j > 0 \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_j < V_j + \ln\left(\frac{p_j}{E - \mathbf{p}'\mathbf{x}}\right) \quad \text{if } x_j = 0 \quad (2.13)$$

と書ける. さらに $g_j = V_j + \ln\left(\frac{p_j}{E - \mathbf{p}'\mathbf{x}}\right)$ と置けば, 尤度関数は連続-離散 (確率質量) 確率関数から下記のように書くことができる.

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}|\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\gamma}) &= \Pr\{x_1 > 0, \dots, x_{n_1} > 0; x_{n_1+1} = 0, \dots, x_m = 0|\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\gamma}\} \\ &= \phi(g_1, \dots, g_{n_1}) |J_{n_1}| \int_{-\infty}^{g_{n_1+1}} \cdots \int_{-\infty}^{g_m} f(\varepsilon_{n_1+1}, \dots, \varepsilon_m) d\varepsilon_{n_1+1} \cdots d\varepsilon_m \end{aligned} \quad (2.14)$$

すなわち, 尤度は内部解 (購買) に対応する確率密度関数

$$\{x_1 > 0, \dots, x_{n_1} > 0\} \rightarrow \phi(g_1, \dots, g_{n_1}) |J_{n_1}| \quad (2.15)$$

と端点解 (非購買) に対応する確率質量

$$\{x_{n_1+1} = 0, \dots, x_m = 0\} \rightarrow \int_{-\infty}^{g_{n_1+1}} \cdots \int_{-\infty}^{g_m} f(\varepsilon_{n_1+1}, \dots, \varepsilon_m) d\varepsilon_{n_1+1} \cdots d\varepsilon_m \quad (2.16)$$

の積で書かれる. ここで J は $\{\varepsilon_j\}$ から $\{x_j\}$ への変数変換に伴うヤコビアンであり,

$$|J_{n_1}| = \prod_{j=1}^{n_1} \frac{\gamma_j}{\gamma_j x_j + 1} \quad (2.17)$$

で与えられる. さらに誤差項 ε_j に対しては, Bhat (2005) は極値分布を仮定してロジットモデルを展開する. この場合, (2.14) 式はつぎのように閉じた形で評価できる.

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}|\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\gamma}) &= \left[\prod_{j=1}^{n_1} \exp(-g_j) \exp(-e^{-g_j}) \right] |J_{n_1}| \left[\prod_{j=n_1+1}^m \exp(-e^{-g_j}) \right] \\ &= |J_{n_1}| \left[\prod_{j=1}^{n_1} \exp(-g_j) \right] \exp\left(-\sum_{j=1}^m \exp(-g_j)\right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

また誤差項に正規分布を仮定する場合は, 重積分 $\int_{-\infty}^{g_{n_1+1}} \cdots \int_{-\infty}^{g_m} f(\varepsilon_{n_1+1}, \dots, \varepsilon_m) d\varepsilon_{n_1+1} \cdots d\varepsilon_m$ の評価が避けられない. 以下で示す異質性のモデルの組み込みとの関係から, ベイズモデリングではこの積分評価を重点サンプリングにもとづくモンテカルロ法で効率的に行う

ことができる。具体的には、多変量正規分布の変量を逐次的に順に直交化しながら一変量切断正規分布から乱数を発生させる GHK シミュレーターと呼ばれる方法で評価可能である。これについては、例えば、Rossi *et al.* (2005), 2.1 節を参照されたい。

誤差項に無相関の仮定ができれば、正規性を仮定しても大きな計算上の困難は生じない。すなわち、 $\{\varepsilon_j\}$ に互いに独立な標準正規分布を仮定した場合、上の重積分は一変量正規分布の分布関数 $F(\cdot)$ の積で表され、尤度関数はつぎのように書かれる。

$$L(\mathbf{x}|\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\gamma}) = \left[\prod_{j=1}^{n_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x_j - g_j)^2}{2}\right) \right] |J_{n_1}| \left[\prod_{j=n_{1t}+1}^m F(g_j) \right] \quad (2.19)$$

(x_j, g_j) が与えられれば、これらの評価は容易であることがわかる。いずれ上記のように様々な設定のもとでも尤度評価は可能となる。

2.3 異質性のモデルと事後分布

異質性のモデル化は、非負制約から対数を取ったパラメータに対してつぎのランダム効果モデルを設定する。

$$\ln \psi_{hj} \sim N(\bar{\psi}_j, \Sigma_{j\psi}) \quad \text{および} \quad \ln \gamma_{hj} \sim N(\bar{\gamma}_j, \Sigma_{j\gamma}) \quad (2.20)$$

さらにそれぞれの正規分布の平均、分散にも通常使われる正規-ウィシャート分布を設定し、事前同時分布

$$p(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\gamma}, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\boldsymbol{\gamma}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\gamma}}) = \prod_{h=1}^H \prod_{j=1}^m p(\psi_{hj}, \gamma_{hj} | \bar{\psi}_j, \Sigma_{j\psi}, \bar{\gamma}_j, \Sigma_{j\gamma}) p(\bar{\boldsymbol{\psi}}) p(\bar{\boldsymbol{\gamma}}) p(\bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\psi}}) p(\bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\gamma}}) \quad (2.21)$$

を定義する。それを尤度に掛けて事後分布を評価する。

$$p(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\gamma}, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\boldsymbol{\gamma}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\gamma}} | \mathbf{x}) \propto p(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\gamma} | \bar{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\boldsymbol{\gamma}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\gamma}}) p(\bar{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\boldsymbol{\gamma}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\gamma}}) \prod_{t=1}^T L(\mathbf{x}_t | \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\gamma}) \quad (2.22)$$

事後分布評価はマルコフ連鎖モンテカルロ法によって行われる。上記のモデルでは、ハイパーパラメータに適切な正規-ウィシャート共役事前分布を仮定する。そのとき具体的には、各種の条件付事後分布 $p(\boldsymbol{\psi} | \boldsymbol{\gamma}, \bar{\boldsymbol{\psi}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\psi}}, \mathbf{x})$, $p(\boldsymbol{\gamma} | \boldsymbol{\psi}, \bar{\boldsymbol{\gamma}}, \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\gamma}}, \mathbf{x})$, $p(\bar{\boldsymbol{\psi}} | \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\psi}}, \mathbf{x})$, $p(\bar{\boldsymbol{\gamma}} | \bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\gamma}}, \mathbf{x})$, $p(\bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\psi}} | \mathbf{x})$, $p(\bar{\Sigma}_{\boldsymbol{\gamma}} | \mathbf{x})$ を求める必要があるが、初めの2つはメトロポリス-ヘイスティングス・サンプリングを用いる。残りの条件付き事後分布は、共役の関係を利用して閉じた形で分布を書き下すことができる。

2.4 外部財を仮定しない場合の処理

いま外部財の存在を仮定しない場合、均衡水準 λ が決まらないので尤度評価ができなくなる。その場合、基準となるブランド、例えばブランド 1 と決めて、そこからの差を取る

ことで均衡水準のパラメータ λ を消去して尤度を定義する。すなわち, (2.5) および (2.6) 式から得られる関係の対数を取り,

$$\ln D_j = V_j + \varepsilon_j = \ln \lambda \quad \text{if } x_j^* > 0 \quad (2.23)$$

$$\ln D_j = V_j + \varepsilon_j < \ln \lambda \quad \text{if } x_j^* = 0 \quad (2.24)$$

