

# 目的関数間の関連度合いの違いによる 進化型多目的最適化アルゴリズムの探索性能への影響

## Effects of Different Degrees of Correlation among Objectives on the Search Performance of EMO Algorithms

○明渡 直哉 (大阪府立大学) 能島 裕介 (大阪府立大学) 石淵 久生 (大阪府立大学)

Naoya AKEDO, Osaka Prefecture University, naoya.akedo@ci.cs.osakafu-u.ac.jp  
Yusuke NOJIMA, Osaka Prefecture University, nojima@cs.osakafu-u.ac.jp  
Hisao ISHIBUCHI, Osaka Prefecture University, hisaoi@cs.osakafu-u.ac.jp

Recently it has been pointed out in many studies that evolutionary multi-objective optimization (EMO) algorithms with Pareto dominance-based fitness evaluation do not work well on many-objective problems with four or more objectives. In this paper, we examine the behavior of well-known and frequently-used EMO algorithms such as NSGA-II, SPEA2, and MOEA/D on many-objective problems with correlated or dependent objectives. First, we show that the search ability of NSGA-II and SPEA2 is not degraded by the increase in the number of objectives when they are highly correlated or dependent. Next, we use the different degrees of correlation among correlated or dependent objectives. We show that the increase in the number of objectives has a different effect on the behavior of an EMO algorithm depending on the relation among objectives, the degree of correlation, and the characteristics of the used EMO algorithm.

**Key Words:** Evolutionary multi-objective optimization, many-objective optimization problems, correlated objectives.

### 1. はじめに

進化型多目的最適化 (EMO: Evolutionary Multiobjective Optimization) アルゴリズムは進化計算の分野で活発に研究されている領域の一つである。多点探索により複数の解を同時に獲得できるという特徴から、様々な多目的最適化問題に適用され、その有効性が示されている[1]。しかし、多目的最適化問題の目的数が4以上となる多数目的最適化問題において、NSGA-II[2]や SPEA2[3]などのパレート優越関係に基づくアルゴリズムの探索性能が低下することが問題となっている。探索性能が低下する原因として、目的数が増加することにより、非劣解の個数が増加し、パレート優越関係に基づく解の評価が困難になることが挙げられる。そのため、パレート優越関係に基づくアルゴリズムでは、優越関係による淘汰圧が働かなくなるため、良好な解集合を獲得することができないと考えられる。

しかし近年、Schutze[4]らにより、目的数が増加しても、パレートフロントの次元数が増えない場合、多目的最適化問題の複雑性は増加しないことが示されている。我々の先行研究[5]では、2目的500アイテムナップサック問題の目的関数から以下の3種類の多数目的ナップサック問題を作成した。

1. 目的関数間に相関関係がない問題 (Random problem)
2. 目的関数間に相関性をもつ問題 (Correlated problem)
3. 目的関数間に依存性をもつ問題 (Dependent problem)

作成された多数目的ナップサック問題は目的数が増加するに伴い、パレートフロントの次元数が増える問題と増えない問題に分類される。先行研究では、3種類の問題に対するEMOアルゴリズムの挙動を調査した。

本論文では同様に、3種類の多数目的ナップサック問題を用いる。そして、問題に含まれる相関性と依存性のそれぞれの関連度合いの違いがEMOアルゴリズムの探索性能に与える影響を調査する。数値実験により、目的関数間に相関性、依存性をもつ場合、目的数が増加しても、パレート優越関係に基づくアルゴリズムにおける多数目的ナップサック問題の複雑性が増加しないことを示す。さらに、目的数の増加による

EMOアルゴリズムの探索性能への影響は、目的関数間の関係や関連度合い、そして各アルゴリズムの特徴によりそれぞれ異なることを示す。

本論文の構成は次の通りである。まず第2章において今回の数値実験で用いる3種類の多数目的ナップサック問題について説明する。そして第3章で実験設定について述べ、第4章において数値実験により獲得された結果を示す。最後に第5章でまとめとする。

