

## 《小特集》

## Wavelet 解析の計測応用

新 誠 一\*

**ABSTRACT** This article presents how to apply wavelet transformation in the measuring. Time-frequency analysis is one of powerful properties of the transformation. However, it is two dimensional analysis and the analysis requires a large computational burden. We reduce results from the analysis into a design of digital filters and make, for example, ON-OFF Logic for Air-bag system, which should work in several ten millisecond. Outline of the reduction is presented in this article. Moreover, we show here a time delay detection method with wavelet and also show the application result to an air conditioning system.

## 1. はじめに

最近 wavelet 解析が注目を集めている。音声、画像などの処理から始まり、ようやく異常検出、関数推定、システム同定などの諸分野で使われ始めている。既存技術だけで充分であり、新しい技術は不要と違ってらっしゃる方も多いが、wavelet 解析はフーリエ解析を精密化したものである。振動を始めとするフーリエ解析の有効性を信じている皆様は、wavelet 解析を使わない手はない。フーリエ解析を使う上で感じた疑問や不満に wavelet 解析は一つの解答を与えている。それでは、フーリエ変換から始める wavelet 解析の意味づけ、そして wavelet による解析結果の既存システムへの応用という即効性のある技術を解説していこう。

## 2. wavelet 解析

フーリエ変換は計測の重要なツールである。特に、振動に関わる計測には不可欠である。機械部品の共振解析、測定は昔から重要な課題である。最近も高速増殖炉「文殊」の温度測定用熱電対の共振現象が大きな話題となった。この例からも分かるように共振は最悪の場合、機械自体を破壊してしまう可能性がある。特に、自動車や航空機では最初にチェックされる項目だと言っても過言ではないだろう。

機械だけでなく、人間にとっても振動は非常に大事な項目である。自動車のサスペンションの設計では共

振点が重要なファクターである。縦揺れに関しては胃袋の共振周波数、横揺れについては両耳にある三半器官の共振が搭乗者の不快感を煽る。この周波数帯の振幅をいかに抑えるかがサスペンション設計の腕の見せ所である。周波数解析は音声の計測にとっても重要である。音は周波数分布で音色を、基本周波数で高さを、振幅で強度を表す。個人個人の音色に相当する声紋は、指紋と並ぶ数少ない法的に裏づけられた個人認証方式である。

このように実社会で有効性が立証されている周波数特性の解析であるフーリエ変換の基本は正弦波(図1)である。正弦波は太古から未来永劫まで変わらない単調な信号である。この波形を基礎にして時間軸の拡大・縮小が周波数、信号強度の拡大・縮小がゲイン、時間軸方向の平行移動を位相として表すのがフーリエ変換である。このような相似に基づく単純性は理論的な扱いを簡便にしているだけでなく、エンジニアにも特性が分かりやすいという利点がある。

しかしながら、この分かりやすさは、欠点をも合わせ持つ。それは、単純な波形だけに、変化を起こった時点特定できないことである。正弦波は1周期ずらすと重なってしまう。だから時間のずれを位相で測っている。そのため、ある特定の時刻で起こった変化を検出するというエンジニアリングで頻発する計測の問題解決はフーリエ変換にとっては苦手な科目である。

この対策に短時間フーリエ変換または窓付きフーリエ変換と呼ばれる手法が使われる。すなわち、信号を一定時間毎に区切り、その区切られた信号が太古から未来永劫まで繰り返し表れると想定してフーリエ変換するものである。これにより、区切られた時間毎の周

Measuring Application of wavelet analysis. By Seiichi Shin (MEIP, Graduate School of Engineering, the University of Tokyo).