とする。ここで $V_j = \psi_j^* - \ln(\gamma_j x_j + 1) - \ln p_j$ である。

いま均衡条件 (2.23) 式および不均衡条件 (2.24) 式を $j = 1$ を基準にして差分をとると

$$e_j = v_j(x^*, p) \quad \text{if } x_j^* > 0 \quad (2.25)$$

$$e_j < v_j(x^*, p) \quad \text{if } x_j^* = 0 \quad (2.26)$$

となる。ここで $e_j = \varepsilon_j - \varepsilon_1$, $v_j(x^*, p) = V_j(x^*, p) - V_1(x^*, p)$, $j = 2, \dots, m$ である。このとき, 確率変数の次元が一つ落ち, さらに新しい誤差項は同じ ε_1 をすべてに含むので, ε_j の独立な分布を仮定しても, 新しい誤差項 e_j は本質的に相関を持つ構造となっている。したがって上記の極値分布の仮定は合理的ではなくなる。正部分布を仮定する場合, 相関のある多変量正規分布を仮定してモデル化する必要がある。すなわち $e = (e_2, \dots, e_m)' \sim N_{m-1}(0, \Sigma)$ であり, $\{\varepsilon_j, j = 1, \dots, m\}$ のそれぞれが平均ゼロ, 分散 1 で互いに無相関の正規分布に従うとき, 分散行列の対角成分はすべて $\text{Var}(e_j) = 2$, 非対角成分はすべて $\text{Cov}(e_j, e_k) = 1$ となる特殊な形をとる。その場合でも, 非購買確率

$$\Pr \{x_j^* = 0, j = n_1 + 1, \dots, m\} = \int_{-\infty}^{h_{n_1+1}} \cdots \int_{-\infty}^{h_m} f(e_{n_1+1}, \dots, e_m) de_{n_1+1} \cdots de_m$$

は, GHK シミュレーターを通じて評価できる。前項の事前分布の設定を仮定すれば, 同じように条件付き事後分布が評価できる。例えば, Kim *et al.* (2007) では, (2.1) 式とは異なるべき乗型効用関数を用いてこのモデル化を行っている。その付録に推定アルゴリズムが説明されている。

3. 応用研究 1: 消費経験による飽きのダイナミクスと製品ラインの価値評価

本章では, 飽きのパラメータはブランドごとかつ消費者毎に動的に変化するものとし, これを γ_{jht} ($j = 1, \dots, m$) で定義し, そのダイナミクスをモデル化して個別に評価する。その際, もう一つのベースライン・パラメータも動的に変化するものとして ψ_{jht} とする。

3.1 製品の属性データと部分効用

m 個の製品に対する選好は p 個 ($p > m$) の製品属性によって十分説明されることが期待できる。食品の場合, 化学的成分分析や専門家による嗜好テストにより製品が消費者の選好と整合性を持つように多くの努力が行われている。しかし, 需要の他の側面に対してこ

これらの製品属性またはその部分集合がどのように効いているのか、とくに飽き（飽和）に対する効果は十分調べられていない。企業は、飽きを起こさずにより多くの需要を実現するよう既存の製品ラインに対する支出を考える必要がある。飽きが加速されていけば、消費者の効用水準を維持するためには製品ラインの追加が必要となる。

実証分析で扱うデータは選択肢の製品に関する配合成分などの属性情報を含んでおり、これをパラメータに関係付けて飽きを誘発する成分や飽きさせない成分を取り出すことが可能である。すなわち、選択肢数 m 個のベースラインおよび飽和パラメータに p 個の製品属性 ($p > m$) を、マーケティングでのコンジョイント分析の部分効用を測定する枠組みと同様の線形射影で結びつける。

$$\psi_{jht}^* = c_j \beta_{ht} \quad (3.1)$$

$$\gamma_{jht}^* = c_j \alpha_{ht} \quad (3.2)$$

ここで $\psi_{jht} = \exp(\psi_{jht}^* + \varepsilon_{jht})$, $\gamma_{jht} = \exp(\gamma_{jht}^*)$ であり、また c_j は j 番目の製品の p 次元の属性データベクトルである。ここで $\psi_{jht} > 0$ および $\gamma_{jht} > 0$ の制約をもつ。

3.2 部分効用のダイナミックス

次に飽きパラメータの部分効用 $\{\alpha_{ht}\}$ に動的因子モデルによってダイナミックスを導入する。すなわち、

$$\begin{cases} \alpha_{ht} = a f_{ht} + \delta_{ht} \\ f_{ht} = f_{ht-1} + v_{ht} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$(3.4)$$

ここで観測モデルの誤差項には $\delta_{ht} \sim N_p(0, \Sigma)$, $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_p^2\}$, システムモデルの誤差項には 1 因子モデルの場合 $v_{ht} \sim N(0, 1)$ を仮定する。行列 a の第 k 行のベクトル a_k は、 k 番目の属性に対する因子負荷量を表し、それは時間とともに変化しないものと仮定している。他方、因子スコア f_{ht} は、消費者 h の時刻 t での飽きに対する態度を表す。 $a_k = 0$ である場合は、製品属性 k が飽きに対して貢献しないことを意味し、また $a_k \neq 0$ であれば、 k 番目の属性が飽きを増加させるか減少させるかの効果を持ち、これは因子スコア f_{kht} の値に依存する。(3.4) 式は、Kitagawa and Gersh (1984), Harvey (1989), West and Harrison (1997) らによって使われ、ベイズ推定の枠組みでは平滑化事前分布と呼ばれる設定であり、時間軸上でローカルなトレンドを表現するものとして活用されている。ここでは消費者行動立場からは飽きの状態は時間とともに緩やかに変化することをモデル化している。尚、パラメータの動的構造を規定する (3.3) および (3.4) 式はベイズモデリングからは状態空間事前分布と呼ばれる。

3.3 モデルの識別性

動的因子モデルの識別性については、因子分解する変数が潜在変数であることから、Geweke and Zhou (1996) で与えられた観測変数に対する一般的な因子分析の識別性条件よりも強い条件を課す必要がある。すなわち、因子負荷行列 \mathbf{a} の対角要素は $a_{ii} = 1$ と置く。2 因子モデルの場合には、この識別性条件は次のようになる。

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a_{21} & 1 \\ a_{31} & a_{32} \\ \vdots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

また因子モデルの事前分布は Lee (2007) に従ってつぎのように設定する。

$$\sigma_k^2 \sim IG(n_0/2, s_0/2) \quad (3.6)$$

$$a_{21} \sim N(a_0, A_0); \quad \mathbf{a}_k = (a_{k1}, a_{k2})' \sim N_2(\mathbf{a}_0, \mathbf{A}_0) \quad \text{for } 3 \leq k \leq p. \quad (3.7)$$

