

# GA 利用による 3 次元構造物の位相最適化の一方法 (有限要素の除去・付加パラメータを用いた 単一個体による確定的方法)<sup>†</sup>

鈴木雄作\*・西 浩一\*\*・川面恵司\*\*\*

**ABSTRACT** In a series of the studies where two-dimensional continua have been optimized topologically by using our own contrived method in genetic algorithm. The method is that shape and topology (i. e. layout) optimization is attained in such a way that optimal layouts of finite element models are obtained by selecting using the layouts of the models as individuals, and by adopting removal and addition parameters,  $\beta$  and  $\gamma$ , of the elements as chromosomes. In the previous paper we discussed that certain relations are certified to exist between the mean values of  $\beta$  and  $\gamma$ , and generations, and for optimal layouts to deterministically obtain by using the relations. Here the similar method is applied to three-dimensional finite models and its validity is demonstrated in numerical experiments.

## 1. 緒 言

線形弾性連続体の有限要素モデルについての位相最適化問題に遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm, 簡単に GA という) を適用する研究がなされてきている。機械構造物の重量最小化問題において, Chapmanらは 2 次元連続体の位相決定と真直はりの断面形状決定に GA を適用している。彼らの方法は個々の要素ごとに 1 ビットを割り当て, このビット列を要素が存在する場合には '1', しない場合は '0' とすることにより要素の有無の指標に用いている<sup>1-3)</sup>。このように単純な遺伝子コーディング法では, 実用に供し得る程度に要素数の多いモデルでは遺伝子長が極めて長くなり, 解を得るためには, 個体数を多くすとか収束までに必要な世代数が多くなるとかの問題が生じる。そこで, 彼らは適応度関数を種々かえて問題に最も適した関数を選び出す研究を進めている。坂本らは軸対称

殻と三次元殻の寸法最適化問題に筆者らの研究をヒントに要素板厚の増減を制御するパラメータを導入して大規模要素モデルの求解に成功している<sup>4)</sup>。しかし, GA には最適解を得るまでに (個体数) × (世代数) だけの有限要素計算をする必要があるので, 求解までに多大の計算時間を要するという欠点がある。

セル・オートマトン (cellular automaton, 簡単に CA という) を構造物の最適設計に適用する研究が, 伊能ら<sup>5,6)</sup>, 尾田ら<sup>7)</sup>, 北ら<sup>8)</sup>によって提案されている。このうち, 伊能らは次のアルゴリズムを用いている。まず設計領域を多数の正方形セルに分割し, 各セルを有限要素として有限要素解析する。そして, 得られたセル応力分布にローカル・ルールを適用してセルごとの目標応力を更新し, ついでセル応力が目標応力に近づくように弾性係数を更新する。このとき, ローカル・ルールとしてセル応力と弾性係数の間に非線形関係式を設定している。したがって, 得られた最適解は要素ごとに弾性係数が異なっているので, 材料が異なる構造物では得られた解を用いてさらに別な最適化計算が必要である。北らはローカル・ルールとして注目しているセルの板厚, セル応力と許容応力との偏差にペナルティ関数を加えた汎関数を導出し, この汎関数の停留条件よりセル板厚の変化量を計算する式を求めている。注目しているセルの板厚変化によって隣接する近傍セルの応力が変化しないと仮定しているので, ペナルティ関数として近傍セルの反復計算前後の変化量

A Method for Shape and Topology Optimization of Three-Dimensional Structures by Using Genetic Algorithm (A Deterministic Approach with a Single Individual). By Yusaku Suzuki (The Japan Research Institute, Ltd.), Hirokazu Nishi (Postgraduate Course of Mechanical Engineering, Shibaura Institute of Technology) and Keishi Kawano (Dept. of Mechanical Control Systems, Shibaura Institute of Technology).

\*株式会社日本総合研究所

\*\*芝浦工業大学大学院機械工学専攻

\*\*\*芝浦工業大学機械制御システム学科

†1999年1月25日受付 1999年4月19日再受付

を用いている。GAはいわば個体数が一個の場合GAに対応するので、有限要素計算の回数は少なくする可能性があるが、現在のところ反復計算の少ない有効なアルゴリズムが見出されていないようである。

筆者らは2次元連続体の有限要素モデルについての位相最適化問題にGAを利用して検討してきた<sup>9-11)</sup>。筆者らの方法は、ひとことと言うと最適化プロセスの各世代で応力の小さい要素を有限要素モデルから一度に複数個除去し、除去された要素の一部を再びモデル内に戻すといった、世代ごとに要素の除去と再付加を繰り返しながら位相最適解を得ようとする方法である。

具体的には、モデル内に発生する応力の大きさに応じて要素を幾つかのクラスに分け、応力の小さい要素が属するクラス内の要素を除去（実際には極めて小さな弾性係数に変更することにより、除去したとする）、除去によって応力分布が変化することから、いったん除去した要素の応力が大きくなることもあり得るので、除去要素の一部を再びモデルに付加（実際にはもとの構成材料の弾性係数に戻す）する。この除去するクラス数と付加する要素数を除去と付加のパラメータを用いて表し、これをGAパラメータとして最適化プロセスを制御する。

この方法を2次元連続体モデルに適用したところ、鈴木らの均質化法<sup>12)</sup>と伊能らのセル・オートマトン<sup>5,6)</sup>によって得られた位相と形状の最適解（今後、レイアウト最適解と呼ぶ）とほとんど同じものが得られた。さらに、除去と付加パラメータの個体についての平均値と世代数の間に一定の関係があり、この関係は突然変異を行わずに交叉のみでGAプロセスを行なった場合にはこの関係の間のばらつきは小さくなり、突然変異なしでもレイアウト最適解に収束することが分かった。そこで、この関係から最小二乗法により関係式を作り、この式を用いて最適化プロセスを行なった。その結果、鈴木らの均質化法や伊能らのセル・オートマトンによるレイアウト最適解とほとんど同じ解を得ることができた。この方法は、いわば個体一個による確定的な最適化法と呼ぶことができる。今回この方法を3次元連続体の有限要素モデルに適用したところ有効であることがわかったのでここに報告する。