\*東京大学大学院工学系研究科計数工学専攻



図1 正弦波

波数特性を解析することができる。これが、声紋などに用いられている基礎技術である。

けれども、一定時間毎に信号を切り刻むとフーリエ変換が持っていた相似に基づく単純さ、言い換えればフーリエ変換が持っていた美しさが損なわれる。つまり、低い周波数成分も高い周波数成分も同じ時間幅で切り刻むと、低い周波数では波一つ入らないのに対し、高い周波数では波がいくつも切り刻んだ時間幅に含まれる(図2)。

周波数の時間変化の計測(時間一周波数解析)を正確に行うためには、周波数に関わらず同じ波形となる時間の刻み方が相似を基礎とするフーリエ変換にはふさわしい。つまり、刻み幅を周波数に応じて変えるフーリエ変換である。低い周波数では刻み幅を長く、高い周波数では刻み幅を短くするフーリエ変換が wavelet 解析である。つまり、窓幅を周波数により可変とする所が窓付きフーリエ変換との違いである<sup>1)</sup>。

別な言い方をすると、基本となる信号を正弦波に限定しない相似に基づく信号解析である。たとえば、図3に示すようなガボール関数を基本として、この信号強度方向の拡大縮小、時間軸方向の拡大縮小、そして時間軸上での平行移動という相似変換された波形を使って、元の信号を解析する手法が wavelet 変換である。基本関数(wavelet 変換では mother wavelet と呼ぶ)が時間的に局在していれば、時間分解能はフーリエ変換より高いことが期待できる。すなわち、変化点の計測に向けた基本関数は正弦波ではなく、局在関数であり、この局在関数を元に相似性に基づいて信号解析するのが wavelet 解析であるともいえる。その意味では、基本関数を正弦波以外まで拡大したフーリエ変換だととらえることもできる。

話を戻し、周波数毎に窓幅を変えれば、全ての周波数に焦点があった信号解析像が得られる。これは、窓付きフーリエ変換が固定した窓幅に対応した周波数だけに焦点があったのとは大違いである。このため旧来の計測では、ある窓幅でフーリエ変換し、解析像を眺め、次に窓幅を拡大または縮小して解析像を見るという窓幅の調整作業が不可欠であった。それに対

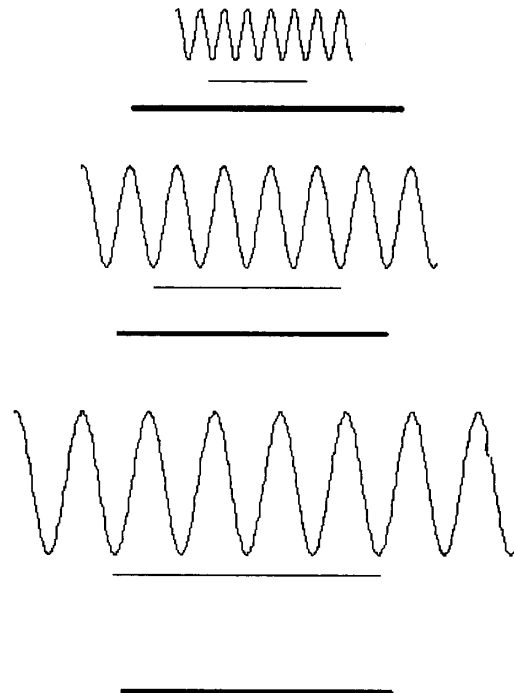


図2 周波数と刻み幅, 太線: 窓付きフーリエ変換, 細線: Wavelet 変換

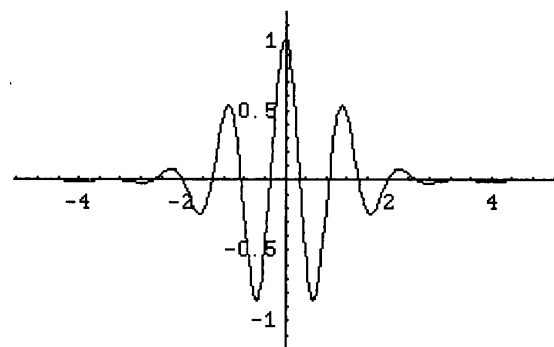


図3 ガボール関数の実部

し、wavelet 変換では、一度に時間一周波数領域の特性が得られるという利点がある。実は wavelet 変換から得られる情報と十分に調整された窓付きフーリエ変換で得られる情報には大きな差はない。しかし、計測データを解析するエンジニアの負担は雲泥の差である。この点だけでも wavelet 変換を試してみる価値がある。

