

## 原子気体のボーズアインシュタイン凝縮

東京大学総合文化研究科 久我隆弘

約 80 年前のアインシュタインの予想であり、どんな量子統計物理学の教科書にも載っているボーズ・アインシュタイン凝縮(BEC)であるが、アインシュタインの予想通りの形で実現したのはわずか 8 年前(1995 年)のことであった。このゼミでは、アインシュタインはどのようにして理想気体 BEC の概念に行き着いたのか?、なぜ実現までに 70 年以上もかかったのか?、原子気体 BEC に将来はあるか?、などに焦点をあてて若い人たちと一緒に原子気体 BEC の意義を考え直してみたい。

## 1. アインシュタインの考えたこと

## i) プランクの輻射式

ガラス細工をしたことのある人はよく知っているだろうが、パイレックスガラスなどをガスバーナーの炎の先であぶっていくと、やがて赤黒い色となり、さらにあぶり続けると、赤、オレンジ、黄、白とその色を変えていく。

この、高温の物質がより短波長の光を放出する現象は、古くから黒体輻射(熱輻射、空洞輻射)として知られており(図 1)、1893 年にウィーンは熱力学的考察から変位則、

$$\lambda_m T = b \quad (b: \text{定数}) \quad (1)$$

を導いた。ここで、 $\lambda_m$  は輻射強度が最大になる波長、 $T$  は絶対温度である。

その後 1896 年には、周波数  $\nu$  および  $\nu + d\nu$  間の黒体輻射のエネルギー密度  $u(\nu, T)d\nu$  は、

$$u(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} e^{-h\nu/k_B T} d\nu \quad (2)$$

と表されるという、ウィーンの輻射則を導いた。ここで、 $c$ : 真空中の光速、 $h$ : プランク定数、 $k_B$ : ボルツマン定数である\*。

ところが、ウィーンの輻射則は長波長側で実験結果と著しく食い違ふことが明らかになり、プランクは、ウィーンの輻射則を改良し、

$$u(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu \quad (3)$$

の形のプランクの輻射則を提唱した。

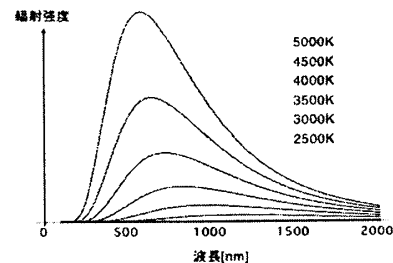
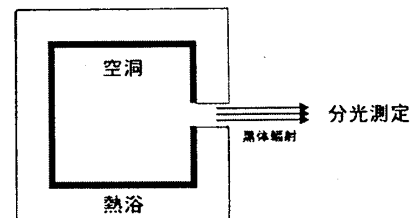


図 1 黒体輻射

\* もちろんウィーンの時代にはプランク定数という言葉はなかったが、ここでは無用の混乱を起こさないために、現在広く使われている定数を使っている。

## 講義ノート

## ii) プランクの輻射則の解釈

(3)式のプランクの輻射則は、 $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}d\nu$ と $\frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$ の、二つの部分に分けることができ、プランクは

前者を古典的な電磁気学による考察により求めた。いわゆるプランクの共鳴子である。また、後者は一つの振動子の平均エネルギーに対応するので、プランクはこれを振動子のエネルギーは有限な値 $\varepsilon$ の整数倍しかとれないものとして、振動子系のエントロピーを計算することにより求めた<sup>†</sup>。

すなわち、 $N$ 個の振動子系の全エネルギーを $E_N = M\varepsilon$ とすると、この系のエントロピーは、

$$S_N = k_B \ln W \quad (4)$$

と書くことができる。ここで $W$ は系がマイクロにとりうる状態の数であるので、

$$W = \frac{(M+N-1)!}{M!(N-1)!} \approx \frac{(M+N)^{M+N}}{M^M N^N} \quad (5)$$

である。すると1個の振動子あたりのエントロピー $S$ は、

$$S = k_B \left\{ \left(1 + \frac{E}{\varepsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{E}{\varepsilon}\right) - \frac{E}{\varepsilon} \ln \frac{E}{\varepsilon} \right\} \quad (6)$$