## 2. レイアウト最適化法

### 2.1 最適化アルゴリズム

筆者らの提案した最適化アルゴリズムを簡単に再記

する。詳細は文献9)10)に述べてある。

- Step 1. 有限要素法により設計領域内の有限要素モデルにおける要素応力を求めて、応力値の大小によって要素をクラス分けする。
- Step 2. 要素応力の平均値の属するクラス番号の $\beta$ 倍のクラス番号より小さいクラス番号に属する要素をモデルから除去し、これらを除去要素ファイルに格納する。
- Step 3. 各世代において、同ファイルに格納されている全要素の $\gamma$ 倍の要素を再びモデルに付加する。

以上のStep 1~Step 3が1世代を構成する。これら一連の操作を後述する収束条件を満たすまで繰り返す。なお、 $\beta$ を要素除去係数、 $\gamma$ を要素付加係数と呼ぶことにする。

### 2.2 個体と遺伝子の表現法

$\beta$ と $\gamma$ をそれぞれ2進数7ビットの遺伝子型コードで表現したものを $\beta_0$ と $\gamma_0$ と書くことにする。この2つの係数からなるストリングをひとまとめにして1つの染色体として定義する。個体はこの染色体とこの世代までに除去された要素が格納されている除去要素ファイルからなっている。

染色体の表現型は前報<sup>11)</sup>で示した後述の数値実験の結果を参考にして次式のように定義する。

$$\beta' = \frac{0.80}{1.27} \beta = \left( \frac{0.80}{1.27} \right) \cdot \left( \frac{\beta_0}{100} \right) \quad (1)$$

$$\gamma' = \frac{0.60}{1.27} \gamma = \left( \frac{0.60}{1.27} \right) \cdot \left( \frac{\gamma_0}{100} \right) \quad (2)$$

$\beta_0$ と $\gamma_0$ の範囲が2進数7ビットで表現されているから、これを10進数に変換する0~127の値をとり、 $\beta'$ と $\gamma'$ の範囲はそれぞれ0.00~0.80および0.00~0.60となる。要素の除去と付加の操作は、実際にはこの $\beta'$ と $\gamma'$ によって制御される。式(1)と式(2)によって $\beta'$ と $\gamma'$ の範囲を狭めたのは、そうしないと最適化プロセス中に有限要素モデルの一部が除去されて構造として不完全になり、適応度が一挙にゼロに低下する、いわゆる個体が死滅する率が高かったからである。そこで、このように範囲を狭めることにより個体の死滅がほとんど生じることがなかったので上式を採用することにした<sup>11)</sup>。

### 2.3 適応度関数

適応度関数は以下に示すように設定する。

$$\phi_i = \frac{V_0 - V_i(t)}{V_0} + \zeta \left( 1 - \frac{\sigma_{i, \max}(t)}{\sigma_d} \right) \quad (3)$$

$$\zeta = \begin{cases} 0.0 & \text{for } (\sigma_{\max} \leq \sigma_{al}) \\ 1.0 & \text{for } (\sigma_{\max} > \sigma_{al}) \end{cases}$$

$$f_i = \phi_i^2 \quad (4)$$

ただし、 $i$ は個体番号、 $t$ は世代数、 $V_0$ はモデルの初期体積（つまり、初期設計領域）、 $V_i(t)$ は個体 $i$ の世代 $t$ における体積、 $\sigma_{al}$ は許容応力、 $\sigma_{i,\max}(t)$ は個体 $i$ の世代 $t$ における要素の最大応力である。

#### 2.4 遺伝子操作

交叉率を0.8とし、係数 $\beta_0$ と $\gamma_0$ に対してそれぞれ一点交叉を行ない、突然変異操作は行なわないことにする。またGA戦略として適応度に比例して次世代に残す個体を決定するルーレット戦略、最も適応度の高い個体を1個だけ次世代にそのまま残すエリート保存戦略、世代を経るごとに個体間の適応度差を拡大させるために筆者らが考案したスケージングの式（前報<sup>11)</sup>の式(3)~(5))を採用する。

#### 2.5 試算条件

対象構造はすべて弾性係数 $E=206.0$  GPa、ポアソン比0.3とし、除去される要素は実際には極端に小さな弾性係数 $E_0=103.0$  MPaをもつ要素に置き換える。しかし式(3)の $V_i$ には除去された要素の体積は含まないことにした。これに関しては文献10)に詳しく述べてある。

また、各世代で得られる体積減少比の個体に関する平均値が2世代に渡って相対変化率が $10^{-3}$ 以下になったときに最適化プロセスを終了とする。この終了条件は前報<sup>11)</sup>式(6)と式(7)を参照)に詳しい。

### 3. 前報のあらすじ

前報<sup>11)</sup>で詳しく報告しているのので、ここでは簡単に述べる。応力分布の異なる7種類の2次元連続体について個体数を30個に固定して前述の条件でGAによる最適化プロセスを実行し、 $\beta_0$ の個体についての平均 $\bar{\beta}_0$ と世代 $t$ の関係( $t-\bar{\beta}_0$ 線図)、および実際の操作を行なう $\bar{\beta}'$ と、 $\bar{\nu}'$ の関係( $\bar{\beta}'-\bar{\nu}'$ 線図)を求めた。これらの関係は多少のばらつきはあるが、前報の図8と図9、あるいは本報の図9と図10の2次元データに見られるようにほぼ一定の傾向が認められた。さらに、このデータをもとに最小二乗法により関係式を求めた。

この関係式を用いてGAによる最適化プロセスを実行させた結果を、解析解、均質化法<sup>12)</sup>、セル・オートマトン<sup>5,6)</sup>による方法の結果と比較したところ、これらによって得られた最終レイアウトと最終体積はほとんど同じであった。GAによる最適化プロセスが確率

的であるのに対して、この関係式による最適化プロセスは単一個体による確定的プロセスであるということができ、また応力の小さい要素を順次除去していくプロセスであるので差分型の感度解析法による最適化プロセスということもできる。