では、wavelet 変換には調整作業は不要なのだろうか。もちろん、答えは No である。基本関数を正弦波に限定しないフーリエ変換が wavelet 変換だと先に定義したが、この定義から分かるように調整箇所は基本関数、つまり mother wavelet である。これに、ガボール関数を使うのか、メキシカンハットを使うのか、

それともハール関数を使うのかで解析された像が異なる<sup>2)</sup>。言い換えれば、用いる基本関数によって、解析後検出される変化の種類が異なる。これは、検出目的に応じて最適な mother wavelet の存在を暗示しているが、それ以上のものではない。メキシカンハットは突変検出に効果的だとか、デジタル処理にはハール関数が適しているなど定性的な優劣はいえるが、定量的な最適性については、今後の解析を待たねばならない。

もっとも、これでは実も蓋もないので、フーリエ変換の延長上で計測に wavelet 解析を使うという限定された状況ではガボール関数をまず試すべきだと述べておく。この mother wavelet が波という性質と局在性という相反する二つの特性の高度なトレードオフを実現しているように思える。ここから始めることを薦めるとともに、ガボールだけで十分な場合も少なくない。

### 3. 二次元解析

wavelet 解析を時間一周波数解析ととらえると、これは図 4 に示すように、時間軸と周波数軸で決められる 2 次元平面上での強度および位相の解析である。この結果を真面目に扱おうと思うと画像処理と同様の手間が必要になる。この手間を嫌って、wavelet 解析に踏み切れないエンジニアが多い。私はアイシン製機株式会社と共同で wavelet 解析をエアバッグの開閉ロジックの設計に応用した<sup>3)</sup>。これは、加速度センサが検出した衝撃信号からエアバッグを開くべきか否かを判断する機構である。乗員保護のためには開かなければならないが、必要もないのに開けば運転不能に陥る。それだけでなく、失明の恐れもあるため、開くか開かないかは難しい選択である。しかも、激突時には 10 m sec 程度で開閉を決定しなければならない。このような状況で、周波数毎に窓幅を変えながら基本関数と計測信号の畳み込み積分を行うことは非現実的である。その上、wavelet 解析されて得られた時間一周波数領域の図形を画像処理するのでは、製品技術として容認できない。

ここで用いた手法は、wavelet 変換された時間一周波数領域における特徴を見附だし、その特徴に基づいたデジタルフィルターを設計するというものである。エアバッグに限らず異常検出の多くが測定された信号を適当なフィルターに通し、その出力が設定されたレベルを越えたら異常と判定するというものである。このため、デジタルフィルターの設計まで落とし込めれば、wavelet 解析で得られた知見を旧来からのハードで実現できる。これがエンジニアリングレベルでの

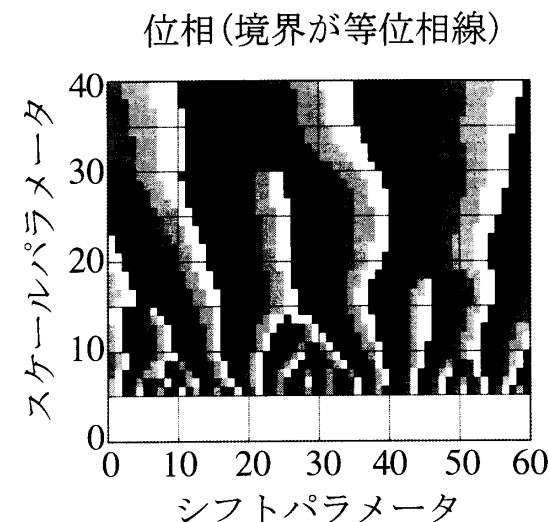
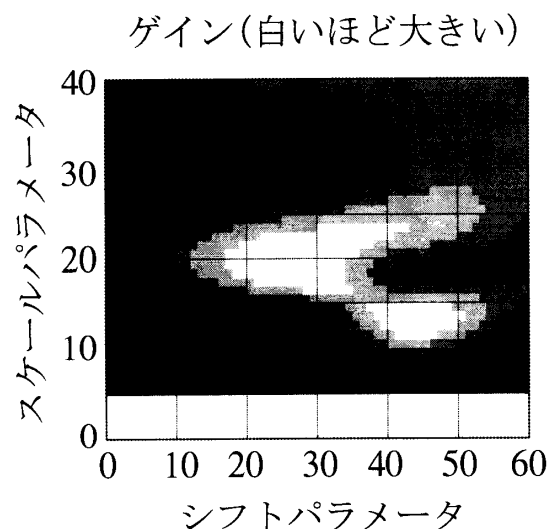