3.4 事後分布の評価

パラメータの事後分布は、完全条件付分布を求めて評価する。具体的には、 $p(\boldsymbol{\alpha}_{ht} | \mathbf{x}_{ht}, \boldsymbol{\beta}_{ht}, \mathbf{a}, f_{ht}, \Sigma)$ および $p(\boldsymbol{\beta}_{ht} | \mathbf{x}_{ht}, \boldsymbol{\alpha}_{ht}, \boldsymbol{\theta}_h, V)$ はメトロポリス-ヘイスティングス・サンプリングにより、 $p(f_{ht} | \boldsymbol{\alpha}_{ht}, \mathbf{a}, \Sigma)$ は Carter and Kohn (1994) による状態空間モデルの状態で表される時変係数をマルチムーブ・サンプラーによりサンプリングして評価し、その他のパラメータの条件付事後分布は共役関係から閉じた形の正規-ウィシャート分布からサンプリングして評価する。詳細は、Hasegawa *et al.* (2012) の付録を参照されたい。

3.5 実証分析

(i) データと変数

データは米国の大規模大学の学生による購買実験により得られたものを利用する。これは Kim *et al.* (2002) で使われたデータである。被験者の学生は、毎週 2 ドルの予算を支給され、通常価格 99 セントのコーンチップス 8 種類をそれぞれ 33 セントで購入する。したがって最大で 6 種類の製品を購入でき、残金は実験終了後にすべてまとめて現金で支給される。製品は通常価格よりかなり低い価格であるために高いレベルの消費が期待でき、その結果、飽きの情報が抽出できる可能性を秘めたデータである。表 1 には、そのリストが掲載されている。購買実験は 7 週間にわたり実施され、101 人の被験者の学生の総購買機会は 634 回である。

各購買機会のデータは、8 種類の製品のそれぞれの購入数量と外部財の購入数量から構成される。ここで外部財の数量は未支出の予算と等しいとしている。Kim *et al.* (2007) で

表1 製品の種類と属性・成分.

| 製品/属性 | c1 | c2 | c3 | c4 | c5 | c6 | c7 | c8 | c9 | c10 | c11 | c12 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 4.00 | 1.50 | 4.00 | 2.00 | 0.00 | 1.75 |
| B | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 3.00 | 0.67 | 3.83 | 4.25 | 2.00 | 0.00 |
| C | 1.00 | 0.00 | 3.17 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.33 | 4.17 | 4.00 | 0.00 | 0.00 |
| D | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.33 | 0.88 | 3.67 | 3.33 | 5.50 | 2.25 | 0.00 |
| E | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.50 | 0.00 | 1.83 | 4.25 | 0.00 | 4.17 | 5.00 | 1.00 | 0.00 |
| F | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 4.00 | 1.50 | 4.00 | 2.00 | 0.00 | 1.75 |
| G | 0.00 | 0.00 | 3.17 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.33 | 4.17 | 4.00 | 0.00 | 0.00 |
| H | 0.00 | 2.17 | 0.67 | 0.00 | 0.50 | 0.00 | 3.38 | 0.00 | 3.83 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

c1: 形状, c2: 乳成分, c3: ハーブ, c4: シトラス, c5: トマト, c6: ホットペッパー, c7: チーズ, c8: 辛味, c9: コーン, c10: スパイス, c11: レッドペッパー, c12: 加工コーン.

表2 購買データの要約統計.

| 製品/属性 | 購買回数 | 全購買数量 | コーナー解 | 内部解 |
|-------|------|-------|-----------|-------------|
| A | 168 | 224 | — | 168 (1.00) |
| B | 177 | 262 | 4 (.02) | 173 (0.98) |
| C | 188 | 231 | — | 188 (1.00) |
| D | 180 | 235 | — | 180 (1.00) |
| E | 190 | 295 | 2 (.01) | 188 (0.99) |
| F | 244 | 446 | 6 (.02) | 238 (0.98) |
| G | 235 | 338 | — | 235 (1.00) |
| H | 218 | 277 | — | 218 (1.00) |
| 計 | 1600 | 2308 | 12 (0.01) | 1588 (0.99) |

Kim *et al.* (2007).

は、静学モデルでこれらの製品属性が効用関数のベースラインを十分よく説明することを示した。データの要約統計量が表2で与えられている。端点解のケースが少なく、内部解でほとんどが観測されていることがわかる。

(ii) 推定とモデル比較

提案する動的因子モデルに対して、いくつかの比較モデルを設定してモデル選択を行った。比較モデルとしては、静学因子モデル、モデルパラメータが時間とともに滑らかに変化することを表現する時間に関する多項式モデルである。2種類の動的モデルをベースラインおよび飽和パラメータの両者に設定し、それぞれの組み合わせで構成されるモデル集合から、周辺対数尤度およびDICを用いてモデル比較を行った。動的因子モデルについては、1因子および2因子を仮定してモデル選択を行った。

モデル推定は、MCMCによるパラメータの事後分布評価により行う。アルゴリズムの詳細はHasegawa *et al.* (2012)を参照されたい。動的因子モデルのパラメータは比較的早く

MCMC が収束し 10,000 回の burn-in 後の 20,000 回を事後分布評価に使った。他方、多項式トレンドモデルのパラメータの事後分布の収束は遅く、100,000 回の burn-in 後の 20,000 回を事後分布評価に使った。その結果、ベースライン・パラメータに多項式モデル、飽和パラメータに 1 因子の動的因子モデルを設定したモデルが、いずれの基準においても支持された。

(iii) パラメータ推定値

表 3(a), (b) は提案モデルのパラメータ事後分布を要約したものである。表 3(a) の第 1 列および第 2 列では、飽きパラメータの平均値とメディアンをブランドごとに求めている。その際、消費者 h および時間 t ごとに異なるパラメータの値を集計して求めている。第 3 列は因子負荷量の平均値が記載されている。得られた事後分布はしばしば歪んだ形をしているのでメディアンも評価した。

まず、飽きパラメータの事後分布の中央の尺度から、観測期間における消費者に関しては、ブランド A の値が最も小さく消費者から最も飽きられていないことが観られ、ブランド B および C がこれに続いて低いレベルである。また、その他のブランドは、同じような高い飽きの水準にあり、とくにブランド G の飽きレベルが高いことがわかる。第 2 列は $\gamma_{jht} \simeq (ca_j) f_{ht}$ の関係から、因子負荷量の最大値はブランド A に対するもので 0.620 であり、最小のものはブランド G に対して -0.463 となっており、表の第 1 列にある飽きパラメータの水準と反対であることから、想定した因子は飽きの反対を意味する“反飽き”あるいは“興奮”因子と解釈できる。表 3(a) の第 4-5 列にはベースライン・パラメータの事後分布の平均とメディアンを記載している。とくにメディアンを見た場合、これらは表 2 の選択シェアに比例しており、モデルが合理的に推定されたことを示している。

表 3(b) は、製品属性に対する飽きの状態、因子負荷量、誤差分散の推定値を第 1-3 列において製品属性ごとに記載している。第 1 列にある製品属性 (c5, c9, c10, c12) はプラスで高いレベルの値を持つことから、これらの属性は飽きを促進させる効果を持つ属性であることがわかる。逆に、属性 (c1, c3, c7, c8, c11) の値はマイナスであることから、飽きパラメータを小さくする、すなわち、飽きさせない（興奮させる）効果を持つ属性といえよう。具体的には、属性 (c5, c9, c10, c12) はコーン、トマトなどの成分であり、属性 (c1, c3, c7, c8, c11) チーズ、ハーブ、ペッパーなどの成分である。これらは時間と消費者に関してすべて集計した結果による解釈である。他方、表 3(b) の第 2 列にある因子負荷量の推定値は時間と消費者について一定としており、飽きの効果の純粋な推定値と言える。この推定値を見ると、成分 c1 に対する因子負荷量を識別性条件から 1 と置いたとき、これが最も正で大きな値として他の因子負荷量が推定されており、反飽き（興奮）に対して最も負荷の大きい属性であることがわかる。これは第 1 列に記載の飽き水準の値が -0.273 で製品属性

表3 動的因子モデルのパラメータ推定値.