### 4. 計算実験

今回は主として3次元連続体を取り上げたので、ここではこれについてのみ説明する。

#### 4.1 対象構造

計算対象に取り上げた連続体の初期の設計領域は図1~図4に示す直方体状の構造A, B, C, Dの4種類

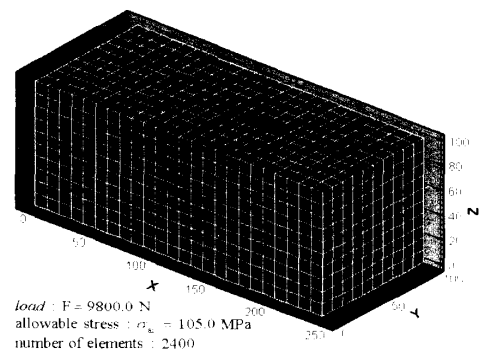


図1 Structure A

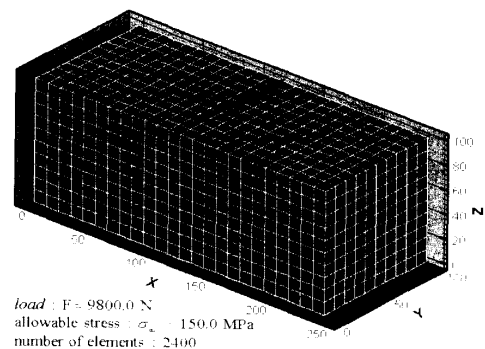


図2 Structure B

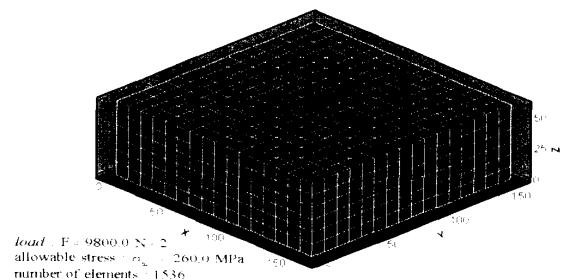


図3 Structure C

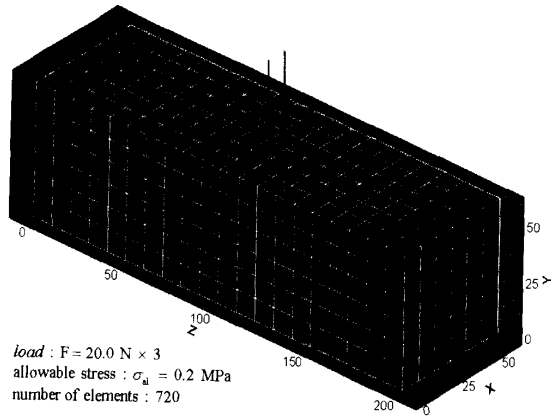


図4 Structure D

表1 Results of Simulation

Structures	N.I.	Trial	Fitness	V.R.	S.R.	F.G.
A	10	1	0.930	0.964	0.988	19
		2	0.934	0.967	0.997	24
	1		0.933	0.966	0.996	30
B	10	1	0.927	0.963	1.023	18
		2	0.910	0.954	0.997	13
	1		0.917	0.958	0.970	23
C	10	1	0.974	0.987	0.959	14
		2	0.973	0.986	0.956	14
	1		0.974	0.987	0.992	30
D	10	1	0.688	0.829	1.105	18
		2	0.667	0.817	1.010	24
	1		0.692	0.832	0.990	11

\* N.I., V.R., S.R., F.G. and S.D. are abbreviations of number of individuals, volume reduction ratios, stress ratios of final layouts, final generations and standard deviation.

である。それぞれの構造について設計領域の寸法、荷重条件、許容応力、有限要素分割は図に示した通りである。境界条件は、構造 A, B, C では図の下面（つまり X-Y 平面）で固定し、構造 D では長手方向の両端を固定する。矢印は節点荷重の作用する位置と方向を示している。さらに構造 D は文献13)と同様に、構造の両端2層分は非設計領域として最適化の対象にできなかった。いずれの構造の有限要素モデルも8節点アイソパラメトリック一次要素に分割されている。要素応力としては、要素の重心におけるミーゼスの相当応力を用いた。

4.2 GA 試行結果

すべての GA 施行で個体数を10に固定し、各構造について5回ずつ GA による最適化シミュレーションを行なって得られた結果を表1に示す。なお前述のクラス数を有限要素分割モデルの縦、横、高さ方向の分割数の最小値に、分割数の最小値が10以下の場合は10に設定した。

表1中の値は各シミュレーションにおける最終世代

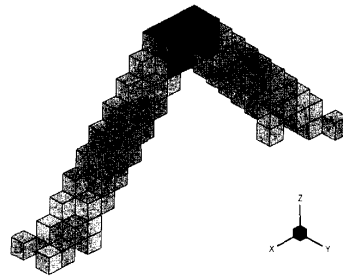


図5 Final Layout (in Structure A)

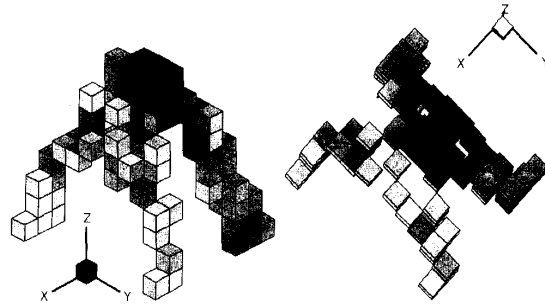


図6 Final Layout (in Structure B)

のエリート個体についての平均値を表している。Fitness は適応度で、式(3)より求めた値、V. R., S. R., F. G. はそれぞれ体積減少比、応力比、最終世代数を表し、それぞれ最終体積の初期体積に対する減少比(= (V<sub>0</sub>-V)/V<sub>0</sub>)、最大応力の許容応力に対する比(= sigma<sub>max</sub>/sigma<sub>al</sub>)である。標準偏差の値から、それぞれの構造について5回の試行結果の値のばらつきが小さく、GA プロセスが安定している（解が収束したときの世代数が安定している）ことがわかる。GA 試行は通常10回程度行なうが、本方法は解が安定しているので5回の試行にとどめた。