図 4 Wavelet 変換例

開発であり、wavelet 解析応用の出発点である。

さて、デジタルフィルターへの落とし込みを具体的に考えていこう。たとえば、図 4 に示すような時間一周波数解析結果が得られたとしよう。このとき、雑音に侵されず、しかも異常を検出できる周波数が探せたとする。そうであれば、この周波数に対応するバンドパスフィルターを設計すれば、そこそこの性能は得られる。これは、窓付きフーリエ変換と違い、全ての周波数でピントが合う wavelet 変換を使うことで、カギとなる周波数を見つけやすくなったという形で wavelet 変換を用いることに相当する。

これでは、今一つ wavelet を使っている気がしない向きもいらっしゃる。もう少し wavelet を使っている感触を出す応用を考えよう。先ほど述べたカギとなる

周波数が決まるとは、wavelet 変換の言葉でスケールパラメータが決まることである。波の性質を持たない基本関数を採用して wavelet 解析すれば、周波数という概念は整合性が悪い。それで、スケールという言葉を使うと理解して頂きたい。

さて、スケールが決まれば、測定信号と畳み込み積分する積分核が決まる。ご承知のように、この積分核は線形システム論でいうインパルス応答である。そして、このインパルス応答を近似するデジタルフィルターを設計すれば、wavelet 変換上で対応するスケールにおける特徴抽出が可能となる。これが既存ロジックへの wavelet 変換の落とし込みである。これで、デジタルフィルターの係数を調整することで、wavelet 変換から分かる異常の特徴抽出が可能となる。

ここまでは、特徴が表れる周波数またはスケールと雑音を表れる周波数またはスケールが分離できる幸運な場合を論じてきたが、原則が分かれば、もっと難しい場合でも異常を抽出できる。たとえば、複数のフィルターを作り、その出力の相互関係を見ることで異常検出をする手法である。一番目のフィルターが ON となって、何秒か後に 2 番目が ON になったら、異常が起きたとするなどのやりかたである。これは、正に時間と周波数を自由に渡り歩くことに対応している。wavelet 変換の面目躍如である。

ここで申し上げたかったことは、wavelet 変換が時間一周波数という 2 次元解析だからといって、画像処理的な手法を用いる必要はないということである。複数のフィルターの出力の時間経過を追いかけることで 2 次元解析と同様の効果を上げることが可能である。

#### 4. 相関とむだ時間検出

計測への wavelet 変換応用の次の話題として、相関を利用したむだ時間測定を紹介したい。wavelet は不連続点の検出が得意である<sup>4)</sup>。これは、不連続点の回りでは、ある種の相似変換に対する不変性が存在するためである。たとえば、図 5 に示すように微分が不連続となる点を中心として信号は折れる。そして、折れた形状は観測するサイズを変更しても変わらない。つまり、相似である。wavelet 変換の核関数も基本関数を相似変換したものである。核関数も相似、信号も相似であれば、両方の相似性が共鳴現象を起こす<sup>5)</sup>。具体的には、不連続点を中心に wavelet 変換された時間一周波数領域の位相面に位相集中という現象が起こる。これは等位相のポイントをつないでいくと不連続点に収束するという特徴である(図 6)。つまり、信