(a) 製品レベル・パラメータ

| 製品 | $E[\gamma_{jht}^*] = E[c\alpha_{jht}]$ | | $E[ca]$ | $E[\psi_{jht}^*] = E[c\beta_{jht}]$ | |
|----|--|-------|---------|-------------------------------------|--------|
| | 平均 | メディアン | 平均 | 平均 | メディアン |
| A | 0.086 | 0.114 | 0.620 | -5.415 | -2.925 |
| B | 0.308 | 0.279 | 0.025 | -7.475 | -3.085 |
| C | 0.117 | 0.161 | 0.537 | -6.354 | -2.790 |
| D | 0.352 | 0.318 | -0.022 | -9.796 | -3.625 |
| E | 0.334 | 0.308 | 0.105 | -9.265 | -3.804 |
| F | 0.360 | 0.368 | -0.380 | -4.188 | -1.050 |
| G | 0.390 | 0.370 | -0.463 | -5.127 | -1.027 |
| H | 0.264 | 0.243 | -0.156 | -5.636 | -2.484 |

数値は消パネリストと時間に関する推定値の総平均.

(b) 属性・成分レベル・パラメータ

| 属性 | $E[\alpha_{kht}]$ | a | | $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2\}$ | $E[\beta_{kht}]$ |
|-----|-------------------|----------------|---|---|------------------|
| c1 | -0.273 | 1.000 | — | 0.187 (0.057) | -1.227 |
| c2 | 0.060 | -0.151 (0.046) | | 0.149 (0.033) | -1.007 |
| c3 | -0.197 | 0.696 (0.090) | | 0.069 (0.012) | 0.329 |
| c4 | 0.062 | -0.157 (0.101) | | 0.311 (0.104) | 0.088 |
| c5 | 0.350 | -1.202 (0.073) | | 0.472 (0.217) | -0.887 |
| c6 | 0.064 | -0.212 (0.124) | | 0.152 (0.053) | -0.506 |
| c7 | -0.152 | 0.587 (0.039) | | 0.046 (0.007) | -0.221 |
| c8 | -0.111 | 0.441 (0.038) | | 0.079 (0.016) | -0.689 |
| c9 | 0.157 | -0.438 (0.070) | | 0.040 (0.005) | -0.648 |
| c10 | 0.126 | -0.357 (0.040) | | 0.041 (0.006) | -0.638 |
| c11 | -0.183 | 0.688 (0.061) | | 0.112 (0.027) | -0.325 |
| c12 | 0.143 | -0.527 (0.097) | | 0.116 (0.031) | 0.913 |

$E[\alpha_{jht}]$ および $E[\beta_{jht}]$ の数値はパネリストと時間に関する推定値の総平均.

a, Σ, b および V の数値は事後分布の平均と (標準偏差).

の中で最小であることと対応している. 逆に c5 の属性は飽きの水準が 0.350 で最も高く, これに対する因子負荷量は -1.202 と最も小さい値を取っている. 表 3(b) の第 3 列は独自分散の推定値であり, c5 が最も大きな値 0.472 をとり, 飽きレベルに対する影響の変動が最も大きいことを示している.

表 3(b) の第 4 列はベースラインに対する製品属性の部分効用の推定値である. 属性 c3 は 0.329 の高い水準の部分効用をもちながら, 他方で低い水準の飽き状態 ($E[\alpha_{kht}] = -0.197$) をもたらしことがわかる. 逆に c12 は 0.913 という高い水準の部分効用を持つ一方で, 飽きレベルは $E[\alpha_{kht}] = 0.143$ と高い水準をもつので, これは飽きを促進させる効果を持つと言える. これらの結果は, メーカーに対して製品の改良や新製品開発に対して重要な情

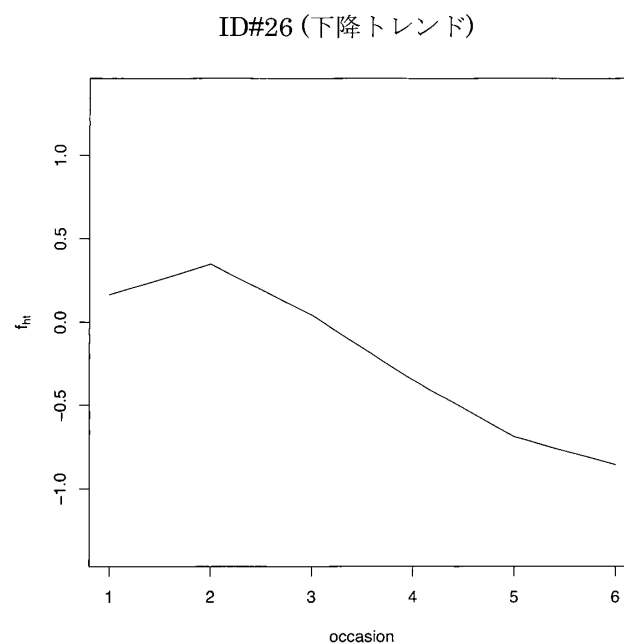
報を与える結果である。

以上の実証分析の結果は、消費者と時間という2つの異質性を取り入れたモデルから、それらの総平均を取ったいわばマーケット全体の評価であり、モデル分析はさらにきめ細かい知見が得られる。

3.6 飽きのダイナミクス

図1はパネリスト#26のスコアのプロットである。この被験者の購入数量は、2から6まで時間とともに変化しており、またバラエティは初期の2つ(製品FおよびG)から最終購買機会では殆どすべての種類を購入している。このパネリストは、減少する反飽きスコア、すなわち、飽きスコアが上昇トレンドを示している。これは外部財に匹敵する量の効用水準を維持するために、追加的製品購入とバラエティの拡大を必要とすることを反映している。

図2は、このパネリストに対する k 種類の製品属性に対する動的部分効用 α_{htk} の時系列



| 購買時点 | f_{ht} | 購買記録 | | | | | | | | 購入数量 |
|------|----------|------|---|---|---|---|---|---|---|------|
| | | A | B | C | D | E | F | G | H | |
| 1 | .166 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 |
| 2 | .349 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | .044 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 |
| 4 | -.347 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 4 |
| 5 | -.687 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 6 |
| 6 | -.854 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 |

図1 飽きのダイナミクス。

ID#26 (下降トレンド)

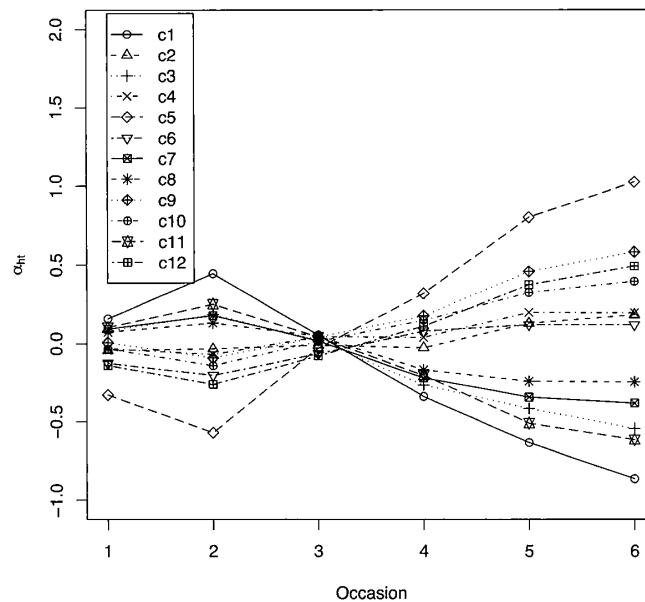


図2 部分効用ダイナミクス.