得られた最終レイアウトを以下の図5~図8に示す。なお、図中の要素の色の濃淡は要素応力の大小に対応しており、応力の高い要素ほど色を濃くしてある。

構造 A (図1と図5参照) : 荷重は X 方向に負荷されているので、その結果は X 方向にくの字状の2部材トラスが得られた。これは2つの部材が90°、固定平面に対して45°傾いているトラスで、解析解や本方法による2次元問題の解とよく一致している。

構造 B (図2と図6参照) : 荷重は Y 方向に負荷されており、Y 方向の設計領域の幅が短いので、本構造では構造 A のような2部材トラスとはならず4本の部材からなる立体トラスが得られた。

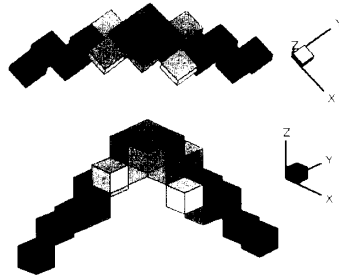


図7 Final Layout (in Structure C)

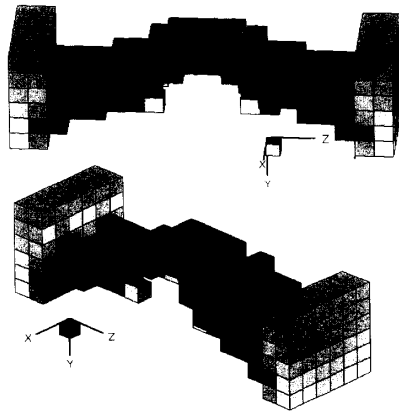


図8 Final Layout (in Structure D)

構造 C (図 3 と図 7 参照) : X 方向と Y 方向に同じ大きさの荷重が負荷されており, 最終構造は 2 方向の荷重を合成した 45° の方向にふんばった形の 2 部材トラスが得られた. ふんばる方向が異なるだけで, 構造 A の結果と同様であった.

構造 D (図 4 と図 8 参照) : 文献13)には均質化法により求めた解が得られているが, 本方法によるレイアウト最適解とほとんどよく一致している.

4.3 最適化プロセスにおける GA パラメータ

(1) 最適化プロセスにより得られた世代  $t-\bar{\beta}_0$  と  $\bar{\beta}'-\bar{\gamma}'$  の 3 次元構造のデータを前報<sup>11)</sup>の 2 次元構造物で得られた線図上 (前報の図 8 と図 9 を参照) に重ねたものを図 9 と図 10 に示す. これらのデータは 2 次元構造に関しては構造 I ~ 構造 VII の 7 種類の構造について, 3 次元構造に関しては構造 A ~ 構造 D の 4 種類の構造についてそれぞれ GA を試行した結果である.

同図から分かるように世代  $t-\bar{\beta}_0$  線図のデータは 2 次元, 3 次元構造にほとんど関係なくほぼ一本の帯を形成している. しかし,  $\bar{\beta}'-\bar{\gamma}'$  線図は 2 次元構造のみの場合と比べてばらつきが大きくなっている.

(2)  $\bar{\gamma}_0$  データを  $\bar{\beta}'-\bar{\gamma}'$  の関係ではなく世代  $t-\bar{\gamma}_0$  の関

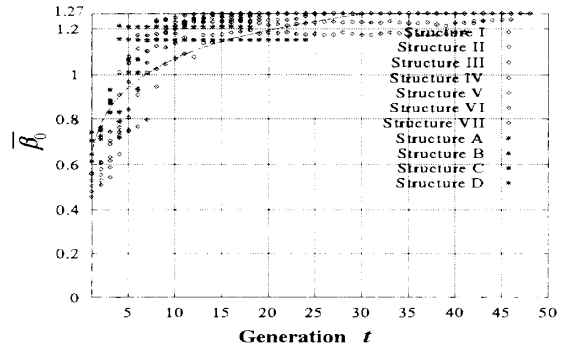


図9 Behavior of  $\bar{\beta}_0$

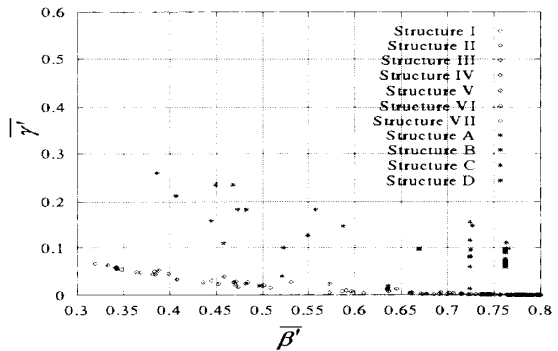


図10 Behavior of  $\bar{\beta}'$  and  $\bar{\gamma}'$

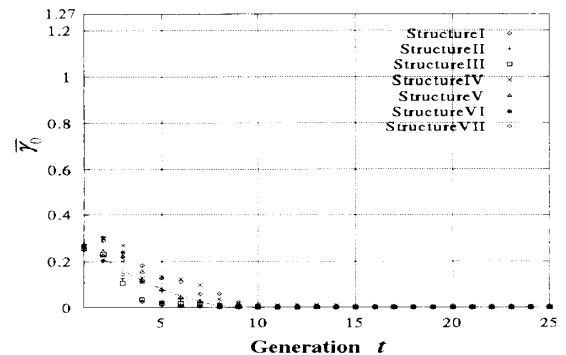


図11 Behavior of  $\bar{\gamma}_0$  in two-dimensional structures

係について整理し直すと, 図 11 と図 12 に示すように, 2 次元構造と 3 次元構造のデータともばらつきが小さく狭い帯内にあり, 後者が前者に比べて  $\bar{\gamma}_0$  が値の大きな側にシフトしていることが分かった. そこで, 2 次元, 3 次元構造データを改めて最小二乗法により次の曲線(今後, これを最適化曲線と呼ぶ)を求めた.