となる。これと熱力学の関係、 $dS/dE = 1/T$ より、

$$E = \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/k_B T} - 1} \quad (7)$$

が得られ、 $\varepsilon = h\nu$ とすればプランクの輻射式となる。つまり、 $\varepsilon \rightarrow 0$ という極限操作をしなくても実験結果をよく説明できることになる。

## iii) ボーズの解釈へアインシュタインによる理想気体への適用

1924年6月にボーズはアインシュタインに一編の論文を送り意見を求め、もしも価値のあるものと認めもらえるのならば、ドイツ語に翻訳して *Zeitschrift für Physik* に掲載してほしいと頼んだ。その論文の中でボーズは、プランクの輻射式(3)式の中に現れる係数 $8\pi\nu^2/c^3$ を、古典的な電磁気学を用いずに、位相空間上で光子(粒子)が占める単位の大さを数えることで導いていた。そしてこのような状態(今の言葉ではモード)に、区別の付かない光子を割り振ることでプランクの輻射式が得られることを示した。

この論文の重要性に気がついたアインシュタインは、わずか一週間程度の時間で論文をドイツ語に翻訳して、ボーズ単名で論文を公表した。そしてその論文の最後に、ボーズの方法を理想気体の統計力学に拡張する研究に着手したと追記した。つまり、「粒子同士は識別できない」、「いくつでも同じ量子状態に入ることができる」という性質をもつ粒子(ボーズ粒子)の研究である。

粒子にこのような性質がある場合、多数の粒子から成る系の状態は、ある1粒子の量子状態をそれぞれ指定するという方法ではなく、一つの量子状態を何個の粒子が占有しているのかを示す手法で表現される。そう、いわゆる場の量子化の手法であり、運動量ベクトル $\mathbf{p}$ でラベルされる状態を占有する粒子数を $n_{\mathbf{p}}$ とすると、全系の状態は整数の組 $\{n_{\mathbf{p}}\}$ で表される。

アインシュタインは箱型ポテンシャル中に閉じこめられた上記の二つの性質を示す理想気体について、

<sup>†</sup> 最終的に $\varepsilon \rightarrow 0$ と極限操作を行うことでエネルギーを連続量として考えることができる。

ボーズ(およびプランク)と同様な熱力学的な方法でエントロピーを計算した。そして、 $\mathbf{p}$ でラベルされる量子状態を占有する粒子数の期待値 $\langle n_{\mathbf{p}} \rangle$ として、

$$\langle n_{\mathbf{p}} \rangle = \frac{1}{\exp[(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu)/k_B T] - 1} \quad (8)$$

を得た( $\varepsilon_{\mathbf{p}}$ は粒子の運動エネルギー、 $\mu$ は化学ポテンシャル)。こんにちのボーズ・アインシュタイン分布である。

このとき系の平均の粒子数 $\langle N \rangle$ は、

$$\langle N \rangle = \sum_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{p}} = \int \frac{D(p) dp}{\exp[(p^2/2m - \mu)/k_B T] - 1} \quad (9)$$

と表すことができる。ここで、 $D(p) dp$ は状態密度関数であり、ボーズの手法でこれを求めると、

$$D(p) dp = \frac{V}{2\pi^2 \hbar^3} p^2 dp \quad (10)$$

となる。

これらよりアインシュタインは、

$$k_B T_c = \frac{2\pi \hbar^2}{m} \left[ \frac{\langle N \rangle}{2.612V} \right]^{2/3} \quad (11)$$

で示される臨界温度 $T_c$ が存在し、これより低い温度ではボーズ・アインシュタイン分布では粒子の全てを収容することができなくなり、余分な粒子は $p=0$ の状態に凝縮することを予想した。