プロットであり、製品の飽きに対する動的効果を示している。この図では属性 c1, c3, c7, c8, c12 (チーズ, ハーブ, ペッパー関連成分) が上昇傾向を示しており、これらの属性はこのパネリストに対しては飽きを加速させる属性であると言える。

Hasegawa *et al.* (2012) では、上昇傾向の反飽きスコアを持つパネリストの分析も考察しているが、紙面の都合上省略する。

3.7 補償価値と製品ライン評価

Kim *et al.* (2002) で議論されたように、この分析枠組みでは製品ラインからある製品や属性を取り外したときの補償価値 (CV) が評価でき、品揃えの価値を評価できる。補償価値は、品揃えを削減することにより消費者の最大効用は減少し、削減前の効用水準を回復するために消費者に還元される金額と定義される。また補償価値は、選好、飽き、代替関係などを含む包括的尺度である。いま $CV_{ht}^{(j)}$ で消費者 h の購買機会 t で製品 j を削除したことにより生じる効用の減少分を補填するための金額と定義する。それは次式で定義される。

$$V_{ht}^{(j)}(p_{ht}, E_{ht} + CV_{ht}^{(j)}) = \max_{x_{ht}} \bar{U}(x_{ht} | \psi_{ht}^*, \gamma_{ht}^*) \quad (3.8)$$

$$\text{s.t.}, \quad p'_{ht} x_{ht} = E_{ht} \quad \text{and} \quad x_{jht} = 0$$

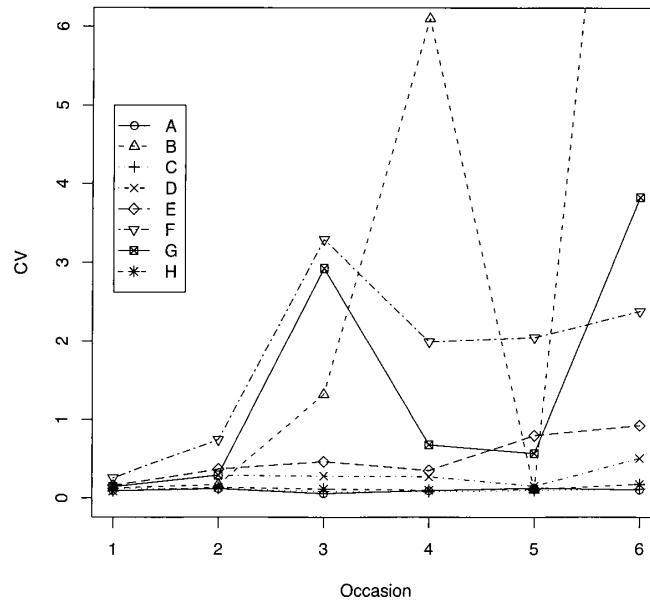


図3 補償価値のダイナミクス.

ここで $V_{ht}^{(j)}(\mathbf{p}_{ht}, E_{ht} + CV_{ht}^{(j)}) = V_{ht}(\mathbf{p}_{ht}, E_{ht})$ および $V_{ht}(\mathbf{p}_{ht}, E_{ht})$ は、全製品ラインのもとで達成される最大の効用の値:

$$V_{ht}(\mathbf{p}_{ht}, E_{ht}) = \max_{\mathbf{x}_t} \bar{U}(\mathbf{x}_t | \psi_{ht}^*, \gamma_{ht}^*) \quad (3.9)$$

s.t., $\mathbf{p}'_{ht} \mathbf{x}_t = E_{ht}$

であり、これらは全製品ラインで観測された予算 E_{ht} から計算された $(\psi_{ht}^*, \gamma_{ht}^*)$ の推定値を条件付きとして定義する効用関数 $\bar{U}(\mathbf{x}_t | \psi_{ht}^*, \gamma_{ht}^*)$ を用いて、数値的最適化により計算できる。

動学的補償価値を製品ごとにパネリスト間で集計したものが図3で描かれている。集計補償価値は、製品 (A, C, H) を除いて時間とともに増加し、品揃えの価値は製品 (B, G, H) についてとくに大きいことがわかる。ブランド全体の平均としては時間とともに補償価値は増加している傾向も見て取れる。

さらに前項の結果と合わせると、属性 c9 および c10 は、比較的小きな補償価値を持つ製品 (A, B, D) に対して飽きを加速させる効果を持ち、他方、大きな補償価値をもつ製品 (F, B, E) に対しては、属性 c7 が飽きを鈍化させる効果を持つ属性であることがわかる。これらの情報は、メーカーにとって売上や消費者の厚生を改善するのに有用な情報であり、高次元の属性に対する選好変化に対して動的因子モデルを設定した本分析を通じて初めて得られるものである。

4. 応用研究 2: 消費者の選好変化の構造モデル

4.1 スイッチング構造を持つ選好のダイナミクス

第2の応用研究は、ベースライン・パラメータ $\Psi_{ht} = (\psi_{1ht}, \dots, \psi_{mht})'$ も低次元属性空間で表現されると仮定する。これは通常、ブランドの固有魅力度を表すベースラインの因子分解による知覚マップ作成で置かれる仮定である。すなわち、

$$\psi_{ht}^* = \mathbf{b}g_{ht} + \delta_{ht}; \quad \delta_{ht} \sim N(0, V = \text{diag}\{v_1, \dots, v_m\}). \quad (4.1)$$

ここで、 $m \times p$ 因子負荷行列 \mathbf{b} の第 i 行は、縮約空間における第 i ブランドの座標を定義し、対応する因子スコアベクトル g_{ht} はブランド座標に対する消費者の時間 t でのウェイトを表しており、選好の方向ベクトルを定義する。このブランド座標と選好方向を同一空間に描いた手法は Hauser and Shugan (1983) の研究に始まり、ジョイントスペースマップと呼ばれている。

また消費者の選択行動データにもとづき離散選択モデルを用いて、ブランドのポジションを描く手法は、Elrod (1988) に始まり、そこでは市場にただひとりの代表的消費者を仮定するものであった。Chintagunta (1994) は潜在クラスモデルを用いて複数の選好方向を描くモデルを展開し、さらに Erdem (1996) は異質性を高めて消費者個別の選好方向を許容する連続混合モデルによる消費者異質性の離散選択モデルを展開したが、シュミレート最尤法 (simulated maximum likelihood method) で推定するため共通性のパラメータのみが推定可能であり、個別部分の推定は行っていない。これらは、いずれもパラメータにダイナミックな構造を入れていない。近年、Rutz and Sonnier (2011) は因子負荷量に時間変化を許すモデルを提案したが、そこでは因子スコアは一定であるとしている。