世代  $t-\bar{\beta}_0$  曲線 :

$$\bar{\beta}_0 = \begin{cases} 0.1807 \log_e t + 0.6516 & (\bar{\beta}_0 \leq 1.27) \\ 1.27 & (\bar{\beta}_0 > 1.27) \end{cases} \quad (5)$$

$R^2 = 0.826$

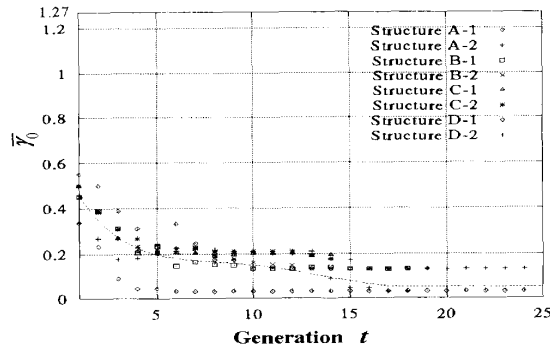


図12 Behavior of  $\bar{y}_0$  in three-dimensional structures

世代  $t$  -  $\bar{y}_0$  曲線:

・ 2次元構造の場合

$$\bar{y}_0 = \begin{cases} 0.000000001t^6 - 0.0000002t^5 \\ + 0.00001t^4 - 0.0005t^3 \\ + 0.0098t^2 - 0.0969t + 0.3758 & (\bar{y}_0 \geq 0.00) \\ 0.00 & (\bar{y}_0 < 0.00) \end{cases} \quad (6)$$

$R^2 = 0.905$

・ 3次元構造の場合

$$\bar{y}_0 = \begin{cases} 0.000000008t^6 - 0.0000007t^5 \\ + 0.00008t^4 - 0.0024t^3 \\ + 0.0309t^2 - 0.1882t + 0.6179 & (\bar{y}_0 \geq 0.00) \\ 0.00 & (\bar{y}_0 < 0.00) \end{cases} \quad (7)$$

$R^2 = 0.6807$

この最適化曲線を図11と図12に破線で示してある。

式(5)と式(7)を用いて単一個体による確定的な方法により最適化を行なった結果をGAプロセスによる結果とともに前述の表1に示す。同表からわかるように、両方法による各構造の適応度、体積減少比および応力比はほとんど同じであり、終了世代数は単一個体による方法の方が若干多くなる傾向がある。しかし、単一個体による方法では1世代に必要な計算時間はGAに比べておよそ個体数分の1(=1/10)であるから、前者の方が極めて短時間で最適化プロセスを試行できる。また両方法による最終レイアウトも図示していないが、ほぼ同じ結果を得ることができた。

ここで、4種の3次元連続体に対して(1)GAを用いて5回ずつ最適化を行なった場合と(2)2次元連続体の最適化曲線を利用した単一個体による最適化を行なった場合、(3)3次元連続体の最適化曲線を利用した単一個体による最適化を行なった場合の3つの場合について、それぞれ得られた最終レイアウトの残存要素数による比較を行なう。

表2にはそれぞれの構造について、GAによる方

表2 Results of Simulation

Structures	Strategy	N.E.
A	(1)	Ave. — 86.000 S.D. — 17.527
	(2)	82
	(3)	86
B	(1)	Ave. — 80.600 S.D. — 25.904
	(2)	102
	(3)	112
C	(1)	Ave. — 21.20 S.D. — 1.166
	(2)	20
	(3)	26
D	(1)	Ave. — 284.60 S.D. — 10.092
	(2)	265
	(3)	280

\* N.E., Ave., and S.D. are abbreviations of number of survival elements, average of 5 trials, and standard deviation.

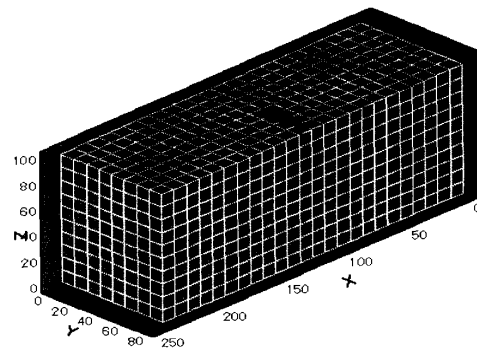


図13 Structure B-1

法、式(6)および式(7)を用いた単一個体による方法により求めた結果を順に示してある。前述の(1)~(3)のどの方法を用いて最適化を行なっても残存要素数はほぼ同じであって、最適化曲線の差の影響はほとんど認められなかった。

このことは次のことを物語っている。本最適化プロセスは、初期設計領域から応力の低い要素を順次除去し、除去した要素のうち応力が比較的高い要素を再びもとの設計領域に付加する方法であるから、あくまで除去の操作が主体である。したがって、最適化プロセスでは除去曲線の挙動には影響されるが、付加曲線の挙動にはそれほど大きく影響されないのではないかと考えられる。