### 2. 多目的0/1ナップサック問題

#### 2.1 2目的500アイテムナップサック問題の定義

本論文では、2目的500アイテムナップサック問題を用いる。2目的500アイテムナップサック問題は以下のように定式化される。

$$\text{Maximize } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})) \quad (1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c_i, \quad i=1, 2 \quad (2)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\text{where } f_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n p_{ij} x_j, \quad i=1, 2 \quad (4)$$

ここで、 $n$ はアイテム数 ( $n=500$ )、 $p_{ij}$ 、 $w_j$ はそれぞれ、ナップサック  $i$  におけるアイテム  $j$  の利得と重さ、 $c_i$ はナップサック  $i$  の容量を示す。また、決定変数ベクトル  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  は各アイテムの選択を表す。つまり、 $x_j = 1$  と  $x_j = 0$  はそれぞれ、アイテム  $j$  の選択と非選択を表す。また、多目的ナップサック問題の制約条件を取り扱うために、最大利得率に基づく修復手法[6]を用いる。最大利得率に基づく修復手法では、実行不可能解から実行可能解を生成するために、以下の式で定義される  $q_j$  の昇順にアイテムを削除する。

$$q_j = \max\{p_j/w_j \mid i=1, 2\}, \quad j=1, 2, \dots, 500 \quad (5)$$

本論文で用いる2目的500アイテムナップサック問題はZitzlerら[6]が用いたオリジナル問題と同じものを扱う。この問題では、ナップサック  $i$  におけるアイテム  $j$  の利得  $p_{ij}$  を[10, 100]の範囲で生成された整数値として決定している。

定義された  $f_1(\mathbf{x})$ ,  $f_2(\mathbf{x})$  から, 2.2-2.4 節で多数目的問題を定義する. これらの問題は全て最大化問題であり, 制約条件として(2)式のみを用いる.

## 2.2 目的関数間に相関関係がない多数目的ナップサック問題 (Random problem) の定義

目的関数間に相関関係がない目的関数を次式のように定義する.

$$f_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n p_{ij} x_j, \quad i=3, 4, \dots, 10 \quad (6)$$

ここで, ナップサック  $i$  におけるアイテム  $j$  の利得  $p_{ij}$  は, Zitzlerらの生成方法を用いて新たに生成した. つまり, [10, 100] の範囲でランダムに生成された整数値である. 本論文では, 以下のような目的関数間に相関関係がない多数目的ナップサック問題を定義する.

Random 4-500 problem:  $(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_4(\mathbf{x}))$

Random 6-500 problem:  $(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_6(\mathbf{x}))$

Random 8-500 problem:  $(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_8(\mathbf{x}))$

Random 10-500 problem:  $(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_{10}(\mathbf{x}))$

この問題では, 各目的関数が独立しているため, 目的数が増加するとパレートフロントの次元数が増加する.

## 2.3 目的関数間に相関性をもつ多数目的ナップサック問題 (Correlated problem) の定義

目的関数間に相関性をもつ目的関数を次のように定義する.

$$g_i(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}), \quad i=1, 2 \quad (7)$$

$$g_i(\mathbf{x}) = \alpha \cdot f_i(\mathbf{x}) + (1-\alpha) \cdot f_j(\mathbf{x}), \quad i=3, 5, 7, 9 \quad (8)$$

$$g_i(\mathbf{x}) = \alpha \cdot f_i(\mathbf{x}) + (1-\alpha) \cdot f_2(\mathbf{x}), \quad i=4, 6, 8, 10 \quad (9)$$

ここで,  $\alpha$  は正の実数である ( $0 < \alpha < 1$ ). このとき,  $\alpha$  が 1 に近ければ近いほど, 各目的関数は  $f_1(\mathbf{x})$  もしくは  $f_2(\mathbf{x})$  との相関性が弱まり, 2.2 節の Random problem の目的関数に近づく. また,  $\alpha$  が 0 に近ければ近いほど, 各目的関数は  $f_1(\mathbf{x})$  と  $f_2(\mathbf{x})$  との相関性が強まり,  $f_1(\mathbf{x})$  もしくは  $f_2(\mathbf{x})$  に近づく. 本論文では, 以下のような目的関数間に相関性をもつ多数目的ナップサック問題を定義する.