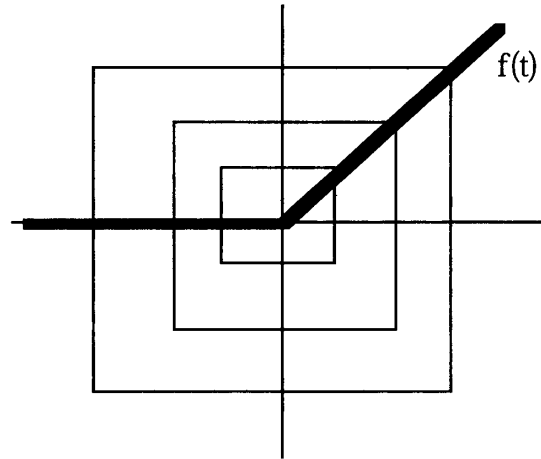


図 5 不連続波形

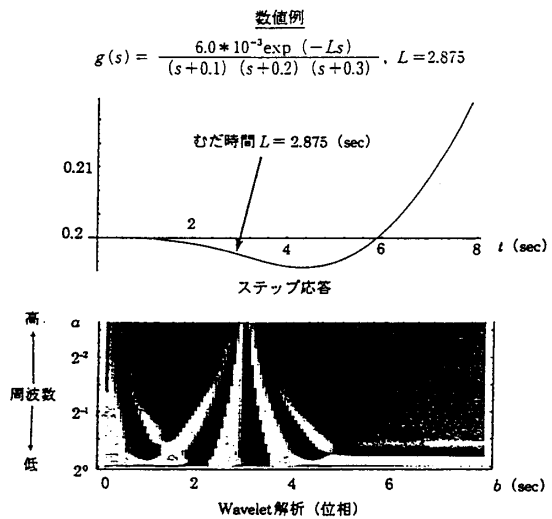


図 6 ウェーブレットによる不連続点の検出

号を wavelet 変換し、その位相を観測すれば容易に不連続点を見つけることができる。

さて次に不連続点とむだ時間の関わりを説明しなければならない。むだ時間とは、物が到達するまでの待ち時間である<sup>6)</sup>。全ての物は移動に時間がかかり、必ず待ち時間が存在する。待ち時間までは影響せず、到達すると影響するという不連続な変化が起こり、この不連続性は測定された信号に反映される。具体的には、図 7 のような空調の実験設備を例にとろう。冷水で空気を冷やし、この空気を送風することで室内を冷却する仕組みである。冷水の流れる量を調整するバルブがついており、これを操作すると冷却量が変わる。この影響は室内に設置された温度センサで計測される。もちろん、冷水バルブを操作したからといって影響が直ぐに温度センサに出る訳ではない。むだ時間が

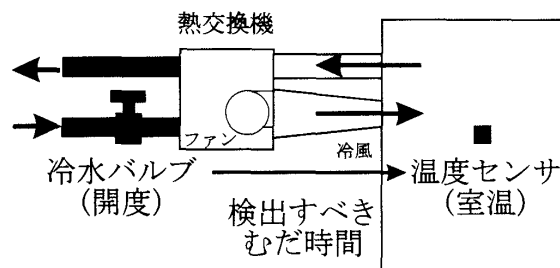


図7 空調計測システム

存在する。このむだ時間の大きさは、室内温度の適正な制御には不可欠な情報である。この大きさを wavelet 解析を用いて計測することを試みた。

バルブを操作した時刻から、温度センサの出力に不連続点が表れるまでの時刻までの時間がむだ時間である。だから、温度センサの出力を wavelet 変換にかければ位相集中が観測でき、むだ時間を計測することが可能になるはずである。しかし、これは机上の修練であり、実際の計測には役に立たない。

原因は温度センサの出力に乗る雑音のせいである。温度センサに影響を与えているのは冷水バルブの操作だけでなく、空気を送り出すファンによる気流の乱れや電源ノイズなどの影響を受けている。そして、これらによる不連続点も全て検出してしまい意味のある結果とはならない。

この対策に相関処理が有効である<sup>7)</sup>。冷水バルブの操作信号と温度センサの出力との相互相関をとり、冷水バルブの操作信号の自己相関信号で割り算した値をフーリエ変換すれば、冷水バルブから温度センサまでの周波数領域の伝達特性が得られることが知られている。同様に、割り算した信号を wavelet 変換すると、冷水バルブの操作から温度センサまでのむだ時間に対応する不連続性が検出できることが理論的に明らかにされている。しかも、相関処理をしているので、ファンなど冷水バルブ操作と無相関な信号の影響は消えてしまう。実際、図8に示すように、綺麗な位相集中が観測され、むだ時間の大きさが測定できる。