#### 4.4 許容設計領域の差異による位相最適化

当初与えられた設計領域の大きさが最終のレイアウト最適解にどのように影響するかを図1、図2に示した構造A、構造Bおよび図13~図16に示す構造B-

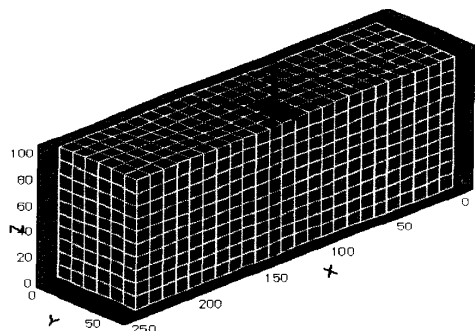


図14 Structure B-2

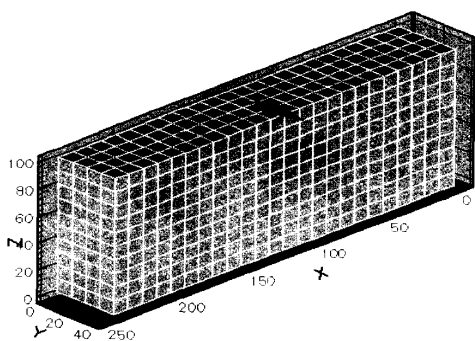


図15 Structure B-3

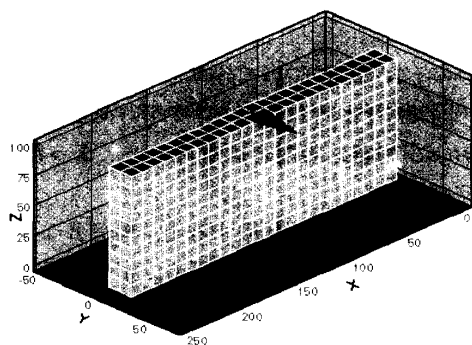


図16 Structure B-4

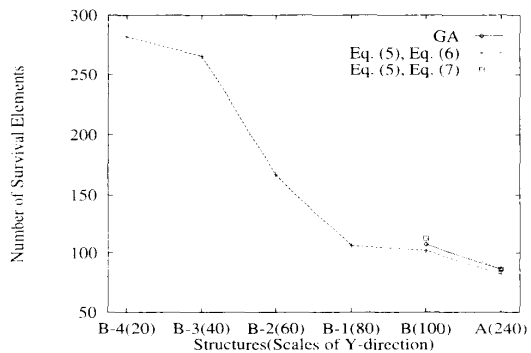


図17 Number of Survival Elements in Structure B-1~B-4

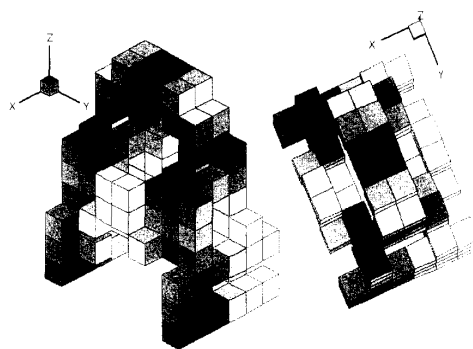


図18 Final Layout (in Structure B-1)

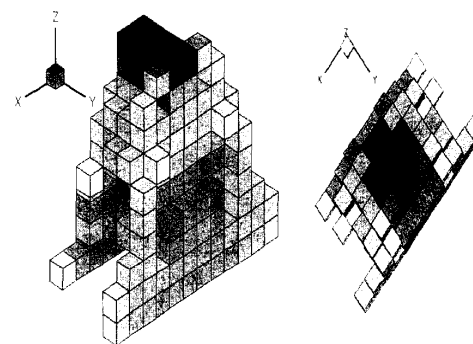


図19 Final Layout (in Structure B-2)

1~B-4 を用いて検討する。

構造 B および B-1~B-4 の初期設計領域の有限要素モデルについて荷重条件, 境界条件, 許容応力を同じに固定し, 図13~図16に示すように寸法を幅方向と長手方向には同じであるが, 高さ方向(つまり荷重方向)の寸法が B-1~B-4 の順に小さくなるように選んだ。

なお, 計算は最適化曲線の式(5)と式(6)を採用してシミュレーションを行ない, その結果を図17に示す。同図中の横軸は, モデル名 (Y 方向, 構造 A に限り X 方向の寸法), を表す。

図17から, 許容設計空間の広さと得られる最終レイアウトの残存要素数が反比例する結果が確認された。これは設計領域が十分に広いと理想的な最適レイアウトが求められるが, 設計領域が狭まると, その領域で制約を受けたレイアウトが得られるといった当然の結果である。

図18~図21に B-1~B-4 の最終レイアウトを示す。

図6では4本の足で支えているようなレイアウトであったものが, 図13, 図14と高さ方向の寸法を減らし

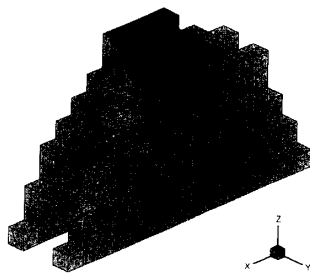


図20 Final Layout (in Structure B-3)

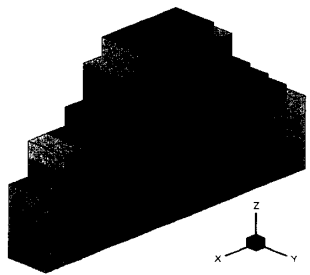


図21 Final Layout (in Structure B-4)

ていくに従い、図18、図19のように2本の台のようなもので支えるようなレイアウトとなった。引続き図15、図16に示したように高さ方向の領域を狭めていくと、ついには図20、図21のように幅が三角形に近いレイアウトになった。構造A、BおよびB-1～B-4はいずれも先端に横荷重が負荷された片持ちはりの一種である。したがって曲げモーメントは先端で0で、固定端に向かうにつれて線形に増加する。このことから、構造B-1、B-2では曲げモーメントの高い固定端付近では断面係数が極力大きくなるように最終レイアウトが二股状になり、構造B-3、B-4では同様の理由で等応力分布になるように先端から固定端に向けて幅が三角状になったものと考えられる。以上のように最終レイアウトは材料力学により推測できるので、このことから本最適化法の妥当性が確認できると考える。

#### 4.5 要素分割数にともなう位相および体積の変化

構造A、B、C、D、B1～B4では有限要素の寸法を固定して各対象構造について計算を行なった。ここでは要素の寸法を変えて、要素分割数を増減させ計算を行なうことにより、得られる最適解の位相および体積がどのように変化するかを実験する。そこで、先の図14に示した構造B-2について、構造の対称性を利用し半分領域について要素分割を(1)  $8 \times 4 \times 7$  (X×Y×Z)と粗く設定した場合と、(2)  $18 \times 8 \times 15$ と細かく設定し

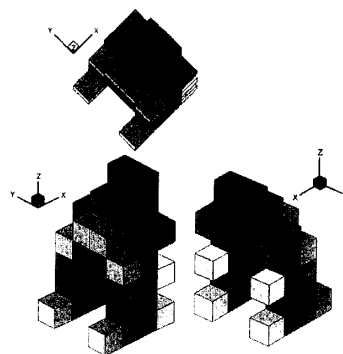


図22 Final Layout (in Structure B-2 (Coarse Mesh))