Correlated 4-500 problem:  $(g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_4(\mathbf{x}))$

Correlated 6-500 problem:  $(g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_6(\mathbf{x}))$

Correlated 8-500 problem:  $(g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_8(\mathbf{x}))$

Correlated 10-500 problem:  $(g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_{10}(\mathbf{x}))$

この問題では, 目的数が増加するとパレートフロントの次元数が増加する. しかし, 生成される目的関数  $g_i(\mathbf{x})$  ( $i \geq 3$ ) は  $f_1(\mathbf{x})$  と  $f_2(\mathbf{x})$  の目的関数と相関性のあるものとなる.

## 2.4 目的関数間に依存性をもつ多数目的ナップサック問題 (Dependent problem) の定義

目的関数間に依存性をもつ目的関数を次のように定義する.

$$h_1(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}), \quad i=1, 2 \quad (10)$$

$$h_3(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) + \alpha \cdot f_2(\mathbf{x}) \quad (11)$$

$$h_4(\mathbf{x}) = f_2(\mathbf{x}) + \alpha \cdot f_1(\mathbf{x}) \quad (12)$$

$$h_5(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) - \alpha \cdot f_2(\mathbf{x}) \quad (13)$$

$$h_6(\mathbf{x}) = f_2(\mathbf{x}) - \alpha \cdot f_1(\mathbf{x}) \quad (14)$$

$$h_7(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) + \beta \cdot f_2(\mathbf{x}) \quad (15)$$

$$h_8(\mathbf{x}) = f_2(\mathbf{x}) + \beta \cdot f_1(\mathbf{x}) \quad (16)$$

$$h_9(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) - \beta \cdot f_2(\mathbf{x}) \quad (17)$$

$$h_{10}(\mathbf{x}) = f_2(\mathbf{x}) - \beta \cdot f_1(\mathbf{x}) \quad (18)$$

ここで,  $\alpha$  と  $\beta$  は正の実数である ( $0 < \alpha < \beta < 1$ ). このとき,  $\alpha$  もしくは  $\beta$  が 0 に近ければ近いほど, 全ての目的関数は  $f_1(\mathbf{x})$  もしくは  $f_2(\mathbf{x})$  との依存性が強まり,  $f_1(\mathbf{x})$  もしくは  $f_2(\mathbf{x})$  に近づく. 本論文では, 以下のように目的関数間に依存性をもつ多数目的ナップサック問題を定義する.

Dependent 4-500 problem:  $(h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_4(\mathbf{x}))$

Dependent 6-500 problem:  $(h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_6(\mathbf{x}))$

Dependent 8-500 problem:  $(h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_8(\mathbf{x}))$

Dependent 10-500 problem:  $(h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_{10}(\mathbf{x}))$

この問題では, 各目的関数は  $f_1(\mathbf{x})$  と  $f_2(\mathbf{x})$  のみで生成されるため, 目的数が増加してもパレートフロントの次元数は増加しない.

## 3. 実験設定

### 3.1 EMO アルゴリズム

本論文で用いる EMO アルゴリズムでは, パレート優越関係に基づくアルゴリズムとして NSGA-II と SPEA2 を, スカラー化関数に基づくアルゴリズムとして MOEA/D[7]を用いる. MOEA/D は解の評価にパレート優越関係を用いないため, 多数目的最適化問題に対する有効な EMO アルゴリズムとして知られている. 目的数を  $k$  とすると, MOEA/D は探索空間上に対して, 一様に次の条件を満たすような重みベクトル  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$  を分布させる.