この凝縮は、気体原子の液化や固化とは異なり、相互作用を全く必要としない純粋に量子統計性からの凝縮である。

## 2. 原子気体 BEC 実現までの道のり

1924年にボーズとアインシュタインにより予想された理想ボーズ気体の BEC であるが、その実現までには70年もの年月が必要であった。そしてその実現に大きく貢献したのが、1980年代後半から爆発的に研究が進んだレーザー冷却技術であり、さらにそれと磁気トラップ、蒸発冷却を結びつけた手法である。以下では簡単にそれらの原理を記述する。

### i) レーザー冷却

レーザー冷却の原理を簡単に紹介すると以下のようなになる。

図 2a にあるように、気体原子はエネルギー準位構造をもっている。そして、二準位間のエネルギー差に対応する周波数、すなわち共鳴周波数の電磁波を吸収・放出することができる。ここで、吸収される光や放出される光の周波数は、正確に共鳴周波数と一致していなければならないかという、そうではなく、自然幅と呼ばれる幅程度は違っていてもよい<sup>‡</sup>。

次に電磁波であるが、レーザー光は、図 2b にあるように、電磁波の周波数と位相がきれいにそろった光であり、エントロピーの非常に小さい光の状態ということができる。それに対して気体原子からの発光

<sup>‡</sup> 原子の各エネルギー準位は、それぞれ固有の寿命をもっている。したがって、原子からの発光(自然放射光)には寿命があるため、その周波数は正確には決められない。この「不確定さ」が自然幅となる。

## 講義ノート

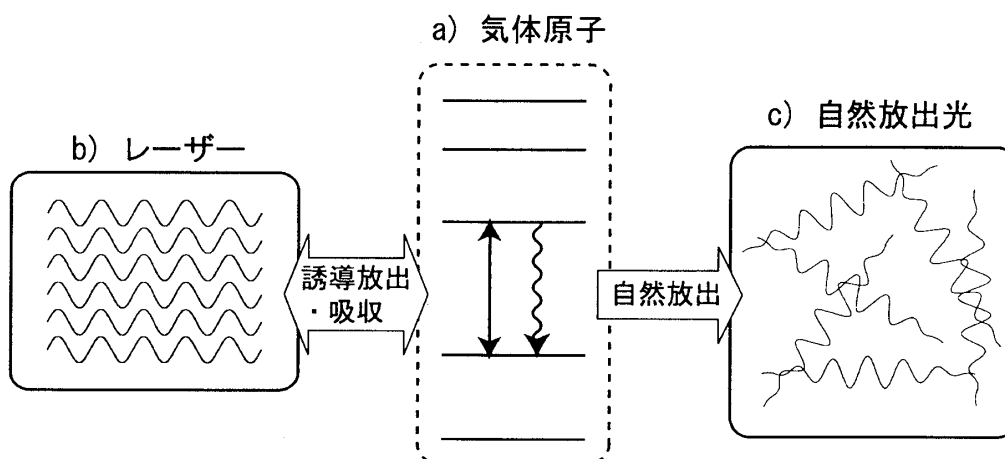


図 2

(自然放出光)は、図 2c にあるように、電磁波の位相や進行方向はランダムに分布しており、エントロピーの大きい状態である。つまり電磁波の立場から原子との相互作用を考えると、秩序だった状態(レーザー)から乱雑な状態(発光)に原子を「触媒」として「反応」が進むことになる。

これらのことを考えると、もうレーザーで原子を冷却できることはほとんど明らかである。すなわち、レーザー光の周波数を原子の共鳴周波数よりも低く設定し、さらにレーザー光の周波数幅を自然幅より狭くすればよい。このとき、原子系はエネルギーの低いレーザー光を吸収し、共鳴周波数付近の、平均としてエネルギーの高い光を放出することになる。すなわち原子系からエネルギーが失われ、その分だけ温度が下がることになる<sup>§</sup>。