他方、マーケティングでは、消費者は購買経験を通じて選好を変えること、あるいは、消費者の特性として、特定ブランドにロイヤルな消費者と様々なブランドを購入する態度を持つバラエティーシーカーの消費者行動の理解の必要性が認識され、様々なモデル化が行われてきた。とくに、消費による“飽き”に注目した研究として、Bawa (1990), Jeuland (1978), Lattin (1987), Johnson *et al.* (1995), McAlister (1982), and Lattin and McAlister (1985) などがあり、これらは、バラエティーシーキング行動は、ブランドの属性に対する飽きのダイナミクスによって引き起こされること仮定している。例えば、McAlister (1982) は飲料の中に含まれるカフェインの属性が消費とともに蓄積され、その結果ブランドをスイッチすることを実験によって示した。

飽きの選択行動への時間的影響に関する別の研究の流れもある。そこではブランドに対する飽きは前期までの消費によって生じ、それが今期の効用を減少させるとする Baucells and Sarin (2007) の研究 (割引効用 (discount utility) モデル) や、さらの逆に過去の消費慣習が今期の効用を増加させる効果をもつとする Wathieu (1997, 2004) や Baucells and

Sarin (2010) らの研究 (慣習 (habituation) モデル) もある。ただし、これらは規範的な数理モデルに限定されており、これらの計量モデル化は未検討である。

本章では、直接効用モデルを用いて消費者の選好は消費経験に応じて変化することをモデル化するために“消費者の飽きのレベルが許容水準 r_h を超えると変化し、超えない限り変化しない”と仮定する。すなわち、ベースライン・パラメータの因子スコア行列につきのスウィッチング構造を持つ動的因子モデルを組み込んだモデルを展開する。

$$\begin{cases} g_{ht} = \beta_{h1} f_{ht-1}^* + \omega_{ht}; \omega_{ht} \sim N(0, I) & \text{if } f_{ht-1}^* \geq r_h \\ g_{ht} = g_{ht-1} & \text{if } f_{ht-1}^* < r_h, \end{cases} \quad (4.2)$$

ここで、2 因子モデルの場合、 $\beta_{h1} = (\beta_{h11}, \beta_{h12})'$ であり、消費者の異質性モデルとして通常使われるランダム効果による階層モデル $\beta_{h1k} \sim N(\bar{\beta}_{1k}, 1)$ $k = 1, 2$ を仮定する。上記のモデルはすべて潜在変数であるので、モデルの識別性のための条件 $r_h = 0$ が必要となり、実証分析ではこのもとに推測を行う。このモデル化は、消費者行動の先行研究に基づいている。すなわち、現在の状態を評価する際に、参照点の存在が、Helson (1964) による採用水準理論によって示唆され、また異なるレジーム間の消費者の非対称反応は Kahneman and Tversky (1979) のプロスペクト理論が基礎となる。

もう一つのパラメータである飽きパラメータ γ_{jht}^* のダイナミクスについては、前章と同様に、製品属性に対する部分効用ベクトルが平滑化事前分布を持つ動的因子分析に従って変化し、因子スコアが飽きの度合いを表しているものとする。

ベースライン・パラメータの動的構造を表す (4.2) 式は状態空間表現で書かれるので、このモデルは、前節の飽きパラメータの動的構造に加え、2 種類の状態空間事前分布をもつモデルである。

4.2 実証分析

(i) 推定とモデル比較

比較モデルとして、静学モデルに加えて、スウィッチング構造の有無から2つのクラス、すなわち前章で説明した平滑化事前分布を用いたローカルトレンドを表すノンパラメトリックモデルと因果構造をもつパラメトリックモデルの2つのクラスを考え、これらの組み合わせで構成される各種のモデルを比較モデルとした。前章と同じデータを用いて各種モデルを推定した。推定には、MCMC によるパラメータの事後分布評価を行う。具体的な比較モデルおよび MCMC アルゴリズムの詳細は Terui and Hasegawa (2013) を参照されたい。各モデルは、比較的早く MCMC が収束し、10,000 回の burn-in の後の 20,000 回を事後分布評価に使用した。飽きパラメータの解釈や仮定した因子数については、全モデルを通じて頑健であった。比較モデルの妥当性評価のための対数周辺尤度 (ML) および DIC の値を比較した結果、下記の結果が得られた。

まず第1に、動的モデルと静的モデルの比較から、ベースライン・パラメータ $\{\psi_{jht}\}$ にダイナミクスを導入することにより、モデルの適合度が劇的に改善することが示された。第2に、動的モデル間の比較においては、いずれの基準でもスイッチング構造を持つモデルが定常変化モデルを凌駕し、選好変化は常態的に起こるのではなく状況に応じて起こることを示唆する結果となった。さらに最善のモデルは提案モデル(4.2)であり、スイッチング構造に加えて選好変化が前期の飽きの水準で決まることが支持された。次善のモデルは、因果構造をもつパラメトリックモデルがノンパラメトリックなローカルトレンドモデルよりも合理的であることを意味している。

(ii) 推定結果

まず、飽きパラメータに設定した動的因子モデルについては、前章とほぼ同様、比較モデルを通じて反飽きを因子とする一因子モデルが妥当な解釈となる推定結果となった。表4では、最も支持された提案モデルのベースライン・パラメータ推定値を整理してある。

ここではベースラインに対する動的因子モデルのパラメータ推定値が消費者と時間に関して集計して平均を取った値として纏められている。またパラメータの事後分布は左右対称でなく歪んでいることが多いので、必要に応じて事後分布のメディアンも記載してある。これらから、まず推定されたベースライン ψ_{ht}^* が購入数量のシェアに比例していることが

表4 パラメータ推定値。

(a) ベースライン・パラメータ

| 製品 | ψ_{ht}^* | | | b | | | | V | |
|----|---------------|--------|---------|-------|--------|---------|---------|-------|---------|
| | 平均 | メディアン | 標準偏差 | 平均 | 標準偏差 | | | 平均 | 標準偏差 |
| A | -1.763 | -2.307 | (3.026) | 1.000 | 0.000 | — | — | 3.140 | (0.567) |
| B | -1.668 | -2.291 | (3.339) | 1.110 | 1.000 | (0.107) | — | 4.528 | (0.673) |
| C | -1.782 | -1.870 | (3.146) | 1.066 | 0.008 | (0.084) | (0.118) | 3.003 | (0.545) |
| D | -1.552 | -1.900 | (3.065) | 1.045 | 0.772 | (0.098) | (0.105) | 3.304 | (0.576) |
| E | -2.127 | -2.316 | (3.782) | 1.184 | -0.353 | (0.085) | (0.129) | 3.773 | (0.642) |
| F | -0.841 | -0.685 | (3.007) | 0.683 | 1.108 | (0.110) | (0.092) | 4.722 | (0.653) |
| G | -0.836 | -0.385 | (3.129) | 0.690 | 1.395 | (0.129) | (0.144) | 2.479 | (0.478) |
| H | -1.074 | -0.846 | (2.716) | 0.806 | 0.863 | (0.093) | (0.093) | 3.183 | (0.534) |