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k = 1 \quad (19)$$

$$\lambda_i \in \left\{ 0, \frac{1}{H}, \frac{2}{H}, \dots, \frac{H}{H} \right\}, \quad i=1, 2, \dots, k \quad (20)$$

ここで,  $H$  は予め決められた正の定数であり, 目的関数空間を分割する数である. これを用いて, 多目的最適化問題を複数の単一目的最適化問題に分割する. そして, 各重みベクトル間のユークリッド距離に基づく近傍内で遺伝的操作を行う. 重みベクトルの数  $N$  は  $N =_{H+k-1} C_{k-1}$  [7] で求められ, MOEA/D における個体群サイズと等しくなる. また, 各個体の適応度は以下に示す Weighted Tchebycheff 関数により計算される.

$$\text{Minimize } g(\mathbf{x}) = \max_{i=1, \dots, k} \lambda_i |f_i(\mathbf{x}) - r_i| \quad (21)$$

ここで,  $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_k)$  は参照点である. 本論文では MOEA/D の参照点として個体群中の各目的関数の最大値  $\times 1.1$  を用いる.

### 3.2 数値実験設定

本論文で用いる NSGA-II, SPEA2, MOEA/D に関する数値実験設定を以下に示す. また, MOEA/D の個体群サイズは重みベクトルの数に依存し, 任意の値に設定できないため, 他の EMO アルゴリズムの個体群サイズ 200 に近い値とした.

個体群サイズ (NSGA-II, SPEA2) : 200

個体群サイズ (MOEA/D) :

200 (2 目的), 220 (4 目的), 252 (6 目的),

120 (8 目的), 220 (10 目的)

終了条件 : 400,000 回の個体評価

交叉確率 : 0.8 (一様交叉)

突然変異確率 : 1/500 (ビット反転)

試行回数 : 100

本論文では, 解集合の評価指標として Hypervolume[6]を用いる. Hypervolume は複数の解が参照点を優越する領域であり, 目的関数空間上における解の収束性と多様性を同時に評価す

る。Hypervolume の参照点として、目的関数の値が全て 0 となる原点を用いる。

#### 4. 数値実験結果

##### 4.1 目的関数間の相関関係による影響調査

初めに、各問題に対して NSGA-II を適用し、獲得された解集合に含まれる世代毎の非劣解の割合を図 1 に示す。このとき、目的関数間に相関性をもつ問題に対して  $\alpha = 0.1$  を、目的関数間に依存性をもつ問題に対して  $\alpha = 0.1, \beta = 0.2$  を設定した。図 1 より、目的関数間に相関関係がない問題(a)では、目的数が増加すると、非劣解の割合が増え、100 世代目では 2 目的 500 アイテムナップサック問題を除いて全ての個体が非劣解となっている。しかし、目的関数間に相関性、依存性をもつ問題(b, c)では、目的数が増加しても非劣解の割合はほとんど増えていないことがわかる。次に、各問題で獲得された解集合に対し Hypervolume を求めた結果を表 1 に示す。表 1 において、“Original 2-500” は  $f_1(x)$  と  $f_2(x)$  の 2 目的 500 アイテムナップサック問題を表しており、それぞれの値は各問題の NSGA-II の値が 1.0 になるように正規化されている。表 1 より、全ての問題において、目的数が増加すると MOEA/D の値が NSGA-II と比較して増加していることがわかる。しかし、目的関数間に相関性・依存性がある問題は、相関関係がない問題よりも、MOEA/D と NSGA-II との値の差が小さくなっている。そのため、目的関数間に相関性・依存性の関係が存在する場合、目的数が増加しても非劣解が増加しないので、パレート優越関係に基づくアルゴリズムの性能が向上すると考えられる。