この相関と wavelet 変換を組み合わせたむだ時間検出法は空調システムだけでなく、セメントの原料工程で生じるむだ時間<sup>8)</sup>や発電所の所内ボイラーで生じるむだ時間<sup>9)</sup>も計測できることが明らかにされている。所内ボイラーの場合は、むだ時間計測だけでなく、相関と wavelet 変換を組み合わせることでボイラー系の数学モデルを構築する手順も示している。その上、このむだ時間を含む数学モデルに基づいて制御装置を設

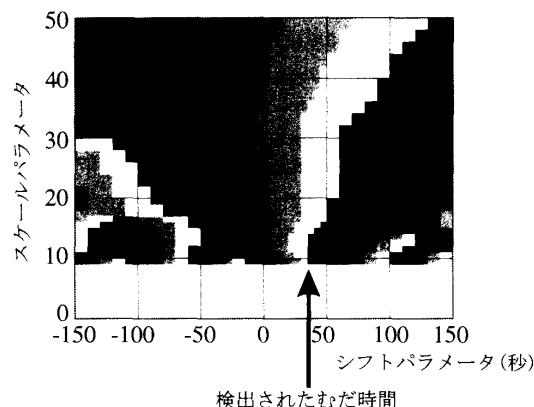


図8 実データによるむだ時間検出

計し、良好な制御が行えることも確認した。

## 5. おわりに

以上、wavelet の計測応用を wavelet 変換の原理まで戻り解説した。一つは異常検出であり、もう一つはむだ時間計測である。前者は、wavelet 変換で求めたカギとなるスケール情報からデジタルフィルターを作成するという旧ロジックへの落とし込みを中心にした。むだ時間計測では、相似性の共鳴と実システム応用に当たって相関処理を入れることに力点を置いた。相似性の共鳴はフラクタル解析に通じる特性である。

もちろん、これらの研究には多数の方の協力が不可欠である。理論面の貢献をしてくれた本学助手の田原鉄也君、筑波大学院生の飯星洋一君、wavelet 解析の自動車応用を共同研究している河台種市様を始めとするアイシン精機の皆様、むだ時間検出を共同研究してくれている風戸裕幸様を始めとする山武ハネウエルの皆様、武智伸夫様を始めとする秩父小野田の皆様、そして所内ボイラーの数学モデル作りおよび制御を共同研究している福岡工業大の中野和司教授を始めとする計装研究会の皆様にご感謝します。

## 参考文献

- 1) 新 誠一：ウェーブレット解析と周辺技術，計測技術，25-4，52/57 (1997)
- 2) G. Kaiser: A Friendly Guide to Wavelets, Birkhäuser (1994)
- 3) 河台種市：ウェーブレット解析技術の自動車機能部品への応用，日本機械学会東海支部第83回講習会「ウェーブレット解析と産業への応用」教材，31/36，名古屋通信ビル (1997年1月21日)
- 4) 佐藤：ウェーブレット解析の数学的基礎第1部，第2部，日本音響学会誌，47-6，405/413，416/423 (1991)
- 5) 飯星，新，太田：離散ウェーブレットによるむだ時間検出，第34回計測自動制御学会学術講演会予稿集，691/692

- (1995)
- 6) 新 誠一：むだ時間検出へのアプローチ，エレクトロニクス，38-5, 35/37 (1993)
  - 7) T. Tabaru and S. Shin: Dead time detection based on wavelet analysis of cross correlation data, Proc. IFAC Symposium on System Identification, 1, 33/38 (1997)
  - 8) 相沢，武智，香月：セメント製造プロセスをどう監視するか？，エレクトロニクス，40-11, 40/41 (1995)
  - 9) K. Nakano, T. Tabaru, S. Shin, H. Mitsuo, Y. Toyoda and Y. Akiyama: Wavelet based identification for function with dead time and its application, Proc. IFAC Symposium on System Identification, 1, 51/56 (1997)
-