## ii) 磁気トラップ

磁気モーメントをもつ原子のエネルギー準位は、磁場中でゼーマン分裂を起こし、磁気量子数に応じて磁場の弱い方がエネルギーを得する準位と高い方が得する準位に分かれる。たとえばルビジウム 87 原子の基底状態は図 3 に示すようなゼーマン分裂を起こす。したがって、磁場の極小値を空間的に作れば、そこに磁場の弱いところを好む準位(ルビジウム 87 では  $5S_{1/2}(F=1, M_F=-1)$ 、 $(F=2, M_F=+2)$  準位など)にある原子を捕獲できる<sup>\*\*</sup>。磁場の極小値を作るにはいくつかの方法があるが、アルカリ金属原子気体のボース・アインシュタイン凝縮に広く用いられている主なものとして、時間平均軌道ポテンシャル(Time-averaged Orbital Potential : TOP)と四重極磁場にヨッフエ棒を組み合わせたもの(Ioffe Pritchard (IP)型; Clover-Leaf Trap (CLT)が代表的などがある。

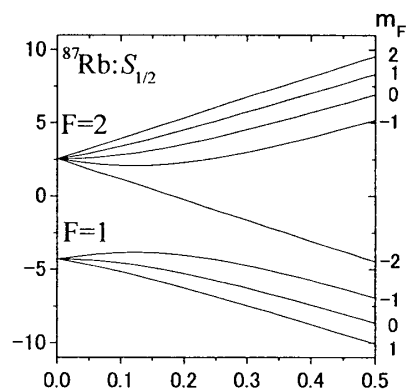


図 3

<sup>§</sup>この方法による冷却限界は、原子系の温度が下がることで減少するエントロピー量と、電磁場のエントロピーの増加量とが均衡するところと考えることができる。これを温度にすると 1 マイクロケルビン程度となる。

<sup>\*\*</sup>アーンショウの定理を応用すると、空間的に磁場の大きさの極大値を作ることができないことは簡単に証明できる。

## iii) 蒸発冷却

蒸発冷却は、運動エネルギーの大きい原子を選択的にトラップ内から追い出し(蒸発させ)、残った原子集団が熱平衡状態になるまで待つという操作を繰り返す。一回の操作で原子集団の温度が最初の温度よりも低くなることを図4に示す。

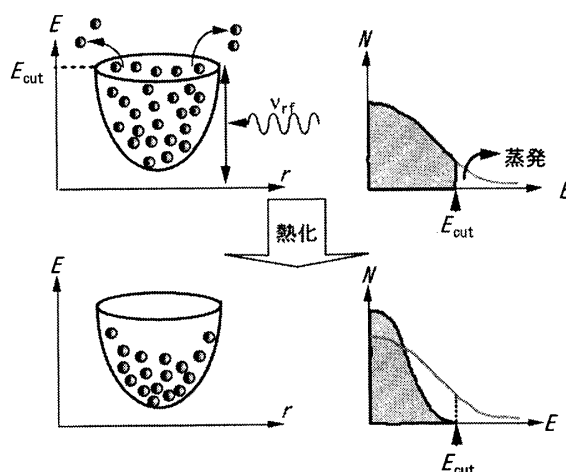


図4 蒸発冷却の原理。トラップ内で熱分布している原子のうち、エネルギーの高いものを選択的にトラップから追い出す。その後、熱平衡状態に戻ると、前よりも温度が下がっている。

## iv) 観測法

原子気体 BEC の観測法には、撮像法(アルカリ金属 BEC)、二光子吸収法(水素原子 BEC)、マイクロチャンネルプレート(MCP)による原子計数(準安定状態のヘリウム原子 BEC)などがある。撮像法は、BEC をトラップから解放し自由落下させ、原子が最初速度分布によりある程度広がったところでレーザー光を照射して、速度分布を空間分布に焼き直して測定するものである。吸収による影の大きさと濃さを測定する吸収撮像法、屈折率変化による位相シフトの量と空間的広がりを測定する位相差撮像法があり、前者は測定後 BEC は破壊されるが、後者はレーザー光の周波数を共鳴から線幅の 100 倍以上離すことが可能であるためほぼ非破壊的に測定することができる。