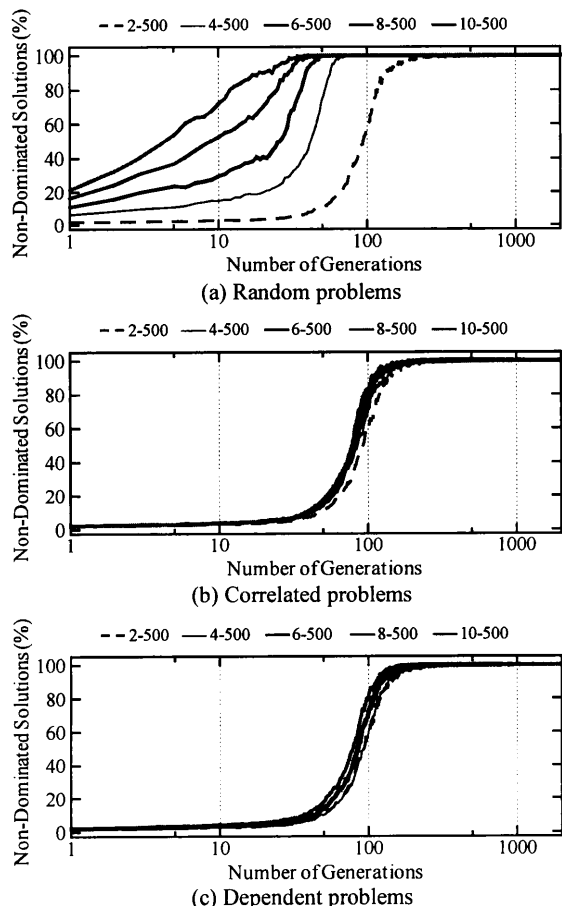


Fig. 1 Average percentage of non-dominated solutions obtained by NSGA-II at each generation

Table 1 Normalized average hypervolume of the obtained solution sets on random, correlated, and dependent problems

Test Problem	NSGA-II	SPEA2	MOEA/D
Original 2-500	1.000	0.997	1.055
Random 4-500	1.000	0.987	1.164
Random 6-500	1.000	0.950	1.208
Correlated 4-500	1.000	0.984	1.072
Correlated 6-500	1.000	0.974	1.075
Dependent 4-500	1.000	0.994	1.066
Dependent 6-500	1.000	0.983	1.072

##### 4.2 目的関数間の関連度合いによる影響調査

次に、目的関数間の関連度合いの違いが EMO アルゴリズムの探索性能に与える影響を調査する。ここでは、解集合を  $f_1(x)$  と  $f_2(x)$  の 2 次元空間に射影し、多数目的問題を 2 目的問題とみなす。これにより、獲得された解集合の目的数と目的関数間の関連度合いが異なる場合も、2 次元空間における解集合として比較することができる。

##### 4.2.1 目的関数間に相関性をもつ多数目的ナップサック問題 (Correlated problem) の実験結果

目的関数間に相関性をもつ多数目的ナップサック問題において相関性の関連度  $\alpha$  を変更した NSGA-II, SPEA2, MOEA/D に対する Hypervolume を図 2 に示す。図 2 では、解集合を 2 次元空間に射影し、多数目的問題を 2 目的問題とみなしている。また、それぞれの図で最も Hypervolume の値が大きいものは黒色で示す。図 2 より、NSGA-II は  $\alpha = 0.4$  である 10 目的問題において最も良い結果を獲得できていることがわかる。また、NSGA-II において、 $\alpha$  の値が小さい ( $g_1(x)$  と  $g_2(x)$  との関連度が大きい) 場合、目的数が増加するにつれて良好な解を獲得している。一方で SPEA2 と MOEA/D では、2 目的 500 アイテムナップサック問題で獲得された解が最も良好であることがわかる。そして、 $\alpha$  の値が大きくなるに伴い ( $g_1(x)$  と  $g_2(x)$  との関連度が小さくなるに伴い)、獲得される解が悪化し、ほとんどの設定において、目的数が増加すると解の性能が低下した。