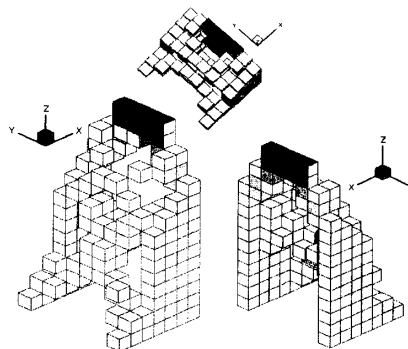


図23 Final Layout (in Structure B-2 (Fine Mesh))

た場合のそれぞれについて計算を行ない、その結果を図22、図23にそれぞれ示す。ここで、荷重条件、境界条件および許容応力などは構造B-2とまったく同じに設定した。

図19と図22、図23を比較すると、構造B-2(粗)については、領域の境界となる面の位相の若干の違い、構造B-2(細)については、X方向(荷重に対して直角な方向)の寸法が短くなるなどの若干の差異は認められたが、大まかなレイアウトはほぼ同じになった。

ここで、得られたそれぞれの最終レイアウトの残存体積による比較を以下の表3で行なう。

表3に示した結果から、要素分割を細かくするに従ってより最適なレイアウトに近づくため、得られる最終レイアウトの体積が小さくなるという結果を得た。しかし、ここでやっているレイアウト最適化の目的は、短時間で大よそのレイアウトを把握することにあるので、過度に分割を細かくする必要はないのではないかと考える。

#### 4.6 複雑な位相最適化問題への適用

これまでに扱ったほとんどの構造は、材料力学的におおよそその位相を予測することができた。ここでは、

表3 Results of Simulation

Structures	Remained Volume( $\times 10^5$ [mm <sup>3</sup> ])
B-2	1.660
(1) B-2 (coarse)	2.315
(2) B-2 (fine)	1.093

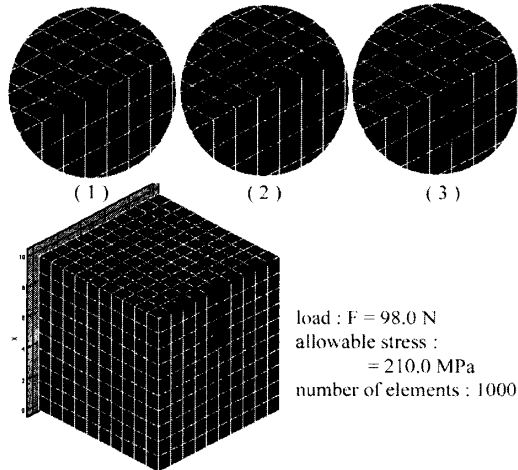


図24 Structure E

式(5)と式(6)を用いた単一個体による確定的な方法が、より複雑な位相最適化問題へも適用できることを調べる。

そこで、セル・オートマトンによる位相最適化がなされている構造に対して本手法を用いて計算する。同文献では、図24に示した構造Eの上端部に(1)~(3)の3つの方向から時間的に異なる荷重を負荷するという条件のもとで最適化を行っている。同構造に対して本手法を適用する際の処理手順を以下に示す。

- Step. 1 構造Eに対して荷重1を負荷し、最適化シミュレーションを行う。(図25(a)参照)
- Step. 2 同構造に対して荷重2を負荷し、最適化シミュレーションを行う。(図25(a)参照)
- Step. 3 同様に荷重3を負荷し、最適化シミュレーションを行う。(図25(b)参照)
- Step. 4 Step. 1~Step. 3で得られた最終レイアウトを和し合わせるにより最適レイアウトを求める。(図25(c)参照)

なお、荷重1と2によって得られるレイアウトは本来同じになるべきであり、事実、同じ結果が得られたので荷重2に対しての最終レイアウトは示さなかった。また、図25中に示した許容応力値は、同文献を参考にし、体積がほぼ同程度になるよう210 MPaに設定した。

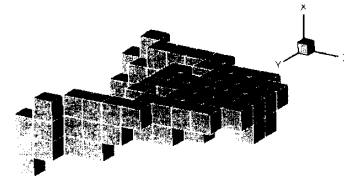


図25(a) Final Layout (in Structure E, Load: (1) or (2))

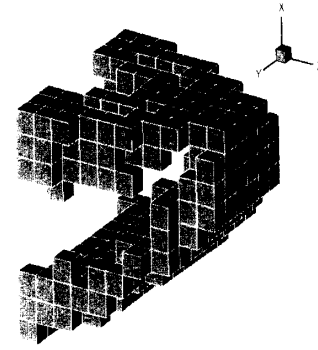


図25(b) Final Layout (in Structure E, Load: (3))

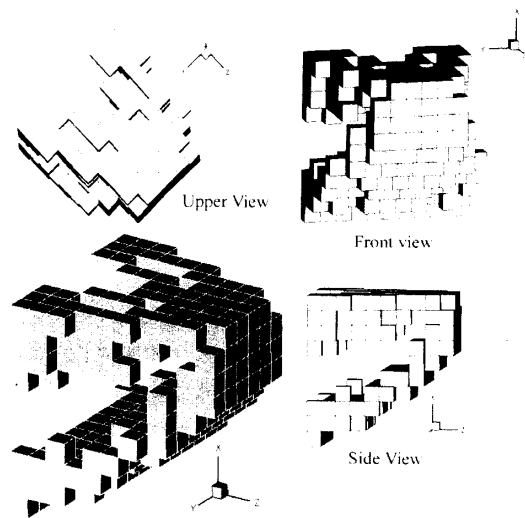


図25(c) Final Layout (in Structure E)

荷重1あるいは荷重2の場合は、図25(a)に示すように、これは比較的大きな曲げモーメントがX軸周りに、また比較的小さなねじりトルクがZ軸周りに作用する。その結果、レイアウトとしてはYZ平面に関しては固定端に向かって2股に開く形状に、ZX平面に関しては厚みが増える形状が得られた。

荷重3に関しては、図25(b)に示すように、y軸周りの曲げモーメントが作用するのでZX平面に関してはフ字型の形状が得られた。また、図25(c)に示すレイアウトのほぼ原型を作っている。これにより、本位