数値はパネリストの推定値の総平均、 b および V は事後分布の平均と(標準偏差)。

(b) スwitching方程式: ベースライン・パラメータ

| | β | | | $\tilde{\beta}$ | |
|---------------|---------|--------|---------|-----------------|---------|
| | 平均 | メディアン | 標準偏差 | 平均 | 標準偏差 |
| β_{h11} | -1.323 | -1.428 | (0.885) | -1.322 | (0.186) |
| β_{h12} | 0.112 | 0.162 | (0.854) | 0.110 | (0.189) |

数値はパネリストの推定値の総平均。

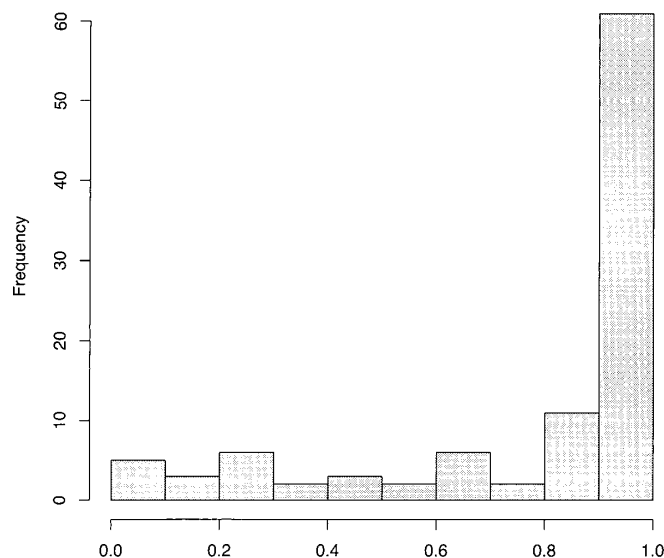


図4 選好変化の異質性分布.

わかり，ベースラインの解釈通りの推定値が得られていることが確認できる．つぎに因子負荷行列 \mathbf{b} ，および分散行列 V はほぼ有意に推定されている．最後に，表 4(b) は，スイッチング方程式の係数パラメータの事後分布の平均とメディアンを示している．飽きの水準 f_{ht-1} は第 1 次元では選好方向を $E[\beta_{h11}] = -1.323$ (s.d.: 0.885) と有意に説明しているが，第 2 次元では $E[\beta_{h12}] = 0.112$ (S.D.: 0.854) とあまり有意な関係にはないこともわかる．

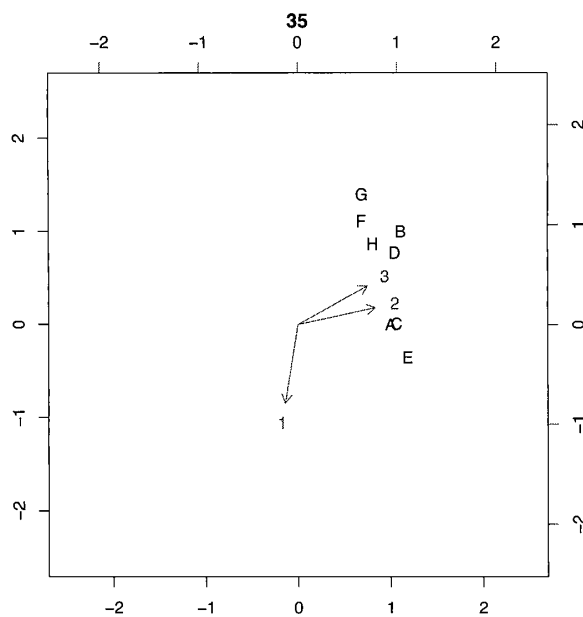
図 4 は，選好変化を起しやすさの指標の消費者毎のヒストグラムを表している．ここで，指標は消費者 h の t 期における状態推定に関して， R 回の MCMC 繰返しサンプリングの中で，スイッチングが起きた回数の割合をとり，さらにそれを全購買機会について平均値をとって作成している．この図により多くの消費者は選考の変化を起こすことが見て取れる．とくに $E[k_h] = 0.791$ であり，また $k_h > 0.8$ となる消費者の割合は 71.3% となる．他方，選好変化を起さない消費者が一定数いることも事実である．

4.3 個別パネルの分析：動的ジョイントスペースマップ

本節では，適度に選好を変えるパネリストを取り上げ，その実際の購買行動と選好のスイッチング構造とパラメータ推定値の関係を見てゆく．その際，動的ジョイントスペースマップを描く．

図 5 は，中程度の頻度で選好を変化させているパネリスト #35 の動的ジョイントスペースマップである．詳しく見ると，3 回目の購買までは選好を変化させているがその後は変化させていない．また初期の選好の方向がどのブランドにも向いていないこと，また 4 種類の製品を一つずつ購入していることから，このパネリストはこの製品カテゴリに詳しくなく，購買経験を積むにつれて，興奮（反飽き状態）したと推測できる．スイッチング構造係数推定値から，飽きのレベルは，第 1 次元については負，第 2 次元については正の影

ID#35 (中程度の変化をするパネリスト)



| | A | B | C | D | E | F | G | H | f_{ht} | g_{ht1} | g_{ht2} | k_{ht} |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|-----------|-----------|----------|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | -0.485 | -0.162 | -0.987 | 1.000 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 0 | 1 | 0 | -0.421 | 0.977 | 0.212 | 0.561 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 1 | -0.068 | 0.876 | 0.483 | 0.506 |
| 4 | 0 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0.413 | 0.933 | 0.359 | 0.462 |
| 5 | 1 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.066 | 0.992 | 0.130 | 0.433 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 1.583 | 0.917 | 0.400 | 0.297 |

| | |
|---------------|--------|
| β_{h11} | -0.462 |
| β_{h12} | 0.258 |

図5 選好ダイナミクス。

響をそれぞれ与えている。この他，Terui and Hasegawa (2013) では，毎回選好を変化させるパネリスト（バラエティーシーカー），観測期間中は選好を変えないパネリスト（ブランドロイヤル）についても考察しているが，本稿では紙面の都合上，これらを省略する。

5. 結論および今後の課題

本稿では，複数選択を許容する直接効用モデルを用いて，単一選択のみを扱うロジットモデルやプロビットモデルを拡張して消費者の行動を幅広く捉える新しいモデリングについて展望した。さらにそれを応用して，消費者の特性の動的変化を飽きパラメータとベースライン・パラメータの両方に課してモデル化する著者らの2つの研究を紹介した。

共通するのは，予算制約化の直接効用最大化から導かれるキューン-タッカー条件を尤度評価に使い，パラメータの動的変化を動的因子モデルで表し，それを階層モデルとして状態空間事前分布を設定して，消費者と時間の両方の空間で異質性を捉えるモデリングを展開することである。

応用のひとつは、消費者の購買経験を通じて生まれる飽きの状態変化を購買記録から捉えるモデリングである。そこでは飽きパラメータの動的変化を消費者別に評価することにより、消費者個別の飽きの状態の把握が可能となり、したがって市場全体としての飽きレベルがブランドごとに評価可能としている。さらに飽きパラメータは、ブランドの属性・成分データと関連付けられ、飽きを促進する成分や飽きを緩和して嗜好を強める効果を持つ成分の特定が可能となる。これは消費者毎に異なり、個別対応が可能であればさらにきめ細かい需要対応が可能な情報を提供する。さらには補償価値を評価することによりブランドの製品ラインに対する価値を金額ベースで評価可能とした。これらはメーカーに対しては既存製品の改良や新製品開発に対して、またや流通の現場に対しては制約となる売り場の品揃えに対する有効な知見を与えるものである。