##### 4.2.2 目的関数間に依存性をもつ多数目的ナップサック問題 (Dependent problem) の実験結果

目的関数間に依存性をもつ多数目的ナップサック問題において、依存性の関連度  $\alpha$  と  $\beta$  を変更した NSGA-II, SPEA2, MOEA/D に対する結果を図 3 に示す。図 3 では、解集合を 2 次元空間に射影し、多数目的問題を 2 目的問題とみなしている。また、それぞれの図で最も Hypervolume の値が大きなものを黒色で示す。図 3 より、NSGA-II と SPEA2 は目的数が増加した時、解の性能が向上していることがわかる。さらに、同じ目的数において、依存性の関連度  $\alpha$  と  $\beta$  の値が大きい ( $h_1(x)$  と  $h_2(x)$  との依存性が小さくなる) 場合、ほとんどの解の性能は向上していることがわかる。一方で、MOEA/D では、多くの場合、目的数の増加とともに解の性能は悪化している。しかし、依存性の関連度 ( $\alpha$  と  $\beta$ ) は大きく解の性能に影響を与えるものではなかった。

ここで、目的数が増加しているにも関わらず、性能が向上している原因を詳しく調査する。NSGA-II において最も大きな Hypervolume の値が得られたのは、 $\alpha = 0.3, \beta = 0.6$  である 10 目的問題の場合であった。この問題で獲得された解集合の 50% Attainment surface と、1 回試行における最終世代の解集合を図 4 に示す。50% Attainment surface は獲得された解集合の平

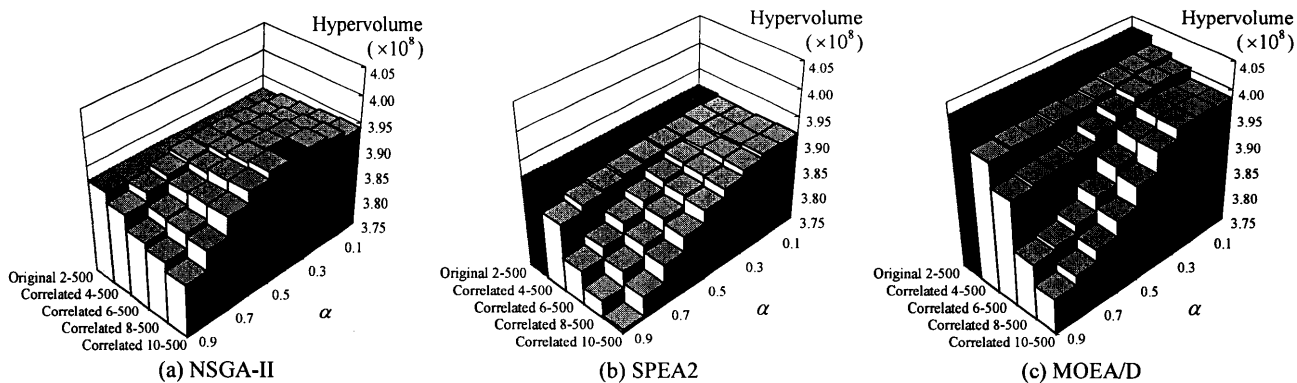


Fig. 2 Average hypervolume in the two-dimensional objective space of obtained solution sets by each algorithm on correlated problems with different degrees of correlation among objectives.