表4 Results of Simulation

Final Layout	Load	$(V_0 - V)/V_0$	$\sigma_{max}$	$\sigma_{max}/\sigma_{al}$
(a)	(1),(2)	0.916	189.28	0.901
(b)	(3)	0.712	203.07	0.967
(c)	(1)+(2)+(3)	0.700	202.79	0.966

相最適化問題では荷重(3)が支配的になっているといえる。

両レイアウトを合成した最終レイアウトを上方、前方ならびに側方からみた図とともに図25(c)に示してある。この結果は伊能がセル・オートマトンによる方法によって得られた最終レイアウトとよく一致している。また、以下の表4に得られた最終レイアウトに関する各データを示す。

表4には、図25に示した各最終レイアウトに対して、(a)荷重1または荷重2を負荷したとき、(b)荷重3を負荷したとき、(c)合成した最終レイアウトに荷重1または荷重2または荷重3を負荷したときのそれぞれの体積減少比ならびに応力比  $\sigma_{max}/\sigma_{al}$  を示している。これらの値から、荷重3がレイアウト決定に大きく関係していることがわかる。結果として、図25(c)に示した最終レイアウトが文献のものと同様の結果となっていることから本手法の妥当性が確認できたと考える。

以上の計算結果から本法には次のような欠点があることがわかった。

筆者らのGAによる最適化手法は、個々の有限要素の有無を指定する方法ではないので本来対称であるべき構造が、得られた最終レイアウトではそのようになっていないなど構造上の矛盾が現れている。これは本手法が持っている本質的な欠点である。

構造上、相隣り合う要素は面で連結しているべきであるが、2節点以下の数の節点でつながっているような最終レイアウトが得られている。これは要素を除去する代わりに除去要素の弾性係数を非常に小さくすることによって生じたものである。このような手法を用いずに各世代ごとにリモデリング、全体剛性マトリクスの再構築などの処理を行なうようにすれば、以上のような問題点は解決するであろう。

しかしながら、以上より、本方法は適度に要素分割した有限要素モデルに適用すれば設計の指針となり得る大まかなレイアウトが得られるものと考えられる。

## 5. 結 言

- (1) 有限要素の除去と付加をGAパラメータとする

方法を、2次元連続体の位相最適化問題に適用したところ極めて安定して解を求めることができたことから、本方法をそのまま様々な3次元連続体に対して適用できることを確認した。

- (2) 2次元連続体と同様に、3次元連続体に対する最適化プロセス中においても、対象構造の差異にほとんど関係なく、世代に対する各パラメータの変化の傾向がほぼ一定であった。
- (3) 2次元連続体および3次元連続体に対して最適化を行なった結果得られた  $\bar{V}_0$  と  $\bar{y}_0$  をそれぞれ世代  $i$  の関数として近似し、これらの関係を最適化曲線として用いて単一個体による確定的方法により最適化を行なえることが確認できた。
- (4) 設計領域の差異による位相最適化を試みることで、本最適化方法の妥当性が確認できた。このことから、GAを数値実験の道具として使用し、これにより得られたパラメータを実験係数値として使用する方法を提案する。
- (5) 同じ構造に対して要素分割数を増減させることにより位相最適化を行なうことで、得られる最終レイアウトの残存体積には若干の変化が認められたが、大まかなレイアウトはほぼ同じになった。
- (6) より複雑な位相最適化問題に対して、本法を適用し最適化を行なえることができたことから、本法の汎用性が確認できたと考える。

## 謝 辞

本システムにおけるFEMソルバーモジュールの組み込みに関しては、三菱総合研究所の横山 登、長嶋利夫の両氏にご協力いただきました。また、可視化のソフトとしてTECPLOTを使用した際に住商エレクトロニクスの小澤和夫氏にアドバイスをいただきました。ここに感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) C. D. Chapman, K. Saitou, M. J. Jakiela: Genetic Algorithms as an Approach to Configuration and Topology Design, DE-Vol. 65-1, Advances Design in Design Automation-Volume 1, ASME (1993)
- 2) C. D. Chapman, K. Saitou, M. J. Jakiela: Genetic Algorithms as an Approach to Configuration and Topology Design, Transaction of the ASME, Jr. of Mechanical Design, 116, 1005/1012 (1994)
- 3) C. D. Chapman, M. J. Jakiela: Genetic Algorithm-Based Structural Topology Design with Compliance and Topology Simplifications, The ASME Jr. of Mechanical Design (1995)

- 4) H. Sakamoto, S. Takada, J. Itoh, M. Miyazaki, H. Matsushashi and T. Watanabe: Structural Optimization by Hybrid and Parallel Genetic Algorithms, International Symposium on Optimization and Innovative Design, 232/233 (1997)
- 5) 伊能, 上杉: 力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン (さまざまな位相構造の生成とその形態比較), 機論, 61-585, A, 241/246 (1995)
- 6) 伊能, 下平, 小林: 力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン (ローカルルールによって生じるシステム全体の挙動), 機論, 61-586, A, 272/278 (1995)
- 7) 尾田十八, 主税雅裕: 局所ルールによる大規模構造物の最適化について, 機論, 63-606, A, 425/430 (1997)
- 8) 北 栄輔, 豊田哲也: *GA* の構造物設計への応用, 計算工学講演会論文集, 3-2, 601/604 (1998)
- 9) 長谷川, 川面: *GA* 利用による機械構造物の位相最適化の一方法, 機論, 61-581, A, 183/190 (1995)
- 10) 鶴田, 長谷川, 川面: *GA* 利用による機械構造物の位相最適化の一方法 (第2報: 有限要素の除去・付加パラメータを染色体とする方法の収束性の検討), 機論, 63-605, A, 170/177 (1997)
- 11) 鈴木, 鶴田, 川面: *GA* 利用による機械構造物の位相最適化の一方法 (第3報: 有限要素の除去・付加パラメータを用いた単一個体による確定的方法), 機論, 64-626, A, 49/54 (1998)
- 12) Suzuki, K. and Kikuchi, N.: A homogenization method for shape and topology optimization, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. **93**, 291/318 (1991)
- 13) 石井: 均質化法を利用した形態設計とその後処理, 第7回設計工学・システム部門講演会論文集, No. 97-69, 46/47 (1997)