第2の応用例として、消費者の購買経験を通じた選好変化の動学モデルを紹介した。これは2つの意味で構造モデリングを展開している。ひとつは、製品カテゴリにおける飽きレベルにもとづいて選好方向の因果モデルを構築した点であり、第2には選好変化がいつ起こるかを示すスイッチング構造のモデル化である。2つの動的因子モデルが直接効用モデルのベースライン・パラメータと飽きパラメータの両方に適用された。飽きパラメータからは製品カテゴリの消費者の飽きのレベルを表す因子が抽出され、それをベースライン・パラメータから抽出される消費者の低次元属性空間上の各次元に対する選好のウェイトを表す因子スコアが抽出される。さらにベースラインに対する動的因子モデルはスイッチング構造を持ち、前期までに形成された飽きレベルの水準がある値を超えると構造を変え、超えないと変えないとするモデルを消費者行動に関する理論研究に基づいて提案した。実証分析では、選好のスイッチングの有様は消費者毎に異質性が高いこと、さらに構造方程式の飽きレベルの説明変数にかかる構造係数パラメータは選好の変化に関して有用な情報を持っていることも見た。さらに消費者のブランド認知に対する変化を動的ジョイントスペースマップとして消費個別に描いて、きめ細かい選好の状態を把握できることを見た。

残された研究としては、実際の店舗での選択行動データへの適用がまず挙げられる。また別のカテゴリへの検証も必要である。その場合、スイッチングの構造はカテゴリに特化したものが選ばれる必要がある。モデリング上の課題は、連続変量を仮定する直接効用にもとづく複数選択モデルの離散数量への適用である。これらについては今後の課題である。

謝辞

本研究は科研費 (A)25245054 の補助を受けている。また改訂にあたり査読者からの有益なコメントに感謝する。

参 考 文 献

- Bawa, K. (1990). Modeling inertia and variety seeking tendencies in brand choice behavior, *Market. Sci.*, **3**, 263–278.
- Baucells, M. and Sarin, R. K. (2007). Satiation in discounted utility, *Oper. Res.*, **55**(1), 170–181.
- Baucells, M. and Sarin, R. K. (2010). Predicting utility under satiation and habit formation, *Manag. Sci.*, **56**(2), 286–301.
- Bhat, C. R. (2005). A multiple discrete-continuous extreme value model: Formulation and application to discretionary time-use decisions, *Transp. Res. Part B*, **39**(8), 679–707.
- Carter, C. K. and Kohn, R. (1994). On Gibbs sampling for state space models, *Biometrika*, **81**(3), 541–553.
- Chintagunta, P. K. (1994). Heterogeneous logit model implications for brand positioning, *J. Market. Res.*, **31**(May), 304–311.
- Elrod, T. (1988). Choice map: Inferring a product market map from panel data, *Market. Sci.*, **7**(1), 21–40.
- Erdem, T. (1996). A dynamic analysis of market structure based on panel data, *Market. Sci.*, **15**(4), 359–378.
- Geweke, J. and Zhou, G. (1996). Measuring the pricing error of the arbitrage pricing theory, *Rev. Financ. Stud.*, **9**(2), 557–587.
- Hasegawa, S., Terui, N. and Allenby, G. (2012). Dynamic brand satiation, *J. Market. Res.*, **XLIX**, 842–853.
- Hauser, J. R. and Shugan, S. M. (1983). Defensive marketing strategies, *Market. Sci.*, **2**(4), 319–360.
- Harvey, A. C. (1989). *Forecasting Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, London, Cambridge University Press.
- Helson, H. (1964). *Adaption-Level Theory*, New York, Harper & Row Publishers, Inc.
- Jeuland, A. P. (1978). Brand preference over time: A partially deterministic operationalization of the notion of variety seeking, in *Research Frontier in Marketing: Dialogues and Directions*, No. 43, AMA 1978 Educator's Proceedings, ed. Subashi Jain, Chicago.
- Johnson, M. D., Herrmann, A. and Gutsche, J. (1995). A within-attribute model of variety-seeking behavior, *Market. Lett.*, **6**(3), 235–243.
- Kahneman, D. and Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk, *Econometrica*, **47**, 263–291.
- Kim, J., Allenby, G. M. and Rossi, P. E. (2002). Modeling consumer demand for variety, *Market. Sci.*, **21**(3), 229–250.
- Kim, J., Allenby, G. M. and Rossi, P. E. (2007). Product attribute and models of multiple discreteness, *J. Econom.*, **138**(1), 208–230.
- Kitagawa, G. and Gersh, W. (1984). A smoothness priors-state space modeling of time series with trends and seasonalities, *J. Am. Stat. Assoc.*, **79**(386), 378–389.
- Krishnamurthi, L. and Raj, S. P. (1988). A model of brand choice and purchase quantity price sensitivities, *Market. Sci.*, **7**, 1–20.
- Lachaab, M., Ansari, A., Jedidi, K. and Trabelsi, A. (2006). Modeling preference evolution in discrete choice models: A Bayesian state-space approach, *Quant. Market. Econ.*, **4**(1), 57–81.
- Lattin, J. L. (1987). A model of balanced choice behavior, *Market. Sci.*, **6**, 48–65.
- Lattin, J. L. and McAlister, L. (1985). Using a variety-seeking model to identify substitute and complementary relationship among competing products, *J. Market. Res.*, **22**, 330–339.
- Lee, S.-Y. (2007). *Structural Equation Modeling: A Bayesian Approach*, New York, Wiley.
- McAlister, L. (1982). A dynamic attribute satiation model of variety-seeking behavior, *J. Consum. Res.*, **9**, 141–150.
- McAlister, L. and Pessemier, E. (1982). Variety seeking behavior: An interdisciplinary review, *J. Consum. Res.*, **9**(3), 311–322.
- Rossi, P. E., Allenby, G. and McCulloch, R. (2005). *Bayesian Statistics in Marketing*, John Wiley & Sons, New Jersey.
- Rutz, O. J. and Sonnier, G. P. (2011). The evolution of internal market structure, *Market. Sci.*, **30**(2), 274–289.

- Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., Carlin, B. P. and Van Der Linde, A. (2002). Bayesian measures of model complexity and fit, *J. R. Stat. Soc. Ser. B*, **64**(4), 583–616.
- Terui, N. and Hasegawa, S. (2013). Modeling preference change through brand satiation, Discussion Paper DSSR No. 1, Graduate School of Economics and Management, Tohoku University.
- Wales, T. J. and Woodland, A. D. (1983). Estimation of consumer demand systems with binding non-negativity constraints, *J. Econom.*, **21**(3), 263–285.
- Wathieu, L. (1997). Habits and the anomalies in intertemporal choice, *Manag. Sci.*, **43**(11), 1552–1563.
- Wathieu, L. (2004). Consumer habituation, *Manag. Sci.*, **50**(5), 587–596.
- West, M. and Harrison, J. (1997). *Bayesian Forecasting and Dynamic Models (2nd ed.)*, Springer, New York.