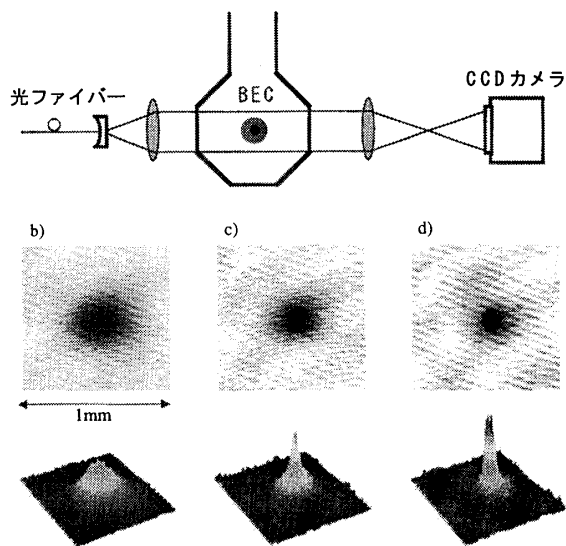


図5 吸収撮像法

吸収撮像法は比較的容易に行えるため BEC の観測には広く用いられている。図5にその概念図および測定結果を示す。その測定結果から気体原子の BEC を決定づけるには、(a)密度の急激な増加、(b)二重構造、(c)非対称な広がり方、(d)転移温度の実験と計算の一致、などの条件を満たさなければならない。