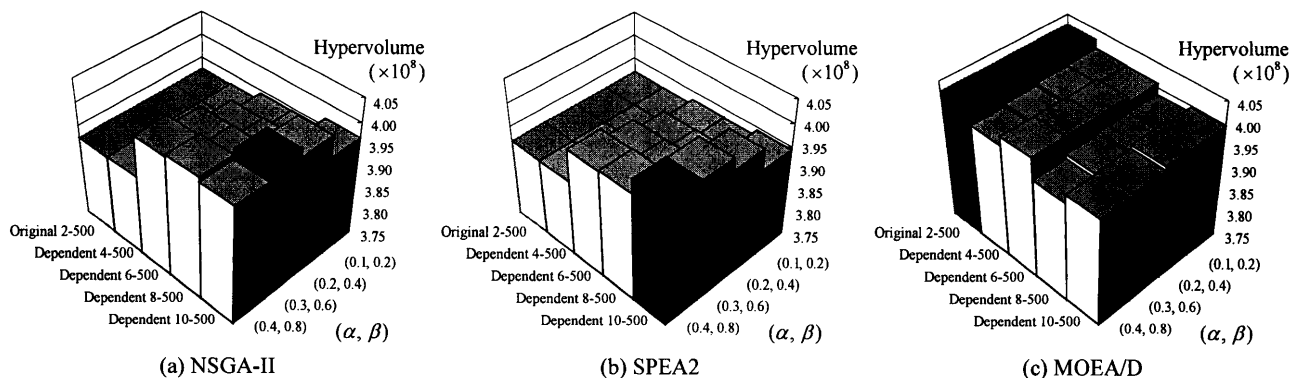


Fig. 3 Average hypervolume in the two-dimensional objective space of obtained solution sets by each algorithm on dependent problems with different degrees of correlation among objectives.

均的な分布を表す[8]. 図 4 より, 2 目的 500 アイテムナップサック問題と比較すると, 目的数の増加に対して収束性は減少しているが, 多様性が大きく増加していることがわかる. そのため, 2 目的 500 アイテムナップサック問題の解集合よりも大きい Hypervolume を獲得できたと考えられる.

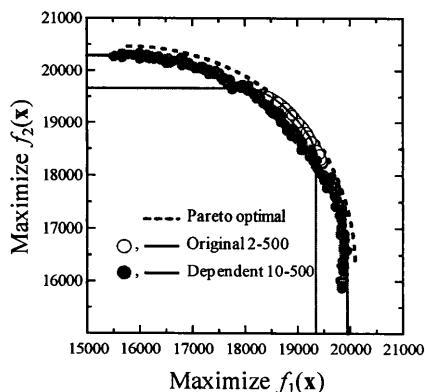


Fig. 4 50% Attainment surface and the obtained solutions at the 2000th generation by a single run of NSGA-II on the original 2-500 problem and the dependent 10-500 problem.

### 5. まとめ

本論文では, 目的関数間に, 相関関係がない問題, 相関性をもつ問題, 依存性をもつ問題の 3 種類の多数目的ナップサック問題を用いた. これらの問題に対し EMO アルゴリズムを適用することで, 目的関数間に相関性もしくは依存性をもつ

場合, それらの関連度合いの違いが EMO アルゴリズムの探索性能に与える影響を調査した. 数値実験より目的関数間に相関性, 依存性が存在する場合, 目的数が増加しても非劣解の個数は増加しにくいことを示した. そのため, パレート優越関係に基づく EMO アルゴリズムに対する多目的ナップサック問題の複雑性は増加しないことを示した. また, 目的数の増加による EMO アルゴリズムへの影響は, 目的関数間の関係や関連度合い, そして各アルゴリズムの特徴によりそれぞれ異なることを示した.

### 文献

- [1] Deb, K., Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithm, John Wiley & Sons, Chichester, 2001.
- [2] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S and Meyarivan, T., "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, 2002.
- [3] Zitzler, E., Laumanns, M. and Thiele, L., "SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm," *TIK-Report*, no. 103, 2001.
- [4] Schutze, O., Lara, A. and Coello Coello, C. A., "On the influence of the number of objectives on the hardness of a multiobjective optimization problem," *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, to appear (Available online through IEEE Explore).
- [5] Ishibuchi, H., Akedo, N., Ohyanagi, H and Nojima, Y., "Behavior of EMO algorithms on many-objective optimization problems with correlated objectives," *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2011, to be published.
- [6] Zhang, Q. and Li, H., "MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition," *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, vol. 11, no. 6, pp. 712-731, 2007.
- [7] Zitzler, E. and Thiele, L., "Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach," *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, vol. 3, no. 4, pp. 257-271, 1999.
- [8] Fonseca, C. M. and Fleming, P. J., "On the performance assessment and comparison of stochastic multiobjective optimizers," *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 1141, pp. 584-593, 1996.