## 3. 原子気体 BEC でできたこと

## i) BEC した原子

これまでに BEC が実現した原子には、Rb, Na, Li, H, He, K, Cs, Yb, ... などがある。

## ii) さまざまな実験的研究

これまでに行われた様々な実験的研究を図6にまとめる。

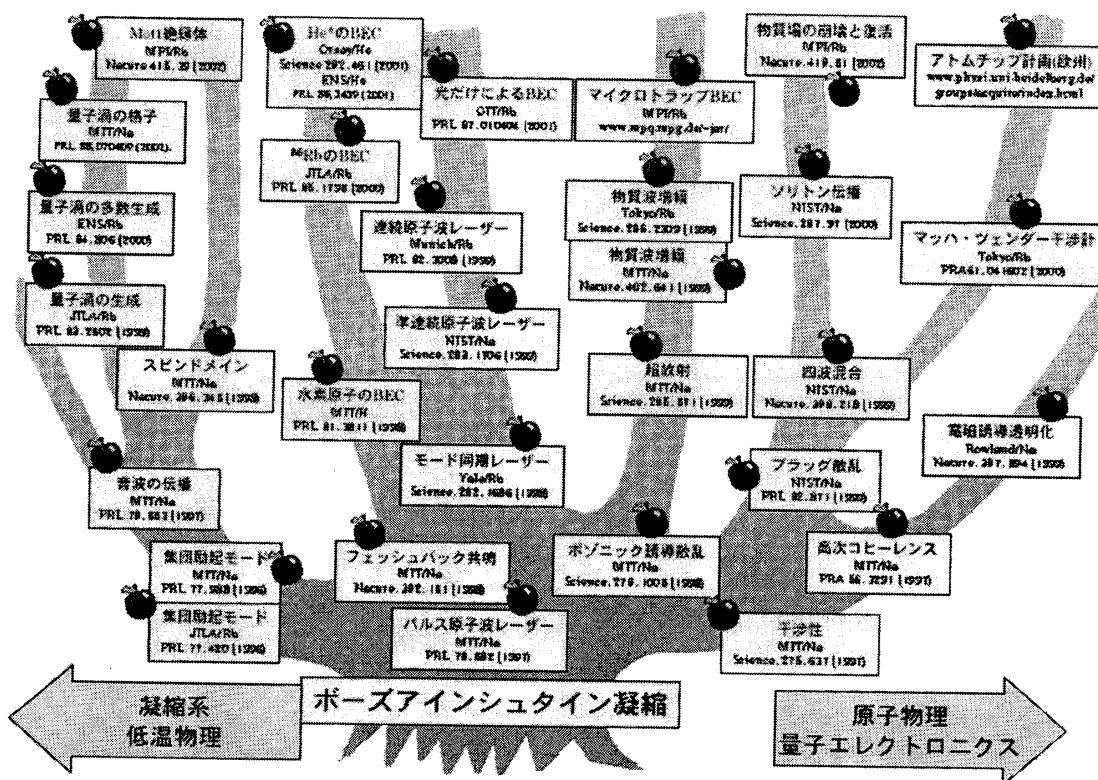


図6 様々な実験的研究

4. 原子気体 BEC に将来はあるのか

i) あまりにも理想的な系

量子エレクトロニクス・量子光学という研究分野は、原子や光という非常に単純な系を対象としている。つまりサンプルや実験パラメーターを完璧に制御して研究を進めることができる。したがって、「道理」に合わない実験結果は決して得られない。そして、もしもそれまでの理論で説明が付かないような現象を観測した場合は、理論の方が「道理」に合っていないかった、すなわち誤っていたと結論することができる。

原子気体 BEC もまさにその通りであり、図6のように非常に広範囲にわたり次々に新しい現象が観測されているが、すべて道理にかなった実験結果である。

このように、理論も整然としており、また、実験に関してもごまかしが効かないような分野では、似たような観測を2番目に行っても何の価値・新奇性もない。たとえば、超放射の観測は世界中の誰もが予想しえなかったものであるが、一旦観測されその発現機構が明らかにされると、その段階で物理学上の真実・事実としての立場が確定される。したがってそれ以上その研究を進めても得られるものはほとんどない。ましてやサンプル(原子種)を取り替えて同じことを行っても、物理学的に新しいことは何も得られない。

このようにいろいろな点で理想的な条件が整っており、その意味で、「新しいもの」、「奇妙な現象」を発見する機会は少なく、非常に厳しい研究の世界であるといえる。逆にいえば、そのような世界で新しいものを見つけた場合にはノーベル賞がもらえるという大きな特典があることも事実である。ちなみに1980年以降では、1981年(レーザー分光)、1989年(精密分光、イオントラップ)、1997年(レーザー冷却)、

2001年(原子気体BEC)と、この分野の研究者にノーベル物理学賞が与えられている(化学賞まで含めると、もう2-3個ほど増えると思う)。

## ii) BEC の今後

現在、この分野の研究者が向いている方向は、量子情報処理、フェルミ粒子の量子縮退、量子論と統計物理学との接点、分子のボーズ凝縮、低温化学反応などなど、物理学の範囲だけにとどまらず、情報分野、化学分野にまでその影響力を強めつつある。したがって、私なんかは予想もできないさまざまな種類の研究が進んでいくものと思われる。これまでがそうであったのと同様に、これからも若い人が積極的に新しい領域を切り開いていくことのできる分野であろう。

## 参考文献

### 1 アインシュタインの考えたこと

ここでの参考文献としては、もちろん、ボーズの論文をアインシュタインがドイツ語訳した、S. N. Bose, *Zeits. f. Phys.* 26, 178 (1924)などの文献を取り寄せて参考にはしたが、なにぶんドイツ語で書かれているので式を追った程度である。むしろ、この時代(1990-1925)の研究の進展が要領よくまとめられている、

J. Mehra, H. Rechenberg, *The Historical Development of Quantum Theory Vol. 1 Part 2*, Springer 1982.

太田浩一、電磁気学 II、丸善 2000.

日本物理学会編、ボース・アインシュタイン凝縮から高温超伝導へ、日本評論社 2003.

などの文献を参照した。

### 2 原子気体 BEC 実現までの道のり

### 3 原子気体 BEC でできたこと

上田正仁、レーザー冷却された中性気体原子の Bose-Einstein 凝縮、日本物理学会誌、1998年9月号。

勝本信吾 他、パリティ 特集：打ち寄せる原子のさざ波、丸善、1999年9月号。

久我隆弘、レーザー冷却とボーズ凝縮、岩波書店